Ultimo aggiornamento: November 1, 2026

🗺️ Percorso di quattro anni · Anno 3, Primavera

Informazioni sul corso

Questo corso gratuito ha 10 unità e 6 laboratori. Sono i totali reali, non un programma più lungo accorciato.

Un controllo è un numero o un risultato di codice in una pagina del corso che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero stampato e quello ricalcolato devono coincidere.

> Questo è lo schema di un corso gratuito di autoapprendimento scritto da Saving Planets. Non è un corso universitario, non dà crediti accademici e nessuna scuola è coinvolta.
>
> Il programma segue un corso semestrale di probabilità e statistica del terzo anno per ingegneri. Si ispira ai temi e alla profondità di MIT 18.05 Introduction to Probability and Statistics e MIT 6.041 Probabilistic Systems Analysis (gratuiti su MIT OpenCourseWare), usando il testo gratuito OpenStax Introductory Statistics e il NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, che colleghiamo dove aiutano. Nessuno di questi autori, istituti o enti approva questa pagina.
>
> Cosa aggiungiamo: ogni unità è legata a un lavoro reale con una fonte pubblica citata (probabilità di alluvioni e terremoti dell'USGS, previsioni degli uragani e coni di previsione della NOAA, la serie di CO_2 di Mauna Loa e l'analisi delle temperature della NASA), ogni numero della pagina è ricalcolato da uno script di verifica prima della pubblicazione e ogni laboratorio ha una simulazione gratuita o un foglio di calcolo.
>
> Seguilo in ordine. Ogni unità ha obiettivi, idee chiave, equazioni, esempi passo per passo, esercizi con soluzioni complete, errori comuni, flashcard e un quiz. I tuoi progressi sono salvati solo in questo browser.

Come questo corso aiuta a salvare il pianeta

Proteggere le persone e il pianeta è una questione di probabilità: quanto è probabile un'alluvione, un terremoto o un uragano, quanto siamo sicuri che la CO_2 cresca più in fretta e quanto sono affidabili i sistemi che ci avvisano.

La statistica trasforma i dati in quelle probabilità e ci dice quanto fidarci. Ogni unità termina con una breve sezione con fonti. I valori che non provengono da una fonte sono indicati come valori d'esempio o da manuale.

Per gli insegnanti

Puoi insegnare questo corso, oppure lasciare che uno studente lo faccia da solo. È gratis. Saving Planets non dà un voto né crediti scolastici.

- Questa pagina è l'intero corso: 10 unità e 6 laboratori (MATH 350).
- Prevedi 15 settimane, circa 6–9 ore a settimana, comprese le settimane di laboratorio.
- Segui il calendario di 15 settimane. Leggi l'unità, fai la pratica su carta, poi apri la risposta. Nella settimana di laboratorio, fai il laboratorio o la versione a casa.
- Un controllo è un numero o un risultato di codice nella pagina che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero che vedi e quello ricalcolato devono coincidere.
- Usa Stampa questa pagina, oppure scarica la guida di studio PDF. Il formulario è verso la fine.
- Chiedi: in che modo questa unità aiuta le persone e il pianeta? Ogni unità ha un riquadro verde con un fatto e la sua fonte.
- Copia il modello di guida per insegnanti e scrivi il nome della classe, il tempo che hai e le domande che farai. Apri il modello di guida per insegnanti

Prima di iniziare

Prerequisiti

- Analisi I e II: derivate, integrali e serie.
- Algebra lineare: vettori e minimi quadrati (utile per la regressione).
- Introduzione alla programmazione o uso del foglio di calcolo: formule, intervalli e grafici.
- Metodi numerici (utile, non obbligatorio).

Come studiare

- Scrivi la variabile aleatoria e le sue unità prima di calcolare qualsiasi cosa.
- Disegna prima la distribuzione o un diagramma ad albero.
- Verifica che le probabilità siano tra 0 e 1 e che sommino a 1.
- Dichiara esplicitamente ipotesi come l'indipendenza: la maggior parte degli errori nasce lì.
- Nel dubbio, simula: un foglio di calcolo con RAND() può verificare quasi qualsiasi probabilità.
- Fai ogni esercizio su carta prima di aprire la risposta e ripeti i quiz qualche giorno dopo.

Che cosa ti serve

- Un computer o un tablet per le simulazioni gratuite PhET Center and Variability, Plinko Probability e Least-Squares Regression.
- Un foglio di calcolo (va bene qualsiasi gratuito) con RAND(), NORM.DIST e LINEST, oppure Python.
- Il file di dati CO_2 di Mauna Loa della NOAA in un browser.
- Una calcolatrice; un paio di dadi è facoltativo.

Programma suggerito di 15 settimane

Circa 6-9 ore a settimana: lettura, esercizi e, nelle settimane di laboratorio, il laboratorio.

Settimana	Unità	Argomenti	Lettura
1	Descrivere i dati: centro, dispersione e grafici	Descrivere i dati; Laboratorio A	OpenStax Intro Stats
2	Regole della probabilità, calcolo combinatorio e indipendenza	Regole della probabilità e calcolo combinatorio	MIT 18.05
3	Probabilità condizionata e teorema di Bayes	Probabilità condizionata e Bayes	MIT 6.041
4	Variabili aleatorie discrete: binomiale e Poisson	Variabili discrete e binomiale; Laboratorio B	MIT 18.05
5	Variabili aleatorie discrete: binomiale e Poisson	Modelli di Poisson e geometrico	MIT 18.05
6	Distribuzioni continue: normale, esponenziale ed estremi	Distribuzioni continue; Laboratorio C	USGS 100-year flood
7	Campionamento, simulazione e teorema del limite centrale	Campionamento e TLC; Laboratorio D; esercitazione per il parziale	MIT 18.05
8	Intervalli di confidenza	Intervalli di confidenza per le medie	OpenStax Intro Stats
9	Intervalli di confidenza	Intervalli per le proporzioni e dimensione del campione	NOAA CPC
10	Test d’ipotesi e valori p	Test d’ipotesi e valori p	MIT 18.05
11	Correlazione e regressione lineare	Correlazione e regressione	OpenStax Intro Stats
12	Correlazione e regressione lineare	Residui e verifica del modello; Laboratorio E	NOAA GML
13	Affidabilità e rischio	Affidabilità e MTBF	NIST e-Handbook
14	Affidabilità e rischio	Affidabilità dei sistemi; Laboratorio F	NIST e-Handbook

Settimana	Unità	Argomenti	Lettura
15	Affidabilità e rischio	Rischio e ripasso; esercitazione per l’esame finale	NOAA CPC; USGS

I tuoi progressi

Spunta unità e laboratori man mano che li finisci, e fai i quiz. Progressi e punteggi sono salvati solo in questo browser e non ci vengono mai inviati.

Unità

Descrivere i dati: centro, dispersione e grafici

Tipi di dati, istogrammi e box plot, media e mediana, campo di variazione, varianza e deviazione standard, quartili e valori anomali, e perché la deviazione standard campionaria divide per n − 1.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare media, mediana, campo di variazione e deviazione standard campionaria.
- Scegliere tra media e mediana.
- Leggere un istogramma e un box plot.
- Segnalare i valori anomali con la regola 1.5 IQR.

Concetti chiave

- La media $\bar{x} = \Sigma x/n$ è il punto di equilibrio; la mediana è il valore centrale e resiste ai valori anomali.
- La varianza campionaria $s^2 = \Sigma(x - \bar{x})^2/(n - 1)$ misura la dispersione; s, la sua radice quadrata, ha le unità dei dati. Dividere per n − 1 corregge l'uso di $\bar{x}$ al posto della media vera.
- Il campo di variazione è max − min; lo scarto interquartile IQR = Q3 − Q1 contiene la metà centrale dei dati.
- I punti oltre 1.5 IQR al di là dei quartili sono segnalati come possibili valori anomali: controllali, non limitarti a cancellarli.
- Traccia sempre prima un grafico: un istogramma o un box plot mostra asimmetrie, vuoti e valori anomali che un solo numero nasconde.

Equazioni chiave

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$$

`x=1n x_i`

Media campionaria

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2$$

`s^2=(1)/(n-1)(x_i- x)^2`

Varianza campionaria

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

`IQR=Q_3-Q_1`

Scarto interquartile

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

z=(x- x)/(s)

Punteggio standard

Esempi svolti passo passo

Esempio 1.1 Le medie annuali della NOAA a Mauna Loa danno aumenti annui di CO_2 per il 2021–2025 di 2.20, 2.12, 2.55, 3.53 e 2.74 ppm. Trova media e mediana.

1. Somma = 13.14; dividi per 5.
2. Ordina: 2.12, 2.20, 2.55, 2.74, 3.53.

Risposta: Media 2.628 ppm/anno; mediana 2.55 ppm/anno.

Esempio 1.2 Trova il campo di variazione e la deviazione standard campionaria.

1. Campo di variazione = 3.53 − 2.12.
2. s = √(Σ(x − 2.628)²/4).

Risposta: Campo di variazione 1.41 ppm/anno; s = 0.564 ppm/anno.

Esempio 1.3 Trova il punteggio z dell'aumento di 3.53 ppm (2024).

1. z = (3.53 − 2.628)/0.564.

Risposta: z = 1.60.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Quale è più influenzata dal valore 3.53, la media o la mediana?

   La media (2.628 contro 2.55).

2. Perché dividere per n − 1?

   Gli scarti da x̄ sono leggermente troppo piccoli; n − 1 corregge la distorsione.

3. Unità di s per gli aumenti di CO_2?

   ppm all'anno.

4. Che effetto ha una lunga coda a destra su media e mediana?

   Media > mediana.

Errori concettuali comuni

Mito: La media è sempre rappresentativa.
In realtà: Asimmetria o valori anomali possono allontanarla.

Mito: I valori anomali sono errori.
In realtà: Possono essere eventi reali; indaga.

Mito: La deviazione standard può essere negativa.
In realtà: È una radice quadrata, mai negativa.

Flashcard

Media

$\Sigma x/n$.

Mediana

Valore centrale.

Deviazione standard

$\sqrt{(\Sigma(x - \bar{x})^2/(n - 1))}$.

IQR

Q3 − Q1.

Regola dei valori anomali

1.5 IQR oltre i quartili.

Punteggio z

$(x - \bar{x})/s$.

Quiz di autoverifica

1. Resiste ai valori anomali...

la mediana

media

il campo di variazione

la varianza

la mediana. Valore centrale.

2. La varianza campionaria divide per...

$n - 1$

n

$n + 1$

$2n$

$n - 1$. Correzione della distorsione.

3. L'IQR è...

$Q3 - Q1$

max − min

media − mediana

s^2

$Q3 - Q1$. La metà centrale.

4. Traccia i dati...

prima

mai

per ultimi

solo se richiesto

prima. Vedere la forma.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NOAA riporta che la serie di CO_2 di Mauna Loa, avviata da C. David Keeling di Scripps nel marzo 1958, è la più lunga serie di misure dirette della CO_2 atmosferica. Le medie annuali della NOAA sono salite da 414.21 ppm nel 2020 a 427.35 ppm nel 2025.

Le statistiche descrittive di questa unità trasformano quella serie in un tasso: i cinque aumenti annui hanno media 2.628 ppm all'anno, con una deviazione standard di 0.564 ppm all'anno dovuta alla variabilità tra un anno e l'altro.

Su Saving Planets: Soluzioni · Osservazione della Terra

Fonti: NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric CO_2 (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean CO_2 data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro di testo gratuito.
- PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability): Media, mediana e dispersione in modo interattivo.

☐ **Ho finito questa unità**

Regole della probabilità, calcolo combinatorio e indipendenza

Spazi campionari ed eventi, assiomi, complementari, regole della somma e del prodotto, indipendenza, permutazioni e combinazioni, e problemi «almeno uno».

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Applicare le regole del complementare, della somma e del prodotto.
- Verificare l'indipendenza.
- Contare con permutazioni e combinazioni.
- Risolvere problemi «almeno uno».

Concetti chiave

- Le probabilità sono tra 0 e 1 e l'intero spazio campionario ha probabilità 1. P(non A) = 1 − P(A).
- Regola della somma: P(A o B) = P(A) + P(B) − P(A e B).
- A e B sono indipendenti se P(A e B) = P(A)P(B); allora conoscerne uno non dice nulla sull'altro.
- Per «almeno uno» in n prove indipendenti, usa il complementare: 1 − (1 − p)^n.
- Le combinazioni C(n, k) = n!/(k!(n − k)!) contano le selezioni non ordinate; le permutazioni contano quelle ordinate.

Equazioni chiave

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

`P(A^c)=1-P(A)`

Complementare

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

`P(A B)=P(A)+P(B)-P(A B)`

Regola della somma

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

`P(A B)=P(A)P(B)`

Indipendenza

$$P(\geq 1) = 1 - (1-p)^n$$

`P(1)=1-(1-p)^n`

Almeno uno

Esempi svolti passo passo

Esempio 2.1 Un’alluvione di 100 anni ha l’1% di probabilità ogni anno. Trova la probabilità di almeno una durante un mutuo di 30 anni.

1. P(nessuna) = 0.99^{30} = 0.740.
2. P(almeno una) = 1 − 0.740.

Risposta: 26.0%.

Esempio 2.2 Trova la probabilità di almeno un’alluvione di 100 anni in 100 anni.

1. 1 − 0.99^{100}.

Risposta: 63.4%, non 100%.

Esempio 2.3 Trova la probabilità di almeno un’alluvione di 50 anni (2% all’anno) in 30 anni.

1. 1 − 0.98^{30}.

Risposta: 45.5%.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Almeno un’alluvione con tempo di ritorno di 250 anni (0.4% all’anno) in 30 anni?

   1 − 0.996^{30} = 11.3%.

2. In quanti modi si possono scegliere 6 elementi su 9?

   C(9, 6) = 84.

3. Possono verificarsi due alluvioni di 100 anni in anni consecutivi?

Sì: ogni anno parte con la stessa probabilità dell'1%.

4. Qui le alluvioni annuali sono trattate come indipendenti?

   Sì; l'USGS osserva che un'alluvione rara non riduce la probabilità di un'altra poco dopo.

Errori concettuali comuni

Mito: Un'alluvione di 100 anni avviene una volta ogni 100 anni.
In realtà: Ha l'1% di probabilità ogni anno.

Mito: Dopo un'alluvione, la successiva è meno probabile.
In realtà: Ogni anno è indipendente.

Mito: P(A o B) = P(A) + P(B) sempre.
In realtà: Solo se A e B non possono verificarsi insieme.

Flashcard

Complementare

1 − P(A).

Regola della somma

Sottrai l'intersezione.

Indipendenza

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Almeno uno

$1 - (1 - p)^n$.

Combinazione

$n!/(k!(n - k)!)$.

AEP

Probabilità annua di superamento.

Quiz di autoverifica

1. P(almeno uno su n)...

$1 - (1 - p)^n$

np

p^n

$1 - p^n$

$1 - (1 - p)^n$. Complementare.

2. Indipendente significa...

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$

disgiunto

uguali

$P = 0$

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Definizione.

3. Probabilità annua dell'alluvione di 100 anni...

1%

100%

10%

0.1%

1%. USGS.

4. C(n, k) conta...

scelte non ordinate

ordinamenti

sempre gli esiti

solo coppie

scelte non ordinate. Combinazioni.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

L’USGS spiega che un’«alluvione di 100 anni» è un’alluvione con l’1 per cento di probabilità di verificarsi in un anno qualsiasi, e che possono verificarsi alluvioni di 100 anni due anni di fila. La sua tabella associa a ogni tempo di ritorno una probabilità annua di superamento: 2 anni con 50%, 10 anni con 10%, 100 anni con 1% e 500 anni con 0.2%.

L’USGS osserva che negli anni 1960 gli Stati Uniti scelsero l’alluvione con probabilità annua di superamento dell’1 per cento come base del National Flood Insurance Program. La regola del complementare di questa unità mostra che una casa abitata 30 anni in quella zona ha il 26% di probabilità di vedere almeno un’alluvione simile.

Su Saving Planets: Oceani · Soluzioni

Fonti: USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Lezioni gratuite del MIT.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro di testo gratuito.

☐ **Ho finito questa unità**

Probabilità condizionata e teorema di Bayes

Probabilità condizionata, regola del prodotto, diagrammi ad albero, legge della probabilità totale, teorema di Bayes, tassi di base e conversione di una probabilità a 30 anni in un tasso annuo.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare probabilità condizionate da una tabella o da un albero.
- Applicare la legge della probabilità totale.
- Usare il teorema di Bayes e spiegare l'effetto del tasso di base.
- Convertire probabilità pluriennali in tassi annui.

Concetti chiave

- P(A | B) = P(A e B)/P(B) è la probabilità di A una volta noto che B è avvenuto.
- La legge della probabilità totale somma i rami di un albero: P(A) = Σ P(A | B_i)P(B_i).
- Il teorema di Bayes inverte una condizione: P(B | A) = P(A | B)P(B)/P(A).
- Gli eventi rari danno molti falsi allarmi: anche un buon test ha un basso valore predittivo positivo quando il tasso di base è piccolo.
- Se gli eventi arrivano a un tasso costante λ, la probabilità di almeno uno in t anni è 1 − e^(−λt), quindi λ = −ln(1 − P)/t.

Equazioni chiave

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

`P(A|B)=(P(A B))/(P(B))`

Probabilità condizionata

$$P(A) = \sum_i P(A|B_i)P(B_i)$$

`P(A)=_i P(A|B_i)P(B_i)`

Probabilità totale

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

`P(B|A)=(P(A|B)P(B))/(P(A))`

Teorema di Bayes

$$\lambda = -\frac{\ln(1-P)}{t}$$

```
=-((1-P))/(t)
```

Tasso da una probabilità a t anni

Esempi svolti passo passo

Esempio 3.1 Un sensore segnala un guasto il 95% delle volte quando c'è e per errore il 5% delle volte altrimenti; il 2% delle unità ha il guasto (valori d'esempio). Trova P(guasto | segnale).

1. P(segnale) = 0.95 × 0.02 + 0.05 × 0.98 = 0.068.
2. Bayes: 0.019/0.068.

Risposta: 27.9%: la maggior parte delle segnalazioni sono falsi allarmi.

Esempio 3.2 L'USGS indica il 72% di probabilità di almeno un terremoto M ≥ 6.7 nella regione della baia di San Francisco in 30 anni. Trova il tasso annuo, assumendo un tasso costante.

1. λ = −ln(0.28)/30.

Risposta: λ = 0.0424 all'anno.

Esempio 3.3 Trova la probabilità di almeno un terremoto simile in un solo anno.

1. 1 − e^(−0.0424).

Risposta: 4.15% all'anno.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Probabilità di uno nei prossimi 10 anni a quel tasso?

   1 − e^(−0.424) = 34.6%.

2. Tasso annuo per il 60% in 30 anni della regione di Los Angeles?

   −ln(0.4)/30 = 0.0305 all'anno.

3. Perché P(guasto | segnale) è così bassa?

Il tasso di base (2%) è piccolo.

4. P(A | B) è uguale a P(B | A)?

   In generale no.

Errori concettuali comuni

Mito: P(A | B) = P(B | A).
In realtà: Il teorema di Bayes le collega tramite i tassi di base.

Mito: Un test accurato al 95% ha ragione il 95% delle volte che scatta.
In realtà: Non quando la condizione è rara.

Mito: Una probabilità a 30 anni si divide semplicemente per 30.
In realtà: Usa la formula del tasso.

Flashcard

Condizionata

$P(A \cap B)/P(B)$.

Probabilità totale

Somma sui rami.

Bayes

$P(A|B)P(B)/P(A)$.

Tasso di base

Frequenza a priori.

Tasso

$\lambda = -\ln(1 - P)/t$.

Diagramma ad albero

I rami si moltiplicano, i percorsi si sommano.

Quiz di autoverifica

1. Bayes inverte...

una condizione

una somma

una media

un campione

una condizione. P(B|A) da P(A|B).

2. Tassi di base bassi causano...

falsi allarmi

più accuratezza

niente

distorsione in s

falsi allarmi. Pochi veri positivi.

3. P(A|B) è...

$P(A \cap B)/P(B)$

P(A)P(B)

P(A) + P(B)

P(B)/P(A)

$P(A \cap B)/P(B)$. Definizione.

4. Probabilità a 30 anni di M ≥ 6.7 nella Bay Area...

72%

7%

99%

20%

72%. USGS.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

L’USGS, con l’Uniform California Earthquake Rupture Forecast 3, indica probabilità a 30 anni del 72% per un terremoto di magnitudo 6.7 nella regione della baia di San Francisco e del 60% nella regione di Los Angeles. Osserva inoltre che nel mondo la probabilità che un terremoto sia seguito entro una settimana da uno più forte nelle vicinanze è di circa il 5%.

Trasformare quelle cifre a 30 anni in un tasso annuo di circa il 4% è il modo in cui ingegneri e pianificatori delle emergenze confrontano il rischio sismico con altri pericoli.

Su Saving Planets: Soluzioni · Osservazione della Terra

Fonti: USGS FAQ: What is the probability that an earthquake will occur in the Los Angeles area? In the San Francisco Bay area? (https://www.usgs.gov/faqs/what-probability-earthquake-will-occur-los-angeles-area-san-francisco-bay-area)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): Corso gratuito del MIT.
- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Lezioni gratuite del MIT.

Guarda la lezione

Lecture 2: Conditioning and Bayes' Rule2 (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-2-video-2/) (in inglese)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. Licenza: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condizioni d’uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

☐ **Ho finito questa unità**

Variabili aleatorie discrete: binomiale e Poisson

Variabili aleatorie, funzioni di massa di probabilità, valore atteso e varianza, distribuzioni di Bernoulli e binomiale, distribuzione di Poisson per eventi rari e distribuzione geometrica.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare valore atteso e varianza.
- Applicare la distribuzione binomiale.
- Applicare la distribuzione di Poisson agli eventi rari.
- Scegliere il modello discreto giusto.

Concetti chiave

- Una variabile aleatoria assegna un numero a ogni esito. Il suo valore atteso E[X] = Σx p(x) è la media nel lungo periodo.
- Var(X) = E[(X − μ)²]; la deviazione standard è la sua radice quadrata.
- Binomiale: numero di successi in n prove indipendenti con probabilità p. P(X = k) = C(n, k)p^k(1 − p)$^{n-k}$, media np, varianza np(1 − p).
- Poisson: conteggi di eventi rari a tasso λ per intervallo. P(X = k) = e^(−λ)$λ^k$/k!, media e varianza entrambe λ.
- Geometrica: numero di prove fino al primo successo, media 1/p, da cui deriva il «tempo di ritorno».

Equazioni chiave

$$E[X] = \sum x\, p(x)$$

`E[X]= x p(x)`

Valore atteso

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

`P(X=k)= nk p^k(1-p)^n-k`

Binomiale

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

`P(X=k)=^-^kk!`

Poisson

$$E[T] = 1/p$$

E[T]=1/p

Attesa media geometrica

Esempi svolti passo passo

Esempio 4.1 La NOAA dimensiona il cono di previsione degli uragani in modo che due terzi degli errori storici di traiettoria cadano all'interno. Su 9 previsioni indipendenti, trova il numero atteso all'interno e P(tutte le 9 all'interno).

1. E = 9 × 2/3.
2. P = $(2/3)^9$.

Risposta: E = 6; P(tutte le 9) = 2.60%.

Esempio 4.2 Trova P(esattamente 6 su 9 all'interno).

1. $C(9, 6)(2/3)^6(1/3)^3 = 84 \times 0.0878 \times 0.0370$.

Risposta: 27.3%.

Esempio 4.3 Modella le alluvioni di 100 anni su 100 anni come Poisson con λ = 1. Trova P(nessuna) e P(2 o più).

1. $P(0) = e^{-1}$.
2. $P(\geq 2) = 1 - 2e^{-1}$.

Risposta: P(0) = 36.8%; P(≥2) = 26.4%.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Deviazione standard del numero all'interno del cono, n = 9?

   $\sqrt{(9 \times 2/3 \times 1/3)} = 1.414$.

2. Attesa media per un evento dell'1% annuo (geometrica)?

1/0.01 = 100 anni.

3. P(almeno uno) di Poisson con $\lambda = 1$?

   $1 - e^{-1} = 63.2\%$, vicino al 63.4% binomiale.

4. Quando Poisson approssima bene la binomiale?

   n grande, p piccolo.

Errori concettuali comuni

Mito: Il valore atteso è il valore più probabile.
In realtà: È la media nel lungo periodo.

Mito: Cono = dove restano gli impatti della tempesta.
In realtà: Mostra solo la traiettoria probabile del centro.

Mito: Poisson richiede un numero fisso di prove.
In realtà: Conta eventi in un intervallo.

Flashcard

Variabile aleatoria

Un numero per esito.

E[X]

Media nel lungo periodo.

Binomiale

Successi in n prove.

Poisson

Conteggi di eventi rari.

Geometrica

Prove fino al primo successo.

Varianza

$E[(X - \mu)^2]$.

Quiz di autoverifica

1. Media binomiale...

np

n/p

p

n

np. Somma di variabili di Bernoulli.

2. Media e varianza di Poisson...

entrambe λ

λ e λ^2

1 e λ

0

entrambe λ. Proprietà.

3. I cerchi del cono del NHC contengono...

due terzi degli errori

tutti gli errori

la metà

95%

due terzi degli errori. Definizione della NOAA.

4. Attesa media geometrica...

1/p

p

np

p^2

1/p. Tempo di ritorno.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Il National Hurricane Center della NOAA costruisce il cono di previsione della traiettoria da cerchi dimensionati in modo che due terzi degli errori storici delle previsioni ufficiali su un campione di 5 anni cadano all'interno. Per il 2026 nell'Atlantico, in base agli errori del 2021–2025, il raggio del cerchio cresce da 25 miglia nautiche a 12 ore a 95 a 72 ore e 200 a 120 ore.

Quindi il centro di una tempesta sarà fuori dal cono circa una volta su tre, un fatto binomiale da conoscere prima di decidere che il cono significhi «sicuro» o «non sicuro».

Su Saving Planets: GOES-19 · Oceani

Fonti: NOAA National Hurricane Center: Definition of the NHC Track Forecast Cone (https://www.nhc.noaa.gov/aboutcone.shtml)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Lezioni gratuite del MIT.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): La binomiale in modo interattivo.

Guarda la lezione

Lecture 5: Discrete Random Variables; Probability Mass Functions; Expectations Video (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-5-video/) (in inglese)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. Licenza: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condizioni d'uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

☐ **Ho finito questa unità**

Distribuzioni continue: normale, esponenziale ed estremi

Funzioni di densità e di ripartizione, distribuzioni uniforme, normale ed esponenziale, standardizzazione con z, assenza di memoria e tempi di ritorno degli estremi.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Usare una densità e una funzione di ripartizione.
- Trovare probabilità normali con i punteggi z.
- Applicare la distribuzione esponenziale ai tempi di attesa.
- Collegare tempo di ritorno e probabilità annua di superamento.

Concetti chiave

- Per una variabile continua, le probabilità sono aree sotto la densità f(x); la funzione di ripartizione è F(x) = P(X ≤ x).
- La distribuzione normale è a campana con media μ e deviazione standard σ. Circa il 68%, 95% e 99.7% dei valori cade entro 1, 2 e 3σ.
- Standardizza con z = (x − μ)/σ e leggi Φ(z) da una tabella o con NORM.S.DIST.
- I tempi di attesa tra eventi a tasso costante λ sono esponenziali: P(T > t) = e^(−λt), media 1/λ. Il processo è senza memoria: l'attesa passata non cambia le probabilità future.
- Tempo di ritorno T e probabilità annua di superamento sono reciproci: un evento con AEP 0.2 ha un tempo di ritorno di 5 anni.

Equazioni chiave

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

```
P(a<X<b)=_a^b f(x) dx
```

Probabilità come area

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

```
z=(x-μ)/(σ)
```

Standardizzazione

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

```
P(T>t)=e^- t
```

Sopravvivenza esponenziale

$$T = \frac{1}{AEP}$$

T=1/AEP

Tempo di ritorno

Esempi svolti passo passo

Esempio 5.1 Trova P(Z < 1) e la quota entro ±1σ di una normale.

1. Φ(1) = 0.8413.
2. Φ(1) − Φ(−1).

Risposta: 0.8413; 68.3% entro ±1σ.

Esempio 5.2 Con il tasso della Bay Area λ = 0.0424 all'anno dell'unità 3, trova l'attesa media e mediana per un terremoto M ≥ 6.7.

1. Media = 1/λ.
2. Mediana = ln 2/λ.

Risposta: Media 23.6 anni; mediana 16.3 anni.

Esempio 5.3 Quale tempo di ritorno corrisponde a una probabilità annua di superamento di 0.2, e a una di 0.002?

1. T = 1/AEP.

Risposta: 5 anni e 500 anni, come nella tabella dell'USGS.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. P(Z < −1.5)?

   0.0668.

2. Quota entro ±2σ?

95.4%.

3. $\Phi(1.96)$?

   0.975.

4. Non c'è stato un terremoto per 20 anni. Il modello esponenziale aumenta la probabilità l'anno prossimo?

   No: è senza memoria (le faglie reali possono differire).

Errori concettuali comuni

Mito: $P(X = x) > 0$ per X continua.
In realtà: I singoli punti hanno probabilità 0.

Mito: Tutti i dati sono normali.
In realtà: Verifica con un grafico; gli estremi sono spesso asimmetrici.

Mito: Senza memoria significa che gli eventi sono programmati.
In realtà: Significa il contrario.

Flashcard

PDF	**CDF**
Densità; area = probabilità.	$P(X \leq x)$.
Normale	**z**
Curva a campana, μ e σ.	$(x - \mu)/\sigma$.
Esponenziale	**Tempo di ritorno**
Tempo di attesa senza memoria.	1/AEP.

Quiz di autoverifica

1. Entro ±2σ di una normale...

circa il 95%

50%

68%

99.7%

circa il 95%. Regola empirica.

2. Media dell’esponenziale...

$1/\lambda$

λ

λ^2

$\ln \lambda$

$1/\lambda$. Proprietà.

3. Tempo di ritorno di un’AEP dell’1%...

100 anni

1 anno

10 anni

1000 anni

100 anni. Reciproco.

4. Φ(1) vale...

0.8413

0.5

0.68

1

0.8413. Tabella.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

L'USGS afferma che i tempi di ritorno derivano dall'analisi di frequenza dei dati storici, che servono dieci o più anni di dati e che un'analisi basata su 30 anni di registrazioni merita più fiducia di una basata su 10. Definisce un'alluvione di 1000 anni come una con lo 0.1% di probabilità in un anno qualsiasi.

Poiché i livelli di piena sono stimati da dati passati, l'USGS osserva che il livello dell'alluvione di 100 anni cambia man mano che si registrano nuove alluvioni o che dighe e urbanizzazione modificano un bacino: la distribuzione dietro una mappa delle alluvioni è quindi una stima, non un fatto fisso.

Su Saving Planets: Oceani · Analisi II

Fonti: USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro di testo gratuito.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): Manuale gratuito.

Guarda la lezione

Lecture 10: Continuous Bayes' Rule Derived Distributions (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-10-video-1/) (in inglese)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. Licenza: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condizioni d'uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

☐ Ho finito questa unità

Campionamento, simulazione e teorema del limite centrale

Popolazioni e campioni, distorsione e campionamento casuale, distribuzione campionaria della media, errore standard, teorema del limite centrale, legge dei grandi numeri e simulazione Monte Carlo.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Distinguere grandezze di popolazione e di campione.
- Calcolare un errore standard.
- Enunciare e applicare il teorema del limite centrale.
- Stimare una probabilità con una simulazione Monte Carlo.

Concetti chiave

- Una statistica calcolata da un campione varia da campione a campione; la sua distribuzione è la distribuzione campionaria.
- L'errore standard della media è σ/√n: quadruplicare i dati lo dimezza.
- Teorema del limite centrale: per n grande, la media campionaria è approssimativamente normale qualunque sia la forma dei dati.
- Legge dei grandi numeri: medie e frequenze campionarie si stabilizzano verso i valori veri al crescere di n.
- La simulazione Monte Carlo ripete un esperimento casuale molte volte al computer; anche il suo errore diminuisce come 1/√n.

Equazioni chiave

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

```
SE=(σ)/( n)
```

Errore standard

$$\bar{X} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Teorema del limite centrale

$$\hat{p} = \frac{\#\text{hits}}{N}$$

```
p=\#hitsN
```

Stima Monte Carlo

$$SE_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}$$

`SE_ p=(p(1-p))/(N)`

Errore standard di una proporzione

Esempi svolti passo passo

Esempio 6.1 Le misure hanno σ = 10 (valore d'esempio). Trova l'errore standard della media di 25.

1. 10/√25.

Risposta: SE = 2.

Esempio 6.2 Un dado equo ha media 3.5 e σ = 1.708. Trova l'errore standard della media di 25 lanci.

1. 1.708/5.

Risposta: SE = 0.342.

Esempio 6.3 Quante simulazioni Monte Carlo servono per stimare una probabilità vicina a 0.5 entro ±0.05 (95%)?

1. n = 1.96² × 0.25/0.05².

Risposta: Circa 384 simulazioni.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Errore standard della media di un dado su 100 lanci?

   0.171.

2. Raddoppia la dimensione del campione. Errore standard?

   Diviso per √2.

3. Il TLC rende normali i dati?

No, solo la media campionaria.

4. Margine al 95% per la media con σ = 10, n = 25?

   1.96 × 2 = 3.92.

Errori concettuali comuni

Mito: Un campione grande corregge la distorsione.

In realtà: Riduce solo l'errore casuale.

Mito: n = 30 basta sempre.

In realtà: Dati asimmetrici possono richiederne di più.

Mito: La simulazione è esatta.

In realtà: Ha il proprio errore di campionamento.

Flashcard

Popolazione

L'intero gruppo.

Campione

La parte misurata.

Errore standard

σ/√n.

CLT

Le medie diventano normali.

Legge dei grandi numeri

Le medie si stabilizzano.

Monte Carlo

Ripetere prove casuali.

Quiz di autoverifica

1. L'errore standard della media...

σ/√n

σ/n

σ

nσ

σ/√n. Formula.

2. Il TLC riguarda...

la media campionaria

ogni dato

solo la mediana

la distorsione

la media campionaria. Distribuzione campionaria.

3. L'errore Monte Carlo diminuisce come...

1/√n

1/n

n

costante

1/√n. SE.

4. Il campionamento casuale evita...

la distorsione di selezione

la varianza

ogni errore

niente

la distorsione di selezione. Progettazione.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

L’analisi delle temperature superficiali del GISS della NASA (GISTEMP v4) stima la variazione della temperatura superficiale globale da dati di stazioni e oceani della NOAA ed è aggiornata verso il 10 di ogni mese. La NASA pubblica anche un insieme di incertezza 2024 associato.

Un insieme di incertezza è l’idea Monte Carlo di questa unità su scala planetaria: molte versioni plausibili della serie, la cui dispersione mostra quanto siamo sicuri del valore di ogni anno.

Su Saving Planets: Osservazione della Terra · Soluzioni

Fonti: NASA GISS: GISS Surface Temperature Analysis (GISTEMP v4) (https://data.giss.nasa.gov/gistemp/)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Lezioni gratuite del MIT.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): Guarda le somme diventare normali.

Guarda la lezione

Lecture 20: Central Limit Theorem (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-20-video-2/) (in inglese)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. Licenza: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condizioni d’uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

☐ **Ho finito questa unità**

Intervalli di confidenza

Stime puntuali e intervallari, intervalli z e t per una media, intervalli per una proporzione, margine d’errore e dimensione del campione, e cosa significa e non significa un livello di confidenza.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Costruire un intervallo t per una media.
- Costruire un intervallo per una proporzione.
- Scegliere la dimensione del campione per un margine obiettivo.
- Interpretare correttamente un livello di confidenza.

Concetti chiave

- Un intervallo di confidenza è stima ± valore critico × errore standard.
- Con σ ignota e n piccolo, usa la t di Student con n − 1 gradi di libertà; t ha code più pesanti di z.
- Per una proporzione, p̂ ± z√(p̂(1 − p̂)/n).
- Un livello del 95% significa che il 95% degli intervalli costruiti così conterrebbe il valore vero; non è una probabilità del 95% per un intervallo calcolato.
- Dimezzare il margine richiede un campione quattro volte più grande.

Equazioni chiave

$$\bar{x} \pm t_{n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Intervallo t

$$\hat{p} \pm z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Intervallo per una proporzione

$$n = \frac{z^2 p(1-p)}{E^2}$$

```
n=(z^2p(1-p))/(E^2)
```

Dimensione del campione

$$E = z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$E = z(\sigma)/(\sqrt{n})$

Margine d’errore

Esempi svolti passo passo

Esempio 7.1 Costruisci un intervallo al 95% per l’aumento annuo medio di CO_2 dell’unità 1 ($\bar{x}$ = 2.628, s = 0.564, n = 5, t = 2.776).

1. Margine = 2.776 × 0.564/√5.

Risposta: 2.628 ± 0.700: da 1.93 a 3.33 ppm/anno.

Esempio 7.2 La NOAA afferma che 22 delle 31 stagioni atlantiche dal 1995 sono state sopra la norma. Dai un intervallo al 95% per quella proporzione.

1. $\hat{p}$ = 0.710; SE = √(0.710 × 0.290/31).

Risposta: 0.710 ± 0.160: da 0.55 a 0.87.

Esempio 7.3 Quale dimensione del campione dà un margine di ±0.05 per una proporzione vicina a 0.5?

1. $1.96^2 \times 0.25/0.05^2$.

Risposta: Circa 385 (384.2, arrotondato per eccesso).

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Perché t invece di z per n = 5?

   σ è stimata da pochi punti.

2. Effetto del 99% invece del 95%?

   Intervallo più ampio.

3. L’intervallo al 70% della NOAA per le tempeste con nome significa il 70% delle tempeste?

   No: il totale della stagione cade nell’intervallo in 7 stagioni simili su 10.

4. Margine per la proporzione con n = 124?

   Circa la metà (0.080).

Errori concettuali comuni

Mito: Probabilità del 95% che il valore vero sia in questo intervallo.
In realtà: La procedura lo cattura il 95% delle volte.

Mito: Più ampio è peggio.
In realtà: Più ampio è onesto quando i dati sono pochi.

Mito: Gli intervalli correggono la distorsione.
In realtà: Descrivono solo l'errore casuale.

Flashcard

Intervallo di confidenza

Stima ± margine.

Distribuzione t

Code più pesanti, n − 1 gdl.

Margine d'errore

Valore critico × errore standard.

Livello di confidenza

Tasso di cattura nel lungo periodo.

Intervallo per una proporzione

$\hat{p} \pm z\sqrt{(\hat{p}(1-\hat{p})/n)}$.

Dimensione del campione

$z^2p(1-p)/E^2$.

Quiz di autoverifica

1. n piccolo, σ ignota: usa...

t

z

Poisson

nessuna

t. Student.

2. Dimezzare il margine...

4× i dati

2× i dati

stessi dati

½ dei dati

4× i dati. √n.

3. Gli intervalli probabili della NOAA valgono in...

7 stagioni simili su 10

ogni stagione

la metà

95%

7 stagioni simili su 10. CPC.

4. IC = stima ± ...

valore critico × errore standard

media

il campo di variazione

σ^2

valore critico × errore standard. Struttura.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

La previsione 2026 del Climate Prediction Center della NOAA, aggiornata il 6 agosto, dà il 75% di probabilità di una stagione atlantica sotto la norma, il 20% nella norma e il 5% sopra la norma, e una probabilità del 70% per ogni intervallo, tra cui 7–13 tempeste con nome e 2–6 uragani.

La NOAA spiega che la stagione dovrebbe cadere in questi intervalli in 7 stagioni su 10 con condizioni simili, che è esattamente come va letto un intervallo al 70%. Sottolinea anche che basta un solo uragano per causare un disastro.

Su Saving Planets: GOES-19 · Oceani

Fonti: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro di testo gratuito.
- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Lezioni gratuite del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

Test d’ipotesi e valori p

Ipotesi nulla e alternativa, statistiche test, valori p, test unilaterali e bilaterali, test t e test sulle proporzioni, errori di primo e secondo tipo, potenza, e significatività statistica contro significatività pratica.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Impostare le ipotesi nulla e alternativa.
- Eseguire un test t a un campione e un test su una proporzione.
- Interpretare un valore p.
- Spiegare gli errori di primo e secondo tipo e la potenza.

Concetti chiave

- Un test chiede se i dati sono sorprendenti nel caso in cui l’ipotesi nulla H_0 fosse vera.
- Il valore p è la probabilità, sotto H_0, di un risultato almeno estremo quanto quello osservato. Un p piccolo è un’evidenza contro H_0; non è la probabilità che H_0 sia vera.
- Un errore di primo tipo rifiuta una H_0 vera (tasso α); un errore di secondo tipo non rileva una H_0 falsa (tasso β). Potenza = 1 − β.
- Più dati aumentano la potenza; un effetto minuscolo e irrilevante può risultare «significativo» con dati sufficienti.
- Decidi α e il test prima di guardare i dati.

Equazioni chiave

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

```
t=( x-μ_0)/(s/ n)
```

Statistica t

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$$

```
z= p-p_0_0(1-p_0)/n
```

z per proporzione

$$\text{power} = 1 - \beta$$

```
power=1-β
```

Potenza

$$p = P(\text{as extreme} \mid H_0)$$

p=P(as extreme H_0)

Valore p

Esempi svolti passo passo

Esempio 8.1 Verifica H_0: μ = 2 ppm/anno contro μ > 2 per i cinque aumenti di CO_2 ($\bar{x}$ = 2.628, s = 0.564).

1. t = (2.628 − 2)/(0.564/√5).

Risposta: t = 2.49 con 4 gdl, sopra la soglia unilaterale del 5% di 2.132: si rifiuta H_0.

Esempio 8.2 Se ogni stagione atlantica avesse 1/3 di probabilità di essere sopra la norma, quante su 31 ce ne aspetteremmo?

1. 31/3.

Risposta: Circa 10.3; la NOAA ne riporta 22.

Esempio 8.3 Trova la probabilità binomiale esatta P(22 o più su 31) con p = 1/3.

1. Somma $C(31, k)(1/3)^k(2/3)^{31-k}$ per k ≥ 22.

Risposta: p ≈ 2.06 × 10^{-5}: forte evidenza che l'era di alta attività è reale.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. z per proporzione per 22 su 31 contro p_0 = 1/3?

   z = 4.45.

2. p = 0.03 è la probabilità che H_0 sia vera?

   No.

3. Errore di primo tipo in un test di allerta alluvioni?

   Un falso allarme.

4. Come si aumenta la potenza?

   Più dati, effetto maggiore o α maggiore.

Errori concettuali comuni

Mito: p > 0.05 dimostra H_0.
In realtà: Semplicemente non la rifiuta.

Mito: Significativo vuol dire importante.
In realtà: Controlla la dimensione dell'effetto.

Mito: Testare molte cose e riportare la vincente.
In realtà: Questo gonfia i falsi positivi.

Flashcard

H_0

Ipotesi nulla.

Valore p

Sorpresa sotto H_0.

α

Tasso di primo tipo.

β

Tasso di secondo tipo.

Potenza

$1 - \beta$.

Dimensione dell'effetto

Quanto, non solo se.

Quiz di autoverifica

1. Il valore p è...

P(dati così estremi | H_0)

$P(H_0)$

α

della potenza

P(dati così estremi | H_0). Definizione.

2. Errore di primo tipo...

rifiutare una H_0 vera

non rilevare una H_0 falsa

dati sbagliati

nessuna

rifiutare una H_0 vera. Falso allarme.

3. La potenza è...

$1 - \beta$

α

p

$1 - \alpha$

$1 - \beta$. Rilevare un effetto reale.

4. Più dati...

aumentano la potenza

riducono la potenza

nessun cambiamento

aumentano α

aumentano la potenza. Errore standard minore.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Il Climate Prediction Center della NOAA riporta che da quando è iniziata l'attuale era atlantica di alta attività nel 1995, 22 stagioni su 31 (71%) sono state sopra la norma, 5 (16%) nella norma e 4 (13%) sotto la norma.

La NOAA osserva anche che ogni stagione degli uragani coincisa con un El Niño forte dal 1950 ha avuto un'attività sotto la norma. Confrontare affermazioni del genere con il caso è il modo in cui i previsori decidono quali segnali inserire in una previsione.

Su Saving Planets: GOES-19 · Soluzioni

Fonti: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Lezioni gratuite del MIT.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): Manuale gratuito.

☐ **Ho finito questa unità**

Correlazione e regressione lineare

Grafici a dispersione, correlazione r, regressione ai minimi quadrati, interpretazione della pendenza, R^2, residui, previsione contro estrapolazione, e correlazione contro causalità.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare e interpretare r e R^2.
- Adattare e interpretare una retta ai minimi quadrati.
- Usare i grafici dei residui per verificare un modello.
- Distinguere correlazione e causalità.

Concetti chiave

- La correlazione r misura l'associazione lineare da −1 a 1; non ha unità.
- La retta ai minimi quadrati $\hat{y} = b_0 + b_1x$ ha pendenza $b_1 = Sxy/Sxx$ e passa per $(\bar{x}, \bar{y})$.
- $R^2 = r^2$ è la quota della variazione di y spiegata dalla retta.
- I grafici dei residui rivelano curvatura o dispersione variabile che r nasconde.
- Correlazione non è causalità; per questa servono meccanismi fisici e studi progettati. Estrapolare oltre i dati è rischioso.

Equazioni chiave

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

`b_1=_xyS_xx`

Pendenza

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}$$

`b_0= y-b_1 x`

Intercetta

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}$$

`r=_xy_xxS_yy`

Correlazione

$$R^2 = r^2$$

R^2=r^2

Quota spiegata

Esempi svolti passo passo

Esempio 9.1 Adatta una retta alle medie decennali di Mauna Loa della NOAA 1960–2020 (316.91, 325.68, 338.76, 354.45, 369.71, 390.10, 414.21 ppm), con x in anni dal 1960.

1. $\bar{x} = 30$, $\bar{y} = 358.55$.
2. $b_1 = Sxy/Sxx$.

Risposta: $\hat{y} = 310.15 + 1.613x$ ppm.

Esempio 9.2 Trova r e R^2.

1. $r = Sxy/\sqrt{(SxxSyy)}$.

Risposta: $r = 0.990$; $R^2 = 0.979$.

Esempio 9.3 I residui supportano una retta?

1. I residui sono positivi a entrambe le estremità e negativi al centro.

Risposta: No: la curva piega verso l’alto, quindi la crescita accelera nonostante $R^2 = 0.979$.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Unità della pendenza?

   ppm all’anno.

2. Previsione della retta per il 2025 (x = 65)?

   415.0 ppm contro 427.35 della NOAA.

3. r = 0.99 dimostra che la retta è giusta?

No; controlla i residui.

4. Una tendenza temporale da sola dimostra la sua causa?

   No; la causa viene dalla fisica e da altre evidenze.

Errori concettuali comuni

Mito: Un r alto significa un buon modello.
In realtà: La curvatura può nascondersi dietro un r alto.

Mito: r ha unità.
In realtà: È adimensionale.

Mito: Estrapolare è sicuro se R^2 è alto.
In realtà: Non fuori dall'intervallo dei dati.

Flashcard

Correlazione

Da −1 a 1, adimensionale.

Pendenza

Sxy/Sxx.

R^2

Quota spiegata.

Residuo

$y - \hat{y}$.

Estrapolazione

Prevedere fuori dai dati.

Causalità

Richiede un meccanismo o un disegno sperimentale.

Quiz di autoverifica

1. R^2 è...

la quota di variazione spiegata

la pendenza

Valore p

il residuo

la quota di variazione spiegata. Definizione.

2. La retta passa per...

$(\bar{x}, \bar{y})$

l'origine

$(0, \bar{y})$

il punto massimo

$(\bar{x}, \bar{y})$. Proprietà.

3. Residui curvi significano...

forma del modello sbagliata

adattamento perfetto

nessun dato

distorsione in x

forma del modello sbagliata. Andamento.

4. La correlazione mostra...

associazione

causalità

niente

errore

associazione. Cautela.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NOAA osserva che i dati di Mauna Loa sono rilevati a un'altitudine di 3400 m e possono differire dalla media globale, e che durante l'eruzione del Mauna Loa del 2022 le misure sono state spostate a Maunakea, circa 21 miglia a nord, fino a luglio 2023.

Sapere dove e come sono stati raccolti i dati fa parte anche della regressione: un adattamento vale quanto la serie che lo sostiene, e la NOAA documenta apertamente lacune e cambi di sito.

Su Saving Planets: Soluzioni · Algebra lineare

Fonti: NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric CO_2 (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

Risorse di apprendimento gratuite

- PhET: Least-Squares Regression (https://phet.colorado.edu/en/simulations/least-squares-regression): Adatta rette in modo interattivo.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro di testo gratuito.

☐ **Ho finito questa unità**

Affidabilità e rischio

Funzioni di affidabilità, tassi di guasto e MTBF, sistemi in serie e in parallelo, ridondanza, modelli di vita esponenziale e di Weibull, e combinazione di probabilità e conseguenze in rischio.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare l'affidabilità di sistemi in serie e in parallelo.
- Usare il modello di vita esponenziale con l'MTBF.
- Spiegare la curva a vasca da bagno e le forme di Weibull.
- Combinare probabilità e conseguenza in rischio.

Concetti chiave

- L'affidabilità R(t) è la probabilità che un componente sopravviva fino al tempo t. Con tasso di guasto costante λ, R(t) = e^(−λt) e MTBF = 1/λ.
- I sistemi in serie richiedono ogni componente: R = $R_1R_2…R_n$, sempre peggiore del componente più debole.
- I sistemi in parallelo (ridondanti) ne richiedono uno solo: R = 1 − (1 − R_1)(1 − R_2)….
- Il modello di Weibull copre guasti precoci (forma < 1), casuali (forma = 1, esponenziale) e da usura (forma > 1), le tre parti della curva a vasca da bagno.
- Il rischio combina probabilità e conseguenza; ridondanza e allerte lo riducono, ma solo se i guasti sono indipendenti.

Equazioni chiave

$$R(t) = e^{-\lambda t},\ MTBF = 1/\lambda$$

R(t)=e^- t,\ MTBF=1/

Affidabilità esponenziale

$$R_s = \prod R_i$$

R_s= R_i

Sistema in serie

$$R_p = 1 - \prod (1 - R_i)$$

R_p=1-(1-R_i)

Sistema in parallelo

$$R(t) = e^{-(t/\eta)^{\beta}}$$

`R(t)=e^-(t/)^β`

Weibull

Esempi svolti passo passo

Esempio 10.1 Tre componenti in serie hanno ciascuno R = 0.99 (valori d'esempio). Trova l'affidabilità del sistema.

1. 0.99^3.

Risposta: R = 0.9703.

Esempio 10.2 Due pompe ridondanti hanno ciascuna R = 0.9. Trova l'affidabilità del sistema.

1. $1 - 0.1^2$.

Risposta: R = 0.99.

Esempio 10.3 Un sensore ha MTBF di 50000 h. Trova la sua affidabilità su una missione di 1000 ore.

1. e^(−1000/50,000).

Risposta: R = 0.980.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Tre unità ridondanti da 0.9?

   $1 - 0.1^3 = 0.999$.

2. Un componente da 0.9 in serie con una coppia ridondante da 0.9?

   $0.9 \times 0.99 = 0.891$.

3. Affidabilità su un anno (8760 h) con MTBF di 100000 h?

   e^(−0.0876) = 0.916.

4. Due unità da 0.95 in parallelo?

   0.9975.

Errori concettuali comuni

Mito: La ridondanza aiuta sempre.
In realtà: Non contro i guasti di causa comune.

Mito: L'MTBF è quanto dura ogni unità.
In realtà: È una media; molte si guastano prima.

Mito: Un sistema in serie è affidabile quanto il suo componente migliore.
In realtà: È peggiore del più debole.

Flashcard

Affidabilità	**MTBF**
P(sopravvivere fino a t).	1/λ.
Serie	**Parallelo**
Moltiplica le R.	1 − Π(1 − R).
Weibull	**Rischio**
Forme a vasca da bagno.	Probabilità × conseguenza.

Quiz di autoverifica

1. Affidabilità in serie...

prodotto

somma

max

min

prodotto. Tutto deve funzionare.

2. MTBF esponenziale...

1/λ

λ

e^λ

ln λ

1/λ. Vita media.

3. Forma di Weibull > 1 significa...

usura

mortalità infantile

a caso

nessuna

usura. Tasso di guasto crescente.

4. La ridondanza fallisce contro...

cause comuni

guasti casuali

niente

λ piccolo

cause comuni. Guasto condiviso.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

La previsione degli uragani 2026 della NOAA ricorda a residenti, imprese e amministrazioni che i disastri legati agli uragani possono verificarsi in qualsiasi stagione, anche poco attiva, e che le comunità costiere devono prepararsi ogni anno indipendentemente dalla previsione.

Questo è ragionare in termini di affidabilità: una probabilità bassa non è zero, quindi sistemi di allerta, riserve e piani sono progettati per funzionare nel raro anno cattivo, non solo in quello medio.

Su Saving Planets: GOES-19 · Soluzioni

Fonti: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

Risorse di apprendimento gratuite

- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): Manuale gratuito (capitolo sull'affidabilità).
- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): Corso gratuito del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

Esercizi

Questi esercizi stanno dentro ogni unità. Falli su carta, poi apri la risposta.

1. Descrivere i dati: centro, dispersione e grafici
   4 esercizi
2. Regole della probabilità, calcolo combinatorio e indipendenza
   4 esercizi
3. Probabilità condizionata e teorema di Bayes
   4 esercizi
4. Variabili aleatorie discrete: binomiale e Poisson
   4 esercizi
5. Distribuzioni continue: normale, esponenziale ed estremi
   4 esercizi
6. Campionamento, simulazione e teorema del limite centrale
   4 esercizi
7. Intervalli di confidenza
   4 esercizi
8. Test d'ipotesi e valori p
   4 esercizi
9. Correlazione e regressione lineare
   4 esercizi
10. Affidabilità e rischio
    4 esercizi

Il laboratorio (Statistics lab)

Il laboratorio è la parte pratica del corso. Qui è gratuito e solo per esercitarsi, senza crediti.

Ogni laboratorio si svolge in una simulazione gratuita o in un foglio di calcolo, quindi non ci sono rischi fisici. Fai pause dallo schermo, siediti con una buona postura e tieni i cavi lontano dai passaggi.

Riferimento per la sicurezza: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

Laboratorio A: Centro e dispersione della serie di CO_2

SETTIMANA 1

Obiettivo: Esplora media, mediana e dispersione in PhET Center and Variability, poi riassumi gli aumenti annui recenti di CO_2 della NOAA.

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

```
s=((x- x)^2)/(n-1)
```

Deviazione standard campionaria

Procedimento

1. In PhET Center and Variability, trascina i valori e osserva muoversi media e mediana.
2. Apri le medie annuali di Mauna Loa della NOAA e calcola gli aumenti annui per il 2021–2025.
3. Calcola media, mediana, campo di variazione e s.
4. Traccia un diagramma a punti e descrivi il valore del 2024.

Tabella dei dati

Statistica	Valore (ppm/anno)
Media	2.628
Mediana	2.55
Gittata	1.41
Deviazione standard	0.564

Dati da NOAA GML; statistiche calcolate.

Calcolo di esempio

1. Aumenti: 2.20, 2.12, 2.55, 3.53, 2.74.
2. s = √(1.2735/4) = 0.564.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

Alternativa a casa o virtuale

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean CO_2 data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

Legame con il pianeta: La media mensile di Mauna Loa della NOAA era di 426.07 ppm a settembre 2026. NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric CO_2 (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

☐ **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio B: Plinko e la distribuzione binomiale

SETTIMANA 4

Obiettivo: Fai cadere palline in PhET Plinko Probability e confronta l'istogramma con il modello binomiale.

$$\mu = np,\ \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

μ=np,\ σ=(1-p)

Media e dispersione binomiali

Procedimento

1. Imposta 12 file e p = 0.5.
2. Fai cadere 1000 palline e annota media e deviazione standard.
3. Calcola i valori binomiali.
4. Porta p a 0.7 e prevedi la nuova media prima di far cadere le palline.

Tabella dei dati

Grandezza	Valore binomiale
Casella media	6
Deviazione standard	1.732
P(casella 6)	0.2256

Valori calcolati; la tua simulazione dovrebbe avvicinarsi.

Calcolo di esempio

1. σ = √(12 × 0.25) = 1.732.
2. P(6) = C(12, 6)/2^{12} = 924/4096 = 0.2256.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

Alternativa a casa o virtuale

- Va bene qualsiasi browser.

PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability)

Legame con il pianeta: La NOAA dimensiona il cono degli uragani in modo che due terzi degli errori di traiettoria passati cadano all'interno. NOAA National Hurricane Center: Definition of the NHC Track Forecast Cone (https://www.nhc.noaa.gov/aboutcone.shtml)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio C: Simulare alluvioni di 100 anni

SETTIMANA 6

Obiettivo: Usa un Monte Carlo su foglio di calcolo per stimare la probabilità di almeno un'alluvione all'1% annuo in 30 anni.

$$P = 1 - 0.99^{30}$$

```
P=1-0.99^30
```

Risposta esatta

Procedimento

1. Crea 30 colonne di =RAND()<0.01 (una per anno).
2. In ogni riga, verifica se in qualche anno c'è stata un'alluvione.
3. Copia su 1000 righe e fai la media del risultato.
4. Confronta con la risposta esatta e con l'errore Monte Carlo atteso.

Tabella dei dati

Grandezza	Valore
Probabilità esatta	0.260
Errore standard Monte Carlo, N = 1000	0.0139
Intervallo atteso (±2 errori standard)	da 0.232 a 0.288

Valori calcolati; la tua stima varierà a ogni ricalcolo.

Calcolo di esempio

1. SE = √(0.26 × 0.74/1000) = 0.0139.
2. 0.260 ± 0.0278.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

Alternativa a casa o virtuale

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/)

Legame con il pianeta: L'USGS sottolinea che le alluvioni di 100 anni possono verificarsi due anni di fila. USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio D: Dadi e teorema del limite centrale

SETTIMANA 7

Obiettivo: Fai la media di lanci di dadi simulati (o reali) e osserva la distribuzione delle medie diventare normale.

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

SE=(σ)/(n)

Errore standard

Procedimento

1. Simula i lanci con =RANDBETWEEN(1,6).
2. Fai la media di gruppi di 1, 5, 25 e 100 lanci, 500 volte ciascuno.
3. Traccia gli istogrammi e calcola le loro deviazioni standard.
4. Confronta con σ/√n.

Tabella dei dati

Lanci per media	Errore standard previsto
1	1.708
25	0.342
100	0.171

Valori calcolati; un dado ha media 3.5 e σ = √(35/12).

Calcolo di esempio

1. σ = √(35/12) = 1.708.
2. SE(25) = 1.708/5 = 0.342.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

Alternativa a casa o virtuale

- Vanno bene anche dadi veri.

PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability)

Legame con il pianeta: La NASA pubblica un insieme di incertezza per la sua serie di temperature GISTEMP. NASA GISS: GISS Surface Temperature Analysis (GISTEMP v4) (https://data.giss.nasa.gov/gistemp/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio E: Regressione e residui

SETTIMANA 12

Obiettivo: Adatta una retta in PhET Least-Squares Regression, poi adatta le medie decennali di Mauna Loa della NOAA e studia i residui.

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

`y=b_0+b_1x`

Retta ai minimi quadrati

Procedimento

1. In PhET, posiziona i punti e confronta la tua retta con il miglior adattamento.
2. Inserisci le medie decennali 1960–2020 con x = anni dal 1960.
3. Usa LINEST o una linea di tendenza per ottenere b_0, b_1 e r.
4. Traccia i residui e descrivi l'andamento.

Tabella dei dati

Grandezza	Valore
Pendenza	1.613 ppm/anno
Intercetta	310.15 ppm
r	0.990
Residui 1960 / 2000 / 2020	+6.76 / −4.97 / +7.27 ppm

Dati da NOAA GML; adattamento calcolato. I residui a U mostrano una curvatura verso l'alto.

Calcolo di esempio

1. b_1 = Sxy/Sxx = 1.613.
2. Residuo 2020 = 414.21 − (310.15 + 1.613 × 60) = 7.27.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

Alternativa a casa o virtuale

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

PhET: Least-Squares Regression (https://phet.colorado.edu/en/simulations/least-squares-regression) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean CO_2 data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

Legame con il pianeta: La NOAA osserva che Mauna Loa campiona l'aria a 3400 m, che può differire dalla media globale. NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric CO_2 (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

☐ **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio F: Affidabilità di un sistema di allerta

SETTIMANA 14

Obiettivo: Costruisci un foglio di calcolo per l'affidabilità in serie e in parallelo e verifica come la ridondanza cambia una catena di allerta alluvioni d'esempio.

$$R_s = \prod R_i,\ R_p = 1 - \prod (1 - R_i)$$

`R_s= R_i,\ R_p=1-(1-R_i)`

Affidabilità del sistema

Procedimento

1. Modella una catena d'esempio: sensore, collegamento radio e sirena in serie.
2. Calcola R con ciascuno a 0.99, poi con una coppia di sirene ridondanti.
3. Usa e^(−t/MTBF) per una missione di 1000 h con MTBF di 50000 h.
4. Trova quale singolo miglioramento aiuta di più.

Tabella dei dati

Configurazione	Affidabilità
Tre componenti in serie (0.99 ciascuno)	0.9703
Due unità ridondanti (0.9 ciascuna)	0.99
Componente da 0.9 + coppia ridondante da 0.9	0.891
1000 h con MTBF di 50000 h	0.980

Valori d'esempio; calcolati.

Calcolo di esempio

1. $0.99^3 = 0.9703$.
2. $0.9 \times (1 - 0.1^2) = 0.891$.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

Alternativa a casa o virtuale

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/)

Legame con il pianeta: La NOAA afferma che i disastri possono verificarsi anche in stagioni degli uragani poco attive, quindi preparati ogni anno. NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

☐ **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Serie di esercizi per gli esami

Cronometrati: circa 10 minuti per problema. Poi confronta con le soluzioni complete.

Esercizi di preparazione all'esame intermedio (unità 1–5)

1. Trova media, mediana e deviazione standard campionaria di 4, 8, 6, 10, 12.

    1. Media = 40/5.
    2. s = √(40/4).

    Risposta: Media 8, mediana 8, s = 3.16.

2. Trova la probabilità di almeno un'alluvione di 25 anni (4% all'anno) in 10 anni.

    1. $1 - 0.96^{10}$.

    Risposta: 33.5%.

3. Un test rileva una condizione il 90% delle volte e dà falso allarme il 10%; il tasso di base è l'1%. Trova P(condizione | positivo).

    1. 0.009/(0.009 + 0.099).

    Risposta: 8.33%.

4. Trova P(X = 0) per una binomiale con n = 5, p = 0.2.

    1. 0.8^5.

    Risposta: 0.328.

5. Trova P(X = 0) per una Poisson con λ = 2.

    1. e^{-2}.

    Risposta: 0.135.

Serie di esercizi finale (tutte le unità)

1. Trova P(Z > 1.96).

1. 1 − 0.975.

Risposta: 0.025.

2. Trova l’errore standard per σ = 6, n = 36.

    1. 6/6.

Risposta: 1.

3. Costruisci un intervallo al 95% per $\bar{x}$ = 50, s = 4, n = 16 (t = 2.131).

    1. 2.131 × 4/4.

Risposta: 50 ± 2.13.

4. Verifica H_0: μ = 50 con $\bar{x}$ = 52, s = 4, n = 16.

    1. t = 2/(4/4).

Risposta: t = 2.0, appena sotto 2.131: non si rifiuta al 5% (bilaterale).

5. Trova l’affidabilità di quattro componenti da 0.95 in serie.

    1. 0.95^4.

Risposta: 0.815.

6. Un componente ha MTBF di 2000 h. Trova P(sopravvive 500 h).

    1. e^(−0.25).

Risposta: 0.779.

Formulario

$$\bar{x} = \sum x/n,\ s^2 = \sum (x-\bar{x})^2/(n-1)$$

$$P(\geq 1) = 1-(1-p)^n,\ P(A \cup B) = P(A) + P(B$$

$$P(B|A) = P(A|B)P(B)/P(A),\ \lambda = -\ln(1-P)/$$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},\ P(X=k) = e^{-\lambda}\lambda$$

$$z = (x-\mu)/\sigma,\ P(T>t) = e^{-\lambda t},\ T = 1/AEP$$

$$SE = \sigma/\sqrt{n}$$

$$\bar{x} \pm t\, s/\sqrt{n},\ \hat{p} \pm z\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$$

$$t = (\bar{x}-\mu_0)/(s/\sqrt{n})$$

$$b_1 = S_{xy}/S_{xx},\ r = S_{xy}/\sqrt{S_{xx}S_{yy}}$$ $$R_s = \prod R_i,\ R_p = 1 - \prod(1 - R_i),\ MTBF = 1/$$

Costanti

Costante	Valore
Normale standard (valori da manuale)	Φ(1) = 0.8413, Φ(1.96) = 0.975, Φ(2) − Φ(−2) = 0.9545
t di Student, 4 gradi di libertà (valore da manuale)	$t_{0.975}$ = 2.776
e	2.718281828
Regola 68–95–99.7	quota di una normale entro 1, 2 e 3 deviazioni standard
1 ppm	una parte per milione in frazione molare
Probabilità annua di superamento	1/(tempo di ritorno)

Fonte: NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/)

Testi e simulazioni gratuiti

Usa queste lezioni, libri, manuali e simulazioni gratuiti insieme al corso.

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Lezioni, letture ed esercizi gratuiti del MIT.
- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): Corso gratuito del MIT di probabilità applicata.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro di testo gratuito.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): Manuale gratuito di statistica per l'ingegneria.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): Distribuzioni binomiale e normale in modo interattivo.
- PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability): Media, mediana e dispersione in modo interattivo.

Glossario

Probabilità annua di superamento
Probabilità che un evento sia eguagliato o superato in un anno.

Teorema di Bayes
Inverte una probabilità condizionata.

Distribuzione binomiale
Successi in n prove indipendenti.

Teorema del limite centrale
Le medie campionarie diventano normali.

Probabilità condizionata
Probabilità dato che un altro evento si è verificato.

Intervallo di confidenza
Intervallo da una procedura che cattura il valore vero a un tasso fissato.

Correlazione
Forza dell'associazione lineare.

Valore atteso
Media nel lungo periodo.

Distribuzione esponenziale
Tempo di attesa senza memoria.

Indipendenza
Un evento non cambia la probabilità di un altro.

MTBF
Tempo medio tra i guasti.

Mediana
Valore centrale.

Monte Carlo
Stima mediante simulazione casuale ripetuta.

Distribuzione normale
Distribuzione a campana.

Distribuzione di Poisson
Conteggi di eventi rari.

Tempo di ritorno
Anni medi tra eventi di una data entità.

Affidabilità
Probabilità di sopravvivere fino a un dato tempo.

Errore standard
Deviazione standard di una statistica.

Errore di primo tipo
Rifiutare un'ipotesi nulla vera.

Valore p
Probabilità di dati così estremi se H_0 vale.

Griglia di autovalutazione

Non si assegnano voti né crediti. Usala per valutare onestamente a che punto sei in ogni unità.

Livello	Come si presenta
4 · Padronanza	Nomina la variabile aleatoria, dichiara le ipotesi, sceglie il modello giusto, riporta l'incertezza e interpreta i risultati con parole semplici.
3 · Competente	Risolve gli esercizi con errori occasionali su ipotesi o unità.
2 · In sviluppo	Segue gli esempi svolti ma interpreta male i valori p o i livelli di confidenza.
1 · Principiante	Inserisce numeri nelle formule senza verificare le ipotesi; deve rivedere l'unità.

Pesi suggeriti se vuoi un punteggio

Parte	Peso
Esercizi	20%
Laboratori	25%
Serie di esercizi di metà corso	25%
Serie di esercizi finale	30%

Punta al livello 3 o superiore in ogni unità prima di passare al corso successivo.

Corsi correlati

- Metodi numerici MATH 340
- Propulsione AERO 410
- Aerodinamica I AERO 310
- Tutti i corsi