آخر تحديث: November 1, 2026

🗺️ خريطة طريق لأربع سنوات · السنة 3, الربيع

عن هذه الدورة

يتضمن هذا المقرر المجاني 10 وحدات و6 مختبرات. هذه الأعداد الحقيقية وليست منهجًا أطول جرى اختصاره.

التحقق هو رقم أو نتيجة برمجية في صفحة مقرر يعيد سكربت حسابها قبل النشر. يجب أن يطابق الرقم المعروض الرقم المعاد حسابه.

هذا مخطط دورة مجانية للتعلّم الذاتي كتبته Saving Planets. وهو ليس مقررًا جامعيًا، ولا يمنح ساعات معتمدة، ولا تشارك فيه أي مؤسسة تعليمية.

يتبع نطاقه مقررًا فصليًا في الاحتمالات والإحصاء للسنة الثالثة للمهندسين. وهو مبني على موضوعات وعمق MIT 18.05 Introduction to Probability and Statistics وMIT 6.041 Probabilistic Systems Analysis (مجانيان على MIT OpenCourseWare)، ويستخدم الكتاب المجاني OpenStax Introductory Statistics وNIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods، ونضع روابطهما حيث يفيدان. لا يؤيد أيٌّ من هؤلاء المؤلفين أو المؤسسات أو الهيئات هذه الصفحة.

ما نضيفه: ترتبط كل وحدة بعمل حقيقي مع مصدر عام موثق (احتمالات الفيضانات والزلازل لدى USGS، وتوقعات الأعاصير ومخاريط التنبؤ لدى NOAA، وسجل CO_2 في Mauna Loa وتحليل NASA لدرجات الحرارة)، ويُعاد حساب كل رقم في الصفحة بسكربت تحقق قبل النشر، ولكل مختبر محاكاة مجانية أو جدول بيانات.

تابعها بالترتيب. في كل وحدة أهداف وأفكار أساسية ومعادلات وأمثلة خطوة بخطوة وتمارين بإجابات كاملة وأخطاء شائعة وبطاقات تعليمية واختبار قصير. يُحفظ تقدّمك في هذا المتصفح فقط.

كيف تساعد هذه الدورة في إنقاذ الكوكب

حماية الناس والكوكب مسألة احتمالات: ما مدى احتمال حدوث فيضان أو زلزال أو إعصار، وما مدى يقيننا بأن CO_2 يرتفع بشكل أسرع، وما مدى موثوقية الأنظمة التي تحذرنا.

يحوّل الإحصاء البيانات إلى تلك الاحتمالات ويخبرنا بمدى الثقة بها. تنتهي كل وحدة بقسم قصير موثق. القيم التي ليست من مصدر يُشار إليها كقيم نموذجية أو مرجعية.

للمعلمين

يمكنك تدريس هذا المقرر، أو أن يتابعه الطالب وحده. إنه مجاني. Saving Planets لا تمنح درجة ولا ساعات معتمدة.

- هذه الصفحة هي المقرر كاملًا: 10 وحدات و6 مختبرات (MATH 350).
- خطّط لخمسة عشر أسبوعًا، نحو 6 إلى 9 ساعات في الأسبوع، بما في ذلك أسابيع المختبر.

- اتبع جدول الخمسة عشر أسبوعًا. اقرأ الوحدة، حلّ التمارين على الورق، ثم افتح الإجابة. في أسبوع المختبر، نفّذ المختبر أو نسخته المنزلية.
- التحقق هو رقم أو نتيجة برمجية في الصفحة يعيد سكربت حسابها قبل النشر. يجب أن يطابق الرقم الظاهر الرقم المعاد حسابه.
- استخدم طباعة هذه الصفحة، أو نزّل دليل الدراسة PDF. ورقة القوانين قرب النهاية.
- اسأل: كيف تساعد هذه الوحدة الناس والكوكب؟ في كل وحدة مربع أخضر فيه حقيقة مع مصدرها.
- انسخ نموذج دليل المعلم واكتب اسم صفك والوقت المتاح والأسئلة التي ستطرحها. افتح نموذج دليل المعلم

قبل أن تبدأ

المتطلبات السابقة

- التفاضل والتكامل I وII: المشتقات والتكاملات والمتسلسلات.
- الجبر الخطي: المتجهات والمربعات الصغرى (مفيد للانحدار).
- مقدمة في البرمجة أو مهارات جداول البيانات: الصيغ والنطاقات والمخططات.
- الطرق العددية (مفيد، غير مطلوب).

كيف تذاكر

- اكتب المتغير العشوائي ووحداته قبل أي حساب.
- ارسم التوزيع أو مخططًا شجريًا أولًا.
- تحقق من أن الاحتمالات تقع بين 0 و1 ومجموعها 1.
- صرّح بالافتراضات مثل الاستقلال؛ فمعظم الأخطاء تبدأ هناك.
- عند الشك، حاكِ: جدول بيانات مع RAND() يمكنه التحقق من أي احتمال تقريبًا.
- حل كل تمرين على الورق قبل فتح الإجابة، وأعد الاختبارات القصيرة بعد بضعة أيام.

ماذا تحتاج

- حاسوب أو جهاز لوحي للمحاكاة المجانية PhET Center and Variability وPlinko Probability وLeast-Squares Regression.
- برنامج جداول بيانات (أي برنامج مجاني يفي بالغرض) مع RAND() وNORM.DIST وLINEST، أو Python.
- ملف بيانات CO_2 في Mauna Loa من NOAA في متصفح ويب.
- آلة حاسبة؛ وزوج من النرد اختياري.

جدول مقترح من 15 أسبوعًا

نحو 6 إلى 9 ساعات أسبوعيًا: قراءة وتمارين، وفي أسابيع المختبر، المختبر.

الأسبوع	الوحدة	الموضوعات	القراءة
1	وصف البيانات: المركز والتشتت والرسوم	وصف البيانات؛ المختبر A	OpenStax Intro Stats
2	قواعد الاحتمال والعدّ والاستقلال	قواعد الاحتمال والعدّ	MIT 18.05

الأسبوع	الوحدة	الموضوعات	القراءة
3	الاحتمال الشرطي ومبرهنة بايز	الاحتمال الشرطي وبايز	MIT 6.041
4	المتغيرات العشوائية المتقطعة: ذات الحدين وبواسون	المتغيرات المتقطعة وذات الحدين؛ المختبر B	MIT 18.05
5	المتغيرات العشوائية المتقطعة: ذات الحدين وبواسون	نموذجا بواسون والهندسي	MIT 18.05
6	التوزيعات المتصلة: الطبيعي والأسي والقيم القصوى	التوزيعات المتصلة؛ المختبر C	USGS 100-year flood
7	المعاينة والمحاكاة ومبرهنة النهاية المركزية	المعاينة ومبرهنة النهاية المركزية؛ المختبر D؛ تدريب لامتحان منتصف الفصل	MIT 18.05
8	فترات الثقة	فترات الثقة للمتوسطات	OpenStax Intro Stats
9	فترات الثقة	فترات النسب وحجم العينة	NOAA CPC
10	اختبارات الفرضيات والقيم الاحتمالية p	اختبارات الفرضيات والقيم الاحتمالية p	MIT 18.05
11	الارتباط والانحدار الخطي	الارتباط والانحدار	OpenStax Intro Stats
12	الارتباط والانحدار الخطي	البواقي وفحص النموذج؛ المختبر E	NOAA GML
13	الموثوقية والمخاطر	الموثوقية وMTBF	NIST e-Handbook
14	الموثوقية والمخاطر	موثوقية الأنظمة؛ المختبر F	NIST e-Handbook
15	الموثوقية والمخاطر	المخاطر والمراجعة؛ تدريب للامتحان النهائي	NOAA CPC; USGS

تقدّمك

ضع علامة على الوحدات والمختبرات عند إنهائها، وخض الاختبارات. يُحفظ التقدم ونتائج الاختبارات في هذا المتصفح فقط، ولا تُرسل إلينا أبدًا.

الوحدات

وصف البيانات: المركز والتشتت والرسوم

أنواع البيانات، والمدرجات التكرارية والمخططات الصندوقية، والمتوسط والوسيط، والمدى، والتباين والانحراف المعياري، والربيعيات والقيم الشاذة، ولماذا يُقسم الانحراف المعياري للعينة على n − 1.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب المتوسط والوسيط والمدى والانحراف المعياري للعينة.
- اختر بين المتوسط والوسيط.
- اقرأ مدرجًا تكراريًا ومخططًا صندوقيًا.
- حدد القيم الشاذة بقاعدة 1.5 IQR.

المفاهيم الأساسية

- المتوسط x̄ = Σx/n هو نقطة التوازن؛ والوسيط هو القيمة الوسطى ويقاوم القيم الشاذة.
- تباين العينة s² = Σ(x − x̄)²/(n − 1) يقيس التشتت؛ وجذره التربيعي s له وحدات البيانات نفسها. القسمة على n − 1 تصحح استخدام x̄ بدل المتوسط الحقيقي.
- المدى هو max − min؛ والمدى الربيعي IQR = Q3 − Q1 يضم النصف الأوسط من البيانات.
- تُعلَّم النقاط التي تبعد أكثر من 1.5 IQR خارج الربيعيات كقيم شاذة محتملة: افحصها ولا تكتفِ بحذفها.
- ارسم دائمًا أولًا: يُظهر المدرج التكراري أو المخطط الصندوقي الالتواء والفجوات والقيم الشاذة التي يخفيها رقم واحد.

المعادلات الأساسية

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$$

x=1n x_i

متوسط العينة

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2$$

s^2=(1)/(n-1)(x_i- x)^2

تباين العينة

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

IQR=Q_3-Q_1

المدى الربيعي

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

z=(x- x)/(s)

الدرجة المعيارية

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 1.1 تعطي المتوسطات السنوية لدى NOAA في Mauna Loa زيادات سنوية في CO_2 للفترة 2021–2025 قدرها 2.20 و2.12 و2.55 و3.53 و2.74 ppm. أوجد المتوسط والوسيط.

1. المجموع 13.14 =؛ اقسم على 5.
2. رتّب: 2.12، 2.20، 2.55، 2.74، 3.53.

الإجابة: المتوسط /2.628 ppmسنة؛ الوسيط /2.55 ppmسنة.

مثال 1.2 أوجد المدى والانحراف المعياري للعينة.

1. المدى 2.12 − 3.53 =.
2. $s = \sqrt{\Sigma(x - 2.628)^2/4}$.

الإجابة: المدى /1.41 ppmسنة؛ /s = 0.564 ppmسنة.

مثال 1.3 أوجد الدرجة z لزيادة (2024) 3.53 ppm.

1. $z = (3.53 - 2.628)/0.564$.

الإجابة: z = 1.60.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. أيهما يتأثر أكثر بالقيمة 3.53، المتوسط أم الوسيط؟

   المتوسط (2.628 مقابل 2.55).

2. لماذا نقسم على n − 1؟

   الانحرافات عن $\bar{x}$ أصغر قليلًا من اللازم؛ و1 − n يصحح التحيز.

3. ما وحدات s لزيادات CO_2؟

ppm في السنة.

4. ما أثر ذيل أيمن طويل على المتوسط والوسيط؟

المتوسط > الوسيط.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: المتوسط دائمًا ممثِّل.
في الحقيقة: قد يبعده الالتواء أو القيم الشاذة.

خرافة: القيم الشاذة أخطاء.
في الحقيقة: قد تكون أحداثًا حقيقية؛ تحقق منها.

خرافة: يمكن أن يكون الانحراف المعياري سالبًا.
في الحقيقة: إنه جذر تربيعي، فلا يكون سالبًا أبدًا.

بطاقات تعليمية

المتوسط

Σx/n.

الوسيط

القيمة الوسطى.

الانحراف المعياري

√(Σ(x̄ − x)²/(n − 1)).

IQR

Q3 − Q1.

قاعدة القيم الشاذة

1.5 IQR خارج الربيعيات.

الدرجة z

(x̄ − x)/s.

اختبار ذاتي

1. يقاوم القيم الشاذة...

الوسيط

المتوسط

المدى

التباين

الوسيط. القيمة الوسطى.

2. تباين العينة يُقسم على...

n − 1

n

n + 1

2n

n − 1. تصحيح التحيز.

3. IQR هو...

Q3 − Q1

max − min

المتوسط − الوسيط

s^2

Q1 − Q3. النصف الأوسط.

4. ارسم البيانات...

أولًا

أبدًا

أخيرًا

فقط إن طُلب ذلك

أولًا. لرؤية الشكل.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

تذكر NOAA أن سجل CO_2 في Mauna Loa، الذي بدأه C. David Keeling من Scripps في مارس 1958، هو أطول سجل للقياسات المباشرة لـ CO_2 في الغلاف الجوي. وارتفعت المتوسطات السنوية لدى NOAA من 414.21 ppm عام 2020 إلى 427.35 ppm عام 2025.

تحوّل الإحصاءات الوصفية في هذه الوحدة ذلك السجل إلى معدل: متوسط الزيادات السنوية الخمس 2.628 ppm في السنة، بانحراف معياري قدره 0.564 ppm في السنة ناتج عن التباين من سنة لأخرى.

على Saving Planets: الحلول · رصد الأرض

المصادر: NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric CO_2 (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean CO_2 data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

مصادر تعلّم مجانية

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): كتاب مجاني.
- PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability): المتوسط والوسيط والتشتت بشكل تفاعلي.

أنهيت هذه الوحدة

قواعد الاحتمال والعدّ والاستقلال

فضاءات العينة والأحداث، والمسلّمات، والمتممات، وقاعدتا الجمع والضرب، والاستقلال، والتباديل والتوافيق، ومسائل «واحد على الأقل».

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- طبّق قواعد المتمم والجمع والضرب.
- اختبر الاستقلال.
- احسب بالتباديل والتوافيق.
- حل مسائل «واحد على الأقل».

المفاهيم الأساسية

- تقع الاحتمالات بين 0 و1، واحتمال فضاء العينة كله 1. P(ليس A) = 1 − P(A).
- قاعدة الجمع: P(A أو B) = P(A) + P(B) − P(A و B).
- يكون A وB مستقلين إذا كان P(A و B) = P(A)P(B)؛ وعندها لا تخبرك معرفة أحدهما شيئًا عن الآخر.
- لـ«واحد على الأقل» في n من المحاولات المستقلة، استخدم المتمم: 1 − (1 − p)ⁿ.
- التوافيق C(n, k) = n!/(k!(n − k)!) تعدّ الاختيارات غير المرتبة؛ والتباديل تعدّ المرتبة.

المعادلات الأساسية

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

```
P(A^c)=1-P(A)
```

المتمم

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

```
P(A B)=P(A)+P(B)-P(A B)
```

قاعدة الجمع

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

```
P(A B)=P(A)P(B)
```

الاستقلال

$$P(\geq 1) = 1 - (1 - p)^n$$

```
P(1)=1-(1-p)^n
```

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 2.1 لفيضان 100 عام احتمال 1% كل سنة. أوجد احتمال حدوث واحد على الأقل خلال قرض عقاري مدته 30 سنة.

1. P(لا شيء) $= 0.99^{30} = 0.740$.
2. P(واحد على الأقل) $= 1 - 0.740 =$.

الإجابة: 26.0%.

مثال 2.2 أوجد احتمال حدوث فيضان 100 عام واحد على الأقل خلال 100 سنة.

1. $1 - 0.99^{100}$.

الإجابة: 63.4%، وليس 100%.

مثال 2.3 أوجد احتمال حدوث فيضان 50 عامًا واحد على الأقل (2% سنويًا) خلال 30 سنة.

1. $1 - 0.98^{30}$.

الإجابة: 45.5%.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. فيضان 250 عامًا واحد على الأقل (0.4% سنويًا) خلال 30 سنة؟

   $1 - 0.996^{30} = 11.3\%$.

2. بكم طريقة يمكن اختيار 6 من 9 عناصر؟

   $C(9, 6) = 84$.

3. هل يمكن أن يقع فيضانا 100 عام في سنتين متتاليتين؟

   نعم: تبدأ كل سنة بالاحتمال نفسه 1%.

4. هل تُعامل الفيضانات السنوية هنا على أنها مستقلة؟

   نعم؛ تشير USGS إلى أن الفيضان النادر لا يقلل احتمال حدوث آخر بعده بقليل.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: يحدث فيضان 100 عام مرة كل 100 سنة.
في الحقيقة: له احتمال 1% كل سنة.

خرافة: بعد الفيضان يصبح التالي أقل احتمالًا.
في الحقيقة: كل سنة مستقلة.

خرافة: P(A أو B) = P(A) + P(B) دائمًا.
في الحقيقة: فقط إذا لم يمكن حدوث A وB معًا.

بطاقات تعليمية

المتمم

1 − P(A).

قاعدة الجمع

اطرح التقاطع.

الاستقلال

P(A∩B) = P(A)P(B).

واحد على الأقل

1 − (1 − p)ⁿ.

التوفيق

n!/(k!(n − k)!).

AEP

احتمال التجاوز السنوي.

اختبار ذاتي

1. P(واحد على الأقل في n)...

1 − (1 − p)ⁿ

np

pⁿ

1 − pⁿ

1 − (1 − p)ⁿ. المتمم.

2. المستقل يعني…

P (B ∩ A) = P(A)P (B)

متنافٍ

متساويان

P = 0

P(A)P (B∩A)P =(B). التعريف.

3. الاحتمال السنوي لفيضان 100 عام…

1%

100%

10%

0.1%

.1%. USGS

4. C(n, k) يعدّ…

اختيارات غير مرتبة

ترتيبات

النتائج دائمًا

الأزواج فقط

اختيارات غير مرتبة. التوصيلات.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

توضح USGS أن «فيضان 100 عام» هو فيضان احتمال حدوثه 1 بالمئة في أي سنة، وأن فيضانات 100 عام يمكن أن تقع في سنتين متتاليتين. ويقرن جدولها كل فترة تكرار باحتمال تجاوز سنوي: 2 سنة مع 50%، و10 سنوات مع 10%، و100 سنة مع 1%،

و500 سنة مع 0.2%.

تشير USGS إلى أن الولايات المتحدة اختارت في عقد 1960 الفيضان ذا احتمال التجاوز السنوي 1 بالمئة أساسًا لـ National Flood Insurance Program. وتُظهر قاعدة المتمم في هذه الوحدة أن منزلًا يُسكن 30 سنة في تلك المنطقة لديه احتمال 26% لمواجهة فيضان كهذا مرة على الأقل.

على Saving Planets: المحيطات · الحلول

المصادر: USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): محاضرات MIT مجانية.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): كتاب مجاني.

☐ **أنهيت هذه الوحدة**

الاحتمال الشرطي ومبرهنة بايز

الاحتمال الشرطي، وقاعدة الضرب، والمخططات الشجرية، وقانون الاحتمال الكلي، ومبرهنة بايز، والمعدلات الأساسية، وتحويل احتمال على 30 سنة إلى معدل سنوي.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب الاحتمالات الشرطية من جدول أو شجرة.
- طبّق قانون الاحتمال الكلي.
- استخدم مبرهنة بايز واشرح أثر المعدل الأساسي.
- حوّل الاحتمالات متعددة السنوات إلى معدلات سنوية.

المفاهيم الأساسية

- P(A | B) = P(A و B)/P(B) هو احتمال A بعد أن نعلم أن B قد وقع.
- يجمع قانون الاحتمال الكلي فروع الشجرة: P(A) = Σ P(A | Bᵢ)P(Bᵢ).
- تعكس مبرهنة بايز الشرط: P(B | A) = P(A | B)P(B)/P(A).
- الأحداث النادرة تعطي إنذارات كاذبة كثيرة: حتى الاختبار الجيد له قيمة تنبؤية إيجابية منخفضة عندما يكون المعدل الأساسي صغيرًا.
- إذا وقعت الأحداث بمعدل ثابت λ، فإن احتمال حدوث واحد على الأقل في t سنة هو 1 − e^(−λt)، إذن λ = −ln(1 − P)/t.

المعادلات الأساسية

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

```
P(A|B)=(P(A B))/(P(B))
```

الاحتمال الشرطي

$$P(A) = \sum_{i} P(A|B_i)P(B_i)$$

```
P(A)=_i P(A|B_i)P(B_i)
```

الاحتمال الكلي

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

```
P(B|A)=(P(A|B)P(B))/(P(A))
```

مبرهنة بايز

$$\lambda = -\frac{\ln(1-P)}{t}$$

=-((1-P))/(t)

المعدل من احتمال على t سنة

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 3.1 يُنبّه مستشعر إلى العطل في 95% من الحالات عند وجوده، وخطأً في 5% من الحالات خلاف ذلك؛ و2% من الوحدات بها العطل (قيم نموذجية). أوجد P(عطل | تنبيه).

1. P(تنبيه) = 0.98 × 0.02 + 0.05 × 0.95 = 0.068.
2. بايز: 0.019/0.068.

الإجابة: 27.9%: معظم التنبيهات إنذارات كاذبة.

مثال 3.2 تعطي USGS احتمال 72% لزلزال واحد على الأقل M ≥ 6.7 في منطقة خليج San Francisco خلال 30 سنة. أوجد المعدل السنوي بافتراض معدل ثابت.

1. λ = −ln(0.28)/30.

الإجابة: λ = 0.0424 في السنة.

مثال 3.3 أوجد احتمال حدوث زلزال كهذا مرة على الأقل في سنة واحدة.

1. 1 − e^(−0.0424).

الإجابة: 4.15% في السنة.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. احتمال حدوث واحد في السنوات الـ10 القادمة بهذا المعدل؟

   1 − e^(−0.424) = 34.6%.

2. المعدل السنوي لاحتمال 60% في 30 سنة لمنطقة Los Angeles؟

   −ln(0.4)/30 = 0.0305 في السنة.

3. لماذا P(عطل | تنبيه) منخفض إلى هذا الحد؟

المعدل الأساسي (2%) صغير.

4. هل P(A | B) يساوي P(B | A)؟

عمومًا لا.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: P(A | B) = P(B | A).
في الحقيقة: تربط مبرهنة بايز بينهما عبر المعدلات الأساسية.

خرافة: الاختبار الدقيق بنسبة 95% يصيب في 95% من مرات تنبيهه.
في الحقيقة: ليس عندما تكون الحالة نادرة.

خرافة: الاحتمال على 30 سنة يُقسم ببساطة على 30.
في الحقيقة: استخدم صيغة المعدل.

بطاقات تعليمية

الشرطي

P(A∩B)/P(B).

الاحتمال الكلي

الجمع على الفروع.

بايز

P(A|B)P(B)/P(A).

المعدل الأساسي

التكرار القبلي.

المعدل

λ = −ln(1 − P)/t.

المخطط الشجري

تُضرب الفروع وتُجمع المسارات.

اختبار ذاتي

1. بايز يعكس...

شرطًا

مجموع

متوسطًا

عينة

شرطًا. P(B|A) من P(A|B).

2. المعدلات الأساسية المنخفضة تسبب...

إنذارات كاذبة

دقة أكبر

لا شيء

تحيزًا في s

إنذارات كاذبة. قليل من الإيجابيات الحقيقية.

3. P(A|B) هو...

P (B ∩ A) /P (B)

P(A)P(B)

P(A) + P(B)

P(B)/P(A)

P(B∩A)/P(B). التعريف.

4. احتمال M ≥ 6.7 خلال 30 سنة في منطقة الخليج...

72%

7%

99%

20%

.72%. USGS

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

تعطي USGS، باستخدام Uniform California Earthquake Rupture Forecast 3، احتمالات على 30 سنة قدرها 72% لزلزال بقوة 6.7 في منطقة خليج San Francisco و60% في منطقة Los Angeles. وتشير أيضًا إلى أن احتمال أن يتبع الزلزالَ زلزالٌ أكبر قريبًا منه خلال أسبوع هو نحو 5% حول العالم.

تحويل أرقام الـ30 سنة هذه إلى معدل سنوي يقارب 4% هو الطريقة التي يقارن بها المهندسون ومخططو الطوارئ خطر الزلازل بالمخاطر الأخرى.

على Saving Planets: الحلول · رصد الأرض

المصادر: USGS FAQ: What is the probability that an earthquake will occur in the Los Angeles area? In the San Francisco Bay area? (https://www.usgs.gov/faqs/what-probability-earthquake-will-occur-los-angeles-area-san-francisco-bay-area)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): مقرر MIT مجاني.
- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): محاضرات MIT مجانية.

شاهد المحاضرة

Lecture 2: Conditioning and Bayes' Rule2 (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-2-video-2/) (باللغة الإنجليزية)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. الترخيص: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · شروط الاستخدام (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). الرابط للدراسة المجانية فقط؛ Saving Planets غير تابع لهذه الجامعة ولا يحظى بتأييدها.

☐ **أنهيت هذه الوحدة**

المتغيرات العشوائية المتقطعة: ذات الحدين وبواسون

المتغيرات العشوائية، ودوال الكتلة الاحتمالية، والقيمة المتوقعة والتباين، وتوزيعا برنولي وذي الحدين، وتوزيع بواسون للأحداث النادرة، والتوزيع الهندسي.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب القيمة المتوقعة والتباين.
- طبّق توزيع ذي الحدين.
- طبّق توزيع بواسون على الأحداث النادرة.
- اختر النموذج المتقطع المناسب.

المفاهيم الأساسية

- يُسند المتغير العشوائي رقمًا لكل نتيجة. وقيمته المتوقعة E[X] = Σx p(x) هي المتوسط على المدى الطويل.
- Var(X) = E[(X − μ)²]؛ والانحراف المعياري هو جذره التربيعي.
- ذو الحدين: عدد النجاحات في n من المحاولات المستقلة باحتمال p. P(X = k) = C(n, k)pᵏ(1 − p)ⁿ⁻ᵏ، المتوسط np، التباين np(1 − p).
- بواسون: عدد الأحداث النادرة بمعدل λ لكل فترة. P(X = k) = e^(−λ)λᵏ/k!، والمتوسط والتباين كلاهما λ.
- الهندسي: عدد المحاولات حتى أول نجاح، بمتوسط 1/p، ومن هنا جاء مفهوم «فترة التكرار».

المعادلات الأساسية

$$E[X] = \sum x\,p(x)$$

E[X]= x p(x)

القيمة المتوقعة

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

P(X=k)= nk p^k(1-p)^n-k

ذو الحدين

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

P(X=k)=^-^kk!

بواسون

$$E[T] = 1/p$$

E[T]=1/p

متوسط الانتظار الهندسي

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 4.1 تحدد NOAA حجم مخروط توقع الأعاصير بحيث يقع ثلثا أخطاء المسارات التاريخية داخله. على مدى 9 توقعات مستقلة، أوجد العدد المتوقع داخله وP(جميع الـ9 داخله).

1. $E = 9 \times 2/3$.
2. $P = (2/3)^9$.

الإجابة: E = 6؛ P(جميع الـ9) = 2.60% =.

مثال 4.2 أوجد P(6 بالضبط من 9 داخله).

1. $C(9,6)(2/3)^6(1/3)^3 = 84 \times 0.0878 \times 0.0370$.

الإجابة: 27.3%.

مثال 4.3 نموذج فيضانات 100 عام خلال 100 سنة بتوزيع بواسون مع λ = 1. أوجد P(لا شيء) وP(2 أو أكثر).

1. $P(0) = e^{-1}$.
2. $P(\geq 2) = 1 - 2e^{-1}$.

الإجابة: P(0) = 36.8%; P(≥2) = 26.4%.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. الانحراف المعياري لعدد التوقعات داخل المخروط، n = 9؟

   $\sqrt{9 \times 2/3 \times 1/3} = 1.414$.

2. متوسط الانتظار لحدث احتماله 1% سنويًا (هندسي)؟

   1/0.01 = 100 سنة.

3. P(واحد على الأقل) لبواسون مع λ = 1؟

$1 - e^{-1} = 63.2\%$، قريب من 63.4% لذي الحدين.

4. متى يقرّب بواسون ذا الحدين جيدًا؟

n كبير وp صغير.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: القيمة المتوقعة هي القيمة الأكثر احتمالًا.
في الحقيقة: إنها المتوسط على المدى الطويل.

خرافة: المخروط = حيث تبقى آثار العاصفة.
في الحقيقة: يُظهر فقط المسار المحتمل للمركز.

خرافة: يحتاج بواسون عددًا ثابتًا من المحاولات.
في الحقيقة: يعدّ الأحداث في فترة.

بطاقات تعليمية

المتغير العشوائي

رقم لكل نتيجة.

E[X]

المتوسط على المدى الطويل.

ذو الحدين

النجاحات في n محاولة.

بواسون

عدد الأحداث النادرة.

الهندسي

المحاولات حتى أول نجاح.

التباين

$E[(X - \mu)^2]$.

اختبار ذاتي

1. متوسط ذي الحدين...

np

n/p

p

n

np. مجموع متغيرات برنولي.

2. متوسط بواسون وتباينه...

كلاهما λ

λ وλ^2

1 وλ

0

كلاهما λ. خاصية.

3. دوائر مخروط NHC تحتوي...

ثلثي الأخطاء

كل الأخطاء

النصف

95%

ثلثي الأخطاء. تعريف NOAA.

4. متوسط الانتظار الهندسي...

1/p

p

np

p^2

1/p. فترة التكرار.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

يبني National Hurricane Center التابع لـ NOAA مخروط توقع المسار من دوائر يُحدد حجمها بحيث يقع ثلثا أخطاء التوقعات الرسمية التاريخية على عينة 5 سنوات داخلها. ولعام 2026 في الأطلسي، استنادًا إلى أخطاء 2025–2021، يزداد نصف قطر الدائرة من 25 ميلًا بحريًا عند 12 ساعة إلى 95 عند 72 ساعة و200 عند 120 ساعة.

لذا سيكون مركز العاصفة خارج المخروط نحو مرة من كل ثلاث، وهي حقيقة من توزيع ذي الحدين تستحق المعرفة قبل الحكم بأن المخروط يعني «آمن» أو «غير آمن».

على GOES-19 :Saving Planets · المحيطات

المصادر: NOAA National Hurricane Center: Definition of the NHC Track Forecast Cone (https://www.nhc.noaa.gov/aboutcone.shtml)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): محاضرات MIT مجانية.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): ذو الحدين بشكل تفاعلي.

شاهد المحاضرة

Lecture 5: Discrete Random Variables; Probability Mass Functions; Expectations Video (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-5-video/) (باللغة الإنجليزية)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. الترخيص: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · شروط الاستخدام (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). الرابط للدراسة المجانية فقط؛ Saving Planets غير تابع لهذه الجامعة ولا يحظى بتأييدها.

☐ **أنهيت هذه الوحدة**

التوزيعات المتصلة: الطبيعي والأسي والقيم القصوى

دوال الكثافة الاحتمالية والتوزيع التراكمي، والتوزيعات المنتظم والطبيعي والأسي، والتوحيد المعياري بـ z، وخاصية انعدام الذاكرة، وفترات تكرار القيم القصوى.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- استخدم دالة الكثافة ودالة التوزيع التراكمي.
- أوجد الاحتمالات الطبيعية بالدرجات z.
- طبّق التوزيع الأسي على أزمنة الانتظار.
- اربط فترة التكرار باحتمال التجاوز السنوي.

المفاهيم الأساسية

- لمتغير متصل، الاحتمالات مساحات تحت الكثافة f(x)؛ ودالة التوزيع التراكمي F(x) = P(X ≤ x).
- التوزيع الطبيعي جرسي الشكل بمتوسط μ وانحراف معياري σ. نحو 68% و95% و99.7% من القيم تقع ضمن 1 و2 و3σ.
- وحّد معياريًا بـ z = (x − μ)/σ واقرأ Φ(z) من جدول أو بـ NORM.S.DIST.
- أزمنة الانتظار بين أحداث بمعدل ثابت λ أسية: P(T > t) = e^(−λt)، بمتوسط 1/λ. العملية بلا ذاكرة: الانتظار السابق لا يغيّر الاحتمالات المستقبلية.
- فترة التكرار T واحتمال التجاوز السنوي مقلوبان: حدث AEP له 0.2 فترة تكراره 5 سنوات.

المعادلات الأساسية

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

P(a<X<b)=_a^b f(x) dx

الاحتمال كمساحة

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

z=(x-μ)/(σ)

التوحيد المعياري

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

P(T>t)=e^- t

البقاء الأسي

$$T = \frac{1}{AEP}$$

T=1/AEP

فترة التكرار

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 5.1 أوجد P(Z < 1) والنسبة ضمن ±1σ في التوزيع الطبيعي.

1. Φ(1) = 0.8413.
2. Φ(1) − Φ(−1).

الإجابة: 0.8413؛ 68.3% ضمن ±1σ.

مثال 5.2 بمعدل منطقة الخليج λ = 0.0424 في السنة من الوحدة 3، أوجد متوسط ووسيط الانتظار لزلزال M ≥ 6.7.

1. المتوسط = 1/λ.
2. الوسيط = ln 2/λ.

الإجابة: المتوسط 23.6 سنة؛ الوسيط 16.3 سنة.

مثال 5.3 ما فترة التكرار المقابلة لاحتمال تجاوز سنوي 0.2، ولاحتمال 0.002؟

1. T = 1/AEP.

الإجابة: 5 سنوات و500 سنة، بما يطابق جدول USGS.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. P(Z < −1.5)؟

   .0.0668

2. النسبة ضمن ±2σ؟

   .95.4%

3. Φ(1.96)؟

.0.975

4. لم يقع زلزال منذ 20 سنة. هل يرفع النموذج الأسي الاحتمال في السنة القادمة؟

لا: إنه بلا ذاكرة (وقد تختلف الصدوع الحقيقية).

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: $P(X = x) > 0$ لمتغير X متصل.
في الحقيقة: للنقاط المفردة احتمال 0.

خرافة: كل البيانات طبيعية.
في الحقيقة: تحقق برسم؛ فالقيم القصوى غالبًا ملتوية.

خرافة: انعدام الذاكرة يعني أن الأحداث مجدولة.
في الحقيقة: بل يعني العكس.

بطاقات تعليمية

PDF

الكثافة؛ المساحة = الاحتمال.

CDF

$P(X \le x)$.

العمودي

منحنى جرسي، μ وσ.

z

$(x - \mu)/\sigma$.

الأسي

زمن انتظار بلا ذاكرة.

فترة التكرار

1/AEP.

اختبار ذاتي

1. ضمن ±2σ في التوزيع الطبيعي...

نحو 95%

50%

68%

99.7%

نحو 95%. القاعدة التجريبية.

2. متوسط التوزيع الأسي...

1/λ

λ

λ²

ln λ

1/λ. خاصية.

3. فترة تكرار AEP بنسبة 1%...

100 سنة

سنة واحدة (1)

10 سنوات

1000 سنة

100 سنة. مقلوب.

4. Φ(1) يساوي...

0.8413

0.5

0.68

1

0.8413. جدول.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

تقول USGS إن فترات التكرار تأتي من تحليل تكرار البيانات التاريخية، وإن الأمر يتطلب عشر سنوات أو أكثر من البيانات، وإن التحليل المبني على سجل 30 سنة يستحق ثقة أكبر من المبني على 10. وتعرّف فيضان 1000 عام بأنه فيضان احتمال حدوثه 0.1% في أي سنة.

لأن مستويات الفيضان تُقدَّر من بيانات سابقة، تشير USGS إلى أن مستوى فيضان 100 عام يتغير كلما سُجلت فيضانات جديدة أو غيّرت السدود والتنمية الحوض، لذا فالتوزيع وراء خريطة الفيضانات تقدير وليس حقيقة ثابتة.

على Saving Planets: المحيطات · التفاضل والتكامل 2

المصادر: USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

مصادر تعلّم مجانية

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): كتاب مجاني.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): دليل مجاني.

شاهد المحاضرة

Lecture 10: Continuous Bayes' Rule Derived Distributions (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-10-video-1/) (باللغة الإنجليزية)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. الترخيص: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · شروط الاستخدام (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). الرابط للدراسة المجانية فقط؛ Saving Planets غير تابع لهذه الجامعة ولا يحظى بتأييدها.

☐ **أنهيت هذه الوحدة**

المعاينة والمحاكاة ومبرهنة النهاية المركزية

المجتمعات والعينات، والتحيز والمعاينة العشوائية، وتوزيع المعاينة للمتوسط، والخطأ المعياري، ومبرهنة النهاية المركزية، وقانون الأعداد الكبيرة، ومحاكاة مونت كارلو.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- ميّز بين كميات المجتمع والعينة.
- احسب خطأً معياريًا.
- اذكر مبرهنة النهاية المركزية وطبّقها.
- قدّر احتمالًا بمحاكاة مونت كارلو.

المفاهيم الأساسية

- الإحصاءة المحسوبة من عينة تتغير من عينة لأخرى؛ وتوزيعها هو توزيع المعاينة.
- الخطأ المعياري للمتوسط هو σ/√n: مضاعفة البيانات أربع مرات تنصّفه.
- مبرهنة النهاية المركزية: عندما يكون n كبيرًا، يكون متوسط العينة طبيعيًا تقريبًا أيًا كان شكل البيانات.
- قانون الأعداد الكبيرة: تستقر متوسطات العينة وتكراراتها نحو قيمها الحقيقية مع ازدياد n.
- تكرر محاكاة مونت كارلو تجربة عشوائية مرات عديدة على الحاسوب؛ وينخفض خطؤها أيضًا مثل 1/√n.

المعادلات الأساسية

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

```
SE=(σ)/( n)
```

الخطأ المعياري

$$\bar{X} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

مبرهنة النهاية المركزية

$$\hat{p} = \frac{\#\text{hits}}{N}$$

```
p=\#hitsN
```

تقدير مونت كارلو

$$SE_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}$$

SE_ p=(p(1-p))/(N)

الخطأ المعياري للنسبة

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 6.1 القياسات لها σ = 10 (قيمة نموذجية). أوجد الخطأ المعياري لمتوسط 25 قياسًا.

1. 10/√25.

الإجابة: SE = 2.

مثال 6.2 لنرد عادل متوسط 3.5 وσ = 1.708. أوجد الخطأ المعياري لمتوسط 25 رمية.

1. 1.708/5.

الإجابة: SE = 0.342.

مثال 6.3 كم تشغيلة مونت كارلو تقدّر احتمالًا قريبًا من 0.5 بدقة ±0.05 (95%)؟

1. $n = 1.96^2 \times 0.25 / 0.05^2$.

الإجابة: نحو 384 تشغيلة.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. الخطأ المعياري لمتوسط النرد على 100 رمية؟

   0.171.

2. ضاعف حجم العينة. الخطأ المعياري؟

   مقسوم على √2.

3. هل تجعل مبرهنة النهاية المركزية البيانات طبيعية؟

   لا، بل متوسط العينة فقط.

4. هامش 95% للمتوسط مع σ = 10 وn = 25؟

   1.96 × 2 = 3.92.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: العينة الكبيرة تصلح التحيز.
في الحقيقة: إنها تقلل الخطأ العشوائي فقط.

خرافة: n = 30 تكفي دائمًا.
في الحقيقة: قد تحتاج البيانات الملتوية إلى أكثر.

خرافة: المحاكاة دقيقة تمامًا.
في الحقيقة: لها خطأ معاينة خاص بها.

بطاقات تعليمية

المجتمع

المجموعة كلها.

العينة

الجزء المقاس.

الخطأ المعياري

σ/√n.

CLT

تصبح المتوسطات طبيعية.

قانون الأعداد الكبيرة

تستقر المتوسطات.

مونت كارلو

كرّر محاولات عشوائية.

اختبار ذاتي

1. الخطأ المعياري للمتوسط...

σ/√n

σ/n

σ

nσ

σ/√n. صيغة.

2. مبرهنة النهاية المركزية تتعلق بـ...

متوسط العينة

كل نقطة بيانات

الوسيط فقط

التحيز

متوسط العينة. توزيع المعاينة.

3. ينخفض خطأ مونت كارلو مثل...

1/√n

1/n

n

ثابت

1/√n. SE.

4. المعاينة العشوائية تمنع...

تحيز الاختيار

التباين

كل خطأ

لا شيء

تحيز الاختيار. التصميم.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

يقدّر تحليل درجة حرارة السطح لدى GISS التابع لـ NASA (GISTEMP v4) تغير درجة حرارة السطح العالمية من بيانات محطات NOAA والمحيطات، ويُحدَّث نحو اليوم 10 من كل شهر. وتنشر NASA أيضًا مجموعة عدم يقين لعام 2024 له.

مجموعة عدم اليقين هي فكرة مونت كارلو في هذه الوحدة على نطاق كوكبي: نسخ معقولة كثيرة من السجل، يُظهر تشتتها مدى يقيننا بقيمة كل سنة.

على Saving Planets: رصد الأرض · الحلول

المصادر: NASA GISS: GISS Surface Temperature Analysis (GISTEMP v4) (https://data.giss.nasa.gov/gistemp/)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): محاضرات MIT مجانية.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): شاهد المجاميع تصبح طبيعية.

شاهد المحاضرة

Lecture 20: Central Limit Theorem (https://ocw.mit.edu/courses/6-041sc-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2013/resources/lecture-20-video-2/) (باللغة الإنجليزية)

MIT 6.041SC Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2013), MIT OpenCourseWare. الترخيص: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · شروط الاستخدام (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). الرابط للدراسة المجانية فقط؛ Saving Planets غير تابع لهذه الجامعة ولا يحظى بتأييدها.

أنهيت هذه الوحدة

فترات الثقة

التقديرات النقطية والفترية، وفترات z وt للمتوسط، وفترات النسبة، وهامش الخطأ وحجم العينة، وما يعنيه مستوى الثقة وما لا يعنيه.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- ابنِ فترة t للمتوسط.
- ابنِ فترة للنسبة.
- اختر حجم عينة لهامش مستهدف.
- فسّر مستوى الثقة تفسيرًا صحيحًا.

المفاهيم الأساسية

- فترة الثقة هي التقدير ± القيمة الحرجة × الخطأ المعياري.
- عندما تكون σ مجهولة وn صغيرًا، استخدم توزيع t لستودنت بدرجات حرية n − 1؛ ولـ t ذيول أثقل من z.
- للنسبة: p̂ ± z√(p̂(1 − p̂)/n).
- مستوى 95% يعني أن 95% من الفترات المبنية بهذه الطريقة ستحتوي القيمة الحقيقية؛ وليس احتمال 95% لفترة محسوبة واحدة.
- تنصيف الهامش يتطلب أربعة أضعاف حجم العينة.

المعادلات الأساسية

$$\bar{x} \pm t_{n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

فترة t

$$\hat{p} \pm z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

فترة النسبة

$$n = \frac{z^2 p(1-p)}{E^2}$$

```
n=(z^2p(1-p))/(E^2)
```

حجم العينة

$$E = z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

```
E=z(σ)/( n)
```

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 7.1 ابنِ فترة 95% لمتوسط الزيادة السنوية في CO_2 من الوحدة 1 ($\bar{x} = 2.628$، $s = 0.564$، $n = 5$، $t = 2.776$).

1. الهامش $= 2.776 \times 0.564/\sqrt{5} =$.

الإجابة: 2.628 ± 0.700: من 1.93 إلى 3.33 ppm/سنة.

مثال 7.2 تقول NOAA إن 22 من 31 موسمًا أطلسيًا منذ 1995 كانت فوق المعدل. أعطِ فترة 95% لتلك النسبة.

1. $\hat{p} = 0.710$; $SE = \sqrt{(0.710 \times 0.290/31)} =$.

الإجابة: 0.710 ± 0.160: من 0.55 إلى 0.87.

مثال 7.3 ما حجم العينة الذي يعطي هامش ± 0.05 لنسبة قريبة من 0.5؟

1. $1.96^2 \times 0.25/0.05^2$.

الإجابة: نحو 385 (384.2، مقرّبًا للأعلى).

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. لماذا t بدل z عندما $n = 5$؟

   لأن σ تُقدَّر من نقاط قليلة.

2. أثر 99% بدل 95%؟

   فترة أعرض.

3. هل يعني نطاق NOAA بنسبة 70% للعواصف المسماة 70% من العواصف؟

   لا: يقع مجموع الموسم ضمن النطاق في 7 من كل 10 مواسم مشابهة.

4. الهامش للنسبة مع $n = 124$؟

   نحو النصف (0.080).

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: احتمال 95% أن القيمة الحقيقية في هذه الفترة.

في الحقيقة: الإجراء يلتقطها في 95% من المرات.

خرافة: الأعرض أسوأ.

في الحقيقة: الأعرض أمين عندما تكون البيانات قليلة.

خرافة: الفترات تصلح التحيز.

في الحقيقة: إنها تصف الخطأ العشوائي فقط.

بطاقات تعليمية

فترة الثقة

التقدير ± الهامش.

توزيع t

ذيول أثقل، n − 1 درجة حرية.

هامش الخطأ

القيمة الحرجة × الخطأ المعياري.

مستوى الثقة

معدل الالتقاط على المدى الطويل.

فترة النسبة

.p̂ ± z√(p̂(1−p̂)/n)

حجم العينة

.n = z²p(1−p)/E²

اختبار ذاتي

1. n صغير وσ مجهولة: استخدم...

t

z

بواسون

لا شيء

t. ستودنت.

2. تنصيف الهامش...

4× البيانات

2× البيانات

البيانات نفسها

½ البيانات

4× البيانات. n٧.

3. النطاقات المرجحة لدى NOAA تصح في...

7 من كل 10 مواسم مشابهة

كل موسم

النصف

95%

7 من كل 10 مواسم مشابهة. CPC.

4. فترة الثقة = التقدير ± ...

القيمة الحرجة × الخطأ المعياري

المتوسط

المدى

σ²

القيمة الحرجة × الخطأ المعياري. البنية.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

يعطي توقع Climate Prediction Center التابع لـ NOAA لعام 2026، المحدّث في 6 أغسطس، احتمال 75% لموسم أطلسي دون المعدل، و20% قريب من المعدل، و5% فوق المعدل، واحتمال 70% لكل نطاق، بما في ذلك 13–7 عاصفة مسماة و6–2 أعاصير.

توضح NOAA أن من المتوقع أن يقع الموسم ضمن هذه النطاقات في 7 من كل 10 مواسم ذات ظروف مشابهة، وهذه بالضبط طريقة قراءة فترة 70%. وتؤكد أيضًا أن إعصارًا واحدًا يكفي لإحداث كارثة.

على GOES-19 :Saving Planets · المحيطات

المصادر: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

مصادر تعلّم مجانية

- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): كتاب مجاني.
- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) https://ocw.mit.edu/cou/rses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/: محاضرات MIT مجانية.

أنهيت هذه الوحدة

اختبارات الفرضيات والقيم الاحتمالية p

الفرضيتان الصفرية والبديلة، وإحصاءات الاختبار، والقيم الاحتمالية p، والاختبارات أحادية وثنائية الطرف، واختبارات t واختبارات النسب، وأخطاء النوع الأول والثاني، والقوة، والدلالة الإحصائية مقابل الدلالة العملية.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- صُغ الفرضيتين الصفرية والبديلة.
- نفّذ اختبار t لعينة واحدة واختبار نسبة.
- فسّر القيمة الاحتمالية p.
- اشرح أخطاء النوع الأول والثاني والقوة.

المفاهيم الأساسية

- يسأل الاختبار هل البيانات مفاجئة لو كانت الفرضية الصفرية H_0 صحيحة.
- القيمة p هي الاحتمال، في ظل H_0، لنتيجة متطرفة على الأقل بقدر النتيجة المشاهدة. p الصغيرة دليل ضد H_0؛ وليست احتمال أن H_0 صحيحة.
- خطأ النوع الأول يرفض H_0 صحيحة (معدل α)؛ وخطأ النوع الثاني يفوّت H_0 خاطئة (معدل β). القوة $= 1 - \beta$.
- البيانات الأكثر ترفع القوة؛ وقد يكون أثر ضئيل غير مهم «دالًا» مع بيانات كافية.
- حدّد α والاختبار قبل النظر في البيانات.

المعادلات الأساسية

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

```
t=( x-μ_0)/(s/ n)
```

إحصاءة t

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$$

```
z= p-p_0_0(1-p_0)/n
```

z للنسبة

$$\text{power} = 1 - \beta$$

```
power=1-β
```

القدرة

$$p = P(\text{as extreme} \mid H_0)$$

p=P(as extreme H_0)

القيمة p

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 8.1 اختبر H_0: μ = 2 ppm/سنة مقابل μ > 2 للزيادات الخمس في CO_2 ($\bar{x}$ = 2.628 ،s = 0.564).

1. $t = (2.628 - 2)/(0.564/\sqrt{5})$.

الإجابة: t = 2.49 بـ 4 درجات حرية، فوق الحد أحادي الطرف عند 5% وهو 2.132: نرفض H_0.

مثال 8.2 لو كان لكل موسم أطلسي احتمال 1/3 أن يكون فوق المعدل، فكم نتوقع من 31؟

1. 31/3.

الإجابة: نحو 10.3؛ وتذكر NOAA أنها 22.

مثال 8.3 أوجد احتمال ذي الحدين الدقيق P(22 أو أكثر من 31) مع p = 1/3.

1. اجمع $C(31, k)(1/3)^k(2/3)^{31-k}$ لـ $k \geq 22$.

الإجابة: $p \approx 2.06 \times 10^{-5}$: دليل قوي على أن حقبة النشاط المرتفع حقيقية.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. z للنسبة لـ 22 من 31 مقابل p_0 = 1/3؟

   z = 4.45.

2. هل p = 0.03 هو احتمال أن H_0 صحيحة؟

   No.

3. خطأ النوع الأول في اختبار للإنذار بالفيضانات؟

   إنذار كاذب.

4. كيف ترفع القوة؟

بيانات أكثر، أو أثر أكبر، أو α أكبر.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: $p > 0.05$ تثبت H_0.
في الحقيقة: إنها فقط تخفق في الرفض.

خرافة: الدال يعني المهم.
في الحقيقة: افحص حجم الأثر.

خرافة: اختبر أشياء كثيرة وأبلغ عن الفائز.
في الحقيقة: هذا يضخّم الإيجابيات الكاذبة.

بطاقات تعليمية

H_0

الفرضية الصفرية.

القيمة p

المفاجأة في ظل H_0.

α

معدل النوع الأول.

β

معدل النوع الثاني.

القدرة

$1 - \beta$.

حجم الأثر

كم حجمه، لا مجرد وجوده.

اختبار ذاتي

1. القيمة p هي...

P(بيانات بهذا التطرف H_0 |)

$P(H_0)$

α

القدرة

P(بيانات بهذا التطرف H_0 |). التعريف.

2. خطأ النوع الأول...

رفض H_0 صحيحة

تفويت H_0 خاطئة

بيانات سيئة

لا شيء

رفض H_0 صحيحة. إنذار كاذب.

3. القوة هي...

$1 - \beta$

α

p

$1 - \alpha$

$\beta - 1$. اكتشاف أثر حقيقي.

4. البيانات الأكثر...

ترفع القوة

تخفض القوة

لا تغيير

ترفع α

ترفع القوة. خطأ معياري أصغر.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

يذكر Climate Prediction Center التابع لـ NOAA أنه منذ بدء حقبة النشاط الأطلسي المرتفع الحالية عام 1995، كان 22 من 31 موسمًا (71%) فوق المعدل، و(16%) 5 قريبة من المعدل، و(13%) 4 دون المعدل.

وتشير NOAA أيضًا إلى أن كل موسم أعاصير تزامن مع ظاهرة El Niño قوية منذ 1950 شهد نشاطًا دون المعدل. واختبار ادعاءات كهذه مقابل الصدفة هو ما يحدد به المتنبئون أي الإشارات تستحق الإدراج في التوقع.

على GOES-19 :Saving Planets · الحلول

المصادر: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): محاضرات MIT مجانية.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): دليل مجاني.

أنهيت هذه الوحدة

الارتباط والانحدار الخطي

مخططات الانتشار، والارتباط r، وانحدار المربعات الصغرى، وتفسير الميل، وR^2، والبواقي، والتنبؤ مقابل الاستقراء، والارتباط مقابل السببية.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب r وR^2 وفسّرهما.
- وفّق خط المربعات الصغرى وفسّره.
- استخدم مخططات البواقي لفحص النموذج.
- افصل بين الارتباط والسببية.

المفاهيم الأساسية

- يقيس الارتباط r العلاقة الخطية من −1 إلى 1؛ وليست له وحدات.
- خط المربعات الصغرى $\hat{y} = b_0 + b_1x$ ميله $b_1 = S_{xy}/S_{xx}$ ويمر بالنقطة $(\bar{x}, \bar{y})$.
- $R^2 = r^2$ هو نسبة التباين في y التي يفسرها الخط.
- تكشف مخططات البواقي الانحناء أو التشتت المتغير الذي يخفيه r.
- الارتباط ليس سببية؛ فهذه تحتاج آليات فيزيائية ودراسات مصممة. والاستقراء خارج البيانات محفوف بالمخاطر.

المعادلات الأساسية

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

```
b_1=_xyS_xx
```

الميل

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}$$

```
b_0= y-b_1 x
```

المقطع

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}$$

```
r=_xy_xxS_yy
```

الارتباط

$$R^2 = r^2$$

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 9.1 وفّق خطًا لمتوسطات العقود في Mauna Loa لدى NOAA للفترة 1960–2020 (316.91، 325.68، 338.76، 354.45، 369.71، 390.10، 414.21 ppm)، مع x بالسنوات منذ 1960.

1. $\bar{x} = 30$, $\bar{y} = 358.55$.
2. $b_1 = Sxy/Sxx$.

الإجابة: $\hat{y} = 310.15 + 1.613x$ ppm.

مثال 9.2 أوجد r وR^2.

1. $r = Sxy/\sqrt{(SxxSyy)}$.

الإجابة: $r = 0.990$; $R^2 = 0.979$.

مثال 9.3 هل تدعم البواقي خطًا مستقيمًا؟

1. البواقي موجبة عند الطرفين وسالبة في الوسط.

الإجابة: لا: المنحنى ينحني للأعلى، فالنمو يتسارع رغم أن $R^2 = 0.979$.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. وحدات الميل؟

   ppm في السنة.

2. تنبؤ الخط لعام 2025 ($x = 65$)؟

   415.0 ppm مقابل 427.35 لدى NOAA.

3. هل يثبت $r = 0.99$ أن الخط صحيح؟

   لا؛ افحص البواقي.

4. هل يثبت الاتجاه الزمني وحده سببه؟

لا؛ السبب يأتي من الفيزياء وأدلة أخرى.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: r المرتفع يعني نموذجًا جيدًا.
في الحقيقة: قد يختبئ الانحناء خلف r مرتفع.

خرافة: لـ r وحدات.
في الحقيقة: إنه بلا وحدات.

خرافة: الاستقراء آمن إذا كان R^2 مرتفعًا.
في الحقيقة: ليس خارج نطاق البيانات.

بطاقات تعليمية

الارتباط

من 1− إلى 1، بلا وحدات.

الميل

Sxy/Sxx.

R^2

النسبة المفسَّرة.

الباقي

y − ŷ.

الاستقراء

التنبؤ خارج البيانات.

السببية

تحتاج آلية أو تصميمًا.

اختبار ذاتي

1. R^2 هو…

نسبة التباين المفسَّرة

الميل

القيمة p

الباقي

نسبة التباين المفسَّرة. التعريف.

2. يمر الخط بـ...

$(\bar{x}, \bar{y})$

نقطة الأصل

$(\bar{y}, 0)$

النقطة العظمى

$(\bar{x}, \bar{y})$. خاصية.

3. البواقي المنحنية تعني...

شكل نموذج خاطئ

توفيقًا تامًا

لا بيانات

تحيزًا في x

شكل نموذج خاطئ. نمط.

4. يُظهر الارتباط...

ارتباطًا

سببية

لا شيء

خطأً

ارتباطًا. حذر.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

تشير NOAA إلى أن بيانات Mauna Loa تؤخذ على ارتفاع 3400 m وقد تختلف عن المتوسط العالمي، وأنه أثناء ثوران Mauna Loa عام 2022 نُقلت القياسات إلى Maunakea، على بعد نحو 21 ميلًا شمالًا، حتى يوليو 2023.

معرفة أين وكيف جُمعت البيانات جزء من الانحدار أيضًا: فالتوفيق لا يكون أفضل من السجل الذي وراءه، وتوثّق NOAA فجواتها وتغييرات مواقعها علنًا.

على Saving Planets: الحلول · الجبر الخطي

المصادر: NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric CO_2 (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

مصادر تعلّم مجانية

- PhET: Least-Squares Regression (https://phet.colorado.edu/en/simulations/least-squares-regression): وفّق الخطوط بشكل تفاعلي.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): كتاب مجاني.

أنهيت هذه الوحدة

الموثوقية والمخاطر

دوال الموثوقية، ومعدلات الأعطال وMTBF، والأنظمة على التوالي وعلى التوازي، والتكرار الاحتياطي، ونموذجا العمر الأسي وWeibull، ودمج الاحتمال مع العواقب في المخاطر.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب موثوقية الأنظمة على التوالي وعلى التوازي.
- استخدم نموذج العمر الأسي مع MTBF.
- اشرح منحنى حوض الاستحمام وأشكال Weibull.
- ادمج الاحتمال والعاقبة في المخاطر.

المفاهيم الأساسية

- الموثوقية R(t) هي احتمال أن يبقى الجزء حتى الزمن t. مع معدل أعطال ثابت λ، R(t) = e^(−λt) وMTBF = 1/λ.
- الأنظمة على التوالي تحتاج كل جزء: R = R₁R₂…Rₙ، وهي دائمًا أسوأ من أضعف جزء.
- الأنظمة على التوازي (الاحتياطية) تحتاج جزءًا واحدًا فقط: R = 1 − (1 − R₁)(1 − R₂)….
- يغطي نموذج Weibull الأعطال المبكرة (الشكل 1 <) والعشوائية (الشكل 1 =، أسي) والناتجة عن البلى (الشكل 1 >)، وهي الأجزاء الثلاثة لمنحنى حوض الاستحمام.
- تجمع المخاطر بين الاحتمال والعاقبة؛ ويقللها التكرار الاحتياطي والإنذارات، لكن فقط إذا كانت الأعطال مستقلة.

المعادلات الأساسية

$$R(t) = e^{-\lambda t},\ MTBF = 1/\lambda$$

```
R(t)=e^- t,\ MTBF=1/
```

الموثوقية الأسية

$$R_s = \prod R_i$$

```
R_s= R_i
```

نظام على التوالي

$$R_p = 1 - \prod (1 - R_i)$$

```
R_p=1-(1-R_i)
```

نظام على التوازي

$$R(t) = e^{-(t/\eta)^{\beta}}$$

R(t)=e^-(t/)^β

Weibull

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 10.1 ثلاثة أجزاء على التوالي لكل منها R = 0.99 (قيم نموذجية). أوجد موثوقية النظام.

1. 0.99^3.

الإجابة: R = 0.9703.

مثال 10.2 مضختان احتياطيتان لكل منهما R = 0.9. أوجد موثوقية النظام.

1. $1 - 0.1^2$.

الإجابة: R = 0.99.

مثال 10.3 لمستشعر MTBF قدره 50000 h. أوجد موثوقيته خلال مهمة مدتها 1000 ساعة.

1. e^(−1000/50,000).

الإجابة: R = 0.980.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. ثلاث وحدات احتياطية بقيمة 0.9؟

   $1 - 0.1^3 = 0.999$.

2. جزء بقيمة 0.9 على التوالي مع زوج احتياطي بقيمة 0.9؟

   $0.9 \times 0.99 = 0.891$.

3. الموثوقية خلال سنة (8760 h) مع MTBF قدره 100000 h؟

   e^(−0.0876) = 0.916.

4. وحدتان بقيمة 0.95 على التوازي؟

   0.9975.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: التكرار الاحتياطي يساعد دائمًا.
في الحقيقة: ليس ضد أعطال السبب المشترك.

خرافة: MTBF هو مدة بقاء كل وحدة.
في الحقيقة: إنه متوسط؛ وكثير منها يتعطل أبكر.

خرافة: النظام على التوالي موثوق بقدر أفضل أجزائه.
في الحقيقة: بل هو أسوأ من أضعفها.

بطاقات تعليمية

الموثوقية

P(البقاء حتى t).

MTBF

1/λ.

متسلسلة

اضرب قيم R.

التوازي

1 − Π(1 − R).

Weibull

أشكال حوض الاستحمام.

المخاطر

الاحتمال × العاقبة.

اختبار ذاتي

1. الموثوقية على التوالي...

حاصل الضرب

المجموع

الأكبر

الأصغر

حاصل الضرب. يجب أن يعمل كل شيء.

2. MTBF الأسي...

1/λ

λ

e^λ

ln λ

1/λ. متوسط العمر.

3. شكل Weibull > 1 يعني...

البلى

وفيات مبكرة

عشوائيًا

لا شيء

البلى. خطر متزايد.

4. يفشل التكرار الاحتياطي أمام...

الأسباب المشتركة

الأعطال العشوائية

لا شيء

λ الصغيرة

الأسباب المشتركة. عطل مشترك.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

يذكّر توقع NOAA للأعاصير لعام 2026 السكان والشركات والحكومات بأن الكوارث المرتبطة بالأعاصير قد تقع في أي موسم، حتى الموسم قليل النشاط، وبأن على المجتمعات الساحلية الاستعداد كل سنة بغض النظر عن التوقع.

هذا هو التفكير بمنطق الموثوقية: الاحتمال المنخفض ليس صفرًا، لذا تُصمَّم أنظمة الإنذار والبدائل والخطط لتعمل في السنة السيئة النادرة، لا في السنة المتوسطة فقط.

على GOES-19 :Saving Planets · الحلول

المصادر: NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

مصادر تعلّم مجانية

- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): دليل مجاني (فصل الموثوقية).
- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): مقرر MIT مجاني.

أنهيت هذه الوحدة

مجموعات المسائل

هذه التمارين داخل كل وحدة. حلّها على الورق أولًا، ثم افتح الإجابة.

1. وصف البيانات: المركز والتشتت والرسوم
   4 مسائل
2. قواعد الاحتمال والعدّ والاستقلال
   4 مسائل
3. الاحتمال الشرطي ومبرهنة بايز
   4 مسائل
4. المتغيرات العشوائية المتقطعة: ذات الحدين وبواسون
   4 مسائل
5. التوزيعات المتصلة: الطبيعي والأسي والقيم القصوى
   4 مسائل
6. المعاينة والمحاكاة ومبرهنة النهاية المركزية
   4 مسائل
7. فترات الثقة
   4 مسائل
8. اختبارات الفرضيات والقيم الاحتمالية p
   4 مسائل
9. الارتباط والانحدار الخطي
   4 مسائل
10. الموثوقية والمخاطر
    4 مسائل

المختبر (Statistics lab)

المختبر هو الجزء العملي من المقرر. وهو هنا مجاني وللتدريب فقط، دون ساعات معتمدة.

يُجرى كل مختبر في محاكاة مجانية أو جدول بيانات، فلا توجد مخاطر مادية. خذ فترات راحة من الشاشة، واجلس بوضعية سليمة، وأبعد الكابلات عن الممرات.

مرجع السلامة: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

المختبر A: مركز سجل CO_2 وتشتته

الأسبوع 1

الهدف: استكشف المتوسط والوسيط والتشتت في PhET Center and Variability، ثم لخّص الزيادات السنوية الأخيرة في CO_2 لدى NOAA.

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

s=((x- x)^2)/(n-1)

الانحراف المعياري للعينة

الإجراء

1. في PhET Center and Variability، اسحب القيم وراقب تحرك المتوسط والوسيط.
2. افتح المتوسطات السنوية لـ Mauna Loa لدى NOAA واحسب الزيادات السنوية للفترة 2021–2025.
3. احسب المتوسط والوسيط والمدى وs.
4. ارسم مخططًا نقطيًا وصِف قيمة 2024.

جدول البيانات

الإحصاءة	القيمة (ppm/سنة)
المتوسط	2.628
الوسيط	2.55
المدى	1.41
الانحراف المعياري	0.564

البيانات من NOAA GML؛ والإحصاءات محسوبة.

مثال حسابي

1. الزيادات: 2.20، 2.12، 2.55، 3.53، 2.74.
2. s = √(1.2735/4) = 0.564.

السلامة

- حاسوب فقط.

بديل منزلي أو افتراضي

- أي برنامج جداول بيانات يفي بالغرض.

PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean CO_2 data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

الصلة بالكوكب: كان المتوسط الشهري لـ Mauna Loa لدى NOAA 426.07 ppm في سبتمبر 2026. NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric CO_2 (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

☐ **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

المختبر B: Plinko وتوزيع ذي الحدين

الأسبوع 4

الهدف: أسقط الكرات في PhET Plinko Probability وقارن المدرج التكراري بنموذج ذي الحدين.

$$\mu = np,\ \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

`μ=np,\ σ=(1-p)`

متوسط ذي الحدين وتشتته

الإجراء

1. اضبط 12 صفًا و$p = 0.5$.
2. أسقط 1000 كرة وسجّل المتوسط والانحراف المعياري.
3. احسب قيم ذي الحدين.
4. غيّر p إلى 0.7 وتنبأ بالمتوسط الجديد قبل الإسقاط.

جدول البيانات

الكمية	قيمة ذي الحدين
الخانة المتوسطة	6
الانحراف المعياري	1.732
P(الخانة 6)	0.2256

قيم محسوبة؛ ينبغي أن تقترب محاكاتك منها.

مثال حسابي

1. $\sigma = \sqrt{(12 \times 0.25)} = 1.732$.
2. $P(6) = C(12, 6)/2^{12} = 924/4096 = 0.2256$.

السلامة

- حاسوب فقط.

بديل منزلي أو افتراضي

- يصلح أي متصفح.

PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability)

الصلة بالكوكب: تحدد NOAA حجم مخروط الأعاصير بحيث يقع ثلثا أخطاء المسارات السابقة داخله. NOAA National Hurricane Center: Definition of the NHC Track Forecast Cone (https://www.nhc.noaa.gov/aboutcone.shtml)

- [ ] أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)

المختبر C: محاكاة فيضانات 100 عام

الأسبوع 6

الهدف: استخدم مونت كارلو في جدول بيانات لتقدير احتمال فيضان واحد على الأقل باحتمال 1% سنويًا خلال 30 سنة.

$$P = 1 - 0.99^{30}$$

```
P=1-0.99^30
```

الإجابة الدقيقة

الإجراء

1. أنشئ 30 عمودًا من 0.01>()RAND= (عمود لكل سنة).
2. في كل صف، اختبر ما إذا وقع فيضان في أي سنة.
3. انسخ إلى 1000 صف واحسب متوسط النتيجة.
4. قارن بالإجابة الدقيقة وبخطأ مونت كارلو المتوقع.

جدول البيانات

الكمية	القيمة
الاحتمال الدقيق	0.260
الخطأ المعياري لمونت كارلو، N = 1000	0.0139
النطاق المتوقع (±2 خطأ معياري)	0.232 إلى 0.288

قيم محسوبة؛ سيتغير تقديرك مع كل إعادة حساب.

مثال حسابي

1. SE = √(0.26 × 0.74/1000) = 0.0139.
2. 0.260 ± 0.0278.

السلامة

- حاسوب فقط.

بديل منزلي أو افتراضي

- أي برنامج جداول بيانات يفي بالغرض.

MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/)

الصلة بالكوكب: تؤكد USGS أن فيضانات 100 عام يمكن أن تقع في سنتين متتاليتين. USGS Water Science School: The 100-Year Flood (https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/100-year-flood)

☐ **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

المختبر D: النرد ومبرهنة النهاية المركزية

الأسبوع 7

الهدف: احسب متوسط رميات نرد محاكاة (أو حقيقية) وراقب توزيع المتوسطات يصبح طبيعيًا.

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

SE=(σ)/(n)

الخطأ المعياري

الإجراء

1. حاكِ الرميات بـ =RANDBETWEEN(1,6).
2. احسب متوسط مجموعات من 1 و5 و25 و100 رمية، 500 مرة لكل منها.
3. ارسم المدرجات التكرارية واحسب انحرافاتها المعيارية.
4. قارن بـ σ/√n.

جدول البيانات

الرميات لكل متوسط	الخطأ المعياري المتوقع
1	1.708
25	0.342
100	0.171

قيم محسوبة؛ للنرد متوسط 3.5 وσ = √(35/12).

مثال حسابي

1. σ = √(35/12) = 1.708.
2. SE(25) = 1.708/5 = 0.342.

السلامة

- حاسوب فقط.

بديل منزلي أو افتراضي

- النرد الحقيقي يصلح أيضًا.

PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability)

الصلة بالكوكب: تنشر NASA مجموعة عدم يقين لسجل درجات الحرارة GISTEMP. NASA GISS: GISS Surface Temperature Analysis (GISTEMP v4) (https://data.giss.nasa.gov/gistemp/)

- [ ] أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)

المختبر E: الانحدار والبواقي

الأسبوع 12

الهدف: وفّق خطًا في PhET Least-Squares Regression، ثم وفّق متوسطات العقود لـ Mauna Loa لدى NOAA وادرس البواقي.

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

y=b_0+b_1x

خط المربعات الصغرى

الإجراء

1. في PhET، ضع النقاط وقارن خطك بأفضل توفيق.
2. أدخل متوسطات العقود 2020–1960 مع x = السنوات منذ 1960.
3. استخدم LINEST أو خط اتجاه للحصول على b_0 وb_1 وr.
4. ارسم البواقي وصِف النمط.

جدول البيانات

الكمية	القيمة
الميل	1.613 ppm/سنة
المقطع	310.15 ppm
r	0.990
البواقي 2020 / 2000 / 1960	+7.27 / −4.97 / +6.76 ppm

البيانات من NOAA GML؛ والتوفيق محسوب. البواقي على شكل U تُظهر انحناءً للأعلى.

مثال حسابي

1. b_1 = Sxy/Sxx = 1.613.
2. الباقي 2020 = 414.21 − (310.15 + 1.613 × 60) = 7.27.

السلامة

- حاسوب فقط.

بديل منزلي أو افتراضي

- أي برنامج جداول بيانات يفي بالغرض.

PhET: Least-Squares Regression (https://phet.colorado.edu/en/simulations/least-squares-regression) · NOAA GML: Mauna Loa annual mean CO_2 data (https://gml.noaa.gov/webdata/ccgg/trends/co2/co2_annmean_mlo.txt)

الصلة بالكوكب: تشير NOAA إلى أن Mauna Loa تأخذ عينات الهواء على ارتفاع 3400 m، وقد يختلف ذلك عن المتوسط العالمي. NOAA Global Monitoring Laboratory: Trends in atmospheric CO_2 (Mauna Loa) (https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/)

☐ **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

المختبر F: موثوقية نظام إنذار

الأسبوع 14

الهدف: ابنِ جدول بيانات للموثوقية على التوالي وعلى التوازي واختبر كيف يغيّر التكرار الاحتياطي سلسلة إنذار بالفيضانات نموذجية.

$$R_s = \prod R_i,\; R_p = 1 - \prod (1 - R_i)$$

```
R_s= R_i,\ R_p=1-(1-R_i)
```

موثوقية النظام

الإجراء

1. نمذج سلسلة نموذجية: مستشعر ووصلة لاسلكية وصفارة على التوالي.
2. احسب R مع كل منها عند 0.99، ثم مع زوج صفارات احتياطي.
3. استخدم e^(−t/MTBF) لمهمة مدتها 1000 h مع MTBF قدره 50000 h.
4. أوجد أي تحسين منفرد يفيد أكثر.

جدول البيانات

التكوين	الموثوقية
ثلاثة أجزاء على التوالي (0.99 لكل منها)	0.9703
وحدتان احتياطيتان (0.9 لكل منهما)	0.99
جزء + 0.9 زوج احتياطي 0.9	0.891
1000 h مع MTBF قدره 50000 h	0.980

قيم نموذجية؛ محسوبة.

مثال حسابي

1. $0.99^3 = 0.9703$.
2. $0.9 \times (1 - 0.1^2) = 0.891$.

السلامة

- حاسوب فقط.

بديل منزلي أو افتراضي

- أي برنامج جداول بيانات يفي بالغرض.

NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (/https://www.itl.nist.gov/div898/handbook)

الصلة بالكوكب: تقول NOAA إن الكوارث قد تقع حتى في مواسم الأعاصير قليلة النشاط، فاستعد كل سنة. NOAA Climate Prediction Center: Atlantic Hurricane Outlook (updated Aug. 6, 2026) (https://cpc.ncep.noaa.gov/products/outlooks/hurricane.shtml)

☐ **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

مجموعات تدريب للامتحان

وقّت نفسك: نحو 10 دقائق لكل مسألة. ثم قارن بالحلول الكاملة.

مجموعة تمارين منتصف الفصل (الوحدات 5–1)

1. أوجد المتوسط والوسيط والانحراف المعياري للعينة لـ 4، 8، 6، 10، 12.

   1. المتوسط 40/5 =.
   2. $s = \sqrt{(40/4)}$.

   الإجابة: المتوسط 8، الوسيط 8، $s = 3.16$.

2. أوجد احتمال فيضان 25 عامًا واحد على الأقل (4% سنويًا) خلال 10 سنوات.

   1. $1 - 0.96^{10}$.

   الإجابة: 33.5%.

3. يكتشف اختبار حالةً في 90% من المرات ويعطي إنذارًا كاذبًا في 10%؛ والمعدل الأساسي 1%. أوجد P(الحالة | إيجابي).

   1. $0.009/(0.009 + 0.099)$.

   الإجابة: 8.33%.

4. أوجد $P(X = 0)$ لتوزيع ذي الحدين مع $n = 5$ و$p = 0.2$.

   1. 0.8^5.

   الإجابة: 0.328.

5. أوجد $P(X = 0)$ لتوزيع بواسون مع $\lambda = 2$.

   1. e^{-2}.

   الإجابة: 0.135.

مجموعة التدريب النهائية (كل الوحدات)

1. أوجد $P(Z > 1.96)$.

   1. $1 - 0.975$.

الإجابة: 0.025.

2. أوجد الخطأ المعياري لـ σ = 6 وn = 36.

.1 6/6.

الإجابة: 1.

3. ابنِ فترة 95% لـ x̄ = 50 وs = 4 وn = 16 (t = 2.131).

.1 4/4 × 2.131.

الإجابة: 50 ± 2.13.

4. اختبر H₀: μ = 50 مع x̄ = 52 وs = 4 وn = 16.

.1 t = 2/(4/4).

الإجابة: t = 2.0، أقل بقليل من 2.131: لا نرفض عند 5% (ثنائي الطرف).

5. أوجد موثوقية أربعة أجزاء بقيمة 0.95 على التوالي.

.1 0.95^4.

الإجابة: 0.815.

6. لجزء MTBF قدره 2000 h. أوجد P(يبقى 500 h).

.1 e^(−0.25).

الإجابة: 0.779.

ورقة الصيغ

$$\bar{x} = \sum x/n,\ s^2 = \sum (x-\bar{x})^2/(n-1)$$

$$P(\geq 1) = 1-(1-p)^n,\ P(A \cup B) = P(A) + P(B$$

$$P(B|A) = P(A|B)P(B)/P(A),\ \lambda = -\ln(1-P)/$$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},\ P(X=k) = e^{-\lambda}\lambda$$

$$z = (x-\mu)/\sigma,\ P(T>t) = e^{-\lambda t},\ T = 1/AEP$$

$$SE = \sigma/\sqrt{n}$$

$$\bar{x} \pm t\, s/\sqrt{n},\ \hat{p} \pm z\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$$

$$t = (\bar{x}-\mu_0)/(s/\sqrt{n})$$

$$R_s = \prod R_i,\ R_p = 1 - \prod (1 - R_i),\ MTBF = 1/\lambda$$

$$b_1 = S_{xy}/S_{xx},\ r = S_{xy}/\sqrt{S_{xx}S_{yy}}$$

الثوابت

الثابت	القيمة
التوزيع الطبيعي المعياري (قيم مرجعية)	Φ(1) = 0.8413, Φ(1.96) = 0.975, Φ(2) − Φ(−2) = 0.9545
توزيع t لستودنت، 4 درجات حرية (قيمة مرجعية)	$t_{0.975}$ = 2.776
e	2.718281828
قاعدة 68–95–99.7	نسبة التوزيع الطبيعي ضمن 1 و2 و3 انحرافات معيارية
1 ppm	جزء واحد في المليون بالكسر المولي
احتمال التجاوز السنوي	1/(فترة التكرار)

المصدر: NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/)

نصوص ومحاكاة مجانية

استخدم هذه المحاضرات والكتب والأدلة والمحاكاة المجانية إلى جانب المقرر.

- MIT OpenCourseWare 18.05 Introduction to Probability and Statistics (Spring 2022) (https://ocw.mit.edu/courses/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2022/): محاضرات MIT وقراءات ومسائل مجانية.
- MIT OpenCourseWare 6.041 Probabilistic Systems Analysis and Applied Probability (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/6-041-probabilistic-systems-analysis-and-applied-probability-fall-2010/): مقرر MIT مجاني في الاحتمالات التطبيقية.
- OpenStax Introductory Statistics 2e (https://openstax.org/books/introductory-statistics-2e/pages/1-introduction): كتاب مجاني.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods (https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/): دليل مجاني للإحصاء الهندسي.
- PhET: Plinko Probability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability): توزيعا ذي الحدين والطبيعي بشكل تفاعلي.
- PhET: Center and Variability (https://phet.colorado.edu/en/simulations/center-and-variability): المتوسط والوسيط والتشتت بشكل تفاعلي.

مسرد المصطلحات

احتمال التجاوز السنوي
احتمال أن يُعادَل حدث أو يُتجاوز في سنة.

مبرهنة بايز
يعكس احتمالًا شرطيًا.

توزيع ذي الحدين
النجاحات في n محاولة مستقلة.

مبرهنة النهاية المركزية
تصبح متوسطات العينات طبيعية.

الاحتمال الشرطي
الاحتمال بشرط وقوع حدث آخر.

فترة الثقة
نطاق من إجراء يلتقط القيمة الحقيقية بمعدل محدد.

الارتباط
قوة العلاقة الخطية.

القيمة المتوقعة
المتوسط على المدى الطويل.

التوزيع الأسي
زمن انتظار بلا ذاكرة.

الاستقلال
لا يغيّر حدثٌ احتمالَ حدث آخر.

MTBF
متوسط الزمن بين الأعطال.

الوسيط
القيمة الوسطى.

مونت كارلو
التقدير بمحاكاة عشوائية متكررة.

التوزيع الطبيعي
توزيع جرسي الشكل.

توزيع بواسون
عدد الأحداث النادرة.

فترة التكرار
متوسط السنوات بين أحداث بحجم معين.

الموثوقية
احتمال البقاء حتى زمن معين.

الخطأ المعياري
الانحراف المعياري لإحصاءة.

خطأ النوع الأول
رفض فرضية صفرية صحيحة.

القيمة p
احتمال بيانات بهذا التطرف إذا صحت H_0.

معايير التقييم الذاتي

لا تُمنح درجة ولا ساعات معتمدة. استخدم هذا لتقيّم بصدق أين أنت في كل وحدة.

المستوى	كيف يبدو
4 · إتقان	يسمّي المتغير العشوائي، ويصرّح بالافتراضات، ويختار النموذج الصحيح، ويذكر عدم اليقين، ويفسر النتائج بلغة واضحة.
3 · متمكن	يحل مسائل التدريب مع هفوات عرضية في الافتراضات أو الوحدات.
2 · قيد التطور	يتبع الأمثلة المحلولة لكنه يسيء قراءة القيم p أو مستويات الثقة.
1 · مبتدئ	يعوّض الأرقام في الصيغ دون فحص الافتراضات؛ يحتاج إلى مراجعة الوحدة.

الأوزان المقترحة إذا أردت درجة

الجزء	الوزن
تمارين	20%
المختبرات	25%
مجموعة تدريب منتصف الفصل	25%
مجموعة التدريب النهائية	30%

استهدف المستوى 3 أو أعلى في كل وحدة قبل الانتقال إلى الدورة التالية.

دورات ذات صلة

- الطرق العددية MATH 340
- الدفع AERO 410
- الديناميكا الهوائية 1 AERO 310
- كل الدورات