עודכן לאחרונה: November 1, 2026

🗺️ מפת דרכים לארבע שנים · שנה 2, סתיו

על הקורס

לקורס החינמי הזה יש 10 יחידות ו-6 מעבדות. אלה המספרים האמיתיים, לא תוכנית ארוכה יותר שקוצרה.

בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד קורס שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר המודפס והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.

זהו מתווה של קורס חינמי ללימוד עצמי שנכתב על ידי Saving Planets. הוא אינו קורס אוניברסיטאי, אינו מעניק נקודות זכות אקדמיות, ואף מוסד לימודים אינו מעורב בו.

היקפו תואם קורס סטטיקה הנדסית סמסטריאלי של שנה ב'. הוא מבוסס על הנושאים והעומק של MIT 2.001 (חלק הסטטיקה של Mechanics and Materials I ב-MIT OpenCourseWare), Purdue ME 270 ו-Georgia Tech COE 2001, ועל ספר הלימוד הפתוח והחינמי Engineering Statics: Open and Interactive ו-OpenStax University Physics Volume 1 (Chapter 12), שאליהם אנו מקשרים לאורך כל הדרך. אף אחד מהמחברים או המוסדות האלה אינו תומך בדף זה.

מה שאנחנו מוסיפים: כל יחידה קשורה לעבודה אמיתית באנרגיה נקייה, בתשתיות או בחלל עם מקור ציבורי מצוטט (טורבינות רוח, רוח ימית צפה, גשרים, סכר הובר, תחנת החלל, מפולות, חומרי בנייה), כל מספר בדף מחושב מחדש בסקריפט בדיקה לפני פרסום, ולכל מעבדה יש סימולציה חינמית או גרסה ביתית זולה.

עברו עליו לפי הסדר. בכל יחידה יש מטרות, רעיונות מרכזיים, משוואות, דוגמאות צעד אחר צעד, תרגול עם תשובות מלאות, טעויות נפוצות, כרטיסיות ובוחן. ההתקדמות שלכם נשמרת רק בדפדפן הזה.

איך הקורס הזה עוזר להציל את כדור הארץ

אנרגיה נקייה ותשתיות עמידות נשענות על סטטיקה. מגדל טורבינת רוח חייב לעמוד במומנט ההפיכה של הרוח על הרוטור שלו, פלטפורמה ימית צפה מוחזקת במקומה בקווי עגינה בשיווי משקל, סכר הופך את לחץ המים לכוחות שהבטון שלו יכול לשאת, וכל גשר נבדק על ידי סכימת כוחות ומומנטים.

סטטיקה היא גם הדרך לבנות קל יותר ולבזבז פחות: מסבך או מסגרת שתוכננו היטב משתמשים בפחות פלדה, בטון ועץ לאותה משימה, ומבנים שמחזיקים זמן רב יותר מרחיקים חומרים ממטמנות. כל יחידה מסתיימת בקטע קצר עם מקורות. ערכים שאינם ממקור מסומנים כערכים לדוגמה.

למורים

אפשר ללמד את הקורס הזה, או לתת לתלמיד לעבור אותו לבד. הוא חינם. Saving Planets לא נותנת ציון ולא נקודות זכות.

- העמוד הזה הוא כל הקורס: 10 יחידות ו-6 מעבדות (ENGR 211).
- תכננו 15 שבועות, בערך 6 עד 9 שעות בשבוע, כולל שבועות המעבדה.
- עקבו אחרי לוח 15 השבועות. קראו את היחידה, פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה. בשבוע מעבדה עשו את המעבדה או את הגרסה הביתית.
- בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר שרואים והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.
- השתמשו בהדפסת העמוד, או הורידו את מדריך הלימוד ב-PDF. דף הנוסחאות נמצא לקראת הסוף.
- שאלו: איך היחידה הזו עוזרת לאנשים ולכוכב? בכל יחידה יש תיבה ירוקה עם עובדה ומקור.
- העתיקו את תבנית המדריך למורה וכתבו את שם הכיתה, הזמן שיש לכם, והשאלות שתשאלו. פתיחת תבנית המדריך למורה

לפני שמתחילים

ידע מוקדם

- פיזיקה I: כוחות, חוקי ניוטון, מומנט כוח ודיאגרמות גוף חופשי.
- חשבון אינפיניטסימלי I ו-II: נגזרות ואינטגרלים (לעומסים מפולגים, מרכזים גאומטריים ודיאגרמות מומנט).
- וקטורים: רכיבים, מכפלה סקלרית ווקטורית (חזרה ביחידה 1).
- חשבון אינפיניטסימלי III ואלגברה לינארית עוזרים בבעיות 3Dיות אך אינם נדרשים.

איך ללמוד

- שרטטו קודם דיאגרמת גוף חופשי, בכל פעם. רוב הטעויות בסטטיקה הן כוח חסר או מיותר בדיאגרמה.
- בחרו צירים ונקודת מומנט שמבטלים כמה שיותר נעלמים.
- פתרו קודם בסמלים, אחר כך הציבו מספרים ביחידות SI, ובדקו יחידות וסימנים בסוף.
- ספרו נעלמים ומשוואות בלתי תלויות לפני הפתרון, כדי לדעת אם אפשר לפתור את הבעיה בסטטיקה בלבד.
- בדקו את התשובה במשוואה שלא השתמשתם בה (למשל, נקודת מומנט שנייה).
- פתרו כל תרגיל על נייר לפני שאתם פותחים את התשובה, וחזרו על הבחנים כעבור כמה ימים.

מה צריך

- מחשב או טאבלט לסימולציות PhET החינמיות (הן רצות בדפדפן).
- משקל מזוודות דיגיטלי או משקל מטבח, חוט, וכמה מסות ידועות (בקבוקי מים או שקיות אורז עם המסה על התווית מתאימים).
- סרגל של 30 cm, עיפרון, מטבעות או דסקיות, ואפליקציית מד-זווית או מד-שיפוע בסמארטפון.
- מקלות ארטיק או קרטון קשיח, אקדח דבק או דבק לבן, וסיכות.
- גיליון קרטון גלי, מספריים, נעץ וחוט עם משקולת קטנה (אנך).
- ספר בכריכה קשה, קופסה קטנה, וספל חלק או עמוד עגול לניסוי חיכוך החבל.

לוח זמנים מוצע ל־15 שבועות

כ־6 עד 9 שעות בשבוע: קריאה, תרגילים, ובשבועות המעבדה גם המעבדה.

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
1	כוחות ווקטורים ב-2D וב-3D	יחידות, כוחות כווקטורים, רכיבים ב-2D ושקולים	Engineering Statics Ch. 1–2
2	כוחות ווקטורים ב-2D וב-3D	וקטורים ב-3D, וקטורי מיקום ווקטורי יחידה, מכפלה סקלרית; מעבדה A	Ch. 2
3	שיווי משקל של חלקיק	דיאגרמות גוף חופשי, שיווי משקל של חלקיק ב-2D וב-3D, קפיצים; מעבדה B	Ch. 3; OpenStax UP1 12.1
4	מומנטים, זוגות כוחות ומערכות שקולות	מומנטים ב-2D וב-3D, מכפלה וקטורית, וריניון	Ch. 4.1–4.4
5	מומנטים, זוגות כוחות ומערכות שקולות	מומנט סביב ציר, זוגות כוחות, מערכות שקולות, עומסים מפולגים; מעבדה C	Ch. 4.5–4.8
6	שיווי משקל של גוף קשיח ב-2D	סמכים, שיווי משקל של גוף קשיח ב-2D, מסוימות סטטית	Ch. 5.1–5.4; UP1 12.2
7	שיווי משקל של גוף קשיח ב-3D	שיווי משקל של גוף קשיח ב-3D; תרגול לבחינת אמצע	Ch. 5.5–5.6
8	מסבכים: שיטת הצמתים ושיטת החתכים	מסבכים: צמתים, מוטות אפס, חתכים; מעבדה D	Ch. 6.1–6.4
9	מסגרות ומכונות	מסגרות ומכונות	Ch. 6.5–6.6
10	מרכזי מסה גאומטריים, עומסים מפולגים, לחץ נוזלים ומומנטי התמד של שטח	מרכזים גאומטריים ומרכזי כובד, חלקים מורכבים; מעבדה E	Ch. 7
11	מרכזי מסה גאומטריים, עומסים מפולגים, לחץ נוזלים ומומנטי התמד של שטח	עומסים מפולגים, לחץ נוזלים, מומנטי התמד של שטח	Ch. 7, Ch. 10; UP1 14.1
12	כוחות פנימיים: דיאגרמות כוח גזירה ומומנט כפיפה, וכבלים	כוחות פנימיים, דיאגרמות גזירה ומומנט	Ch. 8.1–8.2
13	כוחות פנימיים: דיאגרמות כוח גזירה ומומנט כפיפה, וכבלים	קשרי עומס–גזירה–מומנט, כבלים	Ch. 8.3
14	חיכוך	חיכוך יבש, טריזים, סולמות, חיכוך רצועות; מעבדה F	Ch. 9; UP1 6.2
15	חזרה	חזרה וסדרת תרגול מסכמת	כל היחידות

ההתקדמות שלכם

סמנו יחידות ומעבדות כשאתם מסיימים אותן, ועשו את הבחנים. ההתקדמות והציונים נשמרים רק בדפדפן הזה ולעולם לא נשלחים אלינו.

יחידות

כוחות ווקטורים ב-2D וב-3D

מהי סטטיקה, יחידות, כוחות כווקטורים, רכיבים, שקולים, וקטורי יחידה ווקטורי מיקום ב-3D, והמכפלה הסקלרית לזוויות והיטלים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- פרקו כוח לרכיבים ב-2D וב-3D.
- חברו כוחות כדי למצוא שקול ואת כיוונו.
- כתבו כוח לאורך קו משתי נקודות.
- השתמשו במכפלה הסקלרית כדי למצוא זוויות והיטלים.

מושגי מפתח

- סטטיקה חוקרת גופים שתאוצתם אפס, ולכן הכוחות עליהם מתאזנים: ΣF = 0 ו-ΣM = 0.
- לכוח יש גודל, כיוון ונקודת (או קו) פעולה. ב-SI הוא נמדד בניוטון; 1 kg שוקל 9.81 N.
- ב-2D, לכוח F בזווית θ מציר x יש רכיבים F cos θ ו-F sin θ. שקולים מתחברים רכיב אחר רכיב.
- ב-3D, כתבו F = F û, כאשר û הוא וקטור יחידה. לאורך קו מ-A ל-B, û = (r_B − r_A)/|r_B − r_A|.
- המכפלה הסקלרית A·B = |A||B| cos θ נותנת את הזווית בין שני וקטורים ואת רכיב הכוח לאורך כל קו.

משוואות מפתח

$$F_x = F\cos\theta, \quad F_y = F\sin\theta$$

F_x=Fθ, F_y=Fθ

רכיבים ב-2D

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad \theta = \tan^{-1}(R_y/R_x)$$

R=_x^2+R_y^2, θ=^-1(R_y/R_x)

שקול

$$\vec{F} = F\,\hat{u}_{AB} = F\,\frac{\vec{r}_B - \vec{r}_A}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|}$$

F=F u_AB=F (r_B- r_A)/(| r_B- r_A|)

כוח לאורך קו

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 1.1 כוח של 500 N פועל בזווית 30° מעל ציר +x. מצאו את רכיביו.

1. $F_x = 500\cos 30° = 433$ N.
2. $F_y = 500\sin 30° = 250$ N.

תשובה: $\mathbf{F} = (433, 250)$ N.

דוגמה 1.2 חברו $F_1 = 300$ N לאורך +x ו-$F_2 = 400$ N בזווית 120° מ-+x.

1. $\mathbf{F_2} = (400\cos 120°, 400\sin 120°) = (-200, 346.4)$ N.
2. $\mathbf{R} = (100, 346.4)$ N, ולכן $|R| = \sqrt{100^2 + 346.4^2}$.
3. $\theta = \tan^{-1}(346.4/100)$.

תשובה: 360.6 N בזווית 73.9° מ-+x.

דוגמה 1.3 כבל מושך בכוח 1.2 kN מ-$A(0, 0, 0)$ לעבר $B(2, 3, 6)$ m. כתבו את הכוח כווקטור.

1. $\mathbf{r_{AB}} = (2, 3, 6)$ m, אורך $= \sqrt{4 + 9 + 36} = 7$ m.
2. $\hat{u} = (2/7, 3/7, 6/7)$.
3. $\mathbf{F} = 1200\,\hat{u}$.

תשובה: $\mathbf{F} = (343, 514, 1029)$ N.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את הזווית בין $A = (3, 4, 0)$ ל-$B = (4, 0, 3)$.

   $A\cdot B = 12$, $|A| = |B| = 5$, $\cos\theta = 0.48$, $\theta = 61.3°$.

2. מצאו את הרכיב של $F = (100, 200, -50)$ N לאורך $\hat{u} = (0.6, 0.8, 0)$.

   $F\cdot\hat{u} = 60 + 160 = 220$ N.

3. מצאו את זוויות הכיוון של $F = (200, -300, 600)$ N.

$|F| = 700\ \text{N}$; $\alpha = \cos^{-1}(2/7) = 73.4^\circ$, $\beta = \cos^{-1}(-3/7) = 115.4^\circ$, $\gamma = \cos^{-1}(6/7) = 31.0^\circ$.

4. ערכים לדוגמה: כוח של 50 kN על מבנה פועל בזווית 20° מעל האופק. מצאו את חלקיו האופקי והאנכי.

$F_x = 50\cos 20^\circ = 47.0\ \text{kN}$; $F_y = 50\sin 20^\circ = 17.1\ \text{kN}$.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: כוחות מתחברים כמו מספרים: $300\ \text{N} + 400\ \text{N} = 700\ \text{N}$.

בפועל: הם מתחברים כווקטורים; 300 N ו-400 N בזווית ישרה נותנים 500 N.

מיתוס: לווקטור יחידה יש יחידות של ניוטון.

בפועל: וקטור יחידה חסר ממדים ואורכו 1; הגודל נושא את היחידות.

מיתוס: מסה ומשקל הם אותו דבר.

בפועל: מסה נמדדת ב-kg; משקל הוא כוח, mg, בניוטון.

כרטיסיות

סטטיקה

גופים במנוחה או במהירות קבועה: $\Sigma F = 0$, $\Sigma M = 0$.

רכיבים

$F_x = F\cos\theta$, $F_y = F\sin\theta$.

וקטור יחידה

$\hat{u} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$, אורך 1.

כוח לאורך קו

$\mathbf{F} = F\,(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A)/|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A|$.

מכפלה סקלרית

$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|\cos\theta$.

משקל

$W = mg$, 9.81 N לכל kg.

בוחן לבדיקה עצמית

1. השקול של 3 kN מזרחה ו-4 kN צפונה הוא…

7 kN

5 kN

1 kN

12 kN

.5 kN. √(3² + 4²) = 5

2. אורכו של וקטור יחידה…

0

1

F

תלוי ביחידות

1. לפי ההגדרה.

3. המכפלה הסקלרית של וקטורים ניצבים היא…

1

0

|A||B|

שלילי

.0. cos 90° = 0

4. יחידת ה-SI של כוח היא…

קילוגרם

ניוטון

פסקל

ג׳אול

ניוטון. 1 N = 1 kg·m/s² .1

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

להב טורבינת רוח הוא שיעור בווקטורי כוח. משרד האנרגיה האמריקאי מסביר שרוח הזורמת על פני להב יוצרת גם עילוי וגם גרר, ושהעילוי חזק מהגרר, מה שמסובב את הרוטור. מהנדסים מפרקים את הכוחות האלה לרכיבים לאורך הרוטור ולרוחבו כדי לקבוע את מידות הלהבים, הרכזת והמגדל.

ב־Saving Planets: פיזיקה I

מקורות: משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · Engineering Statics, Chapter 2: Forces and other vectors (https://engineeringstatics.org/Chapter_02.html)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 2 Forces and other vectors (https://engineeringstatics.org/Chapter_02.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 2.1 Scalars and vectors (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/2-1-scalars-and-vectors): יסודות וקטורים.
- PhET: Vector Addition (https://phet.colorado.edu/en/simulations/vector-addition): אינטראקטיבי.

סיימתי את היחידה הזו

שיווי משקל של חלקיק

דיאגרמות גוף חופשי, שיווי משקל של כוחות נחתכים ב-2D וב-3D, כבלים, גלגלות וקפיצים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- שרטטו דיאגרמת גוף חופשי מלאה של חלקיק.
- פתרו שיווי משקל ב-2D עם שני נעלמים.
- פתרו שיווי משקל ב-3D עם כוחות כבלים הכתובים כווקטורים.
- מדלו קפיצים באמצעות $F = k\delta$.

מושגי מפתח

- חלקיק הוא גוף קטן מספיק כך שכל הכוחות פועלים בנקודה אחת, ולכן רק $\Sigma F = 0$ חשוב (שתי משוואות ב-2D, שלוש ב-3D).
- דיאגרמת גוף חופשי מבודדת את הגוף ומראה כל כוח חיצוני עליו, עם כיוונים ידועים ונעלמים מסומנים.
- כבל או חבל יכולים רק למשוך, לאורך הקו שלהם. על גלגלת אידיאלית המתיחות זהה משני הצדדים.
- קפיץ לינארי מושך או דוחף בכוח $F = k\delta$, כאשר δ הוא השינוי מאורכו הרפוי.
- אם קיבלתם מתיחות שלילית, הכיוון שהנחתם שגוי; כבל אינו יכול לדחוף, ולכן יש לשנות את המערך.

משוואות מפתח

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

```
F_x=0, F_y=0
```

שיווי משקל של חלקיק ב-2D

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \;\Rightarrow\; \sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0$$

```
F= 0\ \ F_x= F_y= F_z=0
```

שיווי משקל של חלקיק ב-3D

$$F = k\,\delta$$

קפיץ לינארי

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 2.1 מסה של 100 kg תלויה משני כבלים, כל אחד בזווית 30° מעל האופק. מצאו את המתיחות.

1. $W = 100 \times 9.81 = 981$ N.

2. אנכית: $2T \sin 30° = 981$.

תשובה: $T = 981$ N בכל כבל.

דוגמה 2.2 מסה של 50 kg תלויה מכבל B בזווית $30°$ ומכבל C בזווית $45°$ מעל האופק, משני צדדים מנוגדים. מצאו את שתי המתיחויות.

1. $W = 490.5$ N.
2. אופקית: $T_B \cos 30° = T_C \cos 45°$.
3. אנכית: $T_B \sin 30° + T_C \sin 45° = 490.5$, ולכן $T_B\,(0.5 + 0.866) = 490.5$.

תשובה: $T_B = 359.1$ N, $T_C = 439.8$ N.

דוגמה 2.3 קפיץ עם $k = 2000$ N/m מחזיק מסה של 20 kg במנוחה. בכמה הוא נמתח?

1. $k\delta = mg = 196.2$ N.
2. $\delta = 196.2/2000$.

תשובה: 0.0981 m (98.1 mm).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. גוש של 10 kg מונח על מישור משופע חלק בזווית $25°$, מוחזק בכבל המקביל למדרון. מצאו את המתיחות ואת הכוח הנורמלי.

   $T = mg \sin 25° = 41.5$ N; $N = mg \cos 25° = 88.9$ N.

2. עומס של 600 N תלוי משלושה כבלים לנקודות $(2,\ 0,\ 4)$, $(4,\ 1.732,\ -1)$ ו-$(4,\ -1.732,\ -1)$. מצאו כל מתיחות.

   אורך כל כבל $\sqrt{20} = 4.47$ m והחלק האנכי $4/4.47 = 0.894$; מסימטריה $3T(0.894) = 600$, ולכן $T = 223.6$ N.

3. שני ערסלי הרמה, כל אחד בזווית $60°$ מעל האופק, מרימים עומס של 2000 kg. מצאו את המתיחות בערסל.

   $T = 19620/(2 \sin 60°) = 11327$ N ≈ 11.3 kN.

4. מדוע מתיחות הערסלים גדלה ככל שזווית הערסל שטוחה יותר?

   $T = W/(2 \sin \theta)$; כאשר $\theta \to 0$, $\sin \theta \to 0$ ו-T גדל ללא גבול.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: המתיחות בכבל שווה למשקל שהוא נושא.

בפועל: רק כשהכבל אנכי; בזווית היא חייבת להיות גדולה יותר.

מיתוס: כוחות שהגוף מפעיל על הסמכים שלו נכללים בדיאגרמת הגוף החופשי שלו.

בפועל: רק כוחות הפועלים על הגוף נכללים בדיאגרמה שלו.

מיתוס: עצם כבד יותר על חבל גלגלת יוצר מתיחות שונה בכל צד.

בפועל: גלגלת אידיאלית ללא חיכוך שומרת על אותה מתיחות בשני הצדדים.

כרטיסיות

חלקיק

כל הכוחות נפגשים בנקודה אחת; רק $\Sigma F = 0$.

תרשים גוף חופשי

הגוף המבודד עם כל כוח חיצוני הפועל עליו.

כבל

מושך רק לאורך הקו שלו.

גלגלת אידיאלית

אותה מתיחות בשני הצדדים.

קפיץ

$F = k\delta$.

תשובה שלילית

הכיוון שהונח היה שגוי.

בוחן לבדיקה עצמית

1. ב-3D, כמה משוואות בלתי תלויות נותן חלקיק בשיווי משקל?

1

2

3

6

3. $\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$.

2. כבל יכול…

לדחוף

למשוך

לדחוף או למשוך

מתפתלים

למשוך. כבלים פועלים רק במתיחה.

3. שני כבלים מחזיקים משקל בזווית °30 כל אחד. השטחתם ל-°15 הופכת את המתיחות ל…

קטנה יותר

אותו דבר

גדולה יותר

אפס

גדולה יותר. $T = W/(2 \sin \theta)$.

4. הצעד הראשון בכל בעיית סטטיקה הוא…

להציב מספרים

לשרטט דיאגרמת גוף חופשי

לקחת מומנטים

לנחש

לשרטט דיאגרמת גוף חופשי. הדיאגרמה מראה מה לסכום.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

משרד האנרגיה האמריקאי מציין שחלק גדול מפוטנציאל אנרגיית הרוח הימית נמצא מעל מים עמוקים מדי ליסודות קבועים המעוגנים לקרקעית הים, ולכן טורבינות שם זקוקות לפלטפורמות צפות. פלטפורמה צפה נשארת במקומה משום שקווי העגינה, הציפה והמשקל שלה מתאזנים, וזהו שיווי משקל של חלקיק ושל גוף קשיח בקנה מידה ענק.

ב־Saving Planets: פיזיקה I

מקורות: Engineering Statics, Chapter 3: Equilibrium of particles (https://engineeringstatics.org/Chapter_03.html) · U.S. DOE: Floating Offshore Wind Shot (https://www.energy.gov/eere/wind/floating-offshore-wind-shot)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 3 Equilibrium of particles (https://engineeringstatics.org/Chapter_03.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 12.1 Conditions for static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-1-conditions-for-static-equilibrium): נקודת המבט של הפיזיקה.
- PhET: Forces and Motion: Basics (https://phet.colorado.edu/en/simulations/forces-and-motion-basics): כוחות מאוזנים.
- PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): קפיצים.

סיימתי את היחידה הזו

מומנטים, זוגות כוחות ומערכות שקולות

מומנט של כוח ב-2D וב-3D, המכפלה הווקטורית, משפט וריניון, מומנט סביב ציר, זוגות כוחות, מערכות כוחות שקולות ושקולים של עומסים מפולגים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- מצאו את המומנט של כוח סביב נקודה ב-2D (סקלרי) וב-3D (מכפלה וקטורית).
- מצאו את המומנט של כוח סביב ציר.
- עבדו עם זוגות כוחות והחליפו מערכת כוחות בכוח וזוג שקולים.
- החליפו עומס מפולג בשקול שלו.

מושגי מפתח

- המומנט של כוח סביב נקודה O הוא M_O = r × F, כאשר r נמתח מ-O לכל נקודה על קו הפעולה של הכוח. ב-2D גודלו הוא F כפול המרחק הניצב d.
- משפט וריניון: המומנט של כוח שווה לסכום המומנטים של רכיביו, ולכן M_z = xF_y − yF_x.
- המומנט סביב ציר הוא הרכיב של M_O לאורך אותו ציר: M_a = û_a·(r × F).
- זוג כוחות הוא שני כוחות שווים, מנוגדים ומקבילים. המומנט שלו Fd זהה סביב כל נקודה, ולכן הוא וקטור חופשי.
- כל מערכת כוחות אפשר להחליף בכוח אחד וזוג אחד בכל נקודה. עומס מפולג w(x) שקול לכוח השווה לשטחו, הפועל במרכז הכובד הגאומטרי שלו.

משוואות מפתח

$$M_O = Fd, \quad \vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$

M_O=Fd, M_O= r× F

מומנט של כוח

$$M_z = xF_y - yF_x$$

M_z=xF_y-yF_x

וריניון ב-2D

$$M_a = \hat{u}_a \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

M_a= u_a·(r× F)

מומנט סביב ציר

$$F_R = \int w\,dx, \quad \bar{x} = \frac{\int x\,w\,dx}{\int w\,dx}$$

```
F_R= w dx, x=( x w dx)/( w dx)
```

שקול של עומס מפולג

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 3.1 משיכה של 200 N פועלת בקצה מפתח באורך 0.40 m, בזווית 60° לידית. מצאו את המומנט סביב הבורג.

1. החלק הניצב של הכוח: 200 sin 60°.
2. M = 0.40 × 200 sin 60°.

תשובה: 69.3 N·m.

דוגמה 3.2 מצאו את M_O עבור r = (2, 1, 0) m ו-F = (0, 0, 500) N.

1. r × F = (1 × 500 − 0, 0 − 2 × 500, 0).
2. |M| = √(500² + 1000²).

תשובה: M_O = (500, −1000, 0) N·m, בגודל 1118 N·m.

דוגמה 3.3 קורה נושאת עומס אחיד של 4 kN/m לאורך 5 m, ובמקום אחר עומס משולש העולה מ-0 עד 6 kN/m לאורך 3 m. מצאו כל שקול.

1. אחיד: שטח 5 × 4 באמצע.
2. משולש: שטח 3 × 6 × ½ בשני שלישים מהקצה שבו העומס אפס.

תשובה: 20 kN ב-2.5 m; 9 kN ב-2 m מהקצה שבו העומס אפס.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. שני כוחות של 150 N יוצרים זוג במרחק 0.25 m זה מזה. מצאו את מומנט הזוג.

   M = Fd = 37.5 N·m, זהה סביב כל נקודה.

2. F = (300, 400) N פועל ב-(2, 1.5) m. מצאו את M סביב הראשית.

   M_z = xF_y − yF_x = 800 − 450 = 350 N·m, נגד כיוון השעון.

3. ערכים לדוגמה: הרוח דוחפת רוטור של טורבינה ב-400 kN בטבור בגובה 100 m מעל הקרקע. מצאו את מומנט ההפיכה בבסיס.

M = 400 kN × 100 m = 40 MN·m (ערכים לדוגמה).

4. החליפו 2 kN ב-x = 3 m ו-4 kN ב-x = 6 m (שניהם כלפי מטה) בכוח אחד.

F_R = 6 kN ב-x̄ = 5 m/(6 × 4 + 3 × 2) =.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מומנט = כוח × מרחק לנקודת הפעולה.

בפועל: השתמשו במרחק הניצב לקו הפעולה.

מיתוס: זוג כוחות נוטה להזיז גוף הצידה.

בפועל: לזוג כוחות כוח שקול אפס; הוא רק מסובב.

מיתוס: r × F = F × r.

בפועל: המכפלה הווקטורית מחליפה סימן כשהסדר מתהפך.

כרטיסיות

מומנט

M_O = r × F; גודל Fd.

וריניון

מומנט של כוח = סכום המומנטים של רכיביו.

מומנט סביב ציר

M_a = û·(r × F).

זוג כוחות

כוחות שווים, מנוגדים ומקבילים; מומנט Fd בכל מקום.

מערכת שקולה

כוח אחד ועוד זוג אחד בכל נקודה.

עומס מפולג

שקול = שטח, הפועל במרכז הגאומטרי.

בוחן לבדיקה עצמית

1. הזזת כוח לאורך הקו שלו משנה את המומנט שלו סביב O על ידי…

הכפלתו

כלום

היפוכו

איפוסו

כלום. המרחק הניצב אינו משתנה.

2. המומנט של זוג כוחות סביב נקודות שונות הוא…

שונה

אותו דבר

אפס

לא מוגדר

אותו דבר. זוג כוחות הוא וקטור חופשי.

3. לעומס אחיד w לאורך L יש שקול של…

w

wL ב- L/2

wL ב-L

wL²/2

wL ב-L/2. השטח במרכז הגאומטרי.

4. יחידת המומנט ב-SI היא…

N

N·m

N/m

Pa

N·m. כוח × מרחק.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

מגדלים גבוהים פירושם מומנטים גדולים. משרד האנרגיה האמריקאי אומר שטורבינות רוח ימיות נוטות להיות עצומות וגבוהות מפסל החירות, ושטורבינות גדולות יותר משתלמות יותר. דחיפת הרוח על רוטור הגבוה הרבה מעל הבסיס יוצרת מומנט הפיכה גדול, והמגדל, היסוד או הפלטפורמה הצפה חייבים לספק מומנט שווה ומנוגד. חישוב מומנט כמו זה שבתרגילים הוא נקודת המוצא של כל תכנון מגדל.

ב־Saving Planets: פיזיקה I

מקורות: משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · Engineering Statics, Chapter 4: Moments and static equivalence (https://engineeringstatics.org/Chapter_04.html)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 4 Moments and static equivalence (https://engineeringstatics.org/Chapter_04.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 10.6 Torque (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-6-torque): מומנטים בפיזיקה.
- PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): אינטראקטיבי.

צפו בהרצאה

15.4 Momentum of a System of Point Particles (https://ocw.mit.edu/courses/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/resources/15-3/) (באנגלית)

MIT 8.01SC Classical Mechanics (Fall 2016), MIT OpenCourseWare. רישיון: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · תנאי שימוש (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

סיימתי את היחידה הזו

שיווי משקל של גוף קשיח ב-2D

סמכים והריאקציות שלהם, דיאגרמות גוף חופשי של גופים קשיחים, שלוש משוואות שיווי המשקל במישור, איברי שני כוחות ושלושה כוחות, ומסוימות סטטית.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- החליפו כל סמך (פרק, גלגלת, ריתום) בריאקציות הנכונות.
- פתרו את ריאקציות הסמכים בעזרת $\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma M = 0$.
- זהו איברי שני כוחות.
- קבעו אם גוף מסוים סטטית, בלתי מסוים או נתמך באופן לא תקין.

מושגי מפתח

- גוף קשיח זקוק גם ל-$\Sigma F = 0$ וגם ל-$\Sigma M = 0$. ב-2D אלה שלוש משוואות: $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ ו-$\Sigma M_A = 0$ סביב נקודה A כלשהי.
- סמכים: גלגלת נותנת כוח אחד ניצב למשטח שלה, פרק נותן שני רכיבי כוח, וריתום נותן שני כוחות וזוג.
- קחו מומנטים סביב הנקודה שבה נפגשים הכי הרבה נעלמים; לרוב מתקבל נעלם אחד לכל משוואה.
- איבר שני כוחות (כוחות בשתי נקודות בלבד, ללא מומנט) נושא כוחות שווים ומנוגדים לאורך הקו המחבר את הנקודות.
- כשיש יותר ריאקציות נעלמות ממשוואות, הגוף בלתי מסוים סטטית; כשכל הריאקציות מקבילות או עוברות בנקודה אחת, הוא מרוסן באופן לא תקין.

משוואות מפתח

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0$$

```
F_x=0, F_y=0, M_A=0
```

שיווי משקל של גוף קשיח ב-2D

$$\text{unknowns} = 3 \;\Rightarrow\; \text{determinate (if properly supported)}$$

```
unknowns=3\ \ determinate (if properly supported)
```

מסוימות ב-2D

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 4.1 קורה פשוטה באורך 6 m (פרק ב-A, גלגלת ב-B) נושאת 12 kN במרחק 2 m מ-A. מצאו את הריאקציות.

1. $\Sigma M_A = 0$: $6R_B = 12 \times 2$.
2. $\Sigma F_y = 0$: $R_A = 12 - R_B$.

תשובה: $R_B = 4\ \text{kN}$, $R_A = 8\ \text{kN}$.

דוגמה 4.2 זיז באורך $3\ \text{m}$ נושא $2\ \text{kN/m}$ לכל אורכו ועוד $5\ \text{kN}$ בקצה. מצאו את הריאקציות בקיר.

1. שקול מפולג של $6\ \text{kN}$ ב-$1.5\ \text{m}$.
2. $V = 6 + 5;\ M = 6 \times 1.5 + 5 \times 3$.

תשובה: $V = 11\ \text{kN}$ כלפי מעלה, $M = 24\ \text{kN·m}$ בקיר.

דוגמה 4.3 לקורה באורך $8\ \text{m}$ יש פרק ב-$x = 0$, גלגלת ב-$x = 6\ \text{m}$ ועומס אחיד של $3\ \text{kN/m}$ לכל אורכה. מצאו את הריאקציות.

1. שקול של $24\ \text{kN}$ ב-$x = 4\ \text{m}$.
2. $\Sigma M_A: 6R_B = 24 \times 4$.
3. $R_A = 24 - R_B$.

תשובה: $R_B = 16\ \text{kN}$, $R_A = 8\ \text{kN}$.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. זרוע אופקית באורך $4\ \text{m}$ מחוברת בפרק לקיר; כבל מקצה הזרוע לקיר יוצר $30°$ עם הזרוע. עומס של $500\ \text{kg}$ תלוי בקצה. מצאו את מתיחות הכבל ואת ריאקציות הפרק (הזניחו את משקל הזרוע).

   $T = 9810\ \text{N},\ \Sigma M_{pin}: T\sin 30° \times 4 = 4905 \times 4;\ A_x = T\cos 30° = 8496\ \text{N};\ A_y = 4905 - 4905 = 0$.

2. לקורה יש פרק ושתי גלגלות. האם היא מסוימת?

   ארבע ריאקציות נעלמות, שלוש משוואות: בלתי מסוימת מדרגה ראשונה.

3. ערכים לדוגמה: מפתח גשר באורך $10\ \text{m}$ נושא קבוצת סרנים של משאית של $80\ \text{kN}$ במרחק $4\ \text{m}$ מסמך A. מצאו את הריאקציות.

   $R_B = 80 \times 4/10 = 32\ \text{kN};\ R_A = 48\ \text{kN}$ (ערכים לדוגמה).

4. מדוע קורה על שלוש גלגלות (כולן אנכיות) אינה בטוחה?

   שום דבר אינו מתנגד לכוח אופקי: היא מרוסנת באופן לא תקין אף שיש לה שלוש ריאקציות.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: סמך פרק נותן מומנט.

בפועל: פרק מאפשר לגוף להסתובב; רק ריתום נותן זוג.

מיתוס: תמיד קחו מומנטים סביב המרכז.

בפועל: בחרו את הנקודה שמסלקת הכי הרבה נעלמים.

מיתוס: שלוש ריאקציות פירושן תמיד מסוימות.

בפועל: לא אם כולן מקבילות או נפגשות בנקודה אחת.

כרטיסיות

גלגלת

ריאקציה אחת, ניצבת למשטח.

Pin

שתי ריאקציות כוח.

ריתום

שני כוחות וזוג (2D).

איבר שני כוחות

כוחות שווים ומנוגדים לאורך הקו בין קצותיו.

בלתי מסוים סטטית

יותר נעלמים ממשוואות שיווי משקל.

ריסון לא תקין

ריאקציות כולן מקבילות או נחתכות בנקודה.

בוחן לבדיקה עצמית

1. סמך גלגלת מספק...

כוח אחד

שני כוחות

כוח וזוג

כלום

כוח אחד. ניצב למשטח הגלגול.

2. כמה ריאקציות מספק ריתום ב-2D?

1

2

3

6

3. שני כוחות וזוג.

3. הכוחות של איבר שני כוחות פועלים...

בכל כיוון

לאורך הקו המחבר את שתי הנקודות

בניצב לאיבר

כזוג

לאורך הקו המחבר את שתי הנקודות. אחרת המומנטים לא היו מתאזנים.

4. כמה משוואות בלתי תלויות נותן גוף קשיח ב-2D?

2

3

4

6

3. שתיים של כוח ואחת של מומנט.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

כל דירוג של גשר מתחיל בריאקציות הסמכים. דוח ASCE מונה 623218 גשרים בארה"ב, מהם 6.8% במצב גרוע, ועל 63085 הוטלה הגבלת עומס ב-2024, כלומר הם מגבילים את משקל כלי הרכב המורשים לחצות. הגבלות עומס והחלטות תיקון נשענות על אותן משוואות שיווי משקל כמו ביחידה זו; הארכת חיי השירות של גשרים קיימים חוסכת גם את הבטון והפלדה שהחלפתם הייתה דורשת.

ב־Saving Planets: פתרונות

מקורות: · ASCE Report Card for America’s Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/)
Engineering Statics, Chapter 5: Rigid body equilibrium (https://engineeringstatics.org/Chapter_05.html)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 5 Rigid body equilibrium (https://engineeringstatics.org/Chapter_05.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 12.2 Examples of static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-2-examples-of-static-equilibrium): דוגמאות פתורות בפיזיקה.
- PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): אינטראקטיבי.

סיימתי את היחידה הזו

שיווי משקל של גוף קשיח ב-3D

סמכים ב-3D (מפרק כדורי, ציר, מיסב, ריתום), שש משוואות שיווי משקל, מומנטים סביב צירים לבידוד נעלמים, ומסוימות ב-3D.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- מדלו סמכים ב-3D עם הריאקציות הנכונות.
- כתבו ופתרו את שש משוואות שיווי המשקל ב-3D.
- השתמשו במומנטים סביב צירים שנבחרו היטב כדי למצוא נעלם אחד בכל פעם.
- ספרו נעלמים כדי לקבוע מסוימות ב-3D.

מושגי מפתח

- ב-3D גוף קשיח נותן שש משוואות: ΣF_x = ΣF_y = ΣF_z = 0 ו-ΣM_x = ΣM_y = ΣM_z = 0.
- מפרק כדורי נותן שלושה כוחות; משטח חלק או כבל נותנים אחד; ציר או מיסב נותנים עד חמש ריאקציות; ריתום נותן שלושה כוחות ושלושה זוגות.
- לקיחת מומנטים סביב ציר העובר דרך כמה כוחות נעלמים מסלקת את כולם מאותה משוואה.
- לוח שטוח על שלושה סמכים אנכיים תחת עומסים אנכיים משתמש בשלוש משוואות (ΣF_z, ΣM_x, ΣM_y); סמך רביעי הופך אותו לבלתי מסוים.
- ב-3D המכפלה הווקטורית r × F היא הדרך האמינה לקבל מומנטים; השתמשו בדטרמיננטה ושמרו על הסדר r ואז F.

משוואות מפתח

$$\sum \vec{F} = \vec{0}, \quad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$$

F= 0, M_O= 0

שש משוואות סקלריות ב-3D

$$M_x = yF_z - zF_y,\ M_y = zF_x - xF_z,\ M_z = xF_y - yF_x$$

M_x=yF_z-zF_y,\ M_y=zF_x-xF_z,\ M_z=xF_y-yF_x

רכיבי המומנט

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 5.1 לוח בגודל 1 m × 2 m מונח על סמכים ב-(0, 0), (2, 0) ו-(0, 1) m. עומס של 800 N פועל ב-(0.8, 0.4) m. מצאו את שלוש הריאקציות.

1. מומנטים סביב ציר x (הקו y = 0): $R_3 \times 1 = 800 \times 0.4$.

2. מומנטים סביב ציר y (הקו $x = 0$): $R_2 \times 2 = 800 \times 0.8$.

3. ΣF_z: $R_1 = 800 - R_2 - R_3$.

תשובה: $R_1 = 160$ N, $R_2 = 320$ N, $R_3 = 320$ N.

דוגמה 5.2 $\mathbf{F} = (0, 0, -200)$ N פועל ב-$(0.5, 0.3, 0)$ m. מצאו את המומנטים שלו סביב צירי x ו-y העוברים בראשית.

1. $M_x = yF_z - zF_y = 0.3 \times (-200)$.

2. $M_y = zF_x - xF_z = -0.5 \times (-200)$.

תשובה: $M_x = -60$ N·m, $M_y = +100$ N·m.

דוגמה 5.3 מעמד סימטרי בעל שלוש רגליים נושא 1.5 kN במרכזו. מצאו את הכוח בכל רגל.

1. מסימטריה, שלוש הריאקציות האנכיות שוות.

2. $3R = 1.5$ kN.

תשובה: 500 N לכל רגל.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. חזרו על דוגמת הלוח כשהעומס של 800 N נמצא ב-$(0.5, 0.5)$ m.

   $R_1 = 200$ N, $R_2 = 200$ N, $R_3 = 400$ N.

2. כמה ריאקציות נותן מפרק כדורי?

   שלושה רכיבי כוח וללא זוג.

3. שולחן עומד על ארבע רגליים. האם הסטטיקה לבדה יכולה לתת את ארבעת כוחות הרגליים תחת עומס אנכי?

   לא: ארבעה נעלמים אך רק שלוש משוואות שימושיות (ΣF_z, ΣM_x, ΣM_y), ולכן הוא בלתי מסוים.

4. מצאו את M_z עבור $\mathbf{F} = (100, 50, 0)$ N ב-$(0.2, 0.4, 0)$ m.

   $M_z = xF_y - yF_x = 10 - 40 = -30$ N·m.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: בבעיות 3D תמיד יש שישה נעלמים.

בפועל: רק כמספר שהסמכים נותנים; עומס מישורי על לוח משתמש בשלוש משוואות.

מיתוס: מומנטים סביב ציר משתמשים במרחק המלא לכוח.

בפועל: רק המרחק הניצב לציר, ורק רכיב הכוח שאינו מקביל לו, חשובים.

מיתוס: ציר תמיד נותן מומנט.

בפועל: צירים מיושרים כראוי ממודלים בדרך כלל ככוחות בלבד, כדי למנוע ריאקציות עודפות.

כרטיסיות

שיווי משקל ב-3D

ΣF = 0 ו-ΣM = 0: שש משוואות.

מפרק כדורי

שלושה כוחות.

ריתום (3D)

שלושה כוחות, שלושה זוגות.

מומנט סביב ציר

û·(r × F).

לוח על שלושה סמכים

מסוים לעומסים אנכיים.

שולחן בעל ארבע רגליים

בלתי מסוים לעומסים אנכיים.

בוחן לבדיקה עצמית

1. משוואות שיווי משקל של גוף קשיח ב-3D:

3

4

6

9

6. שלוש של כוח ושלוש של מומנט.

2. כמה ריאקציות נותן כבל?

1

2

3

6

1. מתיחות לאורך הכבל.

3. ציר העובר דרך שני כוחות נעלמים מסלק אותם מ...

ΣF

משוואת המומנטים סביב אותו ציר

כל המשוואות

כלום

משוואת המומנטים סביב אותו ציר. לכוחות העוברים דרך ציר אין מומנט סביבו.

4. ריתום ב-3D נותן...

3 ריאקציות

5 ריאקציות

6 ריאקציות

1 ריאקציה

6 ריאקציות. שלושה כוחות ושלושה זוגות.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

תחנת החלל הבינלאומית היא בעיית סטטיקה ב-3D שנבנתה במסלול. נאס"א מציינת מסה של 419725 kg ואומרת שלזרוע Canadarm2, באורך 55 רגל, יש שבעה מפרקים והיא משמשת להזזת מודולים שלמים. על הקרקע ובשיגור נבדקו כל מודול, מפרק ונקודת חיבור לכוחות ולמומנטים ב-3D, ושמונת מערכי השמש של התחנה מספקים 75 עד 90 קילוואט של אנרגיה נקייה למחקר המדעי שלה, כולל תצפית על כדור הארץ.

ב־Saving Planets: מבוא להנדסת אווירונאוטיקה וחלל

מקורות: NASA: International Space Station facts and figures (https://www.nasa.gov/international-space-station/space-station-facts-and-figures/) · Engineering Statics, Chapter 5: Rigid body equilibrium (https://engineeringstatics.org/Chapter_05.html)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 5 Rigid body equilibrium (3D) (https://engineeringstatics.org/Chapter_05.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): רשימות ותרגילים של MIT.

סיימתי את היחידה הזו

מסבכים: שיטת הצמתים ושיטת החתכים

מסבכים אידיאליים, מוטות במתיחה ובלחיצה, שיטת הצמתים, מוטות אפס, שיטת החתכים ומסוימות של מסבכים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- נסחו את ההנחות של מסבך אידיאלי.
- מצאו כוחות במוטות בשיטת הצמתים.
- זהו מוטות אפס במבט.
- מצאו במהירות כמה כוחות מוטות בשיטת החתכים.

מושגי מפתח

- למסבך אידיאלי מוטות ישרים המחוברים בפרקים ללא חיכוך ומועמסים רק בצמתים, כך שכל מוט הוא איבר שני כוחות במתיחה (T) או בלחיצה (C).
- שיטת הצמתים: כל צומת הוא חלקיק עם שתי משוואות; התחילו בצומת עם לכל היותר שני נעלמים.
- מוטות אפס: בצומת לא מועמס עם שני מוטות שאינם על קו אחד, שניהם אפס; בצומת לא מועמס עם שני מוטות על קו אחד ומוט שלישי, השלישי הוא אפס.
- שיטת החתכים: חתכו לכל היותר שלושה מוטות עם כוחות נעלמים והשתמשו בשלוש משוואות הגוף הקשיח בצד אחד; קחו מומנטים במקום שבו נפגשים שני מוטות חתוכים.
- מסבך מישורי עם m מוטות, r ריאקציות ו-j צמתים מסוים כאשר $m + r = 2j$ (והוא יציב).

משוואות מפתח

$$m + r = 2j$$

`m+r=2j`

מסוימות של מסבך מישורי

$$\sum F_x = \sum F_y = 0 \text{ at each joint}$$

`F_x= F_y=0\ at each joint`

שיטת הצמתים

$$F_{\text{chord}} = \frac{M}{h}$$

`F_chord=M/h`

כוח בחגורה ממומנט החתך ומעומק המסבך

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 6.1 מסבך משולש מגשר על 4 m וקודקודו בגובה 2 m באמצע המפתח; 10 kN תלויים בקודקוד. מצאו את כוחות המוטות.

1. ריאקציות: 5 kN בכל סמך.
2. ב-A: $F_{AC}\sin 45° = 5$, ולכן $F_{AC} = 7.07$ kN.
3. אופקית ב-A: $F_{AB} = F_{AC}\cos 45°$.

תשובה: AC ו-BC: 7.07 kN (C); AB: 5 kN (T).

דוגמה 6.2 עומק מסבך הוא 3 m. בחתך מסוים, המומנט של העומסים והריאקציות בצד שמאל סביב הצומת התחתון הוא 60 kN·m. מצאו את הכוח בחגורה העליונה.

1. מומנטים סביב הצומת התחתון שבו נפגשים שני המוטות החתוכים האחרים.
2. $F \times 3 = 60$.

תשובה: 20 kN (C) בחגורה העליונה.

דוגמה 6.3 במסבך גשר, צומת לא מועמס מחבר שני מוטות של החגורה התחתונה על קו אחד ומוט אנכי. מצאו את הכוח במוט האנכי.

1. סכמו כוחות בניצב לחגורה באותו צומת: רק למוט האנכי יש רכיב.

תשובה: אפס: זהו מוט אפס תחת עומס זה.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מסבך משולש מגשר על 6 m עם זוויות בסיס של 30°; 12 kN תלויים בקודקוד. מצאו את הכוחות.

   $R = 6$ kN כל אחת; $F_{AC} = 6/\sin 30° = 12$ kN (C); $F_{AB} = 12\cos 30° = 10.39$ kN (T).

2. למסבך מישורי 9 מוטות, 6 צמתים ו-3 ריאקציות. האם הוא מסוים?

   $m + r = 12 = 2j$, ולכן כן (אם הוא יציב).

3. למה לשמור מוטות אפס אם הם לא נושאים דבר?

   הם מקשיחים מוטות לחוצים נגד קריסה ונושאים עומס כשהעמסה משתנה.

4. נאס"א מציינת שאורך המסבך של תחנת החלל הוא 94 m ואורך התחנה מקצה לקצה 109 m. איזה חלק מהאורך הוא מסבך?

   $94/109 = 0.86$, כ-86%.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מוטות במסבך מתכופפים.

בפועל: במסבך אידיאלי המוטות רק מתארכים או מתקצרים (מתיחה או לחיצה טהורה).

מיתוס: אפשר להסיר מוטות אפס.

בפועל: הם מייצבים את המסבך ונושאים עומס במקרים אחרים.

מיתוס: תשובה שלילית פירושה טעות.

בפועל: אם הנחתם מתיחה, תשובה שלילית פירושה לחיצה.

כרטיסיות

מסבך אידיאלי

צמתים בפרקים, עומסים בצמתים, מוטות ישרים.

שיטת הצמתים

ΣF = 0 בכל צומת.

שיטת החתכים

חותכים 3 ≤ מוטות; משתמשים במשוואות הגוף הקשיח.

מוט אפס

אינו נושא עומס תחת ההעמסה הנתונה.

m + r = 2j

מסוימות של מסבך מישורי.

T ו-C

מתיחה מושכת את הצמתים; לחיצה דוחפת.

בוחן לבדיקה עצמית

1. כל מוט במסבך אידיאלי הוא…

קורה

איבר שני כוחות

כבל

זוג כוחות

איבר שני כוחות. עומסים רק בצמתים בפרקים.

2. כמה מוטות עם כוחות נעלמים יכולה שיטת החתכים לחתוך לכל היותר?

1

2

3

6

3. שלוש משוואות לגוף מישורי.

3. במסבך מישורי, מסוימות דורשת...

m = j

m + r = 2j

m = 3j

r = 3

m + r = 2j. שתי משוואות לכל צומת.

4. מוט שצמתיו מושכים אותו נמצא ב...

לחיצה

מתיחה

גזירה

פיתול

מתיחה. משיכה מאריכה אותו.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

עמוד השדרה של תחנת החלל הוא מסבך. נאס"א מציינת שאורך המסבך הוא 310 רגל (94 מטר), והוא נושא מערכי שמש שמוטת כנפיהם 109 מטר; שמונת המערכים מספקים 75 עד 90 קילוואט. מסבך משיג קשיחות רבה בחומר מועט משום שכל

מוט רק מתארך או מתקצר, ומסיבה זו גם מסבכים נושאים גשרים, עמודי חשמל ומגדלי סריג של טורבינות רוח בפחות פלדה.

ב־Saving Planets: מבוא להנדסת אווירונאוטיקה וחלל

מקורות: NASA: International Space Station facts and figures (https://www.nasa.gov/international-space-station/space-station-facts-and-figures/) · Engineering Statics, Chapter 6: Equilibrium of structures (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 6 Equilibrium of structures (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html): פרק מספר לימוד חינמי (מסבכים, מסגרות, מכונות).
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): רשימות MIT על מסבכים.

סיימתי את היחידה הזו

מסגרות ומכונות

מבנים עם איברים רב־כוחיים: פירוק מסגרות, כוחות בפרקים על כל איבר, יתרון מכני של מכונות ומערכות גלגלות.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- הבחינו בין מסגרת או מכונה לבין מסבך.
- פרקו מסגרת והפעילו את החוק השלישי של ניוטון בפרקים משותפים.
- מצאו את כוח המוצא ואת היתרון המכני של מכונות פשוטות.
- נתחו מערכות גלגלות אידיאליות.

מושגי מפתח

- מסגרות ומכונות כוללות לפחות איבר רב־כוחי אחד: איבר עם כוחות בשלוש נקודות או יותר, או עם כוחות ומומנטים, כך שהוא יכול להתכופף.
- פרקו את המבנה. בכל פרק משותף, הכוחות על שני האיברים שווים ומנוגדים.
- מצאו קודם איברי שני כוחות; כיוון הכוח שלהם ידוע, וזה מצמצם נעלמים.
- מכונה הופכת כוח כניסה לכוח יציאה; יתרון מכני MA = F_out/F_in (אידיאלי, ללא חיכוך).
- במערכת גלגלות אידיאלית העומס מתחלק בין קטעי החבל הנושאים אותו, ולכן מאמץ = עומס/n.

משוואות מפתח

$$MA = \frac{F_{\text{out}}}{F_{\text{in}}} = \frac{d_{\text{in}}}{d_{\text{out}}}$$

MA=_outF_in=_ind_out

יתרון מכני של מנוף (אידיאלי)

$$F_{\text{effort}} = \frac{W}{n}$$

F_effort=W/n

גלגלת אידיאלית עם n קטעים נושאים

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 7.1 יד לוחצת צבת ב-100 N במרחק 120 mm מהציר; הלסתות אוחזות במרחק 30 mm מהציר. מצאו את כוח האחיזה.

1. מומנטים סביב הציר על ידית אחת: 120 × 100 = 30 × F_jaw.

תשובה: 400 N (MA = 4).

דוגמה 7.2 עומס של 600 N במריצה נמצא 0.4 m מציר הגלגל; הידיות נמצאות 1.4 m מהציר. מצאו את כוח ההרמה.

1. מומנטים סביב הציר: $0.4 \times 600 = 1.4 \times F$.

תשובה: 171.4 N.

דוגמה 7.3 במערכת גלגלות אידיאלית 4 קטעי חבל נושאים עומס של 800 N. מצאו את המאמץ.

1. כל קטע נושא אותה מתיחות T; $4T = 800$.

תשובה: 200 N.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. לקוצץ ברגים מורכב יש שלבים עם יתרונות מכניים 4 ו-5. הידיים דוחפות ב-150 N. מצאו את כוח החיתוך.

   MA כולל $= 20$; $F = 3000$ N.

2. למערכת גלגלות (תחבולה) אידיאלית 6 קטעים נושאים תחת עומס של 1200 N. מצאו את כוח המשיכה.

   200 N.

3. מדוע אי אפשר להשתמש בשיטת הצמתים במסגרת?

   איברים רב־כוחיים נושאים כוחות שאינם לאורך האיבר, ולכן הצמתים לבדם אינם נותנים מספיק משוואות.

4. מנוף באורך 2 m ונקודת הסמך שלו 0.25 m מהעומס. איזה כוח מרים 1000 N?

   $F \times 1.75 = 1000 \times 0.25$, $F = 142.9$ N.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: כל איבר במסגרת הוא איבר שני כוחות.
בפועל: לפחות אחד רב־כוחי; זה מה שהופך אותה למסגרת.

מיתוס: מכונות יוצרות אנרגיה.
בפועל: מכונות אידיאליות מחליפות כוח במרחק; עבודה נכנסת שווה לעבודה יוצאת.

מיתוס: כוחות הפרק פועלים באותו כיוון על שני האיברים.

בפועל: שווים ומנוגדים, לפי החוק השלישי של ניוטון.

כרטיסיות

מסגרת

מבנה נייח עם איבר רב־כוחי.

מכונה

חלקים נעים המשנים כוח.

איבר רב־כוחי

כוחות בשלוש נקודות או יותר, או כוחות ומומנטים.

פרק משותף

כוחות שווים ומנוגדים על כל איבר.

יתרון מכני

F_out/F_in.

מערכת גלגלות אידיאלית

מאמץ = עומס/n.

בוחן לבדיקה עצמית

1. מסגרת שונה ממסבך משום שיש בה...

אין פרקים

איברים רב־כוחיים

כבלים בלבד

אין סמכים

איברים רב־כוחיים. איברים עם כוחות בשלוש נקודות או יותר.

2. בפרק משותף, הכוחות על שני האיברים הם...

שווים ומנוגדים

באותו כיוון

אפס

כפולים

שווים ומנוגדים. החוק השלישי.

3. MA אידיאלי של מנוף עם זרוע כניסה של 0.8 m וזרוע יציאה של 0.2 m:

0.25

4

1.6

0.8

.4. 0.8/0.2

4. מאמץ אידיאלי עם 3 קטעי חבל נושאים ועומס של 900 N:

900 N

450 N

300 N

2700 N

.300 N. 900/3

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

מסגרות שניתן לפרק ניתנות לשימוש חוזר. הסוכנות להגנת הסביבה האמריקאית (EPA) מדווחת ש-600 מיליון טונות של פסולת בנייה והריסה נוצרו בארצות הברית ב-2018, מהם מעט יותר מ-455 מיליון טונות הופנו לשימוש נוסף ומעט פחות מ-145 מיליון טונות נשלחו להטמנה. ה-EPA מעודדת פירוק ושימוש חוזר ברכיבי מבנים; מסגרות שתוכננו עם חיבורים בברגים או בפרקים, שאותן אתם מנתחים איבר אחר איבר ביחידה זו, קלות יותר לפירוק ולשימוש חוזר.

ב־Saving Planets: פתרונות

מקורות: U.S. EPA: Sustainable management of construction and demolition materials (https://www.epa.gov/smm/sustainable-management-construction-and-demolition-materials) · Engineering Statics, Chapter 6: Equilibrium of structures (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 6 Frames and machines (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): מנופים.

- [ ] **סיימתי את היחידה הזו**

מרכזי מסה גאומטריים, עומסים מפולגים, לחץ נוזלים ומומנטי התמד של שטח

מרכז כובד ומרכזים גאומטריים באינטגרציה ובחלקים מורכבים, עומסים מפולגים, לחץ הידרוסטטי על משטחים טבולים, ומומנטי התמד של שטח עם משפט הצירים המקבילים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- מצאו מרכזים גאומטריים של שטחים מורכבים.
- מצאו את השקול ואת קו הפעולה של לחץ הידרוסטטי על קיר או שער אנכי.
- חשבו מומנטי התמד של שטח למלבנים ולצורות מורכבות.
- הפעילו את משפט הצירים המקבילים.

מושגי מפתח

- מרכז הכובד הוא המקום שבו פועל המשקל הכולל. בלוח אחיד הוא זהה למרכז הגאומטרי של השטח: x̄ = ΣxᵢAᵢ/ΣAᵢ.
- חלקים מורכבים: פצלו צורה למלבנים, משולשים ועיגולים; חורים נספרים כשטחים שליליים.
- לחץ המים גדל באופן ליניארי עם העומק, p = ρgh. על קיר אנכי ברוחב b ובעומק h, השקול הוא ½ρgh²b והוא פועל בגובה h/3 מעל הקרקעית.
- מומנט ההתמד של שטח I = ∫y² dA מודד כמה רחוק השטח נמצא מציר; הוא קובע את קשיחות הקורה בכפיפה (הקורס הבא).
- משפט הצירים המקבילים: I = I_c + Ad², כאשר I_c סביב הציר העובר במרכז הגאומטרי ו-d המרחק בין הצירים.

משוואות מפתח

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i A_i}{\sum A_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}_i A_i}{\sum A_i}$$

```
x=( x_iA_i)/( A_i), y=( y_iA_i)/( A_i)
```

מרכז גאומטרי מורכב

$$p = \rho g h, \quad F_R = \tfrac{1}{2}\rho g h^2 b$$

```
p=ρ gh, F_R=12ρ g h^2 b
```

לחץ הידרוסטטי על קיר אנכי

$$I_x = \int y^2 \, dA, \quad I_{\text{rect}} = \frac{b h^3}{12}$$

```
I_x= y^2 dA, I_rect=(bh^3)/(12)
```

מומנט התמד של שטח

$$I = I_c + Ad^2$$

I=I_c+Ad^2

משפט הצירים המקבילים

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 8.1 צורת L בנויה ממוט 20 mm × 100 לאורך ציר x ועוד מוט 80 mm × 20 העומד על קצהו השמאלי (x מ-0 עד 20 mm, y מ-20 עד 100 mm). מצאו את המרכז הגאומטרי.

1. $A_1 = 2000$ mm² ב-(50, 10); $A_2 = 1600$ mm² ב-(10, 60).
2. $\bar{x} = (2000 \times 50 + 1600 \times 10)/3600$ =.
3. $\bar{y} = (2000 \times 10 + 1600 \times 60)/3600$.

תשובה: (32.2, 32.2) mm.

דוגמה 8.2 שער אנכי ברוחב 2 m עוצר מים בעומק 3 m. מצאו את הכוח השקול והיכן הוא פועל.

1. $F = \tfrac{1}{2}\rho g h^2 b = \tfrac{1}{2} \times 1000 \times 9.81 \times 3^2 \times 2$.
2. קו הפעולה: h/3 מעל הקרקעית.

תשובה: 88.3 kN, 1 m מעל הקרקעית (2 m מתחת לפני המים).

דוגמה 8.3 מצאו את I של מלבן ברוחב 100 mm ובעומק 200 mm סביב הציר העובר במרכזו הגאומטרי וסביב בסיסו.

1. $I_c = bh^3/12 = 100 \times 200^3/12$.
2. $I_{base} = I_c + A(100)^2$ עם $A = 20000$ mm².

תשובה: $I_c = 66.7 \times 10^6$ mm⁴; $I_{base} = 266.7 \times 10^6$ mm⁴ (= $bh^3/3$).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. הלשכה האמריקאית להשבת קרקעות (Reclamation) מציינת לחץ מים מרבי של 45000 lb/ft² בבסיס סכר הובר. המירו לפסקלים ומצאו את עומק המים שיוצר לחץ זה.

   45000 × 47.88 = 2.15 MPa; $h = p/(\rho g)$ = 219.6 m, כ-721 ft, קרוב לגובה הסכר, 726.4 ft.

2. מצאו את גובה המרכז הגאומטרי של חצי עיגול ברדיוס 0.3 m מעל הקוטר שלו.

$\bar{y} = 4r/(3\pi) = 0.127\ \text{m}$.

3. היכן נמצא המרכז הגאומטרי של משולש בגובה h?

h/3 מעל הבסיס.

4. מצאו את I_c של ריבוע $50 \times 50\ \text{mm}$.

$bh^3/12 = 50^4/12 = 520{,}833\ \text{mm}^4$ ($5.21 \times 10^5\ \text{mm}^4$).

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: המרכז הגאומטרי תמיד בתוך הצורה.

בפועל: לא בצורת L, C או טבעת; הוא יכול להימצא בחלל ריק.

מיתוס: מים דוחפים באותה עוצמה בכל עומק.

בפועל: הלחץ גדל באופן ליניארי עם העומק.

מיתוס: I זהה סביב כל ציר.

בפועל: הוא גדל עם ריבוע המרחק מהציר (משפט הצירים המקבילים).

כרטיסיות

מרכז גאומטרי

מיקום ממוצע משוקלל לפי שטח.

מרכז כובד

המקום שבו פועל המשקל הכולל.

לחץ הידרוסטטי

$p = \rho g h$.

כוח על קיר

$\tfrac{1}{2}\rho g h^2 b$ בגובה h/3 מעל הקרקעית.

מומנט התמד של שטח

$I = \int y^2\, dA$; $bh^3/12$ למלבן.

משפט הצירים המקבילים

$I = I_c + Ad^2$.

בוחן לבדיקה עצמית

1. השקול של לחץ המים על קיר אנכי פועל…

על פני השטח

באמצע העומק

h/3 מעל הקרקעית

בקרקעית

h/3 מעל הקרקעית. המרכז הגאומטרי של העומס המשולש.

2. חור בשטח מורכב מטופל כ…

מתעלמים ממנו

שטח שלילי

שטח כפול

נקודה

שטח שלילי. החסירו אותו.

3. הכפלת עומק המלבן מכפילה את I_c ב…

2

4

8

16

8. $I \propto h^3$.

4. לחץ המים בעומק h הוא…

ρg/h

ρgh

ρh²

gh/ρ

ρgh. הידרוסטטיקה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

סכר הובר הוא סטטיקה של זורמים יצוקה בבטון. הלשכה האמריקאית להשבת קרקעות מציינת שגובה הסכר 726.4 רגל מסלע היסוד ועד הכתר, שלחץ המים המרבי בבסיסו הוא 45000 ליברות לרגל מרובעת, ושהוא סכר קשת־כובד מבטון שבו עומס המים נישא הן בפעולת כובד והן בפעולת קשת אופקית. התרגיל מראה ש-45000 lb/ft² הם בערך מה שיוצרים 220 m של מים. המשקל והצורה של הסכר שומרים על שקול הלחץ בתוך בסיסו, כך שהוא אינו מחליק ואינו מתהפך, ובינתיים המאגר שלו מזין תחנת כוח הידרואלקטרית.

ב־Saving Planets: פיזיקה 2

מקורות: U.S. Bureau of Reclamation: Hoover Dam frequently asked questions (https://www.usbr.gov/lc/hooverdam/faqs/damfaqs.html) · Engineering Statics, Chapter 7: Centroids and centers of gravity (https://engineeringstatics.org/Chapter_07.html)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 7 Centroids and centers of gravity (https://engineeringstatics.org/Chapter_07.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- Engineering Statics, Ch. 10 Moments of inertia (https://engineeringstatics.org/Chapter_10.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 9.6 Center of mass (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-6-center-of-mass): נקודת המבט של הפיזיקה.
- OpenStax UP1, 14.1 Fluids, density and pressure https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-1-fluids-density-a) (nd-pressure): לחץ ועומק.
- PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): אינטראקטיבי.

צפו בהרצאה

29.2 Moment of Inertia of a Rod (/https://ocw.mit.edu/courses/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/resources/29-1) (באנגלית)

MIT 8.01SC Classical Mechanics (Fall 2016), MIT OpenCourseWare. רישיון: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-s/4.0/) · תנאי שימוש (/https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

סיימתי את היחידה הזו

כוחות פנימיים: דיאגרמות כוח גזירה ומומנט כפיפה, וכבלים

כוח נורמלי פנימי, כוח גזירה ומומנט כפיפה, מוסכמות סימן, דיאגרמות גזירה ומומנט משיווי משקל ומהקשרים עומס–גזירה–מומנט, וכבלים תחת עומסים מפולגים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- מצאו את הכוחות הפנימיים בכל חתך של קורה.
- שרטטו דיאגרמות גזירה ומומנט כפיפה לעומסים מרוכזים ומפולגים.
- השתמשו ב-w− = dV/dx וב-V = dM/dx לבדיקת הדיאגרמות.
- מצאו את המתיחות בכבל פרבולי.

מושגי מפתח

- חתכו קורה ב-x; הפאה החשופה נושאת כוח נורמלי N, כוח גזירה V ומומנט כפיפה M, שנמצאים משיווי המשקל של כל אחד מהחלקים.
- מוסכמת הסימן כאן: גזירה חיובית מסובבת קטע עם כיוון השעון; מומנט חיובי מכופף את הקורה לצורת חיוך (שקיעה).
- קשרים: w− = dV/dx (עומס ליחידת אורך, חיובי כלפי מטה) ו-V = dM/dx. עומס מרוכז יוצר קפיצה ב-V; זוג כוחות יוצר קפיצה ב-M.
- המומנט המרבי מתקבל במקום שבו V = 0 (או בקפיצה של V); זה הערך שקובע את מידות הקורה.
- כבל תחת עומס אופקי אחיד תלוי בצורת פרבולה; המתיחות האופקית היא H = wL²/(8s) למפתח L ושקיעה s, והמתיחות הגדולה ביותר היא בסמכים.

משוואות מפתח

$$\frac{dV}{dx} = -w, \quad \frac{dM}{dx} = V$$

dV/dx=-w, dM/dx=V

קשרי עומס–גזירה–מומנט

$$M_{\max} = \frac{wL^2}{8}$$

M_=(wL^2)/(8)

קורה פשוטה, עומס אחיד

$$H = \frac{wL^2}{8s}, \quad T_{\max} = \sqrt{H^2 + \left(\frac{wL}{2}\right)^2}$$

H=(wL^2)/(8s), T_=^2+(2)^2

כבל פרבולי

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 9.1 קורה פשוטה באורך 6 m נושאת 4 kN/m. מצאו את V(x), M(x) ואת המומנט המרבי.

1. ריאקציות: 12 kN כל אחת.
2. V = 12 − 4x; M = 12x − 2x².
3. V = 0 ב-x = 3 m.

תשובה: M_max = wL²/8 = 18 kN·m באמצע המפתח.

דוגמה 9.2 הקורה מיחידה 4 (6 m, 12 kN במרחק 2 m מ-A). שרטטו את V ואת M.

1. R_A = 8 kN, R_B = 4 kN.
2. V = +8 kN עבור 0 < x < 2, ואחר כך −4 kN.
3. M עולה ליניארית עד 2 × 8 מתחת לעומס, ואז יורד ל-0 ב-B.

תשובה: M_max = 16 kN·m מתחת לעומס.

דוגמה 9.3 כבל מגשר על 100 m עם שקיעה של 10 m ונושא 2 kN/m לאורך המפתח. מצאו את המתיחות האופקית והמרבית.

1. H = wL²/(8s) = 2 × 100²/80.
2. הרכיב האנכי בכל סמך = wL/2 = 100 kN.
3. T_max = √(H² + 100²).

תשובה: H = 250 kN; T_max = 269.3 kN.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. לזיז באורך 3 m יש 5 kN בקצה. תנו את V ואת המומנט המרבי.

   V = 5 kN בכל מקום; |M_max| = 15 kN·m בקיר (קימור כלפי מעלה).

2. מהם V ו-M באמצע המפתח של הקורה באורך 6 m עם 4 kN/m?

   V = 0, M = 18 kN·m.

3. אם שקיעת הכבל מוקטנת בחצי ל-5 m, מה קורה ל-H?

   H מוכפל ל-500 kN: כבלים שטוחים יותר מושכים חזק יותר.

4. קורה פשוטה באורך 5 m נושאת 6 kN/m. מצאו את M_max.

6 × 25/8 = 18.75 kN·m.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: המומנט המרבי תמיד באמצע המפתח.

בפועל: רק בעומסים סימטריים; באופן כללי הוא היכן ש-V = 0 או ש-V קופץ.

מיתוס: לדיאגרמות הגזירה והמומנט אותה צורה.

בפועל: M הוא האינטגרל של V, ולכן מעלתו גבוהה באחת.

מיתוס: כבל מתוח (שטוח) יותר חש פחות מתיחות.

בפועל: פחות שקיעה פירושה יותר מתיחות, H = wL²/(8s).

כרטיסיות

כוחות פנימיים

N, V ו-M בחתך.

dV/dx = −w

העומס קובע את שיפוע הגזירה.

dM/dx = V

הגזירה קובעת את שיפוע המומנט.

M_max

היכן ש-V = 0 או קופץ.

wL²/8

מומנט מרבי, עומס אחיד, מפתח פשוט.

כבל פרבולי

H = wL²/(8s).

בוחן לבדיקה עצמית

1. dM/dx שווה ל…

w

V

N

0

V. קשר מומנט–גזירה.

2. עומס מרוכז גורם לקפיצה ב…

M

V

שניהם

אף אחד מהם

V. הגזירה קופצת בגודל העומס.

3. M_{max} של קורה פשוטה עם עומס אחיד w לאורך L:

$wL/2$

$wL^2/2$

$wL^2/8$

$wL^3/12$

$wL^2/8$. תוצאה קלסית.

4. הקטנת השקיעה של כבל בחצי הופכת את H ל…

חצי

אותו דבר

כפול

פי ארבעה

כפול. $H \propto 1/s$.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

גשרים צריכים להחזיק מעמד יותר מאי פעם. דוח ASCE אומר שבקצב ההחלפה הנוכחי, גשר שנבנה היום יצטרך להחזיק 126 שנים, שכ-45% מהגשרים עברו את חיי התכן שלהם, 50 שנה, ושמשאיות כבדות מאלה שגשרים רבים תוכננו עבורן עלולות להעמיס יתר על רכיבי הגשר. דיאגרמות גזירה ומומנט הן הדרך שבה מהנדסים בודקים אם קורה ישנה עדיין יכולה לשאת את עומסי היום, וכך אפשר לשמר גשרים טובים במקום לבנות אותם מחדש.

ב־Saving Planets: פתרונות

מקורות: · ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/)
Engineering Statics, Chapter 8: Internal forces (https://engineeringstatics.org/Chapter_08.html)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 8 Internal forces (https://engineeringstatics.org/Chapter_08.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): רשימות MIT על קורות.

צפו בהרצאה

16.2 Momentum Diagrams (https://ocw.mit.edu/courses/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/resources/16-1/) (באנגלית)

MIT 8.01SC Classical Mechanics (Fall 2016), MIT OpenCourseWare. רישיון: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · תנאי שימוש (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

סיימתי את היחידה הזו

חיכוך

חיכוך יבש (קולון), תנועה עומדת להתרחש, זווית מנוחה, החלקה לעומת התהפכות, טריזים, סולמות וחיכוך רצועות או חבלים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- קבעו אם גוף מחליק, נשאר במקומו או מתהפך.
- פתרו בעיות של תנועה עומדת להתרחש בעזרת F = μ_sN.
- השתמשו בזווית המנוחה ובבעיית הסולם.
- השתמשו במשוואת חיכוך הרצועה $T_2/T_1 = e^{\mu\beta}$.

מושגי מפתח

- חיכוך סטטי מתאים את עצמו למה שנדרש, עד למקסימום F_max = μ_sN. ברגע שההחלקה מתחילה, החיכוך הקינטי הוא בערך μ_kN, לרוב מעט פחות.
- גוש על מדרון נשאר במקומו אם tan θ ≤ μ_s; הזווית התלולה ביותר, $\tan^{-1}\mu_s$, היא זווית המנוחה.
- בדקו גם החלקה וגם התהפכות: ארגז גבוה שנדחף גבוה עלול להתהפך לפני שיחליק.
- טריזים וברגים משתמשים בחיכוך כדי להחזיק עומסים; פתרו כל חלק כגוף קשיח כשהחיכוך מתנגד לתנועה העומדת להתרחש.
- חבל הכרוך סביב עמוד בזווית β (ברדיאנים) מחזיק $T_2 = T_1\, e^{\mu\beta}$, כך שכמה ליפופים מחזיקים עומס גדול במשיכה קטנה.

משוואות מפתח

$$F \le \mu_s N, \quad F_{\max} = \mu_s N$$

Fμ_sN, F_=μ_sN

חיכוך סטטי

$$\tan\theta_r = \mu_s$$

θ_r=μ_s

זווית מנוחה

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu\beta}$$

(T_2)/(T_1)=e^μβ

חיכוך רצועה (כננת)

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 10.1 ארגז של 50 kg מונח על מדרון של 20° עם $\mu_s = 0.4$. האם הוא מחליק?

1. $\tan 20° = 0.364 < 0.4$, ולכן הוא מחזיק.
2. חיכוך נדרש $= mg \sin 20° = 167.8$ N; זמין $= 0.4 \times mg \cos 20° = 184.4$ N.

תשובה: הוא נשאר במקומו; נדרש חיכוך של 167.8 N מתוך 184.4 N זמינים.

דוגמה 10.2 איזה כוח מקביל למדרון יתחיל להזיז את אותו ארגז כלפי מעלה?

1. החיכוך פועל עכשיו במורד המדרון, בערכו המרבי.
2. $P = mg \sin 20° + 0.4\, mg \cos 20°$.

תשובה: 352.2 N.

דוגמה 10.3 חבל כרוך 1.5 סיבובים סביב עמוד ($\beta = 3\pi$) עם $\mu = 0.3$. איזה עומס יכולה משיכה של 100 N להחזיק?

1. $T_2/T_1 = e^{0.3 \times 3\pi} = e^{2.83}$.

תשובה: יחס 16.9, ולכן כ-1690 N.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את זווית המנוחה עבור $\mu_s = 0.6$.

   $\tan^{-1} 0.6 = 31.0°$.

2. סולם באורך 5 m ששוקל 200 N נשען בזווית 60° לרצפה על קיר חלק. מצאו את ה-μ_s הקטן ביותר של הרצפה שמחזיק אותו.

   כוח הקיר: $N_w \times 5 \sin 60° = 200 \times 2.5 \cos 60°$, $N_w = 57.7$ N; רצפה $N = 200$ N; $\mu_{min} = 57.7/200 = 0.289$.

3. ארגז ברוחב 0.5 m ובגובה 1.5 m ($\mu_s = 0.4$) נדחף בקצהו העליון. האם הוא מחליק או מתהפך קודם?

   מחליק כאשר $P > 0.4W$; מתהפך כאשר $P \times 1.5 > W \times 0.25$, כלומר $P > 0.167W$. הוא מתהפך קודם.

4. חבל כרוך 2 סיבובים ($\beta = 4\pi$) עם $\mu = 0.2$. מצאו את T_2/T_1.

   $e^{0.8\pi} = 12.3$.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: החיכוך תמיד שווה ל-μN.

בפועל: רק בהחלקה עומדת להתרחש או בפועל; לפני כן הוא שווה למה שהאיזון דורש.

מיתוס: החיכוך תלוי בשטח המגע.

בפועל: במודל קולון הפשוט הוא תלוי רק ב-μ וב-N.

מיתוס: החיכוך תמיד מתנגד לתנועה, ולכן הוא מכוון במורד המדרון.

בפועל: הוא מתנגד לתנועה היחסית העומדת להתרחש; בגוש שעומד להחליק מטה, הוא מכוון במעלה המדרון.

כרטיסיות

חיכוך סטטי

$F \le \mu_s N$.

חיכוך קינטי

$F \approx \mu_k N$, לרוב מעט קטן יותר.

זווית מנוחה

$\tan\theta = \mu_s$.

בדיקת התהפכות

השוו מומנטים סביב קצה ההתהפכות.

משוואת הכנענת

$T_2/T_1 = e^{\mu\beta}$.

תנועה עומדת להתרחש

חיכוך בערכו המרבי, המתנגד לתנועה שעומדת לקרות.

בוחן לבדיקה עצמית

1. גוש נשאר על מדרון אם...

$\tan\theta \le \mu_s$

$\sin\theta \le \mu_s$

$\theta < 45°$

$N > W$

$\tan\theta \le \mu_s$. השוו את $mg\sin\theta$ ל-$\mu_s mg\cos\theta$.

2. לפני החלקה, החיכוך הסטטי הוא...

תמיד $\mu_s N$

מה שהאיזון דורש, עד $\mu_s N$

אפס

μ_kN

מה שהאיזון דורש, עד sN_μ. הוא מסתגל.

3. הוספת ליפוף חבל סביב עמוד מכפילה את יחס האחיזה ב…

μ

2π

e^{2πμ}

1

e^{2πμ}. אקספוננציאלי ב-β.

4. ארגז גבוה וצר שנדחף גבוה נוטה…

להחליק קודם

להתהפך קודם

לא לזוז לעולם

float

להתהפך קודם. בסיס קטן, דחיפה גבוהה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

מדרון נשאר במקומו מאותה סיבה שגוש על רמפה נשאר: החיכוך וחוזק הקרקע מתנגדים למשיכת הכבידה במורד המדרון. תוכנית סכנות המפולות של USGS פועלת לצמצום נזקים ארוכי טווח ממפולות על ידי הבנת הגורמים לכשל קרקע, ומציינת ששריפות יער עלולות להגביר את הרגישות למפולות בשטח הררי. שמירה על מדרונות מיוערים ויציבים מגינה הן על אנשים והן על אגני היקוות.

ב־Saving Planets: בירוא יערות

מקורות: Engineering Statics, Chapter 9: Friction (https://engineeringstatics.org/Chapter_09.html) · USGS Landslide Hazards Program (https://www.usgs.gov/programs/landslide-hazards)

מקורות לימוד חינמיים

- Engineering Statics, Ch. 9 Friction (https://engineeringstatics.org/Chapter_09.html): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 6.2 Friction (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/6-2-friction): נקודת המבט של הפיזיקה.
- PhET: Friction (https://phet.colorado.edu/en/simulations/friction): אינטראקטיבי.
- PhET: The Ramp (https://phet.colorado.edu/en/simulations/the-ramp): כוחות על מדרון.

סיימתי את היחידה הזו

תרגילים

התרגילים האלה נמצאים בתוך כל יחידה. פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה.

1. כוחות ווקטורים ב-2D וב-3D
   4 תרגילים
2. שיווי משקל של חלקיק
   4 תרגילים
3. מומנטים, זוגות כוחות ומערכות שקולות
   4 תרגילים
4. שיווי משקל של גוף קשיח ב-2D
   4 תרגילים
5. שיווי משקל של גוף קשיח ב-3D
   4 תרגילים
6. מסבכים: שיטת הצמתים ושיטת החתכים
   4 תרגילים
7. מסגרות ומכונות
   4 תרגילים
8. מרכזי מסה גאומטריים, עומסים מפולגים, לחץ נוזלים ומומנטי התמד של שטח
   4 תרגילים
9. כוחות פנימיים: דיאגרמות כוח גזירה ומומנט כפיפה, וכבלים
   4 תרגילים
10. חיכוך
    4 תרגילים

המעבדה (Statics lab)

המעבדה היא החלק המעשי של הקורס. כאן היא חינמית ולתרגול בלבד, ללא נקודות זכות.

כל מעבדה אפשר לבצע בסימולציית PhET חינמית או עם חפצים ביתיים זולים. שמרו על עומסים קטנים (לכל היותר כמה קילוגרמים), הרחיקו רגליים וידיים מתחת לעומסים תלויים, ולעולם אל תעמדו על מבנה ניסוי.

מקור בטיחות: OSHA: Hand and power tools (https://www.osha.gov/hand-power-tools)

מעבדה A: שולחן כוחות והכוח המאזן

שבוע 2

מטרה: חברו שני כוחות לפי רכיבים, חזו את הכוח היחיד שמאזן אותם, ובדקו את החיזוי בסימולציה ובמאזני קפיץ או מאזני מזוודות.

$$\vec{E} = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

E=-(F_1+ F_2)

הכוח המאזן שווה ומנוגד לשקול

מהלך הניסוי

1. פתחו את PhET Vector Addition. קבעו F_1 = 2.0 N ב-0° ו-F_2 = 3.0 N ב-90°, וקראו את גודל השקול ואת זוויתו.
2. חזו את הכוח המאזן (אותו גודל, כיוון הפוך) לפי רכיבים.
3. בבית: קשרו שלושה חוטים לטבעת קטנה. משכו שניים מהם במאזני מזוודות או מאזני קפיץ ב-0° וב-90° עד שיראו 2.0 N ו-3.0 N (כ-204 g ו-306 g), ומדדו את המשיכה והזווית של החוט השלישי במד־זווית בטלפון.
4. חזרו כש-F_2 ב-60° והשוו.

טבלת נתונים

כוח	גודל (N)	זווית (°)
F_1	2.00	0
F_2	3.00	90
שקול	3.61	56.3
כוח מאזן	3.61	236.3

ערכים שחושבו לפי רכיבים עבור הכוחות שנבחרו (ערכים לדוגמה); קריאות ביתיות מתאימות בדרך כלל בטווח של אחוזים בודדים.

חישוב לדוגמה

1. $R = \sqrt{(2^2 + 3^2)} = 3.61$ N בזווית $\tan^{-1}(3/2) = 56.3°$.
2. הכוח המאזן מצביע לכיוון ההפוך: 56.3° + 180° = 236.3°.
3. כש-F_2 ב-60°: $R = (3.5, 2.60)$ N, בגודל 4.36 N בזווית 36.6°.

בטיחות

- השתמשו בחוטים קצרים ובמשיכות עדינות; חוט שנקרע עלול להצליף לעיניים.

חלופה ביתית או וירטואלית

- שלב הטבעת והמאזניים הוא הגרסה הביתית; גם משקל מטבח וחוט מעל משענת כיסא יעבדו.

PhET: Vector Addition (https://phet.colorado.edu/en/simulations/vector-addition)

הקשר לכדור הארץ: מהנדסים מאזנים עומסי רוח על להבי טורבינות ומגדליהן בדיוק בחיבור וקטורי כזה. משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה B: מתיחות בכבל וזווית ערסל

שבוע 3

מטרה: מדדו כיצד המתיחות בשני חוטים סימטריים המחזיקים משקל גדלה ככל שהחוטים נעשים שטוחים יותר, והשוו ל-T = W/(2 sin θ).

$$T = \frac{W}{2\sin\theta}$$

```
T=(W)/(2θ)
```

θ נמדדת מהאופק

מהלך הניסוי

1. תלו מסה של 1.0 kg (בקבוק מים של 1 L) מאמצע חוט; קשרו כל קצה למאזן מזוודות שמחזיק עוזר או שמחובר לשתי משענות כיסא.
2. הזיזו את נקודות התלייה כדי לקבוע זוויות חוט של כ-90°, 60°, 45°, 30° ו-15° מהאופק (השתמשו במד־זווית בטלפון).
3. רשמו את שתי הקריאות בכל זווית וחשבו את ממוצען.
4. שרטטו את T כפונקציה של 1/sin θ; השיפוע צריך להיות W/2 = 4.9 N.

טבלת נתונים

θ מהאופק (°)	T (N) עבור 9.81 N
90	4.91
60	5.66
45	6.94
30	9.81
15	18.95

ערכים שחושבו מ-T = W/(2 sin θ) עבור מסה של 1.0 kg.

חישוב לדוגמה

1. ב-30° כל חוט נושא את כל המשקל, 9.81 N.
2. ב-15° כל אחד נושא כמעט פי שניים מהמשקל: 18.95 N.
3. שיפוע T כפונקציה של 1/sin θ = W/2 = 4.91 N.

בטיחות

- החזיקו את המסה נמוך מעל משטח רך והרחיקו את הרגליים מתחתיה.
- השתמשו רק במסה קלה; בזוויות קטנות מתיחות החוט נעשית גדולה.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית; גם שתי קריאות של משקל מטבח עם חוט מעל מוט חלק יעבדו.

PhET: Forces and Motion: Basics (https://phet.colorado.edu/en/simulations/forces-and-motion-basics)

הקשר לכדור הארץ: קווי העגינה של פלטפורמות רוח ימיות צפות מתוכננים לפי אותה גאומטריה: זוויות קו רדודות פירושן מתיחות גבוהה. U.S. DOE: Floating Offshore Wind Shot (https://www.energy.gov/eere/wind/floating-offshore-wind-shot)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה C: מומנטים ומסה לא ידועה על מאזניים

שבוע 5

מטרה: השתמשו ב-ΣM = 0 על מאזן סרגל כדי למצוא מסה לא ידועה, ובדקו את כללי האיזון ב-PhET.

$$m_1 d_1 = m_2 d_2$$

`m_1d_1=m_2d_2`

המומנטים מתאזנים סביב נקודת הסמך

מהלך הניסוי

1. ב-PhET Balancing Act, אזנו לבנה ידועה מול חפץ מסתורי וחשבו את מסתו מהמרחקים.
2. בבית: אזנו סרגל של 30 cm על עיפרון בסימן 15 cm שלו.
3. הניחו ערימת מטבעות ידועה של 20 g (שקלו אותה במשקל מטבח) במרחק 4, 6 ו-8 cm מנקודת הסמך, והחליקו את החפץ הלא ידוע עד שהסרגל מתאזן; רשמו את מרחקו בכל פעם.
4. חשבו את המסה הלא ידועה מכל ניסוי וחשבו ממוצע.

טבלת נתונים

20 g ידועים ב-(cm)	הלא ידוע מתאזן ב-(cm)
4.0	6.4
6.0	9.6
8.0	12.8

ערכים לדוגמה לחפץ לא ידוע של 12.5 g.

חישוב לדוגמה

1. m = 20 × 4.0/6.4 = 12.5 g, וכל שורה נותנת אותו ערך.
2. יחס המרחקים קבוע (1.6), והוא היחס ההפוך של המסות.

> **בטיחות**
>
> - אין, מלבד הרחקת מטבעות קטנים מילדים קטנים.

חלופה ביתית או וירטואלית

- שלב הסרגל והמטבעות הוא הגרסה הביתית.

PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act)

הקשר לכדור הארץ: אותו איזון מומנטים קובע כמה גדול צריך להיות היסוד של טורבינת רוח כדי לעמוד במומנט ההפיכה של הרוח. משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-wo rk)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה D: בנייה וניתוח של מסבך קטן

שבוע 8

מטרה: בנו מסבך משולש ממקלות יצירה, חזו את כוחות המוטות בשיטת הצמתים, וראו אילו מוטות במתיחה ואילו בלחיצה.

$$F_{AC} = \frac{P/2}{\sin\theta}, \quad F_{AB} = F_{AC}\cos\theta$$

```
F_AC=(P/2)/(θ), F_AB=F_ACθ
```

מסבך משולש סימטרי עם עומס P בקודקוד

מהלך הניסוי

1. הדביקו מקלות למשולש ברוחב 30 cm ובגובה 10 cm (זווית בסיס 33.7°).
2. הניחו אותו על שני ספרים ותלו 5, 10 ו-20 N (בקבוקי מים של 0.5, 1 ו-2 L) מהקודקוד.
3. חשבו את כוחות המוטות בשיטת הצמתים לכל עומס.
4. החליפו את המוט התחתון בחוט: הוא נשאר מתוח (מתיחה). נסו אותו דבר עם מוט משופע וראו אותו מתקפל (לחיצה).

טבלת נתונים

עומס P (N)	מוטות משופעים (N, C)	מוט תחתון (N, T)
5	4.51	3.75
10	9.01	7.50
20	18.0	15.0

ערכים שחושבו לגאומטריה של 10 cm × 30 cm (ערכים לדוגמה).

חישוב לדוגמה

1. $\theta = \tan^{-1}(10/15) = 33.7°$.
2. ב-10 N: $F_{AC} = 5/\sin 33.7° = 9.01$ N (C); $F_{AB} = 9.01\cos 33.7° = 7.50$ N (T).
3. כוחות המוטות גדלים ליניארית עם העומס.

בטיחות

- דבק חם שורף; תנו לחיבורים להתקרר.
- הרחיקו ידיים ורגליים מתחת לבקבוקים התלויים.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית; גם רצועות קרטון קשיח וסרט הדבקה יעבדו.

Engineering Statics: interactive truss examples (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html)

הקשר לכדור הארץ: המסבך באורך 94 m של תחנת החלל וכל מגדל סריג לרוח או לקווי חשמל נושאים עומסים דרך מוטות במתיחה ובלחיצה כמו אלה. NASA: International Space Station facts and figures (https://www.nasa.gov/international-space-station/space-station-facts-and-figures/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה E: מציאת מרכז גאומטרי בעזרת אנך

שבוע 10

מטרה: מצאו את המרכז הגאומטרי של צורת L מקרטון על ידי תלייתה משתי נקודות, והשוו לחישוב לפי שטחים מורכבים.

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i A_i}{\sum A_i}$$

x=(x_iA_i)/(A_i)

מרכז גאומטרי מורכב

מהלך הניסוי

1. גזרו L מקרטון: מוט של 4 cm × 20 בתחתית ומוט של 4 cm × 16 העומד על קצהו השמאלי.
2. נעצו סיכה ליד אחת הפינות, תנו לצורה ולאנך לתלות בחופשיות, וסמנו את קו האנך על הקרטון.
3. חזרו מפינה שנייה. הקווים נחתכים במרכז הגאומטרי; מדדו את ה-x וה-y שלו מהפינה השמאלית התחתונה.
4. חשבו את המרכז הגאומטרי משני המלבנים והשוו.

טבלת נתונים

חלק	שטח (cm²)	x̃ (cm)	ỹ (cm)
מוט תחתון	80	10	2
מוט זקוף	64	2	12
צורת L	144	6.44	6.44

ערכים שחושבו למידות הנתונות; נקודת החיתוך של קווי האנך צריכה ליפול בטווח של מילימטרים ספורים.

חישוב לדוגמה

1. $\bar{x} = (80 \times 10 + 64 \times 2)/144 = 6.44$ cm.
2. $\bar{y} = (80 \times 2 + 64 \times 12)/144 = 6.44$ cm.
3. המרכז הגאומטרי נמצא מחוץ לקרטון, באזור הפינה הריקה, וקווי האנך מאשרים זאת.

> **בטיחות**
>
> - חתכו בכיוון הרחק מהיד; השתמשו במשטח חיתוך.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית.

Engineering Statics, Chapter 7: centroids (https://engineeringstatics.org/Chapter_07.html)

הקשר לכדור הארץ: סכר כובד חייב לשמור את שקול משקלו ולחץ המים בתוך בסיסו; איתור מרכזים גאומטריים הוא הצעד הראשון. U.S. Bureau of Reclamation: Hoover Dam frequently asked questions (https://www.usbr.gov/lc/hooverdam/faqs/dafaqs.html)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה F: מדידת חיכוך על מדרון וסביב עמוד

שבוע 14

מטרה: מדדו את מקדם החיכוך הסטטי מזווית ההחלקה של קופסה על ספר מוטה, ומדדו כיצד כוח האחיזה של חבל גדל עם מספר הליפופים סביב ספל.

$$\mu_s = \tan\theta_{\text{slip}}, \qquad \frac{T_2}{T_1} = e^{\mu\beta}$$

μ_s=θ_slip, (T_2)/(T_1)=e^μβ

זווית החלקה וחיכוך כננת

מהלך הניסוי

1. הניחו קופסה קטנה על ספר בכריכה קשה והטו את הספר לאט; קראו את זווית ההחלקה במד־שיפוע בטלפון. חזרו שלוש פעמים.
2. חשבו μ_s = tan θ לכל ניסוי וחשבו ממוצע.
3. כרכו חוט 0.5, 1 ו-1.5 סיבובים סביב ספל חלק. תלו משקולת קטנה בקצה אחד ומדדו במאזן מזוודות את המשיכה הדרושה בקצה השני כדי בקושי להחזיק אותה.
4. השוו את היחס ל-{μβ}^e, × 2π = β מספר הסיבובים, בעזרת ה-μ שנמצא בניסוי אחד.

טבלת נתונים

ניסוי או סיבובים	קריאה	תוצאה
ניסוי 1	22°	μ_s = 0.404
ניסוי 2	24°	μ_s = 0.445
ניסוי 3	23°	μ_s = 0.424
0.5 סיבוב, μ = 0.25	—	יחס 2.19
1 סיבוב	—	יחס 4.81
1.5 סיבובים	—	יחס 10.55

ערכים לדוגמה; הזוויות שלכם תלויות במשטחי הקופסה והספר, וה-μ של 0.25 לחוט על הספל הוא ערך לדוגמה.

חישוב לדוגמה

1. μ_s ממוצע 0.424 = (0.404 + 0.445 + 0.424)/3 =.
2. כל חצי סיבוב נוסף מכפיל את יחס האחיזה ב-2.19 = {0.25π}^e.
3. סיבוב שלם: 4.81 = {0.5π}^e.

בטיחות

- השתמשו במשקולת קלה והחזיקו אותה מעל משטח רך.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית.

PhET: Friction (https://phet.colorado.edu/en/simulations/friction) · PhET: The Ramp (https://phet.colorado.edu/en/simulations/the-ramp)

הקשר לכדור הארץ: רעיון זווית ההחלקה הוא נקודת המוצא להערכת יציבות מדרונות, ש-USGS חוקרת כדי לצמצם נזקי מפולות. USGS Landslide Hazards Program (https://www.usgs.gov/programs/landslide-hazards)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מערכי תרגול למבחן

מדדו זמן: כ־10 דקות לבעיה. אחר כך השוו לפתרונות המלאים.

סט תרגול לבחינת אמצע (יחידות 5–1)

1. מצאו את השקול של 400 N לאורך +x ו-300 N לאורך +y.

   .θ = tan⁻¹(300/400) ;R = √(400² + 300²) .1

   תשובה: 500 N בזווית 36.9°.

2. מסה של 80 kg תלויה משני כבלים, כל אחד בזווית 40° מעל האופק. מצאו את המתיחות.

   .2T sin 40° = 784.8 N .1

   תשובה: 610.5 N.

3. F = (0, −250) N פועל ב-(3, 2) m. מצאו את המומנט שלו סביב הראשית.

   .M_z = xF_y − yF_x = 3(−250) − 0 .1

   תשובה: −750 N·m (750 N·m עם כיוון השעון).

4. קורה פשוטה באורך 5 m נושאת 10 kN במרחק 1.5 m מ-A. מצאו את הריאקציות.

   .ΣM_A: 5R_B = 10 × 1.5 .1

   תשובה: R_B = 3 kN, R_A = 7 kN.

5. זיז באורך 2 m נושא 3 kN/m. מצאו את הריאקציות בקיר.

   .1 שקול של 6 kN ב-1 m.

תשובה: V = 6 kN, M = 6 kN·m.

מערך תרגול מסכם (כל היחידות)

1. מסבך משולש מגשר על 8 m וקודקודו בגובה 3 m באמצע המפתח; 20 kN תלויים בקודקוד. מצאו את כוחות המוטות.

   1. R = 10 kN כל אחת; sin θ = 0.6, cos θ = 0.8.
   2. F_AC = 10/0.6; F_AB = F_AC × 0.8.

   תשובה: מוטות משופעים 16.67 kN (C); תחתון 13.33 kN (T).

2. לחתך T יש פלנג' של 120 mm × 20 mm מעל דופן של 100 mm × 20. מצאו את גובה המרכז הגאומטרי מהתחתית.

   1. דופן: 2000 mm² ב-50 mm; פלנג': 2400 mm² ב-110 mm.

   תשובה: 82.7 mm.

3. שער אנכי ברוחב 3 m עוצר מים בעומק 4 m. מצאו את השקול ואת גובהו מעל הקרקעית.

   1. F = ½ρgh²b.

   תשובה: 235.4 kN בגובה 1.33 m מעל הקרקעית.

4. קורה פשוטה באורך 8 m נושאת 5 kN/m. מצאו את הריאקציות ואת המומנט המרבי.

   1. R = wL/2; M = wL²/8.

   תשובה: 20 kN כל אחת; 40 kN·m.

5. ארגז של 30 kg מונח על מדרון של 25° עם μ_s = 0.5. האם הוא מחליק?

   1. tan 25° = 0.466 < 0.5.
   2. נדרש mg sin 25° לעומת זמין 0.5 mg cos 25°.

   תשובה: לא: נדרשים 124.4 N, זמינים 133.4 N.

6. חבל כרוך 2 סיבובים סביב עמוד עם μ = 0.2. מצאו את יחס האחיזה.

   1. $T_2/T_1 = e^{0.2 \times 4\pi}$.

   תשובה: 12.3.

דף נוסחאות

$$F_x = F\cos\theta,\ F_y = F\sin\theta$$

$$\vec{F} = F\,\hat{u}_{AB}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |A||B|\cos\theta$$

$$\sum \vec{F} = \vec{0},\ \sum \vec{M} = \vec{0}$$

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F},\ M = Fd$$

$$M_a = \hat{u}_a \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

$$F_R = \int w\,dx \text{ at the centroid}$$

$$m + r = 2j$$

$$\bar{x} = \sum \tilde{x}_i A_i / \sum A_i$$

$$p = \rho g h,\ F_R = \tfrac{1}{2}\rho g h^2 b$$

$$I = bh^3/12,\ I = I_c + Ad^2$$

$$dV/dx = -w,\ dM/dx = V$$

$$M_{\max} = wL^2/8$$

$$H = wL^2/(8s)$$

$$F \le \mu_s N,\ \tan\theta_r = \mu_s$$

$$T_2/T_1 = e^{\mu\beta}$$

קבועים

קבוע	ערך
תאוצת הכובד התקנית, g	9.80665 m/s² (אנו משתמשים ב-9.81 m/s²)
משקל של 1 kg בכובד תקני	9.81 N
צפיפות מים מתוקים (הערך המעוגל שבשימוש כאן)	1000 kg/m³
המשקל הסגולי של מים, ρg	9.81 kN/m³
1 רגל	0.3048 m (מדויק)
1 ליברה-כוח	4.448 N
1 ליברה לרגל מרובעת	47.88 Pa

מקור: NIST: Standard acceleration of gravity (https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?gn)

טקסטים וסימולציות בחינם

השתמשו בספרים, בהרצאות ובסימולציות החינמיים האלה לצד הקורס.

- Engineering Statics: Open and Interactive (Baker and Haynes) (https://engineeringstatics.org/): ספר לימוד סטטיקה אינטראקטיבי, מלא וחינמי.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): רשימות הרצאות ומערכי תרגילים חינמיים של MIT.
- OpenStax University Physics Volume 1, Chapter 12: Static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-1-conditions-for-static-equilibrium): מבט פיזיקלי חינמי על שיווי משקל.

- PhET: Vector Addition (https://phet.colorado.edu/en/simulations/vector-addition): חיבור ופירוק וקטורים.
- PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): מומנטים ואיזון.
- PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): לחץ זורם ועומק.

מילון מונחים

זווית מנוחה
זווית המדרון התלולה ביותר שבה גוף נשאר במקומו, $\tan^{-1}\mu_s$.

מומנט כפיפה
מומנט פנימי בחתך של קורה.

מרכז גאומטרי
המרכז הגאומטרי של שטח או נפח.

זוג כוחות
שני כוחות שווים, מנוגדים ומקבילים; מומנט טהור.

כוח מאזן
הכוח שמאזן מערכת כוחות.

ריתום
סמך המונע העתקה וסיבוב.

מסגרת
מבנה עם לפחות איבר רב־כוחי אחד.

תרשים גוף חופשי
שרטוט של גוף מבודד עם כל כוח חיצוני הפועל עליו.

יתרון מכני
כוח היציאה חלקי כוח הכניסה.

שיטת הצמתים
ניתוח מסבך עם $\Sigma F = 0$ בכל צומת.

שיטת החתכים
ניתוח מסבך בעזרת שיווי משקל של גוף קשיח עבור חלק חתוך.

מומנט
אפקט הסיבוב של כוח, $r \times F$.

משפט הצירים המקבילים
$I = I_c + Ad^2$.

סמך פרק
סמך המונע העתקה אך מאפשר סיבוב.

שקול
כוח יחיד השקול למערכת כוחות.

סמך גלגלת
סמך הנותן כוח אחד ניצב למשטח שלו.

כוח גזירה

כוח פנימי לרוחב חתך של קורה.

בלתי מסוים סטטית

יותר נעלמים ממשוואות שיווי משקל.

מסבך

מבנה של איברי שני כוחות המחוברים בפרקים בצמתים.

איבר שני כוחות

איבר המועמס בשתי נקודות בלבד; הכוחות פועלים לאורך הקו ביניהן.

מוט אפס

מוט מסבך שאינו נושא כוח תחת העמסה נתונה.

מחוון להערכה עצמית

לא ניתנים ציון או נקודות זכות. השתמשו בזה כדי להעריך בכנות איפה אתם עומדים בכל יחידה.

רמה	איך זה נראה
4 · שליטה מלאה	משרטט דיאגרמות גוף חופשי מלאות, בוחר היטב צירים ונקודות מומנט, בודק מסוימות ומאמת תשובות במשוואה שלא נוצלה.
3 · מיומן	פותר את תרגילי האימון עם טעויות סימן או יחידות מדי פעם.
2 · מתפתח	עוקב אחר דוגמאות פתורות אך מחמיץ כוחות בדיאגרמות הגוף החופשי או בוחר נקודות מומנט שמשאירות יותר מדי נעלמים.
1 · מתחיל	מציב מספרים בנוסחאות בלי דיאגרמת גוף חופשי; צריך לחזור על היחידה.

שקלול מוצע אם רוצים ציון

חלק	משקל
תרגילים	25%
מעבדות	20%
מערך תרגול לאמצע הקורס	25%
מערך תרגול מסכם	30%

שאפו לרמה 3 ומעלה בכל יחידה לפני שעוברים לקורס הבא.

קורסים קשורים

- פיזיקה 2 PHYS 210 + PHYS 210L
- דינמיקה ENGR 212

- חשבון אינפיניטסימלי 3 MATH 210
- כל הקורסים