Última actualización: November 1, 2026

🗺️ Ruta de cuatro años · Año 3, Primavera

# Sobre este curso

Este curso gratuito tiene 10 unidades y 6 laboratorios. Son los totales reales, no un programa más largo recortado.

Una comprobación es un número o un resultado de código en una página de curso que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número impreso y el recalculado tienen que coincidir.

> Este es el esquema de un curso gratuito de autoestudio escrito por Saving Planets. No es un curso universitario, no otorga créditos académicos y ninguna institución participa.
>
> Su alcance sigue un curso semestral de probabilidad y estadística de tercer año para ingenieros. Se basa en los temas y la profundidad de MIT 18.05 Introduction to Probability and Statistics y MIT 6.041 Probabilistic Systems Analysis (gratuitos en MIT OpenCourseWare), y usa el texto gratuito OpenStax Introductory Statistics y el NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, que enlazamos cuando ayudan. Ninguno de esos autores, centros u organismos respalda esta página.
>
> Lo que aportamos: cada unidad se vincula a trabajo real con una fuente pública citada (probabilidades de inundaciones y terremotos del USGS, pronósticos de huracanes y conos de pronóstico de la NOAA, el registro de $CO_2$ de Mauna Loa y el análisis de temperaturas de la NASA), cada número de la página lo recalcula un script de verificación antes de publicarse y cada práctica tiene una simulación gratuita o una hoja de cálculo.
>
> Síguelo en orden. Cada unidad tiene objetivos, ideas clave, ecuaciones, ejemplos paso a paso, práctica con respuestas completas, errores comunes, tarjetas de estudio y un cuestionario. Tu progreso se guarda solo en este navegador.

### Cómo ayuda este curso a salvar el planeta

Proteger a las personas y al planeta es una cuestión de probabilidades: qué probabilidad hay de una inundación, un terremoto o un huracán, cuán seguros estamos de que el $CO_2$ sube más rápido y cuán fiables son los sistemas que nos avisan.

La estadística convierte los datos en esas probabilidades y nos dice cuánto confiar en ellas. Cada unidad termina con una sección breve con fuentes. Los valores que no provienen de una fuente se indican como valores de ejemplo o de libro.

## Para docentes

Puedes enseñar este curso o dejar que un estudiante lo haga solo. Es gratis. Saving Planets no pone nota ni da crédito escolar.

- Esta página es el curso completo: 10 unidades y 6 laboratorios (MATH 350).
- Calcula 15 semanas, unas 6 a 9 horas por semana, incluidas las semanas de laboratorio.
- Sigue el calendario de 15 semanas. Lee la unidad, haz la práctica en papel y luego abre la respuesta. En una semana de laboratorio, haz el laboratorio o la versión en casa.
- Una comprobación es un número o un resultado de código en la página que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número que ves y el recalculado tienen que coincidir.
- Usa Imprimir esta página, o descarga la guía de estudio en PDF. La hoja de fórmulas está cerca del final.
- Pregunta: ¿cómo ayuda esta unidad a las personas y al planeta? Cada unidad tiene un recuadro verde con un dato y su fuente.
- Copia la plantilla de guía docente y escribe el nombre de tu clase, el tiempo que tienes y las preguntas que harás. Abrir la plantilla de guía docente

# Antes de empezar

### Requisitos previos

- Cálculo I y II: derivadas, integrales y series.
- Álgebra lineal: vectores y mínimos cuadrados (útil para la regresión).
- Introducción a la programación o manejo de hojas de cálculo: fórmulas, rangos y gráficos.
- Métodos numéricos (útil, no obligatorio).

### Cómo estudiar

- Escribe la variable aleatoria y sus unidades antes de calcular nada.
- Dibuja primero la distribución o un diagrama de árbol.
- Comprueba que las probabilidades estén entre 0 y 1 y sumen 1.
- Enuncia en voz alta supuestos como la independencia; la mayoría de los errores empiezan ahí.
- Ante la duda, simula: una hoja de cálculo con RAND() puede comprobar casi cualquier probabilidad.
- Haz cada ejercicio en papel antes de abrir la respuesta, y repite los cuestionarios unos días después.

### Qué necesitas

- Un ordenador o tableta para las simulaciones gratuitas PhET Center and Variability, Plinko Probability y Least-Squares Regression.
- Software de hoja de cálculo (sirve cualquiera gratuito) con RAND(), NORM.DIST y LINEST, o Python.

- El archivo de datos de $CO_2$ de Mauna Loa de la NOAA en un navegador web.
- Una calculadora; un par de dados es opcional.

## Calendario sugerido de 15 semanas

Unas 6 a 9 horas por semana: lectura, problemas de práctica y, en las semanas de laboratorio, el laboratorio.

| Semana | Unidad | Temas | Lectura |
|---|---|---|---|
| 1 | Descripción de datos: centro, dispersión y gráficos | Descripción de datos; Práctica A | OpenStax Intro Stats |
| 2 | Reglas de probabilidad, conteo e independencia | Reglas de probabilidad y conteo | MIT 18.05 |
| 3 | Probabilidad condicional y teorema de Bayes | Probabilidad condicional y Bayes | MIT 6.041 |
| 4 | Variables aleatorias discretas: binomial y Poisson | Variables discretas y la binomial; Práctica B | MIT 18.05 |
| 5 | Variables aleatorias discretas: binomial y Poisson | Modelos de Poisson y geométrico | MIT 18.05 |
| 6 | Distribuciones continuas: normal, exponencial y extremos | Distribuciones continuas; Práctica C | USGS 100-year flood |
| 7 | Muestreo, simulación y teorema central del límite | Muestreo y TCL; Práctica D; práctica para el parcial | MIT 18.05 |
| 8 | Intervalos de confianza | Intervalos de confianza para medias | OpenStax Intro Stats |
| 9 | Intervalos de confianza | Intervalos para proporciones y tamaño muestral | NOAA CPC |
| 10 | Pruebas de hipótesis y valores p | Pruebas de hipótesis y valores p | MIT 18.05 |
| 11 | Correlación y regresión lineal | Correlación y regresión | OpenStax Intro Stats |
| 12 | Correlación y regresión lineal | Residuos y validación del modelo; Práctica E | NOAA GML |
| 13 | Fiabilidad y riesgo | Fiabilidad y MTBF | NIST e-Handbook |

| Semana | Unidad | Temas | Lectura |
|---|---|---|---|
| 14 | Fiabilidad y riesgo | Fiabilidad de sistemas; Práctica F | NIST e-Handbook |
| 15 | Fiabilidad y riesgo | Riesgo y repaso; práctica para el final | NOAA CPC; USGS |

## Tu progreso

Marca las unidades y los laboratorios al terminarlos y haz los cuestionarios. El progreso y las puntuaciones se guardan solo en este navegador y nunca se nos envían.

## Unidades

# Descripción de datos: centro, dispersión y gráficos

Tipos de datos, histogramas y diagramas de caja, media y mediana, rango, varianza y desviación estándar, cuartiles y valores atípicos, y por qué la desviación estándar muestral divide entre n − 1.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular la media, la mediana, el rango y la desviación estándar muestral.
- Elegir entre media y mediana.
- Leer un histograma y un diagrama de caja.
- Señalar valores atípicos con la regla de 1.5 IQR.

## Conceptos clave

- La media x̄ = Σx/n es el punto de equilibrio; la mediana es el valor central y resiste los valores atípicos.
- La varianza muestral s² = Σ(x − x̄)²/(n − 1) mide la dispersión; s, su raíz cuadrada, tiene las unidades de los datos. Dividir entre n − 1 corrige el uso de x̄ en lugar de la media verdadera.
- El rango es max − min; el rango intercuartílico IQR = Q3 − Q1 contiene la mitad central de los datos.
- Los puntos a más de 1.5 IQR más allá de los cuartiles se señalan como posibles atípicos: revísalos, no te limites a borrarlos.
- Grafica siempre primero: un histograma o diagrama de caja muestra asimetría, huecos y atípicos que un solo número oculta.

## Ecuaciones clave

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$$

```
x=1n x_i
```

Media muestral

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2$$

```
s^2=(1)/(n-1)(x_i- x)^2
```

Varianza muestral

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

```
IQR=Q_3-Q_1
```

Rango intercuartílico

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

z=(x- x)/(s)

Puntuación estándar

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 1.1** Las medias anuales de la NOAA en Mauna Loa dan aumentos anuales de $CO_2$ para 2021–2025 de 2.20, 2.12, 2.55, 3.53 y 2.74 ppm. Halla la media y la mediana.

1. Suma = 13.14; divide entre 5.
2. Ordena: 2.12, 2.20, 2.55, 2.74, 3.53.

**Respuesta:** Media 2.628 ppm/año; mediana 2.55 ppm/año.

**Ejemplo 1.2** Halla el rango y la desviación estándar muestral.

1. Rango = 3.53 − 2.12.
2. s = √(Σ(x − 2.628)²/4).

**Respuesta:** Rango 1.41 ppm/año; s = 0.564 ppm/año.

**Ejemplo 1.3** Halla la puntuación z del aumento de 3.53 ppm (2024).

1. z = (3.53 − 2.628)/0.564.

**Respuesta:** z = 1.60.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Cuál se ve más arrastrada por el valor 3.53, la media o la mediana?

   La media (2.628 frente a 2.55).

2. ¿Por qué dividir entre n − 1?

   Las desviaciones respecto a x̄ son algo pequeñas; n − 1 corrige el sesgo.

3. ¿Unidades de s para los aumentos de $CO_2$?

   ppm por año.

4. ¿Qué efecto tiene una cola derecha larga sobre la media y la mediana?

   Media > mediana.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** La media siempre es representativa.
**En realidad:** La asimetría o los atípicos pueden alejarla.

**Mito:** Los atípicos son errores.
**En realidad:** Pueden ser eventos reales; investiga.

**Mito:** La desviación estándar puede ser negativa.
**En realidad:** Es una raíz cuadrada, nunca negativa.

## Tarjetas de estudio

**Media**

$\Sigma x/n$.

**Mediana**

Valor central.

**Desviación estándar**

$\sqrt{(\Sigma(x - \bar{x})^2/(n - 1))}$.

**IQR**

Q3 − Q1.

**Regla de atípicos**

1.5 IQR más allá de los cuartiles.

**Puntuación z**

$(x - \bar{x})/s$.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Resiste los atípicos...**

la mediana

media

el rango

la varianza

la mediana. Valor central.

**2. La varianza muestral divide entre...**

$n - 1$

$n$

$n + 1$

$2n$

$n - 1$. Corrección del sesgo.

**3. El IQR es...**

$Q3 - Q1$

max − min

media − mediana

$s^2$

$Q3 - Q1$. La mitad central.

**4. Grafica los datos...**

primero

nunca

al final

solo si te lo piden

primero. Ver la forma.

**Repetir este cuestionario**

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NOAA indica que el registro de $CO_2$ de Mauna Loa, iniciado por C. David Keeling de Scripps en marzo de 1958, es el registro más largo de mediciones directas de $CO_2$ en la atmósfera. Las medias anuales de la NOAA subieron de 414.21 ppm en 2020 a 427.35 ppm en 2025.

Las estadísticas descriptivas de esta unidad convierten ese registro en una tasa: los cinco aumentos anuales promedian 2.628 ppm por año, con una desviación estándar de 0.564 ppm por año por la variación interanual.

En Saving Planets: Soluciones · Observación de la Tierra

Fuentes: NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric $CO_2$ (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean $CO_2$ data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro de texto gratuito.
- PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability): Media, mediana y dispersión de forma interactiva.

☐ **Terminé esta unidad**

# Reglas de probabilidad, conteo e independencia

Espacios muestrales y eventos, axiomas, complementos, reglas de la suma y del producto, independencia, permutaciones y combinaciones, y problemas de «al menos uno».

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Aplicar las reglas del complemento, la suma y el producto.
- Comprobar la independencia.
- Contar con permutaciones y combinaciones.
- Resolver problemas de «al menos uno».

## Conceptos clave

- Las probabilidades están entre 0 y 1 y todo el espacio muestral tiene probabilidad 1. P(no A) = 1 − P(A).
- Regla de la suma: P(A o B) = P(A) + P(B) − P(A y B).
- A y B son independientes si P(A y B) = P(A)P(B); entonces conocer uno no dice nada del otro.
- Para «al menos uno» en n ensayos independientes, usa el complemento: 1 − (1 − p)$^n$.
- Las combinaciones C(n, k) = n!/(k!(n − k)!) cuentan selecciones sin orden; las permutaciones cuentan las ordenadas.

## Ecuaciones clave

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

`P(A^c)=1-P(A)`

Complemento

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

`P(A B)=P(A)+P(B)-P(A B)`

Regla de la suma

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

`P(A B)=P(A)P(B)`

Independencia

$$P(\geq 1) = 1 - (1 - p)^n$$

`P(1)=1-(1-p)^n`

Al menos uno

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 2.1** Una inundación de 100 años tiene un 1% de probabilidad cada año. Halla la probabilidad de al menos una durante una hipoteca de 30 años.

1. P(ninguna) = $0.99^{30}$ = 0.740.
2. P(al menos una) = 1 − 0.740.

**Respuesta:** 26.0%.

**Ejemplo 2.2** Halla la probabilidad de al menos una inundación de 100 años en 100 años.

1. 1 − $0.99^{100}$.

**Respuesta:** 63.4%, no 100%.

**Ejemplo 2.3** Halla la probabilidad de al menos una inundación de 50 años (2% al año) en 30 años.

1. 1 − $0.98^{30}$.

**Respuesta:** 45.5%.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Al menos una inundación de 250 años (0.4% al año) en 30 años?

   1 − $0.996^{30}$ = 11.3%.

2. ¿De cuántas formas se pueden elegir 6 de 9 elementos?

   C(9, 6) = 84.

3. ¿Pueden ocurrir dos inundaciones de 100 años en años consecutivos?

   Sí: cada año empieza con la misma probabilidad del 1%.

4. ¿Se tratan aquí las inundaciones anuales como independientes?

Sí; el USGS señala que una inundación rara no reduce la probabilidad de otra poco después.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Una inundación de 100 años ocurre una vez cada 100 años.

**En realidad:** Tiene un 1% de probabilidad cada año.

**Mito:** Tras una inundación, la siguiente es menos probable.

**En realidad:** Cada año es independiente.

**Mito:** P(A o B) = P(A) + P(B) siempre.

**En realidad:** Solo si A y B no pueden ocurrir a la vez.

## Tarjetas de estudio

**Complemento**

$1 - P(A)$.

**Regla de la suma**

Resta la intersección.

**Independencia**

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

**Al menos uno**

$1 - (1 - p)^n$.

**Combinación**

$n!/(k!(n - k)!)$.

**AEP**

Probabilidad anual de excedencia.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. P(al menos uno en n)...**

$1 - (1 - p)^n$

$np$

$p^n$

$1 - p^n$

$1 - (1 - p)^n$. Complemento.

**2. Independiente significa...**

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$

disjunto

iguales

$P = 0$

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Definición.

**3. Probabilidad anual de la inundación de 100 años...**

1%

100%

10%

0.1%

1%. USGS.

**4. C(n, k) cuenta...**

elecciones sin orden

órdenes

siempre resultados

solo pares

elecciones sin orden. Combinaciones.

**Repetir este cuestionario**

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El USGS explica que una «inundación de 100 años» es una inundación con un 1 por ciento de probabilidad de ocurrir en cualquier año, y que pueden darse inundaciones de 100 años dos años

seguidos. Su tabla asocia cada periodo de retorno a una probabilidad anual de excedencia: 2 años con 50%, 10 años con 10%, 100 años con 1% y 500 años con 0.2%.

El USGS señala que en la década de 1960 Estados Unidos eligió la inundación con probabilidad anual de excedencia del 1 por ciento como base del National Flood Insurance Program. La regla del complemento de esta unidad muestra que una vivienda de 30 años en esa zona tiene un 26% de probabilidad de ver al menos una inundación así.

En Saving Planets: Océanos · Soluciones

Fuentes: USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Clases gratuitas del MIT.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro de texto gratuito.

☐ **Terminé esta unidad**

# Probabilidad condicional y teorema de Bayes

Probabilidad condicional, regla del producto, diagramas de árbol, ley de probabilidad total, teorema de Bayes, tasas base y conversión de una probabilidad a 30 años en una tasa anual.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular probabilidades condicionales a partir de una tabla o un árbol.
- Aplicar la ley de probabilidad total.
- Usar el teorema de Bayes y explicar el efecto de la tasa base.
- Convertir probabilidades plurianuales en tasas anuales.

## Conceptos clave

- P(A | B) = P(A y B)/P(B) es la probabilidad de A una vez que sabemos que ocurrió B.
- La ley de probabilidad total suma las ramas de un árbol: P(A) = Σ P(A | $B_i$)P($B_i$).
- El teorema de Bayes invierte una condición: P(B | A) = P(A | B)P(B)/P(A).
- Los eventos raros dan muchas falsas alarmas: incluso una buena prueba tiene un valor predictivo positivo bajo cuando la tasa base es pequeña.
- Si los eventos llegan a una tasa constante λ, la probabilidad de al menos uno en t años es 1 − e^(−λt), así que λ = −ln(1 − P)/t.

## Ecuaciones clave

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

`P(A|B)=(P(A B))/(P(B))`

Probabilidad condicional

$$P(A) = \sum_i P(A|B_i)P(B_i)$$

`P(A)=_i P(A|B_i)P(B_i)`

Probabilidad total

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

`P(B|A)=(P(A|B)P(B))/(P(A))`

Teorema de Bayes

$$\lambda = -\frac{\ln(1-P)}{t}$$

`=-((1-P))/(t)`

Tasa a partir de una probabilidad a t años

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 3.1** Un sensor señala una falla el 95% de las veces cuando existe y erróneamente el 5% en caso contrario; el 2% de las unidades tiene la falla (valores de ejemplo). Halla P(falla | señal).

1. P(señal) = 0.95 × 0.02 + 0.05 × 0.98 = 0.068.
2. Bayes: 0.019/0.068.

**Respuesta:** 27.9%: la mayoría de las señales son falsas alarmas.

**Ejemplo 3.2** El USGS da un 72% de probabilidad de al menos un terremoto M ≥ 6.7 en la región de la bahía de San Francisco en 30 años. Halla la tasa anual, suponiendo una tasa constante.

1. λ = −ln(0.28)/30.

**Respuesta:** λ = 0.0424 por año.

**Ejemplo 3.3** Halla la probabilidad de al menos un terremoto así en un solo año.

1. 1 − e^(−0.0424).

**Respuesta:** 4.15% por año.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Probabilidad de uno en los próximos 10 años a esa tasa?

   1 − e^(−0.424) = 34.6%.

2. ¿Tasa anual para el 60% en 30 años de la región de Los Ángeles?

   −ln(0.4)/30 = 0.0305 por año.

3. ¿Por qué P(falla | señal) es tan baja?

La tasa base (2%) es pequeña.

4. ¿Es P(A | B) igual a P(B | A)?

   En general, no.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** P(A | B) = P(B | A).

**En realidad:** El teorema de Bayes las relaciona mediante las tasas base.

**Mito:** Una prueba con 95% de exactitud acierta el 95% de las veces que se activa.

**En realidad:** No cuando la condición es rara.

**Mito:** Una probabilidad a 30 años se divide sin más entre 30.

**En realidad:** Usa la fórmula de la tasa.

## Tarjetas de estudio

**Condicional**

$P(A \cap B)/P(B)$.

**Probabilidad total**

Suma sobre las ramas.

**Bayes**

$P(A|B)P(B)/P(A)$.

**Tasa base**

Frecuencia a priori.

**Tasa**

$\lambda = -\ln(1 - P)/t$.

**Diagrama de árbol**

Las ramas se multiplican, los caminos se suman.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Bayes invierte...**

una condición

una suma

una media

una muestra

una condición. P(B|A) a partir de P(A|B).

**2. Las tasas base bajas causan...**

falsas alarmas

más exactitud

nada

sesgo en s

falsas alarmas. Pocos verdaderos positivos.

**3. P(A|B) es...**

$P(A \cap B)/P(B)$

P(A)P(B)

P(A) + P(B)

P(B)/P(A)

$P(A \cap B)/P(B)$. Definición.

**4. Probabilidad a 30 años de M ≥ 6.7 en el Área de la Bahía...**

72%

7%

99%

20%

72%. USGS.

**Repetir este cuestionario**

### Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El USGS, con el Uniform California Earthquake Rupture Forecast 3, da probabilidades a 30 años del 72% para un terremoto de magnitud 6.7 en la región de la bahía de San Francisco y del 60% en la región de Los Ángeles. También señala que, en todo el mundo, la probabilidad de que un terremoto vaya seguido de otro mayor cerca en una semana es de alrededor del 5%.

Convertir esas cifras a 30 años en una tasa anual de alrededor del 4% es como ingenieros y planificadores de emergencias comparan el riesgo sísmico con otros peligros.

En Saving Planets: Soluciones · Observación de la Tierra

Fuentes: USGS FAQ: What is the probability that an earthquake will occur in the Los Angeles area? In the San Francisco Bay area? (https://www.usgs.gov/faqs/what-probability-earthquake-will-occur-los-angeles-area-san-francisco-bay-area)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): Curso gratuito del MIT.
- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Clases gratuitas del MIT.

## Ver la clase

Lecture 2: Conditioning and Bayes' Rule2 (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-2-video-2/) (en inglés)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

# Variables aleatorias discretas: binomial y Poisson

Variables aleatorias, funciones de masa de probabilidad, valor esperado y varianza, distribuciones de Bernoulli y binomial, distribución de Poisson para eventos raros y distribución geométrica.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el valor esperado y la varianza.
- Aplicar la distribución binomial.
- Aplicar la distribución de Poisson a eventos raros.
- Elegir el modelo discreto adecuado.

## Conceptos clave

- Una variable aleatoria asigna un número a cada resultado. Su valor esperado E[X] = Σx p(x) es el promedio a largo plazo.
- Var(X) = E[(X − μ)²]; la desviación estándar es su raíz cuadrada.
- Binomial: número de éxitos en n ensayos independientes con probabilidad p. P(X = k) = C(n, k)$p^k$(1 − p)$^{n-k}$, media np, varianza np(1 − p).
- Poisson: conteos de eventos raros a tasa λ por intervalo. P(X = k) = e^(−λ)$λ^k$/k!, media y varianza ambas λ.
- Geométrica: número de ensayos hasta el primer éxito, media 1/p, de donde viene el «periodo de retorno».

## Ecuaciones clave

$$E[X] = \sum x\, p(x)$$

`E[X]= x p(x)`

Valor esperado

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

`P(X=k)= nk p^k(1-p)^n-k`

Binomial

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

`P(X=k)=^-^kk!`

Poisson

$$E[T] = 1/p$$

E[T]=1/p

Espera media geométrica

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 4.1** La NOAA dimensiona su cono de pronóstico de huracanes para que dos tercios de los errores históricos de trayectoria queden dentro. En 9 pronósticos independientes, halla el número esperado dentro y P(los 9 dentro).

1. E = 9 × 2/3.
2. P = $(2/3)^9$.

**Respuesta:** E = 6; P(los 9) = 2.60%.

**Ejemplo 4.2** Halla P(exactamente 6 de 9 dentro).

1. $C(9, 6)(2/3)^6(1/3)^3 = 84 \times 0.0878 \times 0.0370$.

**Respuesta:** 27.3%.

**Ejemplo 4.3** Modela las inundaciones de 100 años en 100 años como Poisson con λ = 1. Halla P(ninguna) y P(2 o más).

1. $P(0) = e^{-1}$.
2. $P(\geq 2) = 1 - 2e^{-1}$.

**Respuesta:** P(0) = 36.8%; P(≥2) = 26.4%.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Desviación estándar del número dentro del cono, n = 9?

   $\sqrt{(9 \times 2/3 \times 1/3)} = 1.414$.

2. ¿Espera media para un evento del 1% anual (geométrica)?

1/0.01 = 100 años.

3. ¿P(al menos uno) de Poisson con λ = 1?

   $1 - e^{-1} = 63.2\%$, cerca del 63.4% binomial.

4. ¿Cuándo aproxima bien Poisson a la binomial?

   n grande, p pequeño.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** El valor esperado es el valor más probable.
**En realidad:** Es el promedio a largo plazo.

**Mito:** Cono = donde se quedan los impactos de la tormenta.
**En realidad:** Solo muestra la trayectoria probable del centro.

**Mito:** Poisson necesita un número fijo de ensayos.
**En realidad:** Cuenta eventos en un intervalo.

## Tarjetas de estudio

**Variable aleatoria**

Un número por resultado.

**E[X]**

Promedio a largo plazo.

**Binomial**

Éxitos en n ensayos.

**Poisson**

Conteos de eventos raros.

**Geométrica**

Ensayos hasta el primer éxito.

**Varianza**

$E[(X - \mu)^2]$.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Media binomial...**

np

n/p

p

n

np. Suma de variables de Bernoulli.

**2. Media y varianza de Poisson...**

ambas λ

λ y $\lambda^2$

1 y λ

0

ambas λ. Propiedad.

**3. Los círculos del cono del NHC contienen...**

dos tercios de los errores

todos los errores

la mitad

95%

dos tercios de los errores. Definición de la NOAA.

**4. Espera media geométrica...**

1/p

p

np

$p^2$

1/p. Periodo de retorno.

Repetir este cuestionario

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El National Hurricane Center de la NOAA construye su cono de pronóstico de trayectoria con círculos dimensionados para que dos tercios de los errores históricos de pronóstico oficial en una muestra de 5 años queden dentro. Para 2026 en el Atlántico, según los errores de 2021–2025, el radio del círculo crece de 25 millas náuticas a 12 horas a 95 a 72 horas y 200 a 120 horas.

Así que el centro de una tormenta quedará fuera del cono aproximadamente una vez de cada tres, un dato binomial que conviene saber antes de decidir que el cono significa «seguro» o «no seguro».

En Saving Planets: GOES-19 · Océanos

Fuentes: NOAA National Hurricane Center: Definition of the NHC Track Forecast Cone (https://www.nhc.noaa.gov/aboutcone.shtml)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Clases gratuitas del MIT.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): La binomial de forma interactiva.

## Ver la clase

Lecture 5: Discrete Random Variables; Probability Mass Functions; Expectations Video (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-5-video/) (en inglés)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

# Distribuciones continuas: normal, exponencial y extremos

Funciones de densidad y de distribución acumulada, distribuciones uniforme, normal y exponencial, tipificación con z, la propiedad de falta de memoria y periodos de retorno de extremos.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Usar una función de densidad y una función de distribución.
- Hallar probabilidades normales con puntuaciones z.
- Aplicar la distribución exponencial a tiempos de espera.
- Relacionar periodo de retorno y probabilidad anual de excedencia.

## Conceptos clave

- Para una variable continua, las probabilidades son áreas bajo la densidad f(x); la función de distribución es F(x) = P(X ≤ x).
- La distribución normal tiene forma de campana con media μ y desviación estándar σ. Alrededor del 68%, 95% y 99.7% de los valores caen a menos de 1, 2 y 3σ.
- Tipifica con z = (x − μ)/σ y lee Φ(z) en una tabla o con NORM.S.DIST.
- Los tiempos de espera entre eventos a tasa constante λ son exponenciales: P(T > t) = e^(−λt), media 1/λ. El proceso no tiene memoria: la espera pasada no cambia las probabilidades futuras.
- El periodo de retorno T y la probabilidad anual de excedencia son recíprocos: un evento con AEP de 0.2 tiene un periodo de retorno de 5 años.

## Ecuaciones clave

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

`P(a<X<b)=_a^b f(x) dx`

Probabilidad como área

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

`z=(x-μ)/(σ)`

Tipificación

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

P(T>t)=e^- t

Supervivencia exponencial

$$T = \frac{1}{AEP}$$

T=1/AEP

Periodo de retorno

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 5.1** Halla P(Z < 1) y la proporción dentro de ±1σ en una normal.

1. Φ(1) = 0.8413.
2. Φ(1) − Φ(−1).

**Respuesta:** 0.8413; 68.3% dentro de ±1σ.

**Ejemplo 5.2** Con la tasa del Área de la Bahía λ = 0.0424 por año de la unidad 3, halla la espera media y mediana de un terremoto M ≥ 6.7.

1. Media = 1/λ.
2. Mediana = ln 2/λ.

**Respuesta:** Media 23.6 años; mediana 16.3 años.

**Ejemplo 5.3** ¿Qué periodo de retorno corresponde a una probabilidad anual de excedencia de 0.2, y a una de 0.002?

1. T = 1/AEP.

**Respuesta:** 5 años y 500 años, como en la tabla del USGS.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. P(Z < −1.5)?

   0.0668.

2. ¿Proporción dentro de ±2σ?

   95.4%.

3. Φ(1.96)?

   0.975.

4. No ha habido un terremoto en 20 años. ¿Aumenta el modelo exponencial la probabilidad el año que viene?

   No: no tiene memoria (las fallas reales pueden diferir).

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** P(X = x) > 0 para X continua.
**En realidad:** Los puntos aislados tienen probabilidad 0.

**Mito:** Todos los datos son normales.
**En realidad:** Compruébalo con un gráfico; los extremos suelen ser asimétricos.

**Mito:** Sin memoria significa que los eventos están programados.
**En realidad:** Significa lo contrario.

## Tarjetas de estudio

**PDF**

Densidad; área = probabilidad.

**CDF**

$P(X \leq x)$.

**Normal**

Curva de campana, μ y σ.

**z**

$(x - \mu)/\sigma$.

**Exponencial**

Tiempo de espera sin memoria.

**Periodo de retorno**

1/AEP.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Dentro de ±2σ en una normal...**

alrededor del 95%

50%

68%

99.7%

alrededor del 95%. Regla empírica.

**2. Media exponencial...**

$1/\lambda$

$\lambda$

$\lambda^2$

$\ln \lambda$

$1/\lambda$. Propiedad.

**3. Periodo de retorno de una AEP del 1%...**

100 años

1 año

10 años

1000 años

100 años. Recíproco.

**4. Φ(1) es...**

0.8413

0.5

0.68

1

0.8413. Tabla.

**Repetir este cuestionario**

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El USGS dice que los periodos de retorno salen del análisis de frecuencia de datos históricos, que hacen falta diez o más años de datos y que un análisis basado en 30 años de registro merece más confianza que uno basado en 10. Define una inundación de 1000 años como una con un 0.1% de probabilidad en un año cualquiera.

Como los niveles de inundación se estiman con datos pasados, el USGS señala que el nivel de la inundación de 100 años cambia a medida que se registran nuevas inundaciones o que presas y urbanización alteran una cuenca, así que la distribución detrás de un mapa de inundaciones es una estimación, no un hecho fijo.

En Saving Planets: Océanos · Cálculo II

Fuentes: USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro de texto gratuito.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): Manual gratuito.

## Ver la clase

Lecture 10: Continuous Bayes' Rule Derived Distributions (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-10-video-1/) (en inglés)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 6 · SEMANA 7

# Muestreo, simulación y teorema central del límite

Poblaciones y muestras, sesgo y muestreo aleatorio, distribución muestral de la media, error estándar, teorema central del límite, ley de los grandes números y simulación de Monte Carlo.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Distinguir magnitudes poblacionales y muestrales.
- Calcular un error estándar.
- Enunciar y aplicar el teorema central del límite.
- Estimar una probabilidad por simulación de Monte Carlo.

## Conceptos clave

- Un estadístico calculado a partir de una muestra varía de una muestra a otra; su distribución es la distribución muestral.
- El error estándar de la media es σ/√n: cuadruplicar los datos lo reduce a la mitad.
- Teorema central del límite: para n grande, la media muestral es aproximadamente normal sea cual sea la forma de los datos.
- Ley de los grandes números: las medias y frecuencias muestrales se acercan a sus valores verdaderos a medida que crece n.
- La simulación de Monte Carlo repite un experimento aleatorio muchas veces en un ordenador; su error también baja como 1/√n.

## Ecuaciones clave

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

`SE=(σ)/( n)`

Error estándar

$$\bar{X} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Teorema central del límite

$$\hat{p} = \frac{\#\text{hits}}{N}$$

`p=\#hitsN`

Estimación de Monte Carlo

$$SE_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}$$

`SE_ p=(p(1-p))/(N)`

Error estándar de una proporción

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 6.1** Las mediciones tienen σ = 10 (valor de ejemplo). Halla el error estándar de la media de 25.

1. 10/√25.

**Respuesta:** SE = 2.

**Ejemplo 6.2** Un dado equilibrado tiene media 3.5 y σ = 1.708. Halla el error estándar del promedio de 25 tiradas.

1. 1.708/5.

**Respuesta:** SE = 0.342.

**Ejemplo 6.3** ¿Cuántas simulaciones de Monte Carlo estiman una probabilidad cercana a 0.5 con ±0.05 (95%)?

1. n = 1.96² × 0.25/0.05².

**Respuesta:** Unas 384 simulaciones.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Error estándar del promedio de un dado en 100 tiradas?

   0.171.

2. Duplica el tamaño de la muestra. ¿Error estándar?

Dividido entre √2.

3. ¿Hace el TCL que los datos sean normales?

   No, solo la media muestral.

4. ¿Margen al 95% para la media con σ = 10, n = 25?

   1.96 × 2 = 3.92.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Una muestra grande corrige el sesgo.
**En realidad:** Solo reduce el error aleatorio.

**Mito:** n = 30 siempre basta.
**En realidad:** Los datos asimétricos pueden necesitar más.

**Mito:** La simulación es exacta.
**En realidad:** Tiene su propio error de muestreo.

## Tarjetas de estudio

**Población**

Todo el grupo.

**Muestra**

La parte medida.

**Error estándar**

σ/√n.

**CLT**

Las medias se vuelven normales.

**Ley de los grandes números**

Los promedios se estabilizan.

**Monte Carlo**

Repetir ensayos aleatorios.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. El error estándar de la media...**

σ/√n

σ/n

σ

nσ

σ/√n. Fórmula.

**2. El TCL trata de...**

la media muestral

cada dato

solo la mediana

el sesgo

la media muestral. Distribución muestral.

**3. El error de Monte Carlo baja como...**

1/√n

1/n

n

constante

1/√n. SE.

**4. El muestreo aleatorio evita...**

el sesgo de selección

la varianza

todo error

nada

el sesgo de selección. Diseño.

Repetir este cuestionario

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El análisis de temperatura superficial del GISS de la NASA (GISTEMP v4) estima el cambio de la temperatura superficial global a partir de datos de estaciones y océanos de la NOAA y se actualiza hacia el día 10 de cada mes. La NASA también publica un conjunto de incertidumbre de 2024 para él.

Un conjunto de incertidumbre es la idea de Monte Carlo de esta unidad a escala planetaria: muchas versiones plausibles del registro, cuya dispersión muestra cuán seguros estamos del valor de cada año.

En Saving Planets: Observación de la Tierra · Soluciones

Fuentes: NASA GISS: GISS Surface Temperature Analysis (GISTEMP v4) (https://data.giss.nasa.gov/gistemp/)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Clases gratuitas del MIT.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): Observa cómo las sumas se vuelven normales.

## Ver la clase

Lecture 20: Central Limit Theorem (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-20-video-2/) (en inglés)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

# Intervalos de confianza

Estimaciones puntuales y por intervalo, intervalos z y t para una media, intervalos para una proporción, margen de error y tamaño muestral, y lo que significa y no significa un nivel de confianza.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Construir un intervalo t para una media.
- Construir un intervalo para una proporción.
- Elegir un tamaño muestral para un margen objetivo.
- Interpretar correctamente un nivel de confianza.

## Conceptos clave

- Un intervalo de confianza es estimación ± valor crítico × error estándar.
- Con σ desconocida y n pequeño, usa la t de Student con n − 1 grados de libertad; t tiene colas más pesadas que z.
- Para una proporción, p̂ ± z√(p̂(1 − p̂)/n).
- Un nivel del 95% significa que el 95% de los intervalos construidos así contendrían el valor verdadero; no es una probabilidad del 95% para un intervalo ya calculado.
- Reducir el margen a la mitad exige cuatro veces el tamaño muestral.

## Ecuaciones clave

$$\bar{x} \pm t_{n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Intervalo t

$$\hat{p} \pm z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Intervalo para una proporción

$$n = \frac{z^2 p(1-p)}{E^2}$$

`n=(z^2p(1-p))/(E^2)`

Tamaño muestral

$$E = z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

E=z(σ)/( n)

Margen de error

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 7.1** Construye un intervalo al 95% para el aumento anual medio de $CO_2$ de la unidad 1 ($\bar{x}$ = 2.628, s = 0.564, n = 5, t = 2.776).

1. Margen = 2.776 × 0.564/√5.

**Respuesta:** 2.628 ± 0.700: de 1.93 a 3.33 ppm/año.

**Ejemplo 7.2** La NOAA dice que 22 de las 31 temporadas atlánticas desde 1995 estuvieron por encima de lo normal. Da un intervalo al 95% para esa proporción.

1. $\hat{p}$ = 0.710; SE = √(0.710 × 0.290/31).

**Respuesta:** 0.710 ± 0.160: de 0.55 a 0.87.

**Ejemplo 7.3** ¿Qué tamaño muestral da un margen de ±0.05 para una proporción cercana a 0.5?

1. $1.96^2 \times 0.25/0.05^2$.

**Respuesta:** Unos 385 (384.2, redondeado hacia arriba).

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Por qué t en lugar de z para n = 5?

   σ se estima con pocos puntos.

2. ¿Efecto de 99% en lugar de 95%?

   Intervalo más ancho.

3. ¿Significa el rango al 70% de la NOAA para tormentas con nombre el 70% de las tormentas?

No: el total de la temporada cae en el rango en 7 de cada 10 temporadas similares.

4. ¿Margen para la proporción con n = 124?

   Aproximadamente la mitad (0.080).

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Hay un 95% de probabilidad de que el valor verdadero esté en este intervalo.
**En realidad:** El procedimiento lo captura el 95% de las veces.

**Mito:** Más ancho es peor.
**En realidad:** Más ancho es honesto cuando hay pocos datos.

**Mito:** Los intervalos corrigen el sesgo.
**En realidad:** Solo describen el error aleatorio.

## Tarjetas de estudio

**Intervalo de confianza**

Estimación ± margen.

**Distribución t**

Colas más pesadas, n − 1 gl.

**Margen de error**

Valor crítico × error estándar.

**Nivel de confianza**

Tasa de captura a largo plazo.

**Intervalo para una proporción**

$\hat{p} \pm z\sqrt{(\hat{p}(1-\hat{p})/n)}$.

**Tamaño muestral**

$z^2p(1-p)/E^2$.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. n pequeño, σ desconocida: usa...**

t

z

Poisson

ninguna

t. Student.

**2. Reducir el margen a la mitad...**

4× los datos

2× los datos

los mismos datos

½ de los datos

4× los datos. √n.

**3. Los rangos probables de la NOAA se cumplen en...**

7 de cada 10 temporadas similares

todas las temporadas

la mitad

95%

7 de cada 10 temporadas similares. CPC.

**4. IC = estimación ± ...**

valor crítico × error estándar

media

el rango

$\sigma^2$

valor crítico × error estándar. Estructura.

**Repetir este cuestionario**

### Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El pronóstico 2026 del Climate Prediction Center de la NOAA, actualizado el 6 de agosto, da un 75% de probabilidad de una temporada atlántica por debajo de lo normal, un 20% cercana a lo normal y un 5% por encima, y una probabilidad del 70% para cada rango, incluidos 7–13 tormentas con nombre y 2–6 huracanes.

La NOAA explica que se espera que la temporada caiga en estos rangos en 7 de cada 10 temporadas con condiciones similares, que es exactamente como debe leerse un intervalo del 70%. También subraya que basta un solo huracán para causar un desastre.

En Saving Planets: GOES-19 · Océanos

Fuentes: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro de texto gratuito.
- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Clases gratuitas del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

# Pruebas de hipótesis y valores p

Hipótesis nula y alternativa, estadísticos de prueba, valores p, pruebas unilaterales y bilaterales, pruebas t y de proporciones, errores de tipo I y de tipo II, potencia, y significación estadística frente a práctica.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Plantear las hipótesis nula y alternativa.
- Realizar una prueba t de una muestra y una prueba de proporción.
- Interpretar un valor p.
- Explicar los errores de tipo I y II y la potencia.

## Conceptos clave

- Una prueba pregunta si los datos son sorprendentes en caso de que la hipótesis nula $H_0$ fuera cierta.
- El valor p es la probabilidad, bajo $H_0$, de un resultado al menos tan extremo como el observado. Un p pequeño es evidencia contra $H_0$; no es la probabilidad de que $H_0$ sea cierta.
- Un error de tipo I rechaza una $H_0$ verdadera (tasa α); un error de tipo II no detecta una $H_0$ falsa (tasa β). Potencia = 1 − β.
- Más datos aumentan la potencia; un efecto minúsculo y sin importancia puede ser «significativo» con suficientes datos.
- Decide α y la prueba antes de mirar los datos.

## Ecuaciones clave

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

```
t=( x-μ_0)/(s/ n)
```

Estadístico t

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$$

```
z= p-p_0_0(1-p_0)/n
```

z de proporción

$$\text{power} = 1 - \beta$$

`power=1-β`

Potencia

$$p = P(\text{as extreme} \mid H_0)$$

`p=P(as extreme H_0)`

Valor p

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 8.1** Prueba $H_0$: μ = 2 ppm/año frente a μ > 2 para los cinco aumentos de $CO_2$ ($\bar{x}$ = 2.628, s = 0.564).

1. t = (2.628 − 2)/(0.564/√5).

**Respuesta:** t = 2.49 con 4 gl, por encima del límite unilateral del 5% de 2.132: se rechaza $H_0$.

**Ejemplo 8.2** Si cada temporada atlántica tuviera 1/3 de probabilidad de estar por encima de lo normal, ¿cuántas de 31 esperaríamos?

1. 31/3.

**Respuesta:** Unas 10.3; la NOAA reporta 22.

**Ejemplo 8.3** Halla la probabilidad binomial exacta P(22 o más de 31) con p = 1/3.

1. Suma $C(31, k)(1/3)^k(2/3)^{31-k}$ para k ≥ 22.

**Respuesta:** p ≈ 2.06 × $10^{-5}$: fuerte evidencia de que la era de alta actividad es real.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿z de proporción para 22 de 31 frente a $p_0$ = 1/3?

   z = 4.45.

2. ¿Es p = 0.03 la probabilidad de que $H_0$ sea cierta?

   No.

3. ¿Error de tipo I en una prueba de alerta de inundaciones?

   Una falsa alarma.

4. ¿Cómo se aumenta la potencia?

   Más datos, un efecto mayor o un α mayor.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** p > 0.05 demuestra $H_0$.
**En realidad:** Solo no se rechaza.

**Mito:** Significativo significa importante.
**En realidad:** Revisa el tamaño del efecto.

**Mito:** Probar muchas cosas y reportar la ganadora.
**En realidad:** Eso infla los falsos positivos.

## Tarjetas de estudio

**$H_0$**

Hipótesis nula.

**Valor p**

Sorpresa bajo $H_0$.

**α**

Tasa de tipo I.

**β**

Tasa de tipo II.

**Potencia**

1 − β.

**Tamaño del efecto**

Cuánto, no solo si.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. El valor p es...**

P(datos así de extremos | $H_0$)

$P(H_0)$

α

la potencia

P(datos así de extremos | $H_0$). Definición.

**2. Error de tipo I...**

rechazar una $H_0$ verdadera

no detectar una $H_0$ falsa

datos malos

ninguna

rechazar una $H_0$ verdadera. Falsa alarma.

**3. La potencia es...**

$1 - \beta$

$\alpha$

p

$1 - \alpha$

$1 - \beta$. Detectar un efecto real.

**4. Más datos...**

aumentan la potencia

reducen la potencia

ningún cambio

aumentan $\alpha$

aumentan la potencia. Menor error estándar.

**Repetir este cuestionario**

### Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El Climate Prediction Center de la NOAA indica que desde que comenzó la actual era atlántica de alta actividad en 1995, 22 de 31 temporadas (71%) estuvieron por encima de lo normal, 5 (16%) cerca de lo normal y 4 (13%) por debajo.

La NOAA también señala que toda temporada de huracanes que coincidió con un El Niño fuerte desde 1950 tuvo actividad por debajo de lo normal. Contrastar afirmaciones así frente al azar es como los pronosticadores deciden qué señales entran en un pronóstico.

En Saving Planets: GOES-19 · Soluciones

Fuentes: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Clases gratuitas del MIT.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): Manual gratuito.

☐ **Terminé esta unidad**

# Correlación y regresión lineal

Diagramas de dispersión, correlación r, regresión por mínimos cuadrados, interpretación de la pendiente, $R^2$, residuos, predicción frente a extrapolación, y correlación frente a causalidad.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular e interpretar r y $R^2$.
- Ajustar e interpretar una recta de mínimos cuadrados.
- Usar gráficos de residuos para comprobar un modelo.
- Separar correlación de causalidad.

## Conceptos clave

- La correlación r mide la asociación lineal de −1 a 1; no tiene unidades.
- La recta de mínimos cuadrados $\hat{y} = b_0 + b_1 x$ tiene pendiente $b_1 = Sxy/Sxx$ y pasa por $(\bar{x}, \bar{y})$.
- $R^2 = r^2$ es la proporción de la variación de y explicada por la recta.
- Los gráficos de residuos revelan curvatura o dispersión cambiante que r oculta.
- Correlación no es causalidad; para eso hacen falta mecanismos físicos y estudios diseñados. Extrapolar más allá de los datos es arriesgado.

## Ecuaciones clave

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

```
b_1=_xyS_xx
```

Pendiente

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

```
b_0= y-b_1 x
```

Intercepto

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}}$$

```
r=_xy_xxS_yy
```

Correlación

$$R^2 = r^2$$

R^2=r^2

Proporción explicada

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 9.1** Ajusta una recta a las medias decenales de Mauna Loa de la NOAA 1960–2020 (316.91, 325.68, 338.76, 354.45, 369.71, 390.10, 414.21 ppm), con x en años desde 1960.

1. $\bar{x} = 30$, $\bar{y} = 358.55$.
2. $b_1 = Sxy/Sxx$.

**Respuesta:** $\hat{y} = 310.15 + 1.613x$ ppm.

**Ejemplo 9.2** Halla r y $R^2$.

1. $r = Sxy/\sqrt{(SxxSyy)}$.

**Respuesta:** $r = 0.990$; $R^2 = 0.979$.

**Ejemplo 9.3** ¿Respaldan los residuos una recta?

1. Los residuos son positivos en ambos extremos y negativos en el medio.

**Respuesta:** No: la curva se dobla hacia arriba, así que el crecimiento se acelera pese a $R^2 = 0.979$.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Unidades de la pendiente?

   ppm por año.

2. ¿Predicción de la recta para 2025 (x = 65)?

   415.0 ppm frente a 427.35 de la NOAA.

3. ¿Demuestra r = 0.99 que la recta es correcta?

No; revisa los residuos.

4. ¿Una tendencia temporal por sí sola demuestra su causa?

   No; la causa viene de la física y de otras evidencias.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Un r alto significa un buen modelo.

**En realidad:** La curvatura puede esconderse tras un r alto.

**Mito:** r tiene unidades.

**En realidad:** Es adimensional.

**Mito:** Extrapolar es seguro si $R^2$ es alto.

**En realidad:** No fuera del rango de los datos.

## Tarjetas de estudio

**Correlación**

De −1 a 1, adimensional.

**Pendiente**

Sxy/Sxx.

**$R^2$**

Proporción explicada.

**Residuo**

$y - \hat{y}$.

**Extrapolación**

Predecir fuera de los datos.

**Causalidad**

Requiere mecanismo o diseño.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. $R^2$ es...**

la proporción de variación explicada

la pendiente

Valor p

el residuo

la proporción de variación explicada. Definición.

**2. La recta pasa por...**

$(\bar{x}, \bar{y})$

el origen

$(0, \bar{y})$

el punto máximo

$(\bar{x}, \bar{y})$. Propiedad.

**3. Residuos curvados significan...**

forma de modelo incorrecta

ajuste perfecto

sin datos

sesgo en x

forma de modelo incorrecta. Patrón.

**4. La correlación muestra...**

asociación

causalidad

nada

error

asociación. Precaución.

**Repetir este cuestionario**

### Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NOAA señala que los datos de Mauna Loa se toman a una altitud de 3400 m y pueden diferir de la media mundial, y que durante la erupción del Mauna Loa de 2022 las mediciones se trasladaron a Maunakea, unas 21 millas al norte, hasta julio de 2023.

Saber dónde y cómo se recogieron los datos también forma parte de la regresión: un ajuste solo es tan bueno como el registro que lo respalda, y la NOAA documenta abiertamente sus huecos y cambios de sitio.

En Saving Planets: Soluciones · Álgebra lineal

Fuentes: NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric $CO_2$ (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- PhET: Least-Squares Regression (https://phet.colorado.edu/en/simulations/least-squares-regression): Ajusta rectas de forma interactiva.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro de texto gratuito.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 10 · SEMANAS 13–15

# Fiabilidad y riesgo

Funciones de fiabilidad, tasas de falla y MTBF, sistemas en serie y en paralelo, redundancia, modelos de vida exponencial y de Weibull, y combinación de probabilidad y consecuencias en riesgo.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular la fiabilidad de sistemas en serie y en paralelo.
- Usar el modelo de vida exponencial con MTBF.
- Explicar la curva de bañera y las formas de Weibull.
- Combinar probabilidad y consecuencia en riesgo.

## Conceptos clave

- La fiabilidad R(t) es la probabilidad de que una pieza sobreviva hasta el tiempo t. Con tasa de falla constante λ, R(t) = e^(−λt) y MTBF = 1/λ.
- Los sistemas en serie necesitan todas las piezas: R = $R_1R_2…R_n$, siempre peor que la pieza más débil.
- Los sistemas en paralelo (redundantes) solo necesitan una: R = 1 − (1 − $R_1$)(1 − $R_2$)….
- El modelo de Weibull abarca fallas tempranas (forma < 1), aleatorias (forma = 1, exponencial) y por desgaste (forma > 1), las tres partes de la curva de bañera.
- El riesgo combina probabilidad y consecuencia; la redundancia y las alertas lo reducen, pero solo si las fallas son independientes.

## Ecuaciones clave

$$R(t) = e^{-\lambda t},\ MTBF = 1/\lambda$$

`R(t)=e^- t,\ MTBF=1/`

Fiabilidad exponencial

$$R_s = \prod R_i$$

`R_s= R_i`

Sistema en serie

$$R_p = 1 - \prod (1 - R_i)$$

`R_p=1-(1-R_i)`

Sistema en paralelo

$$R(t) = e^{-(t/\eta)^{\beta}}$$

R(t)=e^-(t/)^β

Weibull

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 10.1** Tres piezas en serie tienen cada una R = 0.99 (valores de ejemplo). Halla la fiabilidad del sistema.

1. $0.99^3$.

**Respuesta:** R = 0.9703.

**Ejemplo 10.2** Dos bombas redundantes tienen cada una R = 0.9. Halla la fiabilidad del sistema.

1. $1 - 0.1^2$.

**Respuesta:** R = 0.99.

**Ejemplo 10.3** Un sensor tiene un MTBF de 50000 h. Halla su fiabilidad en una misión de 1000 horas.

1. e^(−1000/50,000).

**Respuesta:** R = 0.980.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Tres unidades redundantes de 0.9?

   $1 - 0.1^3 = 0.999$.

2. ¿Una pieza de 0.9 en serie con un par redundante de 0.9?

   $0.9 \times 0.99 = 0.891$.

3. ¿Fiabilidad en un año (8760 h) con MTBF de 100000 h?

   e^(−0.0876) = 0.916.

4. ¿Dos unidades de 0.95 en paralelo?

   0.9975.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** La redundancia siempre ayuda.

**En realidad:** No ante fallas de causa común.

**Mito:** El MTBF es lo que dura cada unidad.

**En realidad:** Es un promedio; muchas fallan antes.

**Mito:** Un sistema en serie es tan fiable como su mejor pieza.

**En realidad:** Es peor que la más débil.

## Tarjetas de estudio

**Fiabilidad**

P(sobrevivir hasta t).

**MTBF**

1/λ.

**Serie**

Multiplica las R.

**Paralelo**

1 − Π(1 − R).

**Weibull**

Formas de bañera.

**Riesgo**

Probabilidad × consecuencia.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Fiabilidad en serie...**

producto

suma

máx

mín

producto. Todo debe funcionar.

**2. MTBF exponencial...**

1/λ

λ

e^λ

ln λ

1/λ. Vida media.

**3. Forma de Weibull > 1 significa...**

desgaste

mortalidad infantil

al azar

ninguna

desgaste. Tasa de falla creciente.

**4. La redundancia falla ante...**

causas comunes

fallas aleatorias

nada

λ pequeña

causas comunes. Falla compartida.

**Repetir este cuestionario**

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El pronóstico de huracanes 2026 de la NOAA recuerda a residentes, empresas y gobiernos que los desastres por huracanes pueden ocurrir en cualquier temporada, incluso una de baja actividad, y que las comunidades costeras deben prepararse cada año sin importar el pronóstico.

Eso es pensar en fiabilidad: una probabilidad baja no es cero, así que los sistemas de alerta, los respaldos y los planes se diseñan para funcionar en el raro año malo, no solo en el promedio.

En Saving Planets: GOES-19 · Soluciones

Fuentes: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

### Recursos de aprendizaje gratuitos

- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): Manual gratuito (capítulo de fiabilidad).
- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): Curso gratuito del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

## Problemas

Estos problemas están dentro de cada unidad. Hazlos en papel y luego abre la respuesta.

1. Descripción de datos: centro, dispersión y gráficos
   4 problemas
2. Reglas de probabilidad, conteo e independencia
   4 problemas
3. Probabilidad condicional y teorema de Bayes
   4 problemas
4. Variables aleatorias discretas: binomial y Poisson
   4 problemas
5. Distribuciones continuas: normal, exponencial y extremos
   4 problemas
6. Muestreo, simulación y teorema central del límite
   4 problemas
7. Intervalos de confianza
   4 problemas
8. Pruebas de hipótesis y valores p
   4 problemas
9. Correlación y regresión lineal
   4 problemas
10. Fiabilidad y riesgo
    4 problemas

# El laboratorio (Statistics lab)

El laboratorio es la parte práctica del curso. Aquí es gratuito y solo para practicar, sin créditos.

Cada práctica se hace en una simulación gratuita o una hoja de cálculo, así que no hay riesgos físicos. Haz pausas de pantalla, siéntate con buena postura y mantén los cables fuera de las zonas de paso.

Referencia de seguridad: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

## Práctica A: Centro y dispersión del registro de $CO_2$

SEMANA 1

**Objetivo:** Explora media, mediana y dispersión en PhET Center and Variability y luego resume los aumentos anuales recientes de $CO_2$ de la NOAA.

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

`s=((x- x)^2)/(n-1)`

Desviación estándar muestral

**Procedimiento**

1. En PhET Center and Variability, arrastra valores y observa cómo se mueven la media y la mediana.
2. Abre las medias anuales de Mauna Loa de la NOAA y calcula los aumentos anuales de 2021–2025.
3. Calcula media, mediana, rango y s.
4. Haz un diagrama de puntos y describe el valor de 2024.

**Tabla de datos**

| Estadístico | Valor (ppm/año) |
|---|---|
| Media | 2.628 |
| Mediana | 2.55 |
| Alcance | 1.41 |
| Desviación estándar | 0.564 |

*Datos de NOAA GML; estadísticos calculados.*

**Cálculo de ejemplo**

1. Aumentos: 2.20, 2.12, 2.55, 3.53, 2.74.
2. s = √(1.2735/4) = 0.564.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean $CO_2$ data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

**Vínculo con el planeta:** La media mensual de Mauna Loa de la NOAA fue de 426.07 ppm en septiembre de 2026. NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric $CO_2$ (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

☐ **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica B: Plinko y la distribución binomial

SEMANA 4

**Objetivo:** Deja caer bolas en PhET Plinko Probability y compara el histograma con el modelo binomial.

$$\mu = np,\ \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

μ=np,\ σ=(1-p)

Media y dispersión binomiales

**Procedimiento**

1. Configura 12 filas y p = 0.5.
2. Deja caer 1000 bolas y anota la media y la desviación estándar.
3. Calcula los valores binomiales.
4. Cambia p a 0.7 y predice la nueva media antes de soltar.

**Tabla de datos**

| Magnitud | Valor binomial |
|---|---|
| Casilla media | 6 |
| Desviación estándar | 1.732 |
| P(casilla 6) | 0.2256 |

*Valores calculados; tu simulación debería acercarse.*

**Cálculo de ejemplo**

1. σ = √(12 × 0.25) = 1.732.
2. P(6) = C(12, 6)/$2^{12}$ = 924/4096 = 0.2256.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier navegador.

PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability)

**Vínculo con el planeta:** La NOAA dimensiona su cono de huracanes para que dos tercios de los errores de trayectoria pasados queden dentro. NOAA National Hurricane Center: Definition of the NHC Track Forecast Cone (https://www.nhc.noaa.gov/aboutcone.shtml)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica C: Simulación de inundaciones de 100 años

SEMANA 6

**Objetivo:** Usa un Monte Carlo en hoja de cálculo para estimar la probabilidad de al menos una inundación del 1% anual en 30 años.

$$P = 1 - 0.99^{30}$$

```
P=1-0.99^30
```

Respuesta exacta

**Procedimiento**

1. Crea 30 columnas de =RAND()<0.01 (una por año).
2. En cada fila, comprueba si algún año hubo inundación.
3. Copia a 1000 filas y promedia el resultado.
4. Compara con la respuesta exacta y el error de Monte Carlo esperado.

**Tabla de datos**

| **Magnitud** | **Valor** |
|---|---|
| Probabilidad exacta | 0.260 |
| Error estándar de Monte Carlo, N = 1000 | 0.0139 |
| Rango esperado (±2 errores estándar) | 0.232 a 0.288 |

*Valores calculados; tu estimación variará en cada recálculo.*

**Cálculo de ejemplo**

1. SE = √(0.26 × 0.74/1000) = 0.0139.
2. 0.260 ± 0.0278.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/)

**Vínculo con el planeta:** El USGS subraya que pueden ocurrir inundaciones de 100 años dos años seguidos. USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica D: Dados y el teorema central del límite

SEMANA 7

**Objetivo:** Promedia tiradas de dados simuladas (o reales) y observa cómo la distribución de los promedios se vuelve normal.

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

SE=(σ)/( n)

Error estándar

**Procedimiento**

1. Simula tiradas con =RANDBETWEEN(1,6).
2. Promedia grupos de 1, 5, 25 y 100 tiradas, 500 veces cada uno.
3. Traza histogramas y calcula sus desviaciones estándar.
4. Compara con σ/√n.

**Tabla de datos**

| Tiradas por promedio | Error estándar previsto |
|---|---|
| 1 | 1.708 |
| 25 | 0.342 |
| 100 | 0.171 |

*Valores calculados; un dado tiene media 3.5 y σ = √(35/12).*

**Cálculo de ejemplo**

1. σ = √(35/12) = 1.708.
2. SE(25) = 1.708/5 = 0.342.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- También sirven dados reales.

PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability)

**Vínculo con el planeta:** La NASA publica un conjunto de incertidumbre para su registro de temperaturas GISTEMP. NASA GISS: GISS Surface Temperature Analysis (GISTEMP v4) (https://data.giss.nasa.gov/gistemp/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica E: Regresión y residuos

SEMANA 12

**Objetivo:** Ajusta una recta en PhET Least-Squares Regression, luego ajusta las medias decenales de Mauna Loa de la NOAA y estudia los residuos.

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

`y=b_0+b_1x`

Recta de mínimos cuadrados

**Procedimiento**

1. En PhET, coloca puntos y compara tu recta con el mejor ajuste.
2. Introduce las medias decenales de 1960–2020 con x = años desde 1960.
3. Usa LINEST o una línea de tendencia para obtener $b_0$, $b_1$ y r.
4. Grafica los residuos y describe el patrón.

**Tabla de datos**

| Magnitud | Valor |
|---|---|
| Pendiente | 1.613 ppm/año |
| Intercepto | 310.15 ppm |
| r | 0.990 |
| Residuos 1960 / 2000 / 2020 | +6.76 / −4.97 / +7.27 ppm |

*Datos de NOAA GML; ajuste calculado. Los residuos en forma de U muestran una curvatura hacia arriba.*

**Cálculo de ejemplo**

1. $b_1$ = Sxy/Sxx = 1.613.
2. Residuo 2020 = 414.21 − (310.15 + 1.613 × 60) = 7.27.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

PhET: Least-Squares Regression (https://phet.colorado.edu/en/simulations/least-squares-regression) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean $CO_2$ data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

**Vínculo con el planeta:** La NOAA señala que Mauna Loa muestrea el aire a 3400 m, lo que puede diferir de la media mundial. NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric $CO_2$ (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica F: Fiabilidad de un sistema de alerta

SEMANA 14

**Objetivo:** Crea una hoja de cálculo de fiabilidad en serie y en paralelo y prueba cómo la redundancia cambia una cadena de alerta de inundaciones de ejemplo.

$$R_s = \prod R_i,\ R_p = 1 - \prod (1 - R_i)$$

`R_s= R_i,\ R_p=1-(1-R_i)`

Fiabilidad del sistema

**Procedimiento**

1. Modela una cadena de ejemplo: sensor, enlace de radio y sirena en serie.
2. Calcula R con cada uno a 0.99 y luego con un par de sirenas redundantes.
3. Usa e^(−t/MTBF) para una misión de 1000 h con MTBF de 50000 h.
4. Halla qué mejora individual ayuda más.

**Tabla de datos**

| Configuración | Fiabilidad |
|---|---|
| Tres piezas en serie (0.99 cada una) | 0.9703 |
| Dos unidades redundantes (0.9 cada una) | 0.99 |
| Pieza de 0.9 + par redundante de 0.9 | 0.891 |
| 1000 h con MTBF de 50000 h | 0.980 |

*Valores de ejemplo; calculados.*

**Cálculo de ejemplo**

1. $0.99^3 = 0.9703$.
2. $0.9 \times (1 - 0.1^2) = 0.891$.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/)

**Vínculo con el planeta:** La NOAA dice que pueden ocurrir desastres incluso en temporadas de huracanes de baja actividad, así que prepárate cada año. NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

# Series de práctica para exámenes

Cronométrate: unos 10 minutos por problema. Luego compara con las soluciones completas.

## Ejercicios de práctica para el parcial (unidades 1–5)

1. Halla la media, la mediana y la desviación estándar muestral de 4, 8, 6, 10, 12.

    1. Media = 40/5.
    2. s = √(40/4).

    **Respuesta:** Media 8, mediana 8, s = 3.16.

2. Halla la probabilidad de al menos una inundación de 25 años (4% al año) en 10 años.

    1. $1 - 0.96^{10}$.

    **Respuesta:** 33.5%.

3. Una prueba detecta una condición el 90% de las veces y da falsa alarma el 10%; la tasa base es del 1%. Halla P(condición | positivo).

    1. 0.009/(0.009 + 0.099).

    **Respuesta:** 8.33%.

4. Halla P(X = 0) para una binomial con n = 5, p = 0.2.

    1. $0.8^5$.

    **Respuesta:** 0.328.

5. Halla P(X = 0) para una Poisson con λ = 2.

    1. $e^{-2}$.

    **Respuesta:** 0.135.

## Serie de práctica final (todas las unidades)

1. Halla P(Z > 1.96).

1. 1 − 0.975.

**Respuesta:** 0.025.

2. Halla el error estándar para σ = 6, n = 36.

    1. 6/6.

**Respuesta:** 1.

3. Construye un intervalo al 95% para x̄ = 50, s = 4, n = 16 (t = 2.131).

    1. 2.131 × 4/4.

**Respuesta:** 50 ± 2.13.

4. Prueba $H_0$: μ = 50 con x̄ = 52, s = 4, n = 16.

    1. t = 2/(4/4).

**Respuesta:** t = 2.0, justo por debajo de 2.131: no se rechaza al 5% (bilateral).

5. Halla la fiabilidad de cuatro piezas de 0.95 en serie.

    1. $0.95^4$.

**Respuesta:** 0.815.

6. Una pieza tiene MTBF de 2000 h. Halla P(sobrevive 500 h).

    1. e^(−0.25).

**Respuesta:** 0.779.

# Hoja de fórmulas

$$\bar{x} = \sum x/n,\ s^2 = \sum (x-\bar{x})^2/(n-1)$$

$$P(\geq 1) = 1-(1-p)^n,\ P(A \cup B) = P(A) + P(B$$

$$P(B|A) = P(A|B)P(B)/P(A),\ \lambda = -\ln(1-P)/$$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},\ P(X=k) = e^{-\lambda}\lambda$$

$$z = (x-\mu)/\sigma,\ P(T>t) = e^{-\lambda t},\ T = 1/AEP$$

$$SE = \sigma/\sqrt{n}$$

$$\bar{x} \pm t\, s/\sqrt{n},\ \hat{p} \pm z\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$$

$$t = (\bar{x}-\mu_0)/(s/\sqrt{n})$$

$$b_1 = S_{xy}/S_{xx},\ r = S_{xy}/\sqrt{S_{xx}S_{yy}}$$

$$R_s = \prod R_i,\ R_p = 1 - \prod(1 - R_i),\ MTBF = 1/$$

### Constantes

| Constante | Valor |
|---|---|
| Normal estándar (valores de libro) | Φ(1) = 0.8413, Φ(1.96) = 0.975, Φ(2) − Φ(−2) = 0.9545 |
| t de Student, 4 grados de libertad (valor de libro) | $t_{0.975}$ = 2.776 |
| e | 2.718281828 |
| Regla 68–95–99.7 | proporción de una normal dentro de 1, 2 y 3 desviaciones estándar |
| 1 ppm | una parte por millón en fracción molar |
| Probabilidad anual de excedencia | 1/(periodo de retorno) |

Fuente: NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/)

## Textos y simulaciones gratuitos

Usa estas clases, libros de texto, manuales y simulaciones gratuitos junto con el curso.

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): Clases, lecturas y problemas gratuitos del MIT.
- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): Curso gratuito del MIT de probabilidad aplicada.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): Libro de texto gratuito.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): Manual gratuito de estadística para ingeniería.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): Distribuciones binomial y normal de forma interactiva.
- PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability): Media, mediana y dispersión de forma interactiva.

## Glosario

**Probabilidad anual de excedencia**
Probabilidad de que un evento se iguale o supere en un año.

**Teorema de Bayes**
Invierte una probabilidad condicional.

**Distribución binomial**
Éxitos en n ensayos independientes.

**Teorema central del límite**
Las medias muestrales se vuelven normales.

**Probabilidad condicional**
Probabilidad dado que ocurrió otro evento.

**Intervalo de confianza**
Rango de un procedimiento que captura el valor verdadero a una tasa fijada.

**Correlación**
Fuerza de la asociación lineal.

**Valor esperado**
Promedio a largo plazo.

**Distribución exponencial**
Tiempo de espera sin memoria.

**Independencia**
Un evento no cambia la probabilidad de otro.

**MTBF**
Tiempo medio entre fallas.

**Mediana**
Valor central.

**Monte Carlo**
Estimación mediante simulación aleatoria repetida.

**Distribución normal**
Distribución en forma de campana.

**Distribución de Poisson**
Conteos de eventos raros.

**Periodo de retorno**
Años promedio entre eventos de un tamaño dado.

**Fiabilidad**
Probabilidad de sobrevivir hasta un tiempo dado.

**Error estándar**
Desviación estándar de un estadístico.

**Error de tipo I**
Rechazar una hipótesis nula verdadera.

**Valor p**
Probabilidad de datos así de extremos si $H_0$ se cumple.

# Rúbrica de autoevaluación

No se otorga nota ni crédito. Úsala para valorar con honestidad dónde estás en cada unidad.

| Nivel | Cómo se ve |
|---|---|
| 4 · Dominio | Nombra la variable aleatoria, enuncia los supuestos, elige el modelo adecuado, informa la incertidumbre e interpreta los resultados con palabras sencillas. |
| 3 · Competente | Resuelve los problemas de práctica con fallos ocasionales en supuestos o unidades. |
| 2 · En desarrollo | Sigue los ejemplos resueltos pero interpreta mal los valores p o los niveles de confianza. |
| 1 · Inicial | Introduce números en fórmulas sin comprobar supuestos; necesita repasar la unidad. |

### Ponderación sugerida si quieres una nota

| Parte | Peso |
|---|---|
| Problemas de práctica | 20% |
| Prácticas | 25% |
| Serie de práctica de mitad de curso | 25% |
| Serie de práctica final | 30% |

Apunta al nivel 3 o superior en cada unidad antes de pasar al siguiente curso.

# Cursos relacionados

- Métodos numéricos MATH 340
- Propulsión AERO 410
- Aerodinámica I AERO 310
- Todos los cursos