Dernière mise à jour: November 1, 2026

🗺️ Parcours sur quatre ans · Année 2, Automne

À propos de ce cours

Ce cours gratuit compte 10 unités et 6 travaux pratiques. Ce sont les vrais totaux, pas un programme plus long raccourci.

Un contrôle est un nombre ou un résultat de code sur une page de cours qu'un script recalcule avant publication. Le nombre affiché et le nombre recalculé doivent correspondre.

> Ceci est le plan d'un cours gratuit en autonomie rédigé par Saving Planets. Ce n'est pas un cours universitaire : il ne donne aucun crédit académique et aucun établissement n'y participe.
>
> Son programme suit un cours semestriel de statique de deuxième année d'ingénieur. Il s'inspire des thèmes et du niveau de MIT 2.001 (la partie statique de Mechanics and Materials I, sur MIT OpenCourseWare), de Purdue ME 270 et de Georgia Tech COE 2001, ainsi que du manuel libre Engineering Statics: Open and Interactive et d'OpenStax University Physics Volume 1 (Chapter 12), auxquels nous renvoyons partout. Aucun de ces auteurs ou établissements ne cautionne cette page.
>
> Ce que nous ajoutons : chaque unité est reliée à un travail réel dans l'énergie propre, les infrastructures ou l'espace avec une source publique citée (éoliennes, éolien flottant en mer, ponts, barrage Hoover, station spatiale, glissements de terrain, matériaux de construction), chaque nombre de la page est recalculé par un script de vérification avant publication, et chaque TP a une simulation gratuite ou une version maison peu coûteuse.
>
> Suivez-le dans l'ordre. Chaque unité comporte des objectifs, des notions clés, des équations, des exemples pas à pas, des exercices corrigés en détail, des erreurs fréquentes, des cartes mémoire et un quiz. Votre progression est enregistrée uniquement dans ce navigateur.

Comment ce cours aide à sauver la planète

L'énergie propre et les infrastructures résilientes reposent sur la statique. Le mât d'une éolienne doit résister au moment de renversement du vent sur son rotor, une plateforme flottante en mer est maintenue par des lignes d'ancrage en équilibre, un barrage transforme la pression de l'eau en forces que son béton peut supporter, et chaque pont est vérifié en sommant forces et moments.

La statique permet aussi de construire plus léger et de gaspiller moins : un treillis ou une ossature bien conçus utilisent moins d'acier, de béton et de bois pour le même travail, et des structures plus

durables évitent la mise en décharge de matériaux. Chaque unité se termine par une courte section sourcée. Les valeurs qui ne proviennent pas d'une source sont signalées comme valeurs d'exemple.

Pour les enseignants

Vous pouvez enseigner ce cours, ou laisser un élève le faire seul. Il est gratuit. Saving Planets ne donne ni note ni crédit scolaire.

- Cette page est le cours entier : 10 unités et 6 travaux pratiques (ENGR 211).
- Prévoyez 15 semaines, environ 6 à 9 heures par semaine, y compris les semaines de travaux pratiques.
- Suivez le calendrier de 15 semaines. Lisez l'unité, faites les exercices sur papier, puis ouvrez la réponse. La semaine d'un TP, faites le TP ou la version à la maison.
- Un contrôle est un nombre ou un résultat de code sur la page qu'un script recalcule avant publication. Le nombre affiché et le nombre recalculé doivent correspondre.
- Utilisez Imprimer cette page, ou téléchargez le guide d'étude PDF. La feuille de formules est vers la fin.
- Demandez : en quoi cette unité aide-t-elle les gens et la planète ? Chaque unité a un encadré vert avec un fait sourcé.
- Copiez le modèle de guide enseignant et écrivez le nom de votre classe, le temps dont vous disposez et les questions que vous poserez. Ouvrir le modèle de guide enseignant

Avant de commencer

Prérequis

- Physique I : forces, lois de Newton, moment de force et diagrammes du corps libre.
- Calcul I et II : dérivées et intégrales (pour les charges réparties, les centroïdes et les diagrammes de moment).
- Vecteurs : composantes, produits scalaire et vectoriel (revus dans l'unité 1).
- Le Calcul III et l'algèbre linéaire aident pour les problèmes 3D mais ne sont pas requis.

Comment étudier

- Dessinez d'abord un diagramme du corps libre, à chaque fois. La plupart des erreurs de statique sont une force manquante ou en trop sur le diagramme.
- Choisissez des axes et un point de moment qui éliminent le plus d'inconnues possible.
- Résolvez d'abord avec des symboles, puis remplacez par des nombres en unités SI, et vérifiez unités et signes à la fin.
- Comptez les inconnues et les équations indépendantes avant de résoudre, pour savoir si le problème peut être résolu par la seule statique.

- Vérifiez la réponse avec une équation que vous n'avez pas utilisée (par exemple, un second point de moment).
- Faites chaque exercice sur papier avant d'ouvrir la réponse, et refaites les quiz quelques jours plus tard.

Ce qu'il vous faut

- Un ordinateur ou une tablette pour les simulations PhET gratuites (elles fonctionnent dans un navigateur).
- Un peson numérique à bagages ou une balance de cuisine, de la ficelle, quelques masses connues (des bouteilles d'eau ou des sachets de riz avec la masse sur l'étiquette conviennent).
- Une règle de 30 cm, un crayon, des pièces ou des rondelles, et une application de rapporteur ou d'inclinomètre sur smartphone.
- Des bâtonnets de bois ou du carton rigide, un pistolet à colle ou de la colle blanche, et des épingles.
- Une feuille de carton ondulé, des ciseaux, une punaise et un fil avec un petit poids (un fil à plomb).
- Un livre relié, une petite boîte, et une tasse lisse ou un poteau rond pour l'essai de frottement d'une corde.

Programme suggéré sur 15 semaines

Environ 6 à 9 heures par semaine : lecture, exercices et, les semaines de TP, le TP.

Semaine	Unité	Thèmes	Lecture
1	Forces et vecteurs en 2D et 3D	Unités, forces comme vecteurs, composantes 2D et résultantes	Engineering Statics Ch. 1–2
2	Forces et vecteurs en 2D et 3D	Vecteurs 3D, vecteurs position et unitaires, produit scalaire ; TP A	Ch. 2
3	Équilibre d'un point matériel	Diagrammes du corps libre, équilibre d'un point en 2D et 3D, ressorts ; TP B	Ch. 3; OpenStax UP1 12.1
4	Moments, couples et systèmes équivalents	Moments en 2D et 3D, produit vectoriel, Varignon	Ch. 4.1–4.4
5	Moments, couples et systèmes équivalents	Moment par rapport à un axe, couples, systèmes équivalents, charges réparties ; TP C	Ch. 4.5–4.8
6	Équilibre d'un solide en 2D	Appuis, équilibre d'un solide en 2D, isostaticité	Ch. 5.1–5.4; UP1 12.2
7	Équilibre d'un solide en 3D	Équilibre d'un solide en 3D ; entraînement au partiel	Ch. 5.5–5.6

Semaine	Unité	Thèmes	Lecture
8	Treillis : méthode des nœuds et méthode des sections	Treillis : nœuds, barres à effort nul, sections ; TP D	Ch. 6.1–6.4
9	Ossatures et mécanismes	Ossatures et mécanismes	Ch. 6.5–6.6
10	Centroïdes, charges réparties, pression des fluides et moments quadratiques	Centroïdes et centres de gravité, pièces composées ; TP E	Ch. 7
11	Centroïdes, charges réparties, pression des fluides et moments quadratiques	Charges réparties, pression des fluides, moments quadratiques	Ch. 7, Ch. 10; UP1 14.1
12	Efforts internes : diagrammes d’effort tranchant et de moment fléchissant, et câbles	Efforts internes, diagrammes d’effort tranchant et de moment	Ch. 8.1–8.2
13	Efforts internes : diagrammes d’effort tranchant et de moment fléchissant, et câbles	Relations charge–effort tranchant–moment, câbles	Ch. 8.3
14	Frottement	Frottement sec, coins, échelles, frottement des courroies ; TP F	Ch. 9; UP1 6.2
15	Révision	Révision et série d’exercices finale	Toutes les unités

Votre progression

Cochez les unités et les TP à mesure que vous les terminez, et faites les quiz. La progression et les scores sont enregistrés uniquement dans ce navigateur et ne nous sont jamais envoyés.

Unités

Forces et vecteurs en 2D et 3D

Ce qu'est la statique, unités, forces comme vecteurs, composantes, résultantes, vecteurs unitaires et vecteurs position en 3D, et le produit scalaire pour les angles et les projections.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Décomposer une force en composantes en 2D et 3D.
- Additionner des forces pour trouver une résultante et sa direction.
- Écrire une force dirigée selon une droite définie par deux points.
- Utiliser le produit scalaire pour trouver angles et projections.

Notions clés

- La statique étudie les corps dont l'accélération est nulle, donc les forces qui s'exercent sur eux s'équilibrent : ΣF = 0 et ΣM = 0.
- Une force a une intensité, une direction et un point (ou une ligne) d'application. En SI elle se mesure en newtons ; 1 kg pèse 9.81 N.
- En 2D, une force F faisant un angle θ avec l'axe x a pour composantes F cos θ et F sin θ. Les résultantes s'additionnent composante par composante.
- En 3D, écrivez F = F û, où û est un vecteur unitaire. Selon une droite de A vers B, û = (r_B − r_A)/|r_B − r_A|.
- Le produit scalaire A·B = |A||B| cos θ donne l'angle entre deux vecteurs et la composante d'une force selon n'importe quelle droite.

Équations clés

$$F_x = F\cos\theta, \quad F_y = F\sin\theta$$

F_x=Fθ, F_y=Fθ

Composantes en 2D

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad \theta = \tan^{-1}(R_y/R_x)$$

R=_x^2+R_y^2, θ=^-1(R_y/R_x)

Résultante

$$\vec{F} = F\,\hat{u}_{AB} = F\,\frac{\vec{r}_B - \vec{r}_A}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|}$$

F=F u_AB=F (r_B- r_A)/(| r_B- r_A|)

Force selon une droite

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos\theta$$

A· B=| A|| B|θ

Produit scalaire

Exemples résolus pas à pas

Exemple 1.1 Une force de 500 N agit à 30° au-dessus de l'axe +x. Trouvez ses composantes.

1. F_x = 500 cos 30° = 433 N.
2. F_y = 500 sin 30° = 250 N.

Réponse : F = (433, 250) N.

Exemple 1.2 Additionnez F_1 = 300 N selon +x et F_2 = 400 N à 120° de +x.

1. F_2 = (400 cos 120°, 400 sin 120°) = (−200, 346.4) N.
2. R = (100, 346.4) N, donc |R| = √(100² + 346.4²).
3. θ = $\tan^{-1}$(346.4/100).

Réponse : 360.6 N à 73.9° de +x.

Exemple 1.3 Un câble tire avec 1.2 kN depuis A(0, 0, 0) vers B(2, 3, 6) m. Écrivez la force comme un vecteur.

1. r_AB = (2, 3, 6) m, longueur √(4 + 9 + 36) = 7 m.
2. û = (2/7, 3/7, 6/7).
3. F = 1200 û.

Réponse : F = (343, 514, 1029) N.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Trouvez l'angle entre A = (3, 4, 0) et B = (4, 0, 3).

$A \cdot B = 12$, $|A| = |B| = 5$, $\cos\theta = 0.48$, $\theta = 61.3°$.

2. Trouvez la composante de $F = (100, 200, -50)$ N selon $\hat{u} = (0.6, 0.8, 0)$.

   $F \cdot \hat{u} = 60 + 160 = 220$ N.

3. Trouvez les angles directeurs de $F = (200, -300, 600)$ N.

   $|F| = 700$ N ; $\alpha = \cos^{-1}(2/7) = 73.4°$, $\beta = \cos^{-1}(-3/7) = 115.4°$, $\gamma = \cos^{-1}(6/7) = 31.0°$.

4. Valeurs d'exemple : une force de 50 kN sur une structure agit à 20° au-dessus de l'horizontale. Trouvez ses parties horizontale et verticale.

   $F_x = 50 \cos 20° = 47.0$ kN ; $F_y = 50 \sin 20° = 17.1$ kN.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Les forces s'additionnent comme des nombres : 300 N + 400 N = 700 N.

En réalité : Elles s'additionnent comme des vecteurs ; 300 N et 400 N à angle droit donnent 500 N.

Idée reçue : Un vecteur unitaire s'exprime en newtons.

En réalité : Un vecteur unitaire est sans dimension et de longueur 1 ; c'est l'intensité qui porte les unités.

Idée reçue : La masse et le poids sont la même chose.

En réalité : La masse est en kg ; le poids est une force, mg, en newtons.

Cartes mémoire

Statique

Corps au repos ou à vitesse constante : $\Sigma F = 0$, $\Sigma M = 0$.

Composantes

$F_x = F \cos\theta$, $F_y = F \sin\theta$.

Vecteur unitaire

$\hat{u} = r/|r|$, longueur 1.

Force selon une droite

$F = F\,(r_B - r_A)/|r_B - r_A|$.

Produit scalaire

$A \cdot B = |A||B| \cos\theta$.

Poids

$W = mg$, 9.81 N par kg.

Quiz d’autocontrôle

1. La résultante de 3 kN vers l’est et 4 kN vers le nord est…

7 kN

5 kN

1 kN

12 kN

5 kN. $\sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$.

2. Un vecteur unitaire a pour longueur…

0

1

F

dépend des unités

1. Par définition.

3. Le produit scalaire de deux vecteurs perpendiculaires vaut…

1

0

$|A||B|$

négatif

0. $\cos 90° = 0$.

4. L’unité SI de force est le…

kilogramme

newton

pascal

joule

newton. 1 N = 1 kg·m/s².

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Une pale d'éolienne est une leçon de vecteurs force. Le département de l'Énergie des États-Unis explique que le vent qui s'écoule sur une pale crée à la fois une portance et une traînée, et que la portance, plus forte que la traînée, fait tourner le rotor. Les ingénieurs décomposent ces forces selon le rotor et perpendiculairement à lui pour dimensionner les pales, le moyeu et le mât.

Sur Saving Planets : Physique I

Sources : DOE des États-Unis : comment fonctionnent les éoliennes ? (en anglais) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · Engineering Statics, Chapter 2: Forces and other vectors (https://engineeringstatics.org/Chapter_02.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 2 Forces and other vectors (https://engineeringstatics.org/Chapter_02.html): Chapitre de manuel gratuit.
- OpenStax UP1, 2.1 Scalars and vectors (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/2-1-scalars-and-vectors): Bases des vecteurs.
- PhET : Vector Addition (https://phet.colorado.edu/en/simulations/vector-addition): Interactif.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Équilibre d’un point matériel

Diagrammes du corps libre, équilibre de forces concourantes en 2D et 3D, câbles, poulies et ressorts.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Dessiner un diagramme du corps libre complet d’un point matériel.
- Résoudre un équilibre 2D à deux inconnues.
- Résoudre un équilibre 3D avec des forces de câble écrites comme vecteurs.
- Modéliser les ressorts par F = kδ.

Notions clés

- Un point matériel est un corps assez petit pour que toutes les forces s’appliquent en un point, donc seul ΣF = 0 compte (deux équations en 2D, trois en 3D).
- Un diagramme du corps libre (DCL) isole le corps et montre toutes les forces extérieures qui s’exercent sur lui, avec les directions connues et les inconnues nommées.
- Un câble ou une corde ne peut que tirer, selon sa propre direction. Sur une poulie idéale, la tension est la même des deux côtés.
- Un ressort linéaire tire ou pousse avec F = kδ, où δ est l’écart par rapport à sa longueur à vide.
- Si vous obtenez une tension négative, la direction supposée était fausse ; un câble ne peut pas pousser, il faut donc changer le montage.

Équations clés

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

`F_x=0, F_y=0`

Équilibre d’un point en 2D

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \;\Rightarrow\; \sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0$$

`F= 0\ \ F_x= F_y= F_z=0`

Équilibre d’un point en 3D

$$F = k\,\delta$$

Ressort linéaire

Exemples résolus pas à pas

Exemple 2.1 Une masse de 100 kg est suspendue à deux câbles, chacun à 30° au-dessus de l'horizontale. Trouvez la tension.

1. $W = 100 \times 9.81 = 981$ N.
2. Verticale : $2T \sin 30° = 981$.

Réponse : $T = 981$ N dans chaque câble.

Exemple 2.2 Une masse de 50 kg est suspendue au câble B à 30° et au câble C à 45° au-dessus de l'horizontale, de part et d'autre. Trouvez les deux tensions.

1. $W = 490.5$ N.
2. Horizontale : $T_B \cos 30° = T_C \cos 45°$.
3. Verticale : $T_B \sin 30° + T_C \sin 45° = 490.5$, donc $T_B (0.5 + 0.866) = 490.5$.

Réponse : $T_B = 359.1$ N, $T_C = 439.8$ N.

Exemple 2.3 Un ressort de $k = 2000$ N/m maintient une masse de 20 kg au repos. De combien s'allonge-t-il ?

1. $k\delta = mg = 196.2$ N.
2. $\delta = 196.2/2000$.

Réponse : 0.0981 m (98.1 mm).

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Un bloc de 10 kg repose sur un plan lisse incliné à 25°, retenu par un câble parallèle à la pente. Trouvez la tension et la réaction normale.

   $T = mg \sin 25° = 41.5$ N ; $N = mg \cos 25° = 88.9$ N.

2. Une charge de 600 N est suspendue à trois câbles attachés aux points (2, 0, 4), (−1, 1.732, 4) et (−1, −1.732, 4) m. Trouvez chaque tension.

   Chaque câble mesure $\sqrt{20} = 4.47$ m avec une part verticale de $4/4.47 = 0.894$; par symétrie $3T(0.894) = 600$, donc $T = 223.6$ N.

3. Deux élingues, chacune à 60° au-dessus de l'horizontale, soulèvent une charge de 2000 kg. Trouvez la tension dans les élingues.

   $T = 19620/(2 \sin 60°) = 11327$ N ≈ 11.3 kN.

4. Pourquoi la tension des élingues augmente-t-elle quand leur angle s'aplatit ?

   $T = W/(2 \sin \theta)$; quand $\theta \to 0$, $\sin \theta \to 0$ et T croît sans limite.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : La tension dans un câble est égale au poids qu'il porte.

En réalité : Seulement si le câble est vertical ; incliné, elle doit être plus grande.

Idée reçue : Les forces exercées par le corps sur ses appuis figurent sur son DCL.

En réalité : Seules les forces agissant sur le corps figurent sur son DCL.

Idée reçue : Un objet plus lourd sur une corde de poulie rend la tension différente de chaque côté.

En réalité : Une poulie idéale sans frottement garde la même tension des deux côtés.

Cartes mémoire

Point matériel

Toutes les forces se rencontrent en un point ; seul $\Sigma F = 0$.

Diagramme des forces

Le corps isolé avec toutes les forces extérieures qui s'exercent sur lui.

Câble

Tire uniquement selon sa propre direction.

Poulie idéale

Même tension des deux côtés.

Ressort

$F = k\delta$.

Réponse négative

La direction supposée était fausse.

Quiz d'autocontrôle

1. En 3D, un point matériel à l'équilibre donne combien d'équations indépendantes ?

1

2

3

6

3. $\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$.

2. Un câble peut…

pousser

tirer

pousser ou tirer

se tordent

tirer. Les câbles ne travaillent qu'en traction.

3. Deux câbles retiennent un poids à 30° chacun. Les aplatir à 15° rend la tension…

plus petite

pareil

plus grande

zéro

plus grande. $T = W/(2 \sin \theta)$.

4. La première étape de tout problème de statique est…

remplacer par des nombres

dessiner un diagramme du corps libre

prendre les moments

deviner

dessiner un diagramme du corps libre. Le DCL montre ce qu'il faut sommer.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Le département de l'Énergie des États-Unis note qu'une grande partie du potentiel éolien en mer se trouve au-dessus d'eaux trop profondes pour des fondations fixes ancrées au fond marin ; les éoliennes y ont donc besoin de plateformes flottantes. Une plateforme flottante reste en place parce que ses lignes d'ancrage, sa flottabilité et son poids s'équilibrent : c'est l'équilibre d'un point et d'un solide à une échelle gigantesque.

Sur Saving Planets : Physique I

Sources : U.S. DOE: Floating Offshore Wind Shot (https://www.energy.gov/eere/wind/floating-offshore-wind-shot) · Engineering Statics, Chapter 3: Equilibrium of particles (https://engineeringstatics.org/Chapter_03.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 3 Equilibrium of particles (https://engineeringstatics.org/Chapter_03.html): Chapitre de manuel gratuit.
- OpenStax UP1, 12.1 Conditions for static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-1-conditions-for-static-equilibrium): Point de vue de la physique.
- PhET : Forces and Motion: Basics (https://phet.colorado.edu/en/simulations/forces-and-motion-basics): Forces équilibrées.
- PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): Ressorts.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Moments, couples et systèmes équivalents

Moment d’une force en 2D et 3D, produit vectoriel, théorème de Varignon, moment par rapport à un axe, couples, systèmes de forces équivalents et résultantes des charges réparties.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Trouver le moment d’une force par rapport à un point en 2D (scalaire) et en 3D (produit vectoriel).
- Trouver le moment d’une force par rapport à un axe.
- Manipuler des couples et remplacer un système de forces par une force et un couple équivalents.
- Remplacer une charge répartie par sa résultante.

Notions clés

- Le moment d’une force par rapport à un point O est M_O = r × F, où r va de O à n’importe quel point de la ligne d’action de la force. En 2D, son intensité est F multipliée par la distance perpendiculaire d.
- Théorème de Varignon : le moment d’une force est égal à la somme des moments de ses composantes, donc M_z = xF_y − yF_x.
- Le moment par rapport à un axe est la composante de M_O selon cet axe : M_a = û_a·(r × F).
- Un couple est formé de deux forces égales, opposées et parallèles. Son moment Fd est le même par rapport à tout point : c’est un vecteur libre.
- Tout système de forces peut être remplacé par une force et un couple en n’importe quel point. Une charge répartie w(x) équivaut à une force égale à son aire, appliquée en son centroïde.

Équations clés

$$M_O = Fd, \quad \vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$

`M_O=Fd, M_O= r× F`

Moment d’une force

$$M_z = xF_y - yF_x$$

`M_z=xF_y-yF_x`

Varignon en 2D

$$M_a = \hat{u}_a \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

`M_a= u_a·( r× F)`

Moment par rapport à un axe

$$F_R = \int w\,dx, \quad \bar{x} = \frac{\int x\,w\,dx}{\int w\,dx}$$

F_R= w dx, x=(x w dx)/(w dx)

Résultante d’une charge répartie

Exemples résolus pas à pas

Exemple 3.1 Une traction de 200 N s’exerce au bout d’une clé de 0.40 m, à 60° du manche. Trouvez le moment par rapport au boulon.

1. Composante perpendiculaire de la force : 200 sin 60°.
2. M = 0.40 × 200 sin 60°.

Réponse : 69.3 N·m.

Exemple 3.2 Trouvez M_O pour r = (2, 1, 0) m et F = (0, 0, 500) N.

1. r × F = (1 × 500 − 0, 0 − 2 × 500, 0).
2. |M| = √(500² + 1000²).

Réponse : M_O = (500, −1000, 0) N·m, d’intensité 1118 N·m.

Exemple 3.3 Une poutre porte une charge uniforme de 4 kN/m sur 5 m et, ailleurs, une charge triangulaire passant de 0 à 6 kN/m sur 3 m. Trouvez chaque résultante.

1. Uniforme : aire 4 × 5 au milieu.
2. Triangle : aire ½ × 6 × 3 aux deux tiers depuis l’extrémité nulle.

Réponse : 20 kN à 2.5 m ; 9 kN à 2 m de l’extrémité nulle.

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Deux forces de 150 N forment un couple de bras 0.25 m. Trouvez le moment du couple.

   M = Fd = 37.5 N·m, le même par rapport à tout point.

2. F = (300, 400) N s’applique en (2, 1.5) m. Trouvez M par rapport à l’origine.

   $M_z = xF_y - yF_x = 800 - 450 = 350$ N·m, sens antihoraire.

3. Valeurs d’exemple : le vent pousse le rotor d’une éolienne avec 400 kN sur un moyeu situé à 100 m du sol. Trouvez le moment de renversement à la base.

   $M = 400$ kN × 100 m = 40 MN·m (valeurs d’exemple).

4. Remplacez 2 kN en x = 3 m et 4 kN en x = 6 m (tous deux vers le bas) par une seule force.

   $F_R = 6$ kN en $\bar{x} = (2 \times 3 + 4 \times 6)/6 = 5$ m.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Moment = force × distance au point d’application.
En réalité : Utilisez la distance perpendiculaire à la ligne d’action.

Idée reçue : Un couple tend à déplacer un corps latéralement.
En réalité : Un couple a une force résultante nulle ; il ne fait que tourner.

Idée reçue : r × F = F × r.
En réalité : Le produit vectoriel change de signe quand on inverse l’ordre.

Cartes mémoire

Moment

$M_O = r \times F$; intensité Fd.

Varignon

Moment d’une force = somme des moments de ses composantes.

Moment par rapport à un axe

$M_a = \hat{u} \cdot (r \times F)$.

Couple

Forces égales, opposées et parallèles ; moment Fd partout.

Système équivalent

Une force plus un couple en n’importe quel point.

Charge répartie

Résultante = aire, appliquée au centroïde.

Quiz d’autocontrôle

1. Déplacer une force le long de sa propre ligne change son moment par rapport à O en…

le doublant

rien

l’inversant

l’annulant

rien. La distance perpendiculaire est inchangée.

2. Le moment d’un couple par rapport à différents points est…

différent

pareil

zéro

non définie

pareil. Un couple est un vecteur libre.

3. Une charge uniforme w sur une longueur L a pour résultante…

w

wL en L/2

wL en L

$wL^2/2$

wL en L/2. L’aire au centroïde.

4. L’unité de moment dans le SI est…

N

N·m

N/m

Pa

N·m. Force × distance.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Tours hautes, grands moments. Le département de l'Énergie des États-Unis indique que les éoliennes en mer sont souvent massives et plus hautes que la statue de la Liberté, et que les turbines plus grandes sont plus rentables. La poussée du vent sur un rotor perché loin au-dessus de la base crée un grand moment de renversement, et la tour, la fondation ou la plateforme flottante doit fournir un moment égal et opposé. Un calcul de moment comme celui des exercices est le point de départ de toute conception de tour.

Sur Saving Planets : Physique I

Sources : DOE des États-Unis : comment fonctionnent les éoliennes ? (en anglais) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · Engineering Statics, Chapter 4: Moments and static equivalence (https://engineeringstatics.org/Chapter_04.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 4 Moments and static equivalence (https://engineeringstatics.org/Chapter_04.html): Chapitre de manuel gratuit.
- OpenStax UP1, 10.6 Torque (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-6-torque): Les moments en physique.
- PhET : Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): Interactif.

Regarder le cours magistral

15.4 Momentum of a System of Point Particles (https://ocw.mit.edu/courses/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/resources/15-3/) (en anglais)

MIT 8.01SC Classical Mechanics (Fall 2016), MIT OpenCourseWare. Licence : CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Conditions d'utilisation (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Lien fourni uniquement pour l'étude gratuite ; Saving Planets n'est ni affilié à cette université ni soutenu par elle.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Équilibre d’un solide en 2D

Appuis et leurs réactions, diagrammes du corps libre des solides, les trois équations d’équilibre plan, éléments à deux et trois forces, et isostaticité.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Remplacer chaque appui (articulation, rouleau, encastrement) par les bonnes réactions.
- Calculer les réactions d’appui avec ΣF_x = ΣF_y = ΣM = 0.
- Reconnaître les éléments à deux forces.
- Déterminer si un corps est isostatique, hyperstatique ou mal appuyé.

Notions clés

- Un solide doit vérifier ΣF = 0 et ΣM = 0. En 2D, cela fait trois équations : ΣF_x = 0, ΣF_y = 0 et ΣM_A = 0 par rapport à un point A quelconque.
- Appuis : un rouleau donne une force normale à sa surface, une articulation donne deux composantes de force, et un encastrement donne deux forces et un couple.
- Prenez les moments par rapport au point où se rencontrent le plus d’inconnues ; on obtient souvent une inconnue par équation.
- Un élément à deux forces (forces en deux points seulement, sans moment) porte des forces égales et opposées selon la droite joignant ces points.
- Avec plus de réactions inconnues que d’équations, le corps est hyperstatique ; avec des réactions toutes parallèles ou toutes concourantes, il est mal lié.

Équations clés

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0$$

```
F_x=0, F_y=0, M_A=0
```

Équilibre d’un solide en 2D

$$\text{unknowns} = 3 \;\Rightarrow\; \text{determinate (if properly supported)}$$

```
unknowns=3\ \ determinate (if properly supported)
```

Isostaticité en 2D

Exemples résolus pas à pas

Exemple 4.1 Une poutre sur appuis simples de 6 m (articulation en A, rouleau en B) porte 12 kN à 2 m de A. Trouvez les réactions.

1. $\Sigma M_A = 0$: $6R_B = 12 \times 2$.
2. $\Sigma F_y = 0$: $R_A = 12 - R_B$.

Réponse : $R_B = 4$ kN, $R_A = 8$ kN.

Exemple 4.2 Une console de 3 m porte 2 kN/m sur toute sa longueur plus 5 kN en bout. Trouvez les réactions à l'encastrement.

1. Résultante répartie de 6 kN à 1.5 m.
2. $V = 6 + 5$; $M = 6 \times 1.5 + 5 \times 3$.

Réponse : $V = 11$ kN vers le haut, $M = 24$ kN·m à l'encastrement.

Exemple 4.3 Une poutre de 8 m a une articulation en $x = 0$, un rouleau en $x = 6$ m et une charge uniforme de 3 kN/m sur toute la longueur. Trouvez les réactions.

1. Résultante de 24 kN en $x = 4$ m.
2. ΣM_A: $6R_B = 24 \times 4$.
3. $R_A = 24 - R_B$.

Réponse : $R_B = 16$ kN, $R_A = 8$ kN.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Une flèche horizontale de 4 m est articulée à un mur ; un câble allant de son extrémité au mur fait 30° avec la flèche. Une charge de 500 kg est suspendue en bout. Trouvez la tension du câble et les réactions de l'articulation (poids de la flèche négligé).

   ΣM_{pin} : $T \sin 30° \times 4 = 4905 \times 4$, $T = 9810$ N ; $A_x = T \cos 30° = 8496$ N ; $A_y = 4905 - 4905 = 0$.

2. Une poutre a une articulation et deux rouleaux. Est-elle isostatique ?

   Quatre réactions inconnues, trois équations : hyperstatique de degré un.

3. Valeurs d'exemple : une travée de pont de 10 m porte un groupe d'essieux de camion de 80 kN à 4 m de l'appui A. Trouvez les réactions.

R_B = 80 × 4/10 = 32 kN ; R_A = 48 kN (valeurs d’exemple).

4. Pourquoi une poutre sur trois rouleaux (tous verticaux) n’est-elle pas sûre ?

   Rien ne résiste à une force horizontale : elle est mal liée malgré ses trois réactions.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Une articulation transmet un moment.

En réalité : Une articulation laisse le corps tourner ; seul un encastrement donne un couple.

Idée reçue : Prenez toujours les moments par rapport au centre.

En réalité : Choisissez le point qui élimine le plus d’inconnues.

Idée reçue : Trois réactions signifient toujours isostatique.

En réalité : Pas si elles sont toutes parallèles ou concourantes en un point.

Cartes mémoire

Rouleau

Une réaction, normale à la surface.

Pin

Deux réactions en force.

Encastrement

Deux forces et un couple (2D).

Élément à deux forces

Forces égales et opposées selon la droite joignant ses extrémités.

Hyperstatique

Plus d’inconnues que d’équations d’équilibre.

Liaison incorrecte

Réactions toutes parallèles ou concourantes.

Quiz d’autocontrôle

1. Un appui à rouleau fournit…

une force

deux forces

une force et un couple

rien

une force. Normale à la surface de roulement.

2. Combien de réactions fournit un encastrement en 2D ?

1

2

3

6

3. Deux forces et un couple.

3. Les forces d'un élément à deux forces agissent...

dans n'importe quelle direction

selon la droite joignant les deux points

perpendiculairement à l'élément

comme un couple

selon la droite joignant les deux points. Sinon les moments ne s'équilibreraient pas.

4. Combien d'équations indépendantes donne un solide en 2D ?

2

3

4

6

3. Deux forces et un moment.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Toute évaluation de pont commence par les réactions d'appui. Le bulletin de l'ASCE recense 623218 ponts aux États-Unis, dont 6.8% en mauvais état, et 63085 étaient soumis à une limitation de charge en 2024, c'est-à-dire qu'ils limitent le poids des véhicules autorisés à les franchir. Les limitations de charge et les décisions de réparation reposent sur les mêmes équations d'équilibre que cette unité ; prolonger la vie des ponts existants économise aussi le béton et l'acier qu'exigerait leur remplacement.

Sur Saving Planets : Solutions

Sources : ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/) · Engineering Statics, Chapter 5: Rigid body equilibrium (https://engineeringstatics.org/Chapter_05.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 5 Rigid body equilibrium (https://engineeringstatics.org/Chapter_05.html): Chapitre de manuel gratuit.
- OpenStax UP1, 12.2 Examples of static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-2-examples-of-static-equilibrium): Exemples résolus de physique.
- PhET : Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): Interactif.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Équilibre d’un solide en 3D

Appuis en 3D (rotule, charnière, palier, encastrement), six équations d’équilibre, moments par rapport à des axes pour isoler les inconnues, et isostaticité en 3D.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Modéliser les appuis 3D avec les bonnes réactions.
- Écrire et résoudre les six équations de l’équilibre en 3D.
- Utiliser des moments par rapport à des axes bien choisis pour trouver une inconnue à la fois.
- Compter les inconnues pour juger de l’isostaticité en 3D.

Notions clés

- En 3D, un solide donne six équations : ΣF_x = ΣF_y = ΣF_z = 0 et ΣM_x = ΣM_y = ΣM_z = 0.
- Une rotule donne trois forces ; une surface lisse ou un câble en donne une ; une charnière ou un palier donne jusqu’à cinq réactions ; un encastrement donne trois forces et trois couples.
- Prendre les moments par rapport à un axe passant par plusieurs forces inconnues les élimine toutes de cette équation.
- Une plaque plane sur trois appuis verticaux avec des charges verticales utilise trois équations (ΣF_z, ΣM_x, ΣM_y) ; un quatrième appui la rend hyperstatique.
- En 3D, le produit vectoriel r × F est la méthode fiable pour obtenir les moments ; utilisez un déterminant et gardez l’ordre r puis F.

Équations clés

$$\sum \vec{F} = \vec{0}, \quad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$$

`F= 0, M_O= 0`

Six équations scalaires en 3D

$$M_x = yF_z - zF_y,\ M_y = zF_x - xF_z,\ M_z = xF_y - yF_x$$

`M_x=yF_z-zF_y,\ M_y=zF_x-xF_z,\ M_z=xF_y-yF_x`

Composantes du moment

Exemples résolus pas à pas

Exemple 5.1 Une plaque de 2 m × 1 m repose sur des appuis en (0, 0), (2, 0) et (0, 1) m. Une charge de 800 N s’applique en (0.8, 0.4) m. Trouvez les trois réactions.

1. Moments par rapport à l'axe x (droite y = 0) : $R_3 \times 1 = 800 \times 0.4$.
2. Moments par rapport à l'axe y (droite x = 0) : $R_2 \times 2 = 800 \times 0.8$.
3. ΣF_z: $R_1 = 800 - R_2 - R_3$.

Réponse : $R_1 = 160$ N, $R_2 = 320$ N, $R_3 = 320$ N.

Exemple 5.2 F = (0, 0, −200) N s'applique en (0.5, 0.3, 0) m. Trouvez ses moments par rapport aux axes x et y passant par l'origine.

1. $M_x = yF_z - zF_y = 0.3 \times (-200)$.
2. $M_y = zF_x - xF_z = -0.5 \times (-200)$.

Réponse : $M_x = -60$ N·m, $M_y = +100$ N·m.

Exemple 5.3 Un support symétrique à trois pieds porte 1.5 kN en son centre. Trouvez l'effort dans chaque pied.

1. Par symétrie, les trois réactions verticales sont égales.
2. $3R = 1.5$ kN.

Réponse : 500 N par pied.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Refaites l'exemple de la plaque avec la charge de 800 N en (0.5, 0.5) m.

   $R_3 = 400$ N, $R_2 = 200$ N, $R_1 = 200$ N.

2. Combien de réactions donne une rotule ?

   Trois composantes de force et aucun couple.

3. Une table repose sur quatre pieds. La statique seule peut-elle donner les quatre efforts sous une charge verticale ?

   Non : quatre inconnues mais seulement trois équations utiles (ΣF_z, ΣM_x, ΣM_y), donc elle est hyperstatique.

4. Trouvez M_z pour F = (100, 50, 0) N en (0.2, 0.4, 0) m.

   $M_z = xF_y - yF_x = 10 - 40 = -30$ N·m.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Les problèmes 3D ont toujours six inconnues.

En réalité : Seulement autant que les appuis en fournissent ; une charge plane sur une plaque utilise trois équations.

Idée reçue : Les moments par rapport à un axe utilisent la distance totale à la force.

En réalité : Seules comptent la distance perpendiculaire à l'axe et la composante de la force non parallèle à celui-ci.

Idée reçue : Une charnière donne toujours un moment.

En réalité : Des charnières bien alignées sont généralement modélisées sans moment, pour éviter des réactions redondantes.

Cartes mémoire

Équilibre en 3D

$\Sigma F = 0$ et $\Sigma M = 0$: six équations.

Rotule

Trois forces.

Encastrement (3D)

Trois forces, trois couples.

Moment par rapport à un axe

$\hat{u} \cdot (r \times F)$.

Plaque sur trois appuis

Isostatique pour des charges verticales.

Table à quatre pieds

Hyperstatique pour des charges verticales.

Quiz d'autocontrôle

1. Équations d'équilibre d'un solide en 3D :

3

4

6

9

6. Trois forces et trois moments.

2. Combien de réactions donne un câble ?

1

2

3

6

1. Traction le long du câble.

3. Un axe passant par deux forces inconnues les élimine...

ΣF

de l'équation des moments par rapport à cet axe

de toutes les équations

rien

de l'équation des moments par rapport à cet axe. Les forces passant par un axe n'ont aucun moment par rapport à lui.

4. Un encastrement en 3D donne...

3 réactions

5 réactions

6 réactions

1 réaction

6 réactions. Trois forces et trois couples.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

La Station spatiale internationale est un problème de statique 3D construit en orbite. La NASA indique une masse de 419725 kg et précise que le Canadarm2, long de 55 pieds, a sept articulations et sert à déplacer des modules entiers. Au sol et au lancement, chaque module, articulation et fixation a dû être vérifié pour les forces et moments 3D, et les huit panneaux solaires de la station fournissent de 75 à 90 kilowatts d'énergie propre pour ses travaux scientifiques, dont l'observation de la Terre.

Sur Saving Planets : Introduction à l'ingénierie aérospatiale

Sources : NASA: International Space Station facts and figures (https://www.nasa.gov/international-space-station/space-station-facts-and-figures/) · Engineering Statics, Chapter 5: Rigid body equilibrium (https://engineeringstatics.org/Chapter_05.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 5 Rigid body equilibrium (3D) (https://engineeringstatics.org/Chapter_05.html): Chapitre de manuel gratuit.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Notes et exercices du MIT.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Treillis : méthode des nœuds et méthode des sections

Treillis idéaux, barres tendues et comprimées, méthode des nœuds, barres à effort nul, méthode des sections et isostaticité des treillis.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Énoncer les hypothèses d’un treillis idéal.
- Trouver les efforts dans les barres par la méthode des nœuds.
- Repérer à vue les barres à effort nul.
- Trouver rapidement quelques efforts par la méthode des sections.

Notions clés

- Un treillis idéal a des barres droites reliées par des articulations sans frottement et chargées uniquement aux nœuds ; chaque barre est donc un élément à deux forces, en traction (T) ou en compression (C).
- Méthode des nœuds : chaque nœud est un point matériel avec deux équations ; commencez par un nœud ayant au plus deux inconnues.
- Barres à effort nul : à un nœud non chargé reliant deux barres non colinéaires, les deux sont nulles ; à un nœud non chargé avec deux barres colinéaires et une troisième, la troisième est nulle.
- Méthode des sections : coupez au plus trois barres à efforts inconnus et appliquez les trois équations d’un solide à un côté ; prenez les moments là où deux barres coupées se rencontrent.
- Un treillis plan à m barres, r réactions et j nœuds est isostatique quand m + r = 2j (et qu’il est stable).

Équations clés

$$m + r = 2j$$

```
m+r=2j
```

Isostaticité d’un treillis plan

$$\sum F_x = \sum F_y = 0 \text{ at each joint}$$

```
F_x= F_y=0\ at each joint
```

Méthode des nœuds

$$F_{\text{chord}} = \frac{M}{h}$$

`F_chord=M/h`

Effort de membrure à partir du moment de section et de la hauteur du treillis

Exemples résolus pas à pas

Exemple 6.1 Un treillis triangulaire franchit 4 m avec son sommet à 2 m de haut à mi-portée ; 10 kN sont suspendus au sommet. Trouvez les efforts dans les barres.

1. Réactions : 5 kN à chaque appui.
2. En A : F_AC sin 45° = 5, donc F_AC = 7.07 kN.
3. Horizontale en A : F_AB = F_AC cos 45°.

Réponse : AC et BC : 7.07 kN (C) ; AB : 5 kN (T).

Exemple 6.2 Un treillis a 3 m de hauteur. À une section, le moment des charges et réactions du côté gauche par rapport au nœud inférieur vaut 60 kN·m. Trouvez l'effort dans la membrure supérieure.

1. Moments par rapport au nœud inférieur où se rencontrent les deux autres barres coupées.
2. F × 3 = 60.

Réponse : 20 kN (C) dans la membrure supérieure.

Exemple 6.3 Dans un treillis de pont, un nœud non chargé relie deux barres colinéaires de la membrure inférieure et un montant vertical. Trouvez l'effort dans le montant.

1. Sommez les forces perpendiculaires à la membrure à ce nœud : seul le montant a une composante.

Réponse : Nul : c'est une barre à effort nul sous ce chargement.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Un treillis triangulaire franchit 6 m avec des angles de base de 30° ; 12 kN sont suspendus au sommet. Trouvez les efforts.

   R = 6 kN chacune ; F_AC = 6/sin 30° = 12 kN (C) ; F_AB = 12 cos 30° = 10.39 kN (T).

2. Un treillis plan a 9 barres, 6 nœuds et 3 réactions. Est-il isostatique ?

m + r = 12 = 2j, donc oui (s'il est stable).

3. Pourquoi garder des barres à effort nul si elles ne portent rien ?

   Elles contreventent les barres comprimées contre le flambement et portent des charges quand le chargement change.

4. La NASA indique que la poutre-treillis de l'ISS mesure 94 m et la station 109 m d'un bout à l'autre. Quelle fraction de la longueur est du treillis ?

   94/109 = 0.86, environ 86%.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Les barres d'un treillis fléchissent.

En réalité : Dans un treillis idéal, les barres ne font que s'allonger ou se raccourcir (traction ou compression pure).

Idée reçue : On peut supprimer les barres à effort nul.

En réalité : Elles stabilisent le treillis et portent des charges dans d'autres cas.

Idée reçue : Une réponse négative signifie une erreur.

En réalité : Si vous avez supposé une traction, une réponse négative signifie une compression.

Cartes mémoire

Treillis idéal

Nœuds articulés, charges aux nœuds, barres droites.

Méthode des nœuds

ΣF = 0 à chaque nœud.

Méthode des sections

Couper ≤ 3 barres ; appliquer les équations du solide.

Barre à effort nul

Ne porte aucune charge sous le chargement donné.

m + r = 2j

Isostaticité d'un treillis plan.

T et C

La traction tire sur les nœuds ; la compression pousse.

Quiz d'autocontrôle

1. Chaque barre d'un treillis idéal est...

une poutre

un élément à deux forces

un câble

un couple

un élément à deux forces. Charges uniquement aux nœuds articulés.

2. La méthode des sections peut couper au plus combien de barres à efforts inconnus ?

1

2

3

6

3. Trois équations pour un corps plan.

3. Pour un treillis plan, l'isostaticité exige...

m = j

m + r = 2j

m = 3j

r = 3

m + r = 2j. Deux équations par nœud.

4. Une barre tirée par ses nœuds est en...

compression

traction

cisaillement

torsion

traction. La traction l’allonge.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

L’ossature de la station spatiale est un treillis. La NASA donne pour sa poutre-treillis une longueur de 310 pieds (94 mètres), portant des panneaux solaires d’une envergure de 109 mètres ; les huit panneaux fournissent de 75 à 90 kilowatts. Un treillis obtient une grande rigidité avec peu de matière parce que chaque barre ne fait que s’allonger ou se raccourcir ; c’est aussi pourquoi les treillis soutiennent ponts, pylônes électriques et tours en treillis d’éoliennes avec moins d’acier.

Sur Saving Planets : Introduction à l’ingénierie aérospatiale

Sources : NASA: International Space Station facts and figures (https://www.nasa.gov/international-space-station/space-station-facts-and-figures/) · Engineering Statics, Chapter 6: Equilibrium of structures (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html)

Ressources d’apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 6 Equilibrium of structures (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html): Chapitre de manuel gratuit (treillis, ossatures, machines).
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Notes du MIT sur les treillis.

☐ **J’ai terminé cette unité**

Ossatures et mécanismes

Structures à éléments multiforces : démonter les ossatures, efforts aux articulations sur chaque élément, avantage mécanique des machines et systèmes de poulies.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Distinguer une ossature ou une machine d’un treillis.
- Démonter une ossature et appliquer la troisième loi de Newton aux articulations communes.
- Trouver la force de sortie et l’avantage mécanique de machines simples.
- Analyser des systèmes de poulies idéaux.

Notions clés

- Les ossatures et les machines comportent au moins un élément multiforce : un élément soumis à des forces en trois points ou plus, ou à des forces et des moments, de sorte qu’il peut fléchir.
- Démontez la structure. À chaque articulation commune, les forces sur les deux éléments sont égales et opposées.
- Trouvez d’abord les éléments à deux forces ; la direction de leur force est connue, ce qui réduit les inconnues.
- Une machine transforme une force d’entrée en force de sortie ; avantage mécanique MA = F_out/F_in (idéal, sans frottement).
- Dans un système de poulies idéal, la charge est partagée par les brins de corde qui la soutiennent, donc effort = charge/n.

Équations clés

$$MA = \frac{F_{\text{out}}}{F_{\text{in}}} = \frac{d_{\text{in}}}{d_{\text{out}}}$$

`MA=_outF_in=_ind_out`

Avantage mécanique d’un levier (idéal)

$$F_{\text{effort}} = \frac{W}{n}$$

`F_effort=W/n`

Poulie idéale à n brins porteurs

Exemples résolus pas à pas

Exemple 7.1 Une main serre une pince avec 100 N à 120 mm de l’axe ; les mâchoires serrent à 30 mm de l’axe. Trouvez la force de serrage.

1. Moments par rapport à l’axe sur une poignée : F_jaw × 30 = 100 × 120.

Réponse : 400 N (MA = 4).

Exemple 7.2 Une charge de brouette de 600 N se trouve à 0.4 m de l’essieu ; les poignées sont à 1.4 m de l’essieu. Trouvez la force de levage.

1. Moments par rapport à l’essieu : F × 1.4 = 600 × 0.4.

Réponse : 171.4 N.

Exemple 7.3 Un système de poulies idéal a 4 brins de corde soutenant une charge de 800 N. Trouvez l’effort.

1. Chaque brin porte la même tension T ; 4T = 800.

Réponse : 200 N.

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Un coupe-boulons composé a des étages d’avantages mécaniques 4 et 5. Les mains poussent avec 150 N. Trouvez la force de coupe.

   MA total = 20 ; F = 3000 N.

2. Un palan idéal a 6 brins porteurs sous une charge de 1200 N. Trouvez la traction.

   200 N.

3. Pourquoi ne peut-on pas utiliser la méthode des nœuds sur une ossature ?

   Les éléments multiforces portent des forces qui ne sont pas dirigées selon l’élément, donc les nœuds seuls ne donnent pas assez d’équations.

4. Un levier mesure 2 m avec le pivot à 0.25 m de la charge. Quelle force soulève 1000 N ?

   F × 1.75 = 1000 × 0.25, F = 142.9 N.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Chaque élément d'une ossature est un élément à deux forces.

En réalité : Au moins un est multiforce ; c'est ce qui en fait une ossature.

Idée reçue : Les machines créent de l'énergie.

En réalité : Les machines idéales échangent force contre distance ; travail fourni = travail restitué.

Idée reçue : Les efforts d'articulation agissent dans le même sens sur les deux éléments.

En réalité : Égaux et opposés, selon la troisième loi de Newton.

Cartes mémoire

Ossature

Structure fixe comportant un élément multiforce.

Machine

Pièces mobiles qui transforment une force.

Élément multiforce

Forces en trois points ou plus, ou forces et moments.

Articulation commune

Forces égales et opposées sur chaque élément.

Avantage mécanique

F_out/F_in.

Système de poulies idéal

Effort = charge/n.

Quiz d'autocontrôle

1. Une ossature diffère d'un treillis parce qu'elle a…

aucune articulation

des éléments multiforces

uniquement des câbles

aucun appui

des éléments multiforces. Des éléments avec trois points d’application de forces ou plus.

2. À une articulation commune, les forces sur les deux éléments sont…

égales et opposées

de même sens

zéro

doublées

égales et opposées. Troisième loi.

3. MA idéal d’un levier avec un bras d’entrée de 0.8 m et un bras de sortie de 0.2 m :

0.25

4

1.6

0.8

4. 0.8/0.2.

4. Effort idéal avec 3 brins porteurs et une charge de 900 N :

900 N

450 N

300 N

2700 N

300 N. 900/3.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Les ossatures démontables peuvent être réutilisées. L'EPA des États-Unis indique que 600 millions de tonnes de déchets de construction et de démolition ont été produites aux États-Unis en 2018, dont un peu plus de 455 millions de tonnes orientées vers une réutilisation et un peu moins de 145 millions de tonnes envoyées en décharge. L'EPA encourage la récupération et la réutilisation des éléments de construction ; les ossatures conçues avec des assemblages boulonnés ou articulés, que vous analysez élément par élément dans cette unité, sont plus faciles à démonter et à réutiliser.

Sur Saving Planets : Solutions

Sources : U.S. EPA: Sustainable management of construction and demolition materials (https://www.epa.gov/smm/sustainable-management-construction-and-demolition-materials) · Engineering Statics, Chapter 6: Equilibrium of structures (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 6 Frames and machines (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html): Chapitre de manuel gratuit.
- PhET : Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): Leviers.

- [ ] **J'ai terminé cette unité**

Centroïdes, charges réparties, pression des fluides et moments quadratiques

Centre de gravité et centroïdes par intégration et par décomposition, charges réparties, pression hydrostatique sur les surfaces immergées, et moments quadratiques avec le théorème des axes parallèles.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Trouver le centroïde de surfaces composées.
- Trouver la résultante et la ligne d’action de la pression hydrostatique sur un mur ou une vanne verticale.
- Calculer le moment quadratique de rectangles et de formes composées.
- Appliquer le théorème des axes parallèles.

Notions clés

- Le centre de gravité est le point où s’applique le poids total. Pour une plaque homogène, il coïncide avec le centroïde de la surface : $\bar{x} = \Sigma x_i A_i / \Sigma A_i$.
- Formes composées : découpez une forme en rectangles, triangles et cercles ; les trous comptent comme des aires négatives.
- La pression de l’eau croît linéairement avec la profondeur, $p = \rho g h$. Sur un mur vertical de largeur b et de profondeur h, la résultante vaut $\tfrac{1}{2}\rho g h^2 b$ et s’applique à $h/3$ au-dessus du fond.
- Le moment quadratique $I = \int y^2 \, dA$ mesure à quelle distance d’un axe se trouve la surface ; il gouverne la rigidité en flexion d’une poutre (cours suivant).
- Théorème des axes parallèles : $I = I_c + Ad^2$, où I_c est pris par rapport à l’axe centroïdal et d est la distance entre les axes.

Équations clés

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i A_i}{\sum A_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}_i A_i}{\sum A_i}$$

```
x=( x_iA_i)/( A_i), y=( y_iA_i)/( A_i)
```

Centroïde composé

$$p = \rho g h, \quad F_R = \tfrac{1}{2}\rho g h^2 b$$

```
p=ρ gh, F_R=12ρ g h^2 b
```

Pression hydrostatique sur un mur vertical

$$I_x = \int y^2\,dA, \quad I_{\text{rect}} = \frac{bh^3}{12}$$

I_x= y^2 dA, I_rect=(bh^3)/(12)

Moment quadratique

$$I = I_c + Ad^2$$

I=I_c+Ad^2

Théorème des axes parallèles

Exemples résolus pas à pas

Exemple 8.1 Une forme en L est faite d'une barre de 100 × 20 mm le long de l'axe x et d'une barre de 20 × 80 mm dressée sur son extrémité gauche (x de 0 à 20 mm, y de 20 à 100 mm). Trouvez le centroïde.

1. A_1 = 2000 mm² en (50, 10) ; A_2 = 1600 mm² en (10, 60).
2. $\bar{x}$ = (2000 × 50 + 1600 × 10)/3600.
3. $\bar{y}$ = (2000 × 10 + 1600 × 60)/3600.

Réponse : (32.2, 32.2) mm.

Exemple 8.2 Une vanne verticale de 2 m de large retient 3 m d'eau. Trouvez la force résultante et son point d'application.

1. F = ½ρgh²b = ½ × 1000 × 9.81 × 3² × 2.
2. Ligne d'action : h/3 au-dessus du fond.

Réponse : 88.3 kN, à 1 m au-dessus du fond (2 m sous la surface).

Exemple 8.3 Trouvez I pour un rectangle de 100 mm de large et 200 mm de haut, par rapport à son axe centroïdal et par rapport à sa base.

1. I_c = bh³/12 = 100 × 200³/12.
2. I_base = I_c + A(100)² avec A = 20000 mm².

Réponse : I_c = 66.7 × 10⁶ mm⁴ ; I_base = 266.7 × 10⁶ mm⁴ (= bh³/3).

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Le Bureau of Reclamation donne une pression d’eau maximale de 45000 lb/ft² à la base du barrage Hoover. Convertissez-la en pascals et trouvez la profondeur d’eau qui produit cette pression.

   45000 × 47.88 = 2.15 MPa ; h = p/(ρg) = 219.6 m, soit environ 721 ft, proche des 726.4 ft de hauteur du barrage.

2. Trouvez la hauteur du centroïde d’un demi-disque de rayon 0.3 m au-dessus de son diamètre.

   $\bar{y} = 4r/(3\pi) = 0.127$ m.

3. Où se trouve le centroïde d’un triangle de hauteur h ?

   À h/3 au-dessus de la base.

4. Trouvez I_c d’un carré de 50 × 50 mm.

   $bh^3/12 = 50^4/12 = 520{,}833$ mm⁴ (5.21×10^5 mm⁴).

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Le centroïde est toujours à l’intérieur de la forme.
En réalité : Pas pour un L, un C ou un anneau ; il peut se trouver dans le vide.

Idée reçue : L’eau pousse aussi fort à toutes les profondeurs.
En réalité : La pression croît linéairement avec la profondeur.

Idée reçue : I est le même par rapport à n’importe quel axe.
En réalité : Il croît avec le carré de la distance à l’axe (théorème des axes parallèles).

Cartes mémoire

Centroïde

Position moyenne pondérée par l’aire.

Centre de gravité

Point où s’applique le poids total.

Pression hydrostatique

$p = \rho g h$.

Force sur un mur

$\frac{1}{2}\rho g h^2 b$ à h/3 au-dessus du fond.

Moment quadratique

$I = \int y^2 \, dA$; $bh^3/12$ pour un rectangle.

Théorème des axes parallèles

$I = I_c + Ad^2$.

Quiz d’autocontrôle

1. La résultante de la pression de l’eau sur un mur vertical s’applique…

en surface

à mi-profondeur

à h/3 au-dessus du fond

au fond

à h/3 au-dessus du fond. Centroïde de la charge triangulaire.

2. Dans une surface composée, un trou est traité comme…

ignoré

une aire négative

aire doublée

un point

une aire négative. Soustrayez-le.

3. Doubler la hauteur d’un rectangle multiplie I_c par…

2

4

8

16

8. $I \propto h^3$.

4. La pression de l’eau à la profondeur h vaut…

ρg/h

ρgh

ρh²

gh/ρ

ρgh. Hydrostatique.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Le barrage Hoover, c’est de la statique des fluides en béton. Le Bureau of Reclamation indique que le barrage mesure 726.4 pieds de la roche de fondation à la crête, que la pression maximale de l’eau à sa base est de 45000 livres par pied carré, et qu’il s’agit d’un barrage-voûte poids en béton, où la charge de l’eau est reprise à la fois par l’effet de poids et par l’effet de voûte horizontal. L’exercice montre que 45000 lb/ft² correspondent à peu près à 220 m d’eau. Le poids et la forme du barrage maintiennent la résultante de cette pression à l’intérieur de sa base, de sorte qu’il ne glisse ni ne bascule, tandis que son réservoir alimente une centrale hydroélectrique.

Sur Saving Planets : Physique II

Sources : U.S. Bureau of Reclamation: Hoover Dam frequently asked questions (https://www.usbr.gov/lc/hooverdam/faqs/damfaqs.html) · Engineering Statics, Chapter 7: Centroids and centers of gravity (https://engineeringstatics.org/Chapter_07.html)

Ressources d’apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 7 Centroids and centers of gravity (https://engineeringstatics.org/Chapter_07.html): Chapitre de manuel gratuit.
- Engineering Statics, Ch. 10 Moments of inertia (https://engineeringstatics.org/Chapter_10.html): Chapitre de manuel gratuit.
- OpenStax UP1, 9.6 Center of mass (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-6-center-of-mass): Point de vue de la physique.
- OpenStax UP1, 14.1 Fluids, density and pressure (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-1-fluids-density-and-pressure): Pression et profondeur.
- PhET : Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): Interactif.

Regarder le cours magistral

29.2 Moment of Inertia of a Rod (https://ocw.mit.edu/courses/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/resources/29-1/) (en anglais)

MIT 8.01SC Classical Mechanics (Fall 2016), MIT OpenCourseWare. Licence : CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Conditions d'utilisation (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Lien fourni uniquement pour l'étude gratuite ; Saving Planets n'est ni affilié à cette université ni soutenu par elle.

- [ ] **J'ai terminé cette unité**

Efforts internes : diagrammes d’effort tranchant et de moment fléchissant, et câbles

Effort normal, effort tranchant et moment fléchissant internes, conventions de signe, diagrammes d’effort tranchant et de moment par l’équilibre et par les relations charge–effort tranchant–moment, et câbles sous charges réparties.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Trouver les efforts internes en toute section d’une poutre.
- Tracer les diagrammes d’effort tranchant et de moment fléchissant pour des charges ponctuelles et réparties.
- Utiliser dV/dx = −w et dM/dx = V pour vérifier les diagrammes.
- Trouver la tension dans un câble parabolique.

Notions clés

- Coupez une poutre en x : la face exposée porte un effort normal N, un effort tranchant V et un moment fléchissant M, obtenus par l’équilibre de l’un ou l’autre morceau.
- Convention de signe utilisée ici : un effort tranchant positif fait tourner un tronçon dans le sens horaire ; un moment positif courbe la poutre en sourire (flexion positive).
- Relations : dV/dx = −w (charge par unité de longueur, positive vers le bas) et dM/dx = V. Une charge ponctuelle crée un saut de V ; un couple crée un saut de M.
- Le moment maximal se produit là où V = 0 (ou à un saut de V) ; c’est la valeur qui dimensionne la poutre.
- Un câble sous une charge horizontale uniforme prend une forme parabolique ; la tension horizontale vaut H = wL²/(8s) pour une portée L et une flèche s, et la tension est maximale aux appuis.

Équations clés

$$\frac{dV}{dx} = -w, \quad \frac{dM}{dx} = V$$

```
dV/dx=-w, dM/dx=V
```

Relations charge–effort tranchant–moment

$$M_{\max} = \frac{wL^2}{8}$$

```
M_=(wL^2)/(8)
```

Poutre sur appuis simples, charge uniforme

$$H = \frac{wL^2}{8s}, \quad T_{\max} = \sqrt{H^2 + \left(\frac{wL}{2}\right)^2}$$

H=(wL^2)/(8s), T_=^2+(2)^2

Câble parabolique

Exemples résolus pas à pas

Exemple 9.1 Une poutre sur appuis simples de 6 m porte 4 kN/m. Trouvez V(x), M(x) et le moment maximal.

1. Réactions : 12 kN chacune.
2. V = 12 − 4x; M = 12x − 2x².
3. V = 0 en x = 3 m.

Réponse : M_max = wL²/8 = 18 kN·m à mi-portée.

Exemple 9.2 La poutre de l'unité 4 (6 m, 12 kN à 2 m de A). Tracez V et M.

1. R_A = 8 kN, R_B = 4 kN.
2. V = +8 kN pour 0 < x < 2, puis −4 kN.
3. M croît linéairement jusqu'à 8 × 2 sous la charge, puis décroît jusqu'à 0 en B.

Réponse : M_max = 16 kN·m sous la charge.

Exemple 9.3 Un câble franchit 100 m avec une flèche de 10 m et porte 2 kN/m le long de la portée. Trouvez les tensions horizontale et maximale.

1. H = wL²/(8s) = 2 × 100²/80.
2. Réaction verticale à chaque appui = wL/2 = 100 kN.
3. T_max = √(250² + 100²).

Réponse : H = 250 kN ; T_max = 269.3 kN.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Une console de 3 m porte 5 kN en bout. Donnez V et le moment maximal.

   V = 5 kN partout ; |M_max| = 15 kN·m à l'encastrement (flexion négative).

2. Que valent V et M à mi-portée de la poutre de 6 m sous 4 kN/m ?

   V = 0, M = 18 kN·m.

3. Si la flèche du câble est réduite de moitié à 5 m, qu'arrive-t-il à H ?

   H double à 500 kN : les câbles plus tendus tirent plus fort.

4. Une poutre sur appuis simples de 5 m porte 6 kN/m. Trouvez M_max.

   6 × 25/8 = 18.75 kN·m.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Le moment maximal est toujours à mi-portée.
En réalité : Seulement pour des charges symétriques ; en général, il se trouve là où V = 0 ou là où V saute.

Idée reçue : Les diagrammes d'effort tranchant et de moment ont la même forme.
En réalité : M est l'intégrale de V, donc d'un degré plus élevé.

Idée reçue : Un câble plus tendu (plus plat) subit moins de tension.
En réalité : Moins de flèche signifie plus de tension, $H = wL^2/(8s)$.

Cartes mémoire

Efforts internes

N, V et M à une coupure.

dV/dx = −w

La charge fixe la pente de l'effort tranchant.

dM/dx = V

L'effort tranchant fixe la pente du moment.

M_max

Là où V = 0 ou saute.

$wL^2/8$

Moment maximal, charge uniforme, travée simple.

Câble parabolique

$H = wL^2/(8s)$.

Quiz d’autocontrôle

1. dM/dx est égal à…

w

V

N

0

V. Relation moment–effort tranchant.

2. Une charge ponctuelle provoque un saut de…

M

V

les deux

aucun des deux

V. L’effort tranchant saute de la valeur de la charge.

3. M_max d’une poutre sur appuis simples sous charge uniforme w sur L :

wL/2

$wL^2/2$

$wL^2/8$

$wL^3/12$

$wL^2/8$. Résultat classique.

4. Diviser par deux la flèche d’un câble rend H…

moitié

pareil

double

quatre fois plus grande

double. H ∝ 1/s.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Les ponts doivent durer plus longtemps que jamais. Le bulletin de l'ASCE indique qu'au rythme actuel de remplacement, un pont construit aujourd'hui devra durer 126 ans, qu'environ 45% des ponts ont dépassé leur durée de vie de calcul de 50 ans, et que des camions plus lourds que ceux prévus pour de nombreux ponts peuvent surcharger leurs éléments. Les diagrammes d'effort tranchant et de moment permettent aux ingénieurs de vérifier si une poutre ancienne peut encore porter les charges actuelles, ce qui permet de préserver les bons ponts au lieu de les reconstruire.

Sur Saving Planets : Solutions

Sources : ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/) · Engineering Statics, Chapter 8: Internal forces (https://engineeringstatics.org/Chapter_08.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 8 Internal forces (https://engineeringstatics.org/Chapter_08.html): Chapitre de manuel gratuit.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Notes du MIT sur les poutres.

Regarder le cours magistral

16.2 Momentum Diagrams (https://ocw.mit.edu/courses/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/resources/16-1/) (en anglais)

MIT 8.01SC Classical Mechanics (Fall 2016), MIT OpenCourseWare. Licence : CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Conditions d'utilisation (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Lien fourni uniquement pour l'étude gratuite ; Saving Planets n'est ni affilié à cette université ni soutenu par elle.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Frottement

Frottement sec (de Coulomb), mouvement imminent, angle de talus naturel, glissement ou basculement, coins, échelles et frottement des courroies ou cordes.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Déterminer si un corps glisse, reste en place ou bascule.
- Résoudre des problèmes de mouvement imminent avec F = μ_sN.
- Utiliser l'angle de talus naturel et le problème de l'échelle.
- Utiliser l'équation du frottement des courroies $T_2/T_1 = e^{\mu\beta}$.

Notions clés

- Le frottement statique s'ajuste à ce qui est nécessaire, jusqu'à un maximum F_max = μ_sN. Une fois le glissement amorcé, le frottement cinétique vaut environ μ_kN, généralement un peu moins.
- Un bloc sur une pente reste en place si $\tan\theta \le \mu_s$; l'angle le plus raide, $\tan^{-1}\mu_s$, est l'angle de talus naturel.
- Vérifiez à la fois le glissement et le basculement : une caisse haute poussée en hauteur peut basculer avant de glisser.
- Coins et vis utilisent le frottement pour retenir les charges ; résolvez chaque pièce comme un solide, le frottement s'opposant au mouvement imminent.
- Une corde enroulée autour d'un poteau sur un angle β (en radians) retient $T_2 = T_1 e^{\mu\beta}$; quelques tours retiennent donc une grande charge avec une faible traction.

Équations clés

$$F \le \mu_s N, \quad F_{\max} = \mu_s N$$

Fμ_sN, F_=μ_sN

Frottement statique

$$\tan\theta_r = \mu_s$$

θ_r=μ_s

Angle de talus naturel

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu\beta}$$

(T_2)/(T_1)=e^μβ

Exemples résolus pas à pas

Exemple 10.1 Une caisse de 50 kg repose sur une pente de 20° avec $\mu_s = 0.4$. Glisse-t-elle ?

1. $\tan 20° = 0.364 < 0.4$, donc elle tient.
2. Frottement nécessaire = $mg \sin 20° = 167.8$ N ; disponible = $0.4 \times mg \cos 20° = 184.4$ N.

Réponse : Elle reste en place ; frottement nécessaire 167.8 N sur 184.4 N disponibles.

Exemple 10.2 Quelle force parallèle à la pente met la même caisse en mouvement vers le haut ?

1. Le frottement agit maintenant vers le bas de la pente, à son maximum.
2. $P = mg \sin 20° + 0.4\, mg \cos 20°$.

Réponse : 352.2 N.

Exemple 10.3 Une corde fait 1.5 tour autour d'un poteau ($\beta = 3\pi$) avec $\mu = 0.3$. Quelle charge une traction de 100 N peut-elle retenir ?

1. $T_2/T_1 = e^{0.3 \times 3\pi} = e^{2.83}$.

Réponse : Rapport de 16.9, donc environ 1690 N.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Trouvez l'angle de talus naturel pour $\mu_s = 0.6$.

   $\tan^{-1} 0.6 = 31.0°$.

2. Une échelle de 5 m pesant 200 N est appuyée à 60° du sol contre un mur lisse. Trouvez le plus petit μ_s au sol qui la retient.

   Force du mur N_w : $N_w \times 5 \sin 60° = 200 \times 2.5 \cos 60°$, $N_w = 57.7$ N ; sol N = 200 N ; $\mu_{min} = 57.7/200 = 0.289$.

3. Une caisse de 0.5 m de large et 1.5 m de haut ($\mu_s = 0.4$) est poussée par son arête supérieure. Glisse-t-elle ou bascule-t-elle d'abord ?

Elle glisse si $P > 0.4W$; elle bascule si $P \times 1.5 > W \times 0.25$, soit $P > 0.167W$. Elle bascule d'abord.

4. Une corde fait 2 tours ($\beta = 4\pi$) avec $\mu = 0.2$. Trouvez T_2/T_1.

   $e^{0.8\pi} = 12.3$.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Le frottement vaut toujours μN.

En réalité : Seulement au glissement imminent ou effectif ; avant, il vaut ce qu'exige l'équilibre.

Idée reçue : Le frottement dépend de l'aire de contact.

En réalité : Dans le modèle simple de Coulomb, il ne dépend que de μ et de N.

Idée reçue : Le frottement s'oppose toujours au mouvement, donc il est dirigé vers le bas de la pente.

En réalité : Il s'oppose au mouvement relatif imminent ; pour un bloc sur le point de descendre, il est dirigé vers le haut de la pente.

Cartes mémoire

Frottement statique

$F \leq \mu_s N$.

Frottement cinétique

$F \approx \mu_k N$, généralement un peu plus petit.

Angle de talus naturel

$\tan \theta = \mu_s$.

Vérification du basculement

Comparer les moments par rapport à l'arête de basculement.

Équation du cabestan

$T_2/T_1 = e^{\mu\beta}$.

Mouvement imminent

Frottement à son maximum, s'opposant au mouvement sur le point de se produire.

Quiz d'autocontrôle

1. Un bloc reste sur une pente si…

$\tan \theta \leq \mu_s$

sin θ ≤ μ_s

θ < 45°

N > W

tan θ ≤ μ_s. Comparez mg sin θ et μ_s mg cos θ.

2. Avant le glissement, le frottement statique est…

toujours μ_sN

ce qu’exige l’équilibre, jusqu’à μ_sN

zéro

μ_kN

ce qu’exige l’équilibre, jusqu’à μ_sN. Il s’ajuste.

3. Ajouter un tour de corde autour d’un poteau multiplie le rapport de retenue par…

μ

2π

e^{2πμ}

1

e^{2πμ}. Exponentiel en β.

4. Une caisse haute et étroite poussée en hauteur a tendance à…

glisser d’abord

basculer d’abord

ne jamais bouger

float

basculer d’abord. Petite base, poussée haute.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Une pente tient pour la même raison qu'un bloc sur une rampe : le frottement et la résistance du sol s'opposent à la traction de la gravité vers le bas de la pente. Le programme Landslide Hazards de l'USGS s'efforce de réduire les pertes à long terme dues aux glissements de terrain en comprenant les causes des ruptures de sol, et note que les incendies de forêt peuvent accroître la sensibilité aux glissements en terrain montagneux. Garder les pentes végétalisées et stables protège à la fois les populations et les bassins versants.

Sur Saving Planets : Déforestation

Sources : USGS Landslide Hazards Program (https://www.usgs.gov/programs/landslide-hazards) · Engineering Statics, Chapter 9: Friction (https://engineeringstatics.org/Chapter_09.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- Engineering Statics, Ch. 9 Friction (https://engineeringstatics.org/Chapter_09.html): Chapitre de manuel gratuit.
- OpenStax UP1, 6.2 Friction (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/6-2-friction): Point de vue de la physique.
- PhET: Friction (https://phet.colorado.edu/en/simulations/friction): Interactif.
- PhET : The Ramp (https://phet.colorado.edu/en/simulations/the-ramp): Forces sur une pente.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Exercices

Ces exercices sont dans chaque unité. Faites-les sur papier, puis ouvrez la réponse.

1. Forces et vecteurs en 2D et 3D
   4 exercices
2. Équilibre d'un point matériel
   4 exercices
3. Moments, couples et systèmes équivalents
   4 exercices
4. Équilibre d'un solide en 2D
   4 exercices
5. Équilibre d'un solide en 3D
   4 exercices
6. Treillis : méthode des nœuds et méthode des sections
   4 exercices
7. Ossatures et mécanismes

4 exercices

8. Centroïdes, charges réparties, pression des fluides et moments quadratiques
   4 exercices
9. Efforts internes : diagrammes d’effort tranchant et de moment fléchissant, et câbles
   4 exercices
10. Frottement
    4 exercices

Le laboratoire (Statics lab)

Le labo est la partie pratique du cours. Ici, il est gratuit et sert uniquement à s’entraîner, sans crédits.

Chaque labo peut se faire dans une simulation PhET gratuite ou avec des objets ménagers bon marché. Gardez des charges faibles (quelques kilogrammes au plus), ne mettez ni pieds ni mains sous une charge suspendue, et ne montez jamais sur une structure d’essai.

Référence de sécurité : OSHA: Hand and power tools (https://www.osha.gov/hand-power-tools)

Labo A : Table de forces et force équilibrante

SEMAINE 2

Objectif : Additionnez deux forces par composantes, prédisez la force unique qui les équilibre, et testez la prédiction en simulation et avec des pesons à ressort ou pèse-bagages.

$$\vec{E} = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

```
E=-( F_1+ F_2)
```

L’équilibrante est égale et opposée à la résultante

Mode opératoire

1. Ouvrez PhET Vector Addition. Réglez F_1 = 2.0 N à 0° et F_2 = 3.0 N à 90°, et lisez l’intensité et l’angle de la résultante.
2. Prédisez l’équilibrante (même intensité, sens opposé) par composantes.
3. À la maison : attachez trois ficelles à un petit anneau. Tirez sur deux d’entre elles avec des pèse-bagages ou pesons à ressort à 0° et 90° jusqu’à lire 2.0 N et 3.0 N (environ 204 g et 306 g), puis mesurez la traction et l’angle de la troisième ficelle avec un rapporteur sur téléphone.
4. Recommencez avec F_2 à 60° et comparez.

Tableau de données

Force	Intensité (N)	Angle (°)
F_1	2.00	0
F_2	3.00	90
Résultante	3.61	56.3
Équilibrante	3.61	236.3

Valeurs calculées par composantes pour les forces choisies (valeurs d’exemple) ; les mesures faites à la maison concordent généralement à quelques pour cent près.

Exemple de calcul

1. $R = \sqrt{(2^2 + 3^2)} = 3.61$ N à $\tan^{-1}(3/2) = 56.3°$.
2. L’équilibrante pointe dans l’autre sens : 56.3° + 180° = 236.3°.
3. Avec F_2 à 60° : R = (3.5, 2.60) N, d’intensité 4.36 N à 36.6°.

> **Sécurité**

- Gardez des ficelles courtes et des tractions douces ; une ficelle qui casse peut fouetter les yeux.

Alternative à la maison ou virtuelle

- L'étape anneau et pesons est la version maison ; une balance de cuisine et une ficelle passée sur un dossier de chaise fonctionnent aussi.

PhET : Vector Addition (https://phet.colorado.edu/en/simulations/vector-addition)

Lien avec la planète : Les ingénieurs équilibrent les charges de vent sur les pales et les tours d'éoliennes exactement par ce type d'addition vectorielle. DOE des États-Unis : comment fonctionnent les éoliennes ? (en anglais) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

☐ **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

Labo B : Tension des câbles et angle d’élingue

SEMAINE 3

Objectif : Mesurez comment la tension dans deux ficelles symétriques retenant un poids augmente à mesure qu’elles s’aplatissent, et comparez avec T = W/(2 sin θ).

$$T = \frac{W}{2\sin\theta}$$

`T=(W)/(2θ)`

θ mesuré depuis l’horizontale

Mode opératoire

1. Suspendez une masse de 1.0 kg (une bouteille d’eau de 1 L) au milieu d’une ficelle ; attachez chaque extrémité à un pèse-bagages tenu par un assistant ou fixé à deux dossiers de chaise.
2. Déplacez les appuis pour régler des angles de ficelle d’environ 90°, 60°, 45°, 30° et 15° par rapport à l’horizontale (utilisez un rapporteur sur téléphone).
3. Notez les deux lectures à chaque angle et faites-en la moyenne.
4. Tracez T en fonction de 1/sin θ ; la pente doit valoir W/2 = 4.9 N.

Tableau de données

θ depuis l’horizontale (°)	**T (N) pour 9.81 N**
90	4.91
60	5.66
45	6.94
30	9.81
15	18.95

Valeurs calculées à partir de T = W/(2 sin θ) pour une masse de 1.0 kg.

Exemple de calcul

1. À 30°, chaque ficelle porte tout le poids, 9.81 N.
2. À 15°, chacune porte presque le double du poids : 18.95 N.
3. Pente de T en fonction de 1/sin θ = W/2 = 4.91 N.

> **Sécurité**
>
> - Gardez la masse basse au-dessus d’une surface molle et ne mettez pas les pieds dessous.

- N’utilisez qu’une masse légère ; aux petits angles, la tension de la ficelle devient grande.

Alternative à la maison ou virtuelle

- Tout ce labo se fait à la maison ; deux lectures de balance de cuisine avec une ficelle passée sur une tige lisse fonctionnent aussi.

PhET : Forces and Motion: Basics (https://phet.colorado.edu/en/simulations/forces-and-motion-basics)

Lien avec la planète : Les lignes d’ancrage des plateformes éoliennes flottantes sont dimensionnées avec la même géométrie : des angles de ligne faibles signifient une forte tension.
U.S. DOE: Floating Offshore Wind Shot (https://www.energy.gov/eere/wind/floating-offshore-wind-shot)

☐ **J’ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

Labo C : Moments et masse inconnue sur une balance

SEMAINE 5

Objectif : Utilisez ΣM = 0 sur une balance à règle pour trouver une masse inconnue, et testez les règles d'équilibre dans PhET.

$$m_1 d_1 = m_2 d_2$$

`m_1d_1=m_2d_2`

Les moments s'équilibrent autour du pivot

Mode opératoire

1. Dans PhET Balancing Act, équilibrez une brique connue avec un objet mystère et calculez sa masse à partir des distances.
2. À la maison : équilibrez une règle de 30 cm sur un crayon placé à sa graduation de 15 cm.
3. Placez une pile de pièces connue de 20 g (pesée sur une balance de cuisine) à 4, 6 et 8 cm du pivot et faites glisser l'objet inconnu jusqu'à l'équilibre de la règle ; notez sa distance à chaque fois.
4. Calculez la masse inconnue à chaque essai et faites la moyenne.

Tableau de données

Masse connue de 20 g à (cm)	L'inconnue équilibre à (cm)
4.0	6.4
6.0	9.6
8.0	12.8

Valeurs d'exemple pour une inconnue de 12.5 g.

Exemple de calcul

1. m = 20 × 4.0/6.4 = 12.5 g, et chaque ligne donne la même valeur.
2. Le rapport des distances est constant (1.6) : c'est le rapport inverse des masses.

> **Sécurité**
>
> - Aucune, si ce n'est de garder les petites pièces hors de portée des jeunes enfants.

Alternative à la maison ou virtuelle

- L'étape règle et pièces est la version maison.

PhET : Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act)

Lien avec la planète : Le même équilibre des moments fixe la taille de la fondation d'une éolienne pour résister au moment de renversement du vent. DOE des États-Unis : comment fonctionnent les éoliennes ? (en anglais) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

☐ **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

Labo D : Construire et analyser un petit treillis

SEMAINE 8

Objectif : Construisez un treillis triangulaire en bâtonnets de bricolage, prédisez les efforts dans les barres par la méthode des nœuds, et voyez quelles barres sont tendues ou comprimées.

$$F_{AC} = \frac{P/2}{\sin\theta}, \quad F_{AB} = F_{AC}\cos\theta$$

`F_AC=(P/2)/(θ), F_AB=F_ACθ`

Treillis triangulaire symétrique avec charge P au sommet

Mode opératoire

1. Collez des bâtonnets en un triangle de 30 cm de large et 10 cm de haut (angle de base 33.7°).
2. Posez-le sur deux livres et suspendez 5, 10 et 20 N (bouteilles d'eau de 0.5, 1 et 2 L) au sommet.
3. Calculez les efforts dans les barres par la méthode des nœuds pour chaque charge.
4. Remplacez la barre inférieure par une ficelle : elle reste tendue (traction). Faites de même avec une barre inclinée et voyez-la se plier (compression).

Tableau de données

Charge P (N)	Barres inclinées (N, C)	Barre inférieure (N, T)
5	4.51	3.75
10	9.01	7.50
20	18.0	15.0

Valeurs calculées pour la géométrie 30 cm × 10 cm (valeurs d'exemple).

Exemple de calcul

1. $\theta = \tan^{-1}(10/15) = 33.7°$.
2. À 10 N : F_AC = 5/sin 33.7° = 9.01 N (C) ; F_AB = 9.01 cos 33.7° = 7.50 N (T).
3. Les efforts dans les barres sont proportionnels à la charge.

> **Sécurité**
>
> - La colle chaude brûle ; laissez refroidir les assemblages.
> - Ne mettez ni mains ni pieds sous les bouteilles suspendues.

Alternative à la maison ou virtuelle

- Tout ce labo se fait à la maison ; des bandes de carton rigide et du ruban adhésif conviennent aussi.

Engineering Statics: interactive truss examples (https://engineeringstatics.org/Chapter_06.html)

Lien avec la planète : La poutre-treillis de 94 m de la station spatiale et chaque pylône en treillis, éolien ou électrique, portent les charges par des barres tendues et comprimées comme celles-ci. NASA: International Space Station facts and figures (https://www.nasa.gov/international-space-station/space-station-facts-and-figures/)

☐ **J’ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

Labo E : Trouver un centroïde avec un fil à plomb

SEMAINE 10

Objectif : Trouvez le centroïde d'une forme en L en carton en la suspendant par deux points, et comparez avec le calcul par surfaces composées.

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i A_i}{\sum A_i}$$

`x=( x_iA_i)/( A_i)`

Centroïde composé

Mode opératoire

1. Découpez un L dans du carton : une barre de 20 × 4 cm en bas et une barre de 4 × 16 cm dressée sur son extrémité gauche.
2. Enfoncez une épingle près d'un coin, laissez pendre librement la forme et un fil à plomb, et tracez la ligne du fil sur le carton.
3. Recommencez depuis un deuxième coin. Les lignes se croisent au centroïde ; mesurez ses x et y depuis le coin inférieur gauche.
4. Calculez le centroïde à partir des deux rectangles et comparez.

Tableau de données

Partie	Aire (cm²)	x̃ (cm)	ỹ (cm)
Barre inférieure	80	10	2
Barre verticale	64	2	12
Forme en L	144	6.44	6.44

Valeurs calculées pour les dimensions indiquées ; votre croisement de fils à plomb devrait tomber à quelques millimètres près.

Exemple de calcul

1. x̄ = (80 × 10 + 64 × 2)/144 = 6.44 cm.
2. ȳ = (80 × 2 + 64 × 12)/144 = 6.44 cm.
3. Le centroïde se trouve hors du carton, dans la zone vide du coin, ce que confirment les fils à plomb.

> **Sécurité**
>
> - Coupez en éloignant la lame de votre main ; utilisez un tapis de découpe.

Alternative à la maison ou virtuelle

- Tout ce labo se fait à la maison.

Engineering Statics, Chapter 7: centroids (https://engineeringstatics.org/Chapter_07.html)

Lien avec la planète : Un barrage-poids doit garder la résultante de son poids et de la pression de l'eau à l'intérieur de sa base ; localiser les centroïdes est la première étape. U.S. Bureau of Reclamation: Hoover Dam frequently asked questions (https://www.usbr.gov/lc/hooverdam/faqs/damfaqs.html)

☐ **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

Labo F : Mesurer le frottement sur une pente et autour d’un poteau

SEMAINE 14

Objectif : Mesurez le coefficient de frottement statique à partir de l’angle de glissement d’une boîte sur un livre incliné, et mesurez comment le pouvoir de retenue d’une corde augmente avec les tours autour d’une tasse.

$$\mu_s = \tan\theta_{\text{slip}}, \quad \frac{T_2}{T_1} = e^{\mu\beta}$$

`μ_s=θ_slip, (T_2)/(T_1)=e^μβ`

Angle de glissement et frottement du cabestan

Mode opératoire

1. Posez une petite boîte sur un livre relié et inclinez lentement le livre ; lisez l’angle de glissement avec un inclinomètre sur téléphone. Recommencez trois fois.
2. Calculez μ_s = tan θ pour chaque essai et faites la moyenne.
3. Enroulez une ficelle de 0.5, 1 et 1.5 tour autour d’une tasse lisse. Suspendez un petit poids à une extrémité et mesurez avec un pèse-bagages la traction nécessaire à l’autre pour tout juste le retenir.
4. Comparez le rapport avec e^{μβ}, β = 2π × nombre de tours, en utilisant le μ trouvé lors d’un essai.

Tableau de données

Essai ou tours	Lecture	Résultat
Essai 1	22°	μ_s = 0.404
Essai 2	24°	μ_s = 0.445
Essai 3	23°	μ_s = 0.424
0.5 tour, μ = 0.25	—	rapport 2.19
1 tour	—	rapport 4.81
1.5 tour	—	rapport 10.55

Valeurs d’exemple ; vos angles dépendent des surfaces de la boîte et du livre, et le μ de 0.25 pour la ficelle sur la tasse est une valeur d’exemple.

Exemple de calcul

1. μ_s moyen = (0.404 + 0.445 + 0.424)/3 = 0.424.
2. Chaque demi-tour supplémentaire multiplie le rapport de retenue par e^{0.25π} = 2.19.

3. Un tour complet : e^{0.5π} = 4.81.

> **Sécurité**
>
> - Utilisez un poids léger et gardez-le au-dessus d'une surface molle.

Alternative à la maison ou virtuelle

- Tout ce labo se fait à la maison.

PhET: Friction (https://phet.colorado.edu/en/simulations/friction) · PhET : The Ramp (https://phet.colorado.edu/en/simulations/the-ramp)

Lien avec la planète : L'idée de l'angle de glissement est le point de départ de l'évaluation de la stabilité des pentes, que l'USGS étudie pour réduire les pertes dues aux glissements de terrain. USGS Landslide Hazards Program (https://www.usgs.gov/programs/landslide-hazards)

☐ **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

Séries d'entraînement aux examens

Chronométrez-vous : environ 10 minutes par problème. Comparez ensuite avec les solutions complètes.

Série d'exercices de mi-parcours (unités 1–5)

1. Trouvez la résultante de 400 N selon +x et 300 N selon +y.

    1. $R = \sqrt{(400^2 + 300^2)}$; $\theta = \tan^{-1}(300/400)$.

    Réponse : 500 N à 36.9°.

2. Une masse de 80 kg est suspendue à deux câbles, chacun à 40° au-dessus de l'horizontale. Trouvez la tension.

    1. $2T \sin 40° = 784.8$ N.

    Réponse : 610.5 N.

3. F = (0, −250) N s'applique en (3, 2) m. Trouvez son moment par rapport à l'origine.

    1. $M_z = xF_y − yF_x = 3(−250) − 0$.

    Réponse : −750 N·m (750 N·m en sens horaire).

4. Une poutre sur appuis simples de 5 m porte 10 kN à 1.5 m de A. Trouvez les réactions.

    1. ΣM_A: $5R_B = 10 \times 1.5$.

Réponse : R_B = 3 kN, R_A = 7 kN.

5. Une console de 2 m porte 3 kN/m. Trouvez les réactions à l'encastrement.

    1. Résultante de 6 kN à 1 m.

    Réponse : V = 6 kN, M = 6 kN·m.

Série d'entraînement finale (toutes les unités)

1. Un treillis triangulaire franchit 8 m avec son sommet à 3 m de haut à mi-portée ; 20 kN sont suspendus au sommet. Trouvez les efforts dans les barres.

    1. R = 10 kN chacune ; sin θ = 0.6, cos θ = 0.8.
    2. F_AC = 10/0.6; F_AB = F_AC × 0.8.

    Réponse : Barres inclinées 16.67 kN (C) ; barre inférieure 13.33 kN (T).

2. Une section en T a une semelle de 120 × 20 mm au-dessus d'une âme de 20 × 100 mm. Trouvez la hauteur du centroïde depuis le bas.

    1. Âme : 2000 mm² à 50 mm ; semelle : 2400 mm² à 110 mm.

    Réponse : 82.7 mm.

3. Une vanne verticale de 3 m de large retient 4 m d'eau. Trouvez la résultante et sa hauteur au-dessus du fond.

    1. F = ½ρgh²b.

    Réponse : 235.4 kN à 1.33 m au-dessus du fond.

4. Une poutre sur appuis simples de 8 m porte 5 kN/m. Trouvez les réactions et le moment maximal.

    1. R = wL/2; M = wL²/8.

    Réponse : 20 kN chacune ; 40 kN·m.

5. Une caisse de 30 kg repose sur une pente de 25° avec μ_s = 0.5. Glisse-t-elle ?

    1. tan 25° = 0.466 < 0.5.
    2. Nécessaire mg sin 25° contre disponible 0.5 mg cos 25°.

    Réponse : Non : 124.4 N nécessaires, 133.4 N disponibles.

6. Une corde fait 2 tours autour d'un poteau avec μ = 0.2. Trouvez le rapport de retenue.

    1. $T_2/T_1 = e^{0.2 \times 4\pi}$.

    Réponse : 12.3.

Fiche de formules

$$F_x = F\cos\theta,\ F_y = F\sin\theta$$

$$\vec{F} = F\,\hat{u}_{AB}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |A||B|\cos\theta$$

$$\sum \vec{F} = \vec{0},\ \sum \vec{M} = \vec{0}$$

$$\vec{M}_O = \vec{r}\times\vec{F},\ M = Fd$$

$$M_a = \hat{u}_a\cdot(\vec{r}\times\vec{F})$$

$$F_R = \int w\,dx \text{ at the centroid}$$

$$m + r = 2j$$

$$\bar{x} = \sum \tilde{x}_i A_i / \sum A_i$$

$$p = \rho g h,\ F_R = \tfrac{1}{2}\rho g h^2 b$$

$$I = bh^3/12,\ I = I_c + Ad^2$$

$$dV/dx = -w,\ dM/dx = V$$

$$M_{\max} = wL^2/8$$

$$H = wL^2/(8s)$$

$$F \le \mu_s N,\ \tan\theta_r = \mu_s$$

$$T_2/T_1 = e^{\mu\beta}$$

Constantes

Constante	Valeur
Accélération normale de la pesanteur, g	9.80665 m/s² (nous utilisons 9.81 m/s²)
Poids de 1 kg sous la pesanteur normale	9.81 N
Masse volumique de l'eau douce (valeur arrondie utilisée ici)	1000 kg/m³
Poids volumique de l'eau, ρg	9.81 kN/m³
1 pied	0.3048 m (exact)
1 livre-force	4.448 N
1 livre par pied carré	47.88 Pa

Source : NIST: Standard acceleration of gravity (https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?gn)

Textes et simulations gratuits

Utilisez ces manuels, cours et simulations gratuits en parallèle du cours.

- Engineering Statics: Open and Interactive (Baker and Haynes) (https://engineeringstatics.org/): Manuel de statique interactif, complet et gratuit.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Notes de cours et séries d'exercices gratuites du MIT.
- OpenStax University Physics Volume 1, Chapter 12: Static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-1-conditions-for-static-equilibrium): L'équilibre vu par la physique, gratuitement.
- PhET : Vector Addition (https://phet.colorado.edu/en/simulations/vector-addition): Additionner et décomposer des vecteurs.
- PhET : Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): Moments et équilibre.
- PhET : Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): Pression d'un fluide selon la profondeur.

Glossaire

Angle de talus naturel
Angle de pente le plus raide auquel un corps reste en place, $\tan^{-1} \mu_s$.

Moment fléchissant
Moment interne dans une section de poutre.

Centroïde
Centre géométrique d'une surface ou d'un volume.

Couple
Deux forces égales, opposées et parallèles ; un moment pur.

Équilibrante
La force qui équilibre un ensemble de forces.

Encastrement
Appui qui empêche translation et rotation.

Ossature
Structure comportant au moins un élément multiforce.

Diagramme des forces
Schéma d'un corps isolé avec toutes les forces extérieures qui s'exercent sur lui.

Avantage mécanique
Force de sortie divisée par la force d'entrée.

Méthode des nœuds
Analyse d'un treillis avec $\Sigma F = 0$ à chaque nœud.

Méthode des sections
Analyse d'un treillis par l'équilibre d'un morceau coupé considéré comme un solide.

Moment
Effet de rotation d'une force, $r \times F$.

Théorème des axes parallèles
$I = I_c + Ad^2$.

Articulation
Appui qui empêche la translation mais permet la rotation.

Résultante
Force unique équivalente à un ensemble de forces.

Appui à rouleau
Appui qui donne une force normale à sa surface.

Effort tranchant
Force interne à travers une section de poutre.

Hyperstatique
Plus d'inconnues que d'équations d'équilibre.

Treillis
Structure d'éléments à deux forces articulés aux nœuds.

Élément à deux forces
Élément chargé en deux points seulement ; les forces suivent la droite qui les joint.

Barre à effort nul
Barre de treillis ne portant aucun effort sous un chargement donné.

Grille d'autoévaluation

Aucune note ni aucun crédit ne sont attribués. Utilisez cette grille pour juger honnêtement où vous en êtes dans chaque unité.

Niveau	À quoi cela ressemble
4 · Maîtrise	Trace des diagrammes du corps libre complets, choisit bien les axes et les points de moment, vérifie l'isostaticité et contrôle les réponses avec une équation non utilisée.
3 · Compétent	Résout les exercices avec quelques erreurs de signe ou d'unité.
2 · En progression	Suit les exemples résolus mais oublie des forces sur les diagrammes du corps libre ou choisit des points de moment qui laissent trop d'inconnues.
1 · Débutant	Remplace des nombres dans des formules sans diagramme du corps libre ; doit revoir l'unité.

Pondération suggérée si vous voulez une note

Partie	Poids
Exercices	25%

Partie	Poids
Travaux pratiques	20%
Série d’entraînement de mi-parcours	25%
Série d’entraînement finale	30%

Visez le niveau 3 ou mieux dans chaque unité avant de passer au cours suivant.

Cours associés

- Physique II PHYS 210 + PHYS 210L
- Dynamique ENGR 212
- Analyse III MATH 210
- Tous les cours