Ultimo aggiornamento: November 1, 2026

🗺️ Percorso di quattro anni · Anno 3, Autunno · 🧱 Calcolatore integrato

# Informazioni sul corso

Questo corso gratuito ha 10 unità e 6 laboratori. Sono i totali reali, non un programma più lungo accorciato.

Un controllo è un numero o un risultato di codice in una pagina del corso che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero stampato e quello ricalcolato devono coincidere.

> Questo è lo schema di un corso gratuito di autoapprendimento scritto da Saving Planets. Non è un corso universitario, non dà crediti accademici e nessuna scuola è coinvolta.
>
> Il programma segue un corso semestrale di meccanica orbitale del terzo anno. Si ispira ai temi e alla profondità di MIT 16.346 Astrodynamics e alle parti orbitali di MIT 16.07 Dynamics (gratuiti su MIT OpenCourseWare), e a corsi come Purdue AAE 340 e Georgia Tech AE 3330, usando le risorse gratuite Basics of Space Flight della NASA e OpenStax University Physics, che colleghiamo dove sono utili. Nessuno di questi autori, istituti o agenzie approva questa pagina.
>
> Cosa aggiungiamo: ogni unità è collegata a un lavoro reale con una fonte pubblica citata (Landsat, satelliti meteo GOES, il test di difesa planetaria DART della NASA e le regole sui detriti orbitali), ogni numero della pagina viene ricalcolato da uno script di verifica prima della pubblicazione, e ogni laboratorio ha una simulazione gratuita o un foglio di calcolo.
>
> Seguilo in ordine. Ogni unità ha obiettivi, idee chiave, equazioni, esempi passo per passo, esercizi con soluzioni complete, errori comuni, flashcard e un quiz. I tuoi progressi sono salvati solo in questo browser.

### Come questo corso aiuta a salvare il pianeta

Le orbite sono il modo in cui osserviamo il nostro pianeta: i satelliti di osservazione della Terra in orbita bassa mappano foreste, colture e acqua, e i satelliti meteo geostazionari sorvegliano le tempeste giorno e notte. Scegliere quelle orbite è pura meccanica orbitale.

Le orbite sono anche una risorsa condivisa e limitata. I detriti lasciati nello spazio minacciano i satelliti da cui dipendiamo, perciò una progettazione responsabile delle missioni oggi include un piano per lasciare l’orbita. Ogni unità termina con una breve sezione con fonti. I valori che non provengono da una fonte sono indicati come valori di esempio o da manuale.

## Per gli insegnanti

Puoi insegnare questo corso, oppure lasciare che uno studente lo faccia da solo. È gratis. Saving Planets non dà un voto né crediti scolastici.

- Questa pagina è l'intero corso: 10 unità e 6 laboratori (AERO 340).
- Prevedi 15 settimane, circa 6–9 ore a settimana, comprese le settimane di laboratorio.
- Segui il calendario di 15 settimane. Leggi l'unità, fai la pratica su carta, poi apri la risposta. Nella settimana di laboratorio, fai il laboratorio o la versione a casa.
- Un controllo è un numero o un risultato di codice nella pagina che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero che vedi e quello ricalcolato devono coincidere.
- Usa Stampa questa pagina, oppure scarica la guida di studio PDF. Il formulario è verso la fine.
- Chiedi: in che modo questa unità aiuta le persone e il pianeta? Ogni unità ha un riquadro verde con un fatto e la sua fonte.
- Copia il modello di guida per insegnanti e scrivi il nome della classe, il tempo che hai e le domande che farai. Apri il modello di guida per insegnanti

# Prima di iniziare

### Prerequisiti

- Dinamica: leggi di Newton, momento angolare ed energia.
- Analisi III ed Equazioni differenziali: vettori, gradienti ed EDO.
- Algebra lineare: vettori, rotazioni e sistemi di riferimento.
- Fisica I: gravitazione universale.

### Come studiare

- Inizia ogni problema con uno schizzo dell'orbita: corpo centrale, periasse, apoasse e posizione del veicolo.
- Scrivi prima l'equazione vis-viva; risponde alla maggior parte delle domande sulla velocità.
- Mantieni le unità in metri e secondi, e μ in $m^3/s^2$; converti in km solo alla fine.
- Disegna ogni manovra come un triangolo delle velocità prima di calcolare Δv.
- Controlla i limiti: un'orbita circolare ha e = 0; la fuga ha energia totale nulla.
- Fai ogni esercizio su carta prima di aprire la risposta e ripeti i quiz qualche giorno dopo.

### Che cosa ti serve

- Un computer o un tablet per le simulazioni gratuite PhET Gravity and Orbits, Kepler's Laws e My Solar System.
- NASA's Eyes on the Solar System in un browser web.
- Un foglio di calcolo per i laboratori su trasferimenti, equazione del razzo e tracce al suolo.
- Una calcolatrice con funzioni trigonometriche.

# Programma suggerito di 15 settimane

Circa 6-9 ore a settimana: lettura, esercizi e, nelle settimane di laboratorio, il laboratorio.

| Settimana | Unità | Argomenti | Lettura |
|---|---|---|---|
| 1 | Gravità, problema dei due corpi e orbite circolari | Gravità, problema dei due corpi, orbite circolari; Laboratorio A | OpenStax UP1 13.4–13.5 |
| 2 | Coniche, energia ed elementi orbitali | Energia, momento angolare, coniche | MIT 16.346 |
| 3 | Coniche, energia ed elementi orbitali | Vis-viva ed elementi orbitali; Laboratorio B | NASA Basics of Space Flight |
| 4 | Equazione di Keplero e tempo di volo | Equazione di Keplero e tempo di volo | MIT 16.346 |
| 5 | Trasferimenti orbitali: Hohmann e oltre | Manovre impulsive e trasferimenti di Hohmann | MIT 16.346 |
| 6 | Trasferimenti orbitali: Hohmann e oltre | Biellittico, fasatura, deorbitazione; Laboratorio C | MIT 16.346 |
| 7 | Cambi di piano e manovre combinate | Cambi di piano e accensioni combinate; esercitazione per l'esame intermedio | MIT 16.346 |
| 8 | Razzi, budget di $\Delta v$ e stadi | Equazione del razzo, stadi, budget di $\Delta v$; Laboratorio D | OpenStax UP1 9.7 |
| 9 | Perturbazioni: rigonfiamento terrestre, resistenza e orbite eliosincrone | $J_2$ e regressione dei nodi | MIT 16.346 |
| 10 | Perturbazioni: rigonfiamento terrestre, resistenza e orbite eliosincrone | Orbite eliosincrone e resistenza; Laboratorio E | NASA Landsat 9 |
| 11 | Tracce al suolo, copertura e costellazioni | Tracce al suolo, copertura, costellazioni; Laboratorio F | NASA Eyes |
| 12 | Trasferimenti interplanetari e coniche raccordate | Trasferimenti eliocentrici e coniche raccordate | NASA Basics of Space Flight |
| 13 | Trasferimenti interplanetari e coniche raccordate | Finestre di lancio e fionde gravitazionali | NASA Basics of Space Flight |

| Settimana | Unità | Argomenti | Lettura |
|---|---|---|---|
| 14 | Sostenibilità spaziale: detriti, smaltimento e difesa planetaria | Detriti, smaltimento ed elusione delle collisioni | NASA ODPO; FCC |
| 15 | Sostenibilità spaziale: detriti, smaltimento e difesa planetaria | Difesa planetaria; esercitazione per l'esame finale | NASA DART |

## I tuoi progressi

Spunta unità e laboratori man mano che li finisci, e fai i quiz. Progressi e punteggi sono salvati solo in questo browser e non ci vengono mai inviati.

## Unità

# Gravità, problema dei due corpi e orbite circolari

Legge di gravitazione di Newton, il parametro gravitazionale μ, l'equazione del moto dei due corpi, velocità e periodo di un'orbita circolare, velocità di fuga, le tre leggi di Keplero, e orbite basse, medie e geostazionarie.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Scrivere l'equazione del moto dei due corpi.
- Calcolare velocità e periodo di un'orbita circolare.
- Calcolare la velocità di fuga.
- Trovare il raggio geostazionario.

## Concetti chiave

- La gravità di Newton dà l'equazione dei due corpi r̈ = −μr/r³, con μ = GM. Per la Terra μ = 3.986 × 10¹⁴ m³/s².
- Un'orbita circolare ha velocità v = √(μ/r) e periodo T = 2π√(r³/μ): le orbite più alte sono più lente e richiedono più tempo.
- La velocità di fuga è √2 volte la velocità circolare allo stesso raggio: v_esc = √(2μ/r).
- Leggi di Keplero: le orbite sono ellissi con il corpo centrale in un fuoco; il raggio spazza aree uguali in tempi uguali; e T² è proporzionale ad a³.
- Un'orbita geostazionaria ha un periodo di un giorno siderale (86164.1 s) e si trova sopra l'equatore, così il satellite resta sopra lo stesso punto.

## Equazioni chiave

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}$$

`r=-(μ)/(r^3) r`

Equazione dei due corpi

$$v_c = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

`v_c=(μ)/(r)`

Velocità circolare

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

T=2π(a^3)/(μ)

Periodo

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$$

v_esc=(2μ)/(r)

Velocità di fuga

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 1.1** Trova velocità e periodo di un’orbita circolare a 400 km di quota.

1. r = 6378 + 400 = 6778 km.
2. v = √(3.986 × 10¹⁴/6.778 × 10⁶).
3. T = 2π√(r³/μ).

**Risposta:** v = 7.67 km/s; T = 92.6 min.

**Esempio 1.2** Trova la velocità di fuga da quella quota.

1. v_esc = √2 × 7.669.

**Risposta:** v_esc = 10.85 km/s.

**Esempio 1.3** Trova il raggio e la quota geostazionari.

1. r = (μT²/(4π²))^(1/3) con T = 86164.1 s.
2. Quota = 42164 − 6378.

**Risposta:** r = 42164 km; quota 35786 km (22236 miglia); v = 3.07 km/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Trova il periodo di un’orbita circolare a 705 km di quota.

   98.9 min.

2. Trova la velocità lì.

7.50 km/s.

3. Quante orbite al giorno sono?

   1440/98.87 = 14.56.

4. Converti 7.67 km/s in mph.

   17154 mph.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Le orbite più alte sono più veloci.
**In realtà:** Sono più lente.

**Mito:** Gli astronauti fluttuano perché non c'è gravità.
**In realtà:** Sono in caduta libera attorno alla Terra.

**Mito:** Un'orbita geostazionaria può trovarsi sopra qualsiasi città.
**In realtà:** Deve trovarsi sopra l'equatore.

## Flashcard

**μ**

$GM = 3.986 \times 10^{14}\ m^3/s^2$.

**Velocità circolare**

$\sqrt{(\mu/r)}$.

**Periodo**

$2\pi\sqrt{(a^3/\mu)}$.

**Fuga**

$\sqrt{(2\mu/r)}$.

**Kepler 3**

$T^2 \propto a^3$.

**GEO**

Raggio di 42164 km.

## Quiz di autoverifica

**1. La velocità circolare è...**

$\sqrt{(\mu/r)}$

$\mu/r$

√(2μ/r)

μr

√(μ/r). Gravità = centripeta.

**2. La velocità di fuga è … volte quella circolare.**

√2

2

1

½

√2. Energia.

**3. La terza legge di Keplero lega…**

$T^2$ e $a^3$

T e a

v e r

e e a

$T^2$ e $a^3$. Legge armonica.

**4. Il periodo GEO è…**

un giorno siderale

12 h

90 min

1 anno

un giorno siderale. Coincide con la rotazione.

Rifai questo quiz

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NOAA spiega che i satelliti meteo GOES orbitano a 22236 miglia sopra l'equatore terrestre a una velocità pari alla rotazione della Terra, così restano sopra le stesse regioni e garantiscono una copertura continua. Insieme, GOES East e GOES West sorvegliano più di metà del globo, dalla costa occidentale dell'Africa alla Nuova Zelanda.

Il sistema di imaging della serie GOES-R può riprendere le tempeste anche ogni 30 secondi, e la serie porta il primo rilevatore operativo di fulmini in orbita geostazionaria. La quota di 22236 miglia è esattamente il raggio geostazionario di questa unità meno il raggio terrestre.

Su Saving Planets: Osservazione della Terra · Fisica I

Fonti: NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

## Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax UP1, 13.5 Kepler's laws of planetary motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): Sezione di un manuale gratuito.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): Sezione di un manuale gratuito.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): Capitolo gratuito della NASA.
- PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits): Orbite in modo interattivo.

☐ **Ho finito questa unità**

# Coniche, energia ed elementi orbitali

Conservazione dell’energia e del momento angolare, l’equazione dell’orbita, ellissi, parabole e iperboli, eccentricità, l’equazione vis-viva, velocità al periasse e all’apoasse, e i sei elementi orbitali classici.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Usare vis-viva per trovare le velocità.
- Collegare l’eccentricità a periasse e apoasse.
- Calcolare energia e momento angolare specifici.
- Nominare e interpretare i sei elementi orbitali.

## Concetti chiave

- L’energia specifica ε = v²/2 − μ/r = −μ/(2a) è costante: negativa per le ellissi, nulla per le parabole e positiva per le iperboli.
- Il momento angolare specifico h = r × v è costante, quindi l’orbita giace in un piano fisso.
- L’equazione dell’orbita r = (h²/μ)/(1 + e cos ν) dà il raggio all’anomalia vera ν. L’eccentricità è e = (r_a − r_p)/(r_a + r_p) per un’ellisse.
- L’equazione vis-viva v² = μ(2/r − 1/a) dà la velocità in qualunque punto di qualunque orbita.
- Sei elementi classici fissano un’orbita: semiasse maggiore a, eccentricità e, inclinazione i, ascensione retta del nodo ascendente Ω, argomento del periasse ω e anomalia vera ν.

## Equazioni chiave

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

`=(v^2)/(2)-(μ)/(r)=-(μ)/(2a)`

Energia specifica

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

`v^2=μ(2r-1a)`

Vis-viva

$$r = \frac{h^2/\mu}{1 + e\cos\nu}$$

```
r=(h^2/μ)/(1+eν)
```

Equazione dell’orbita

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p}$$

```
e=(r_a-r_p)/(r_a+r_p)
```

Eccentricità

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 2.1** Un’orbita ha raggio di perigeo 6778 km e raggio di apogeo 42164 km. Trova a ed e.

1. a = (6778 + 42,164)/2 = 24,471 km.
2. e = (42,164 − 6778)/(42,164 + 6778).

**Risposta:** a = 24,471 km; e = 0.723.

**Esempio 2.2** Trova la sua energia specifica.

1. ε = −3.986 × $10^{14}$/(2 × 2.4471 × $10^{7}$).

**Risposta:** ε = −8.14 MJ/kg.

**Esempio 2.3** Trova le velocità al perigeo e all’apogeo.

1. v_p = √(μ(2/r_p − 1/a)).
2. v_a = √(μ(2/r_a − 1/a)).

**Risposta:** v_p = 10.07 km/s; v_a = 1.62 km/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Trova h al perigeo.

   r_p v_p = 6.778 × $10^{6}$ × 10,066 = 6.82 × $10^{10}$ $m^2/s$.

2. Quanto vale e per un cerchio?

0.

3. Che segno ha ε per una traiettoria di fuga?

   Zero o positivo.

4. Trova il periodo dell’orbita precedente.

   $2\pi\sqrt{(a^3/\mu)} = 10.58$ h.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Il satellite si muove a velocità costante su un’ellisse.
**In realtà:** Più veloce al periasse, più lento all’apoasse.

**Mito:** L’inclinazione si misura dal polo nord.
**In realtà:** Dal piano dell’equatore.

**Mito:** L’energia dipende dall’eccentricità.
**In realtà:** Solo da a.

## Flashcard

**Energia**

$-\mu/(2a)$.

**Vis-viva**

$v^2 = \mu(2/r - 1/a)$.

**Momento angolare**

$h = r \times v$.

**Equazione dell’orbita**

$r = (h^2/\mu)/(1 + e \cos \nu)$.

**Eccentricità**

$(r_a - r_p)/(r_a + r_p)$.

**Elementi**

$a, e, i, \Omega, \omega, \nu$.

## Quiz di autoverifica

**1. Vis-viva dà...**

il modulo della velocità

il periodo

l’inclinazione

il nodo

il modulo della velocità. $v^2 = \mu(2/r - 1/a)$.

**2. Un’ellisse ha...**

$\varepsilon < 0$

$\varepsilon = 0$

$\varepsilon > 0$

$e > 1$

$\varepsilon < 0$. Orbita legata.

**3. La velocità è massima al...**

periasse

apoasse

nodo

ovunque

periasse. Momento angolare.

**4. Quanti sono gli elementi classici?**

6

3

4

9

6. a, e, i, Ω, ω, ν.

Rifai questo quiz

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA indica che l'orbita di Landsat 9 è quasi polare ed eliosincrona, a 705 km di quota e 98.2° di inclinazione, con un periodo di 99 minuti, circa 14.5 orbite al giorno e un passaggio nominale all'equatore alle 10:12 ora locale nel passaggio discendente.

Quei pochi numeri sono elementi orbitali: a dalla quota, e vicina a zero, i = 98.2° e un nodo scelto per fissare l'ora locale di passaggio. Questa geometria stabile permette a Landsat di confrontare immagini lungo oltre cinque decenni di archivio.

Su Saving Planets: Osservazione della Terra · Analisi III

Fonti: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): Sezione di un manuale gratuito.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT sulle coniche.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): Capitolo gratuito della NASA.
- PhET: Kepler's Laws (https://phet.colorado.edu/en/simulations/keplers-laws): Ellissi in modo interattivo.

☐ **Ho finito questa unità**

# Equazione di Keplero e tempo di volo

Moto medio, anomalie media, eccentrica e vera, l'equazione di Keplero M = E − e sin E, la sua soluzione con il metodo di Newton, tempo di volo tra due punti e posizione in un dato istante.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Collegare le anomalie media, eccentrica e vera.
- Risolvere iterativamente l'equazione di Keplero.
- Trovare il tempo di volo tra due anomalie vere.
- Prevedere la posizione di un satellite in un istante successivo.

## Concetti chiave

- Il moto medio n = √(μ/a³) è la velocità angolare media. L'anomalia media M = n(t − t_p) cresce uniformemente nel tempo.
- L'equazione di Keplero lega tempo e geometria: M = E − e sin E, dove E è l'anomalia eccentrica.
- L'anomalia vera si ricava da tan(ν/2) = √((1 + e)/(1 − e)) tan(E/2).
- L'equazione di Keplero non ha soluzione in forma chiusa per E; il metodo di Newton, E ← E − (E − e sin E − M)/(1 − e cos E), converge in pochi passi.
- Tempo di volo da $\nu_1$ a $\nu_2$: trova $E_1$, $E_2$, poi $M_1$, $M_2$, e dividi la differenza per n.

## Equazioni chiave

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

```
n=(μ)/(a^3)
```

Moto medio

$$M = E - e \sin E$$

```
M=E-e E
```

Equazione di Keplero

$$\tan\frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{E}{2}$$

```
ν2=(1+e)/(1-e) E2
```

Anomalia vera

$$t - t_p = \frac{M}{n}$$

`t-t_p= Mn`

Tempo dal periasse

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 3.1** Per e = 0.3, trova M quando E = π/2.

1. M = 1.5708 − 0.3 × 1.

**Risposta:** M = 1.271 rad.

**Esempio 3.2** Per e = 0.3 e M = 1 rad, risolvi l'equazione di Keplero.

1. Parti da E = 1; applica il metodo di Newton finché non si stabilizza.

**Risposta:** E = 1.288 rad.

**Esempio 3.3** Trova l'anomalia vera per quell'E.

1. tan(ν/2) = √(1.3/0.7) × tan(0.644).

**Risposta:** ν = 1.594 rad (91.3°).

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Quanto dura un trasferimento LEO–GEO (metà di un'orbita di 10.58 h)?

   5.29 h.

2. Per un cerchio, come sono legati M, E e ν?

   Sono uguali.

3. Perché non possiamo ricavare E direttamente?

   L'equazione di Keplero è trascendente.

4. Qual è il moto medio di un’orbita di 92.6 min in giri al giorno?

   1440/92.56 = 15.56.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** L’anomalia vera cresce uniformemente nel tempo.
**In realtà:** È l’anomalia media a farlo.

**Mito:** L’equazione di Keplero si applica invariata alle iperboli.
**In realtà:** Le iperboli usano una forma iperbolica.

**Mito:** Il metodo di Newton richiede molte iterazioni.
**In realtà:** Di solito 3–5.

## Flashcard

**Moto medio**

$n = \sqrt{(\mu/a^3)}$.

**Anomalia media**

$M = n(t - t_p)$.

**Equazione di Keplero**

$M = E - e \sin E$.

**Anomalia vera**

Da $\tan(\nu/2)$.

**Passo di Newton**

$E - f/f'$.

**Tempo di volo**

$\Delta M/n$.

## Quiz di autoverifica

**1. L’equazione di Keplero è...**

$M = E - e \sin E$

$M = E + e$

$E = \nu$

$n = M/E$

M = E − e sin E. Definizione.

**2. Il moto medio è...**

$\sqrt{(\mu/a^3)}$

$\mu/a$

$\sqrt{(\mu a)}$

$a/\mu$

$\sqrt{(\mu/a^3)}$. $2\pi/T$.

**3. Quale anomalia cresce uniformemente?**

media

vera

eccentrica

nessuna

media. M = nt.

**4. L'equazione di Keplero si risolve...**

iterativamente

direttamente

solo graficamente

mai

iterativamente. Metodo di Newton.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA riferisce che prima dell'impatto di DART la piccola luna Dimorphos impiegava 11 ore e 55 minuti per orbitare attorno al suo asteroide principale Didymos, e che dopo l'impatto del 26 settembre 2022 il periodo era di 11 ore e 23 minuti, una variazione di 32 minuti (incertezza di circa ±2 minuti).

Gli astronomi hanno misurato la variazione cronometrando l'orbita della piccola luna da telescopi a terra: le leggi di Keplero trasformano un piccolo scarto temporale nella prova che l'orbita era cambiata.

Su Saving Planets: Analisi II · Osservazione della Terra

Fonti: NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT sull'equazione di Keplero.
- OpenStax UP1, 13.5 Kepler's laws of planetary motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): Sezione di un manuale gratuito.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): Capitolo gratuito della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): Appunti del MIT di dinamica.

☐ **Ho finito questa unità**

# Trasferimenti orbitali: Hohmann e oltre

Manovre impulsive e Δv, il trasferimento di Hohmann tra orbite circolari, tempo di trasferimento, trasferimenti biellittici, fasatura e rendezvous, e innalzamento e abbassamento delle orbite.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare il Δv di un trasferimento di Hohmann.
- Trovare il tempo di trasferimento.
- Spiegare quando i trasferimenti biellittici fanno risparmiare Δv.
- Pianificare una semplice manovra di fasatura.

## Concetti chiave

- Un'accensione impulsiva cambia istantaneamente la velocità di Δv; l'orbita dopo l'accensione si ricava da vis-viva.
- Il trasferimento di Hohmann usa un'ellisse tangente a entrambi i cerchi: accensione sull'orbita interna per entrare nell'ellisse, e nuova accensione all'apoasse per circolarizzare.
- Il tempo di trasferimento è metà del periodo dell'ellisse di trasferimento.
- Per rapporti tra i raggi molto grandi (oltre circa 11.9), un trasferimento biellittico a tre accensioni può richiedere meno Δv, al prezzo di molto più tempo.
- Fasatura: per raggiungere un bersaglio sulla stessa orbita, entra in un'orbita leggermente più piccola o più grande per una o più rivoluzioni, poi torna.

## Equazioni chiave

$$\Delta v_1 = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a}\right)} - \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}$$

```
Δ v_1=μ(2r_1-1a)-μr_1
```

Prima accensione

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} - \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_2} - \frac{1}{a}\right)}$$

```
Δ v_2=μr_2-μ(2r_2-1a)
```

Seconda accensione

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

`a=(r_1+r_2)/(2)`

Ellisse di trasferimento

$$t = \pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

`t=π(a^3)/(μ)`

Tempo di trasferimento

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 4.1** Trova il Δv di un trasferimento di Hohmann da un'orbita circolare a 400 km a GEO (nello stesso piano).

1. $\Delta v_1$ = 10.066 − 7.669 = 2.398 km/s.
2. $\Delta v_2$ = 3.075 − 1.618 = 1.456 km/s.

**Risposta:** Δv totale = 3.85 km/s.

**Esempio 4.2** Trovare il tempo di trasferimento.

1. t = π√(24,471,000³/μ).

**Risposta:** t = 5.29 h.

**Esempio 4.3** Un'accensione di deorbitazione a 700 km abbassa il perigeo a 200 km. Trova Δv.

1. v_c = √(μ/7078 km).
2. v_a sull'ellisse di 7078 × 6578 km da vis-viva.

**Risposta:** Δv = 139 m/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Quale accensione è maggiore nell'Hohmann da LEO a GEO?

   La prima, 2.40 km/s.

2. Oltre quale rapporto tra i raggi il biellittico può convenire?

   Circa 11.9.

3. Per raggiungere un bersaglio più avanti sulla stessa orbita, salire o scendere?

   Scendere (periodo più breve).

4. In che verso si accende per abbassare un'orbita?

   Retrogrado.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Per accelerare in orbita, accendi in avanti e resterai più veloce.
**In realtà:** Alzare l'orbita ti rende complessivamente più lento.

**Mito:** L'Hohmann è sempre il più economico.
**In realtà:** Non per rapporti molto grandi.

**Mito:** Il tempo di trasferimento è un periodo intero.
**In realtà:** Mezzo periodo.

## Flashcard

**Δv**

Variazione di velocità.

**Hohmann**

Due accensioni tangenti.

**a del trasferimento**

$(r_1 + r_2)/2$.

**Tempo di trasferimento**

$\pi\sqrt{(a^3/\mu)}$.

**Biellittico**

Tre accensioni, rapporti grandi.

**Fasatura**

Scendere per recuperare.

## Quiz di autoverifica

**1. L'Hohmann usa … accensioni.**

2

1

3

4

2. Accensioni tangenti.

**2. Il tempo di trasferimento è...**

metà del periodo di trasferimento

un periodo intero

zero

un giorno

metà del periodo di trasferimento. Dal periasse all'apoasse.

**3. Per raggiungere un bersaglio più avanti, bisogna andare...**

più bassa

più alta

polare

da nessuna parte

più bassa. Periodo più breve.

**4. L'a dell'ellisse di trasferimento è...**

$(r_1 + r_2)/2$

$r_1 r_2$

$r_2 - r_1$

$\sqrt{(r_1 r_2)}$

$(r_1 + r_2)/2$. Ellisse tangente.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La FCC ha adottato nel settembre 2022 una regola che obbliga gli operatori di satelliti in orbita bassa a smaltire i propri satelliti entro 5 anni dalla fine della missione (Report and Order FCC-22-74).

Un'accensione di deorbitazione è solo mezza manovra tipo Hohmann: abbassare il perigeo nell'alta atmosfera perché la resistenza completi il lavoro. Da 700 km, abbassare il perigeo a 200 km richiede solo circa 139 m/s nell'esempio di questa unità.

Su Saving Planets: Dinamica · Soluzioni

Fonti: FCC: FCC Adopts New '5-Year Rule' for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT sui trasferimenti.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guida gratuita della NASA.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): Sezione di un manuale gratuito.
- NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): Traiettorie reali.

☐ **Ho finito questa unità**

# Cambi di piano e manovre combinate

Cambi di inclinazione e di nodo, il Δv di un cambio di piano semplice, perché i cambi di piano sono costosi in orbita bassa, combinare un cambio di piano con un'accensione di Hohmann, e la latitudine del sito di lancio.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare il Δv di un cambio di piano semplice.
- Combinare un cambio di piano con un'accensione di circolarizzazione.
- Spiegare perché i cambi di piano si fanno ad alta quota.
- Collegare la latitudine di lancio all'inclinazione minima.

## Concetti chiave

- Ruotare il piano dell'orbita di Δi alla velocità v costa Δv = 2v sin(Δi/2), senza variare il modulo della velocità.
- Poiché il costo scala con la velocità, i cambi di piano sono più economici dove il veicolo è più lento: all'apoasse o in orbite alte.
- Combinare un cambio di piano con una variazione di velocità in un'unica accensione usa il teorema del coseno: $\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \Delta i}$, più economico che farli separatamente.
- Un lancio diretto raggiunge un'inclinazione non inferiore alla latitudine del sito di lancio, quindi i satelliti GEO lanciati da medie latitudini devono eliminare l'inclinazione in seguito.
- I cambi di nodo e quelli combinati di inclinazione e nodo usano la stessa idea del triangolo delle velocità con la trigonometria sferica.

## Equazioni chiave

$$\Delta v = 2v \sin \frac{\Delta i}{2}$$

```
Δ v=2v(Δ i)/(2)
```

Cambio di piano semplice

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \Delta i}$$

```
Δ v=_1^2+v_2^2-2v_1v_2Δ i
```

Manovra combinata

$$i_{min} = \phi_{launch}$$

`i_min=_launch`

Inclinazione diretta minima

$$\cos i = \cos\phi \sin\beta$$

Azimut di lancio β

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 5.1** Trova il Δv per eliminare 28.5° di inclinazione in GEO (v = 3.075 km/s).

1. Δv = 2 × 3.075 × sin 14.25°.

**Risposta:** Δv = 1.51 km/s.

**Esempio 5.2** Combina quel cambio di piano con l'accensione di circolarizzazione in GEO (v_a = 1.618 km/s).

1. Δv = √(1.618² + 3.075² − 2 × 1.618 × 3.075 × cos 28.5°).

**Risposta:** Δv = 1.82 km/s, con un risparmio di 1.15 km/s rispetto ad accensioni separate (1.51 + 1.46).

**Esempio 5.3** Trova il costo di un cambio di piano di 10° in un'orbita a 400 km.

1. Δv = 2 × 7.669 × sin 5°.

**Risposta:** Δv = 1.34 km/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Δv totale da LEO a GEO con l'accensione finale combinata?

   2.40 + 1.82 = 4.22 km/s.

2. Dove conviene di più cambiare piano su un'ellisse?

   All'apoasse.

3. Un cambio di piano di 60° costa quante volte v?

2 sin 30° = 1 × v.

4. Un lancio diretto da 28.5° di latitudine può raggiungere 0° di inclinazione?

   No.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** I cambi di piano sono economici.
**In realtà:** In LEO, 10° costano 1.34 km/s.

**Mito:** Accensioni separate valgono quanto una combinata.
**In realtà:** Le accensioni combinate fanno risparmiare Δv.

**Mito:** Qualsiasi sito di lancio può raggiungere direttamente qualsiasi inclinazione.
**In realtà:** Non al di sotto della sua latitudine.

## Flashcard

**Cambio di piano**

2v sin(Δi/2).

**Combinata**

Teorema del coseno.

**Dove**

A bassa velocità.

**Latitudine di lancio**

Inclinazione minima.

**Cambio di nodo**

Trigonometria sferica.

**GEO**

Eliminare l’inclinazione all’apogeo.

## Quiz di autoverifica

**1. Un cambio di piano semplice costa...**

2v sin(Δi/2)

vΔi²

v cos Δi

0

2v sin(Δi/2). Triangolo delle velocità.

**2. Il posto migliore per un cambio di piano...**

apoasse

periasse

solo al nodo

ovunque

apoasse. Velocità minima.

**3. Le accensioni combinate sono...**

più economiche

più costose

uguale

impossibile

più economiche. Teorema del coseno.

**4. L'inclinazione diretta minima è uguale a...**

la latitudine di lancio

0

90°

la longitudine

la latitudine di lancio. Geometria.

**Rifai questo quiz**

### Come questo aiuta a salvare il pianeta

La pagina Landsat 9 della NASA indica che il satellite è stato lanciato nell'orbita di Landsat 7 per mantenere, insieme a Landsat 8, una copertura ripetuta ogni 8 giorni, e che il veicolo porta carburante sufficiente per operare almeno 10 anni a fronte di una vita di progetto di 5 anni.

Collocare un satellite esattamente nel piano orbitale di un altro, e mantenerlo lì, è lavoro di cambio di piano e fasatura. Il carburante risparmiato con una buona pianificazione delle manovre diventa anni in più di dati gratuiti sulla Terra.

Su Saving Planets: Osservazione della Terra · Algebra lineare

Fonti: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT sui cambi di piano.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guida gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): Dinamica al MIT.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): Sezione di un manuale gratuito.

☐ **Ho finito questa unità**

# Razzi, budget di Δv e stadi

L’equazione del razzo di Tsiolkovsky, impulso specifico e velocità di scarico, rapporto di massa e frazione di propellente, spinta, stadi, perdite per gravità e resistenza in ascesa, e la costruzione di un budget di Δv di missione.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Applicare l’equazione del razzo.
- Collegare impulso specifico, velocità di scarico e spinta.
- Mostrare perché gli stadi aiutano.
- Costruire un semplice budget di Δv.

## Concetti chiave

- L’equazione del razzo: Δv = I_sp $g_0$ ln($m_0$/m_f), dove $m_0$/m_f è il rapporto di massa. Velocità di scarico v_e = I_sp $g_0$.
- Spinta F = ṁ v_e = ṁ I_sp $g_0$.
- Poiché Δv cresce solo con il logaritmo del rapporto di massa, un monostadio verso l’orbita deve essere in gran parte propellente. Gli stadi sganciano serbatoi vuoti e motori, così gli stadi successivi spingono meno massa morta.
- Raggiungere l’orbita bassa richiede in pratica circa 9.3–10 km/s di Δv (un intervallo da manuale): circa 7.7–7.8 km/s di velocità orbitale più le perdite per gravità e resistenza, meno la spinta della rotazione terrestre per i lanci verso est.
- Un budget di Δv di missione somma ogni manovra: lancio, trasferimenti, cambi di piano, mantenimento in posizione e smaltimento, più un margine.

## Equazioni chiave

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \frac{m_0}{m_f}$$

```
Δ v=I_spg_0(m_0)/(m_f)
```

Equazione del razzo

$$v_e = I_{sp} g_0$$

```
v_e=I_spg_0
```

Velocità di scarico

$$F = \dot{m}\, I_{sp} g_0$$

`F= m I_spg_0`

Spinta

$$\frac{m_0}{m_f} = e^{\Delta v/(I_{sp} g_0)}$$

`(m_0)/(m_f)=e^Δ v/(I_spg_0)`

Rapporto di massa necessario

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 6.1** Uno stadio con I_sp = 300 s ha un rapporto di massa di 4. Trova Δv.

1. Δv = 300 × 9.80665 × ln 4.

**Risposta:** Δv = 4.08 km/s.

**Esempio 6.2** Quale rapporto di massa dà 9.4 km/s con I_sp = 350 s in un solo stadio?

1. $m_0/m_f = \exp(9400/(350 \times 9.80665))$.

**Risposta:** 15.5, quindi il 93.5% della massa al decollo è propellente.

**Esempio 6.3** Due stadi, ciascuno con I_sp = 300 s e rapporto di massa 3. Δv totale?

1. Δv = 2 × 300 × 9.80665 × ln 3.

**Risposta:** Δv = 6.46 km/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Trova la spinta per $\dot{m}$ = 100 kg/s con I_sp = 300 s.

   294 kN.

2. Trova v_e per I_sp = 450 s.

   4.41 km/s.

3. Raddoppia il rapporto di massa da 4 a 8. Δv?

Aumenta di 300 × 9.807 × ln 2 = 2.04 km/s, non raddoppia.

4. Perché gli stadi aiutano?

   Gli stadi successivi non portano serbatoi vuoti.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Raddoppiare il propellente raddoppia il Δv.

**In realtà:** Δv cresce con il logaritmo del rapporto di massa.

**Mito:** I_sp si misura in m/s.

**In realtà:** In secondi; v_e = I_sp$g_0$.

**Mito:** L'orbita richiede solo 7.7 km/s.

**In realtà:** Le perdite aggiungono 1.5–2 km/s.

## Flashcard

**Equazione del razzo**

Δv = v_e ln($m_0$/m_f).

**I_sp**

Secondi; v_e/$g_0$.

**Spinta**

$\dot{m}$ v_e.

**Rapporto di massa**

$m_0$/m_f.

**Stadi**

Sganciare la massa vuota.

**Budget di Δv**

Somma di tutte le manovre + margine.

## Quiz di autoverifica

**1. Δv = ...**

I_sp $g_0$ ln($m_0$/m_f)

I_sp $m_0$

$g_0$ m_f

$m_0/m_f$

$I_{sp}\, g_0 \ln(m_0/m_f)$. Tsiolkovsky.

**2. Spinta = …**

$\dot{m}\, I_{sp}\, g_0$

$m\, g_0$

$I_{sp}/\dot{m}$

$\Delta v/t$

$\dot{m}\, I_{sp}\, g_0$. Flusso di quantità di moto.

**3. Gli stadi aiutano perché…**

sganciano massa morta

aggiungono carburante

aumentano $g_0$

niente

sganciano massa morta. Rapporto di massa.

**4. Il Δv verso l'orbita bassa è circa…**

9.4 km/s

3 km/s

20 km/s

1 km/s

9.4 km/s. Con le perdite.

**Rifai questo quiz**

### Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA riferisce che DART è stato lanciato il 24 novembre 2021 (EST) su un SpaceX Falcon 9 dalla Vandenberg Space Force Base in California, e ha colpito il 26 settembre 2022 Dimorphos, una piccola luna di appena 160 metri in orbita attorno all'asteroide Didymos di 780 metri.

La NASA osserva che la collisione è avvenuta a circa 22530 km/h. Portare un veicolo lì a quella velocità e sulla traiettoria giusta è cominciato con il budget di Δv di questa unità.

Su Saving Planets: Termodinamica · Introduzione all'ingegneria aerospaziale

Fonti: NASA Science: Double Asteroid Redirection Test (DART) (https://science.nasa.gov/mission/dart/) · NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax UP1, 9.7 Rocket propulsion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-7-rocket-propulsion): Sezione di un manuale gratuito.
- NASA Glenn: Rocket thrust (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktpow.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guida gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

# Perturbazioni: rigonfiamento terrestre, resistenza e orbite eliosincrone

Perché le orbite reali derivano, lo schiacciamento della Terra e $J_2$, la regressione del nodo e la rotazione del periasse, le orbite eliosincrone, le orbite congelate e a inclinazione critica, la resistenza atmosferica e il decadimento orbitale, e gli effetti del terzo corpo e della pressione solare.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare la regressione nodale dovuta a $J_2$.
- Trovare l'inclinazione di un'orbita eliosincrona.
- Spiegare il decadimento orbitale dovuto alla resistenza.
- Nominare altre perturbazioni.

## Concetti chiave

- La Terra è rigonfia all'equatore. Il suo termine $J_2$ ($1.0826 \times 10^{-3}$) fa precedere il piano dell'orbita: $d\Omega/dt = -1.5\, n\, J_2\, (R/p)^2 \cos i$, con $p = a(1 - e^2)$.
- Le orbite prograde ($i < 90°$) regrediscono verso ovest; quelle retrograde ($i > 90°$) avanzano verso est.
- Un'orbita eliosincrona sceglie $i$ in modo che il piano avanzi di 360° all'anno, circa 0.9856° al giorno, mantenendo la stessa ora solare locale a ogni passaggio.
- In orbita bassa, la resistenza atmosferica sottrae lentamente energia e abbassa l'orbita finché il veicolo rientra. La resistenza cresce bruscamente quando l'attività solare riscalda l'alta atmosfera.
- Altre perturbazioni: gravità di Luna e Sole (importante in GEO), pressione di radiazione solare e armoniche superiori del campo gravitazionale.

## Equazioni chiave

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} n J_2 \left(\frac{R}{p}\right)^2 \cos i$$

```
=-32nJ_2( Rp)^2 i
```

Regressione nodale

$$\dot{\Omega}_{SS} = \frac{360^\circ}{365.2422\ \mathrm{d}}$$

```
_SS=360°365.2422\ d
```

Velocità eliosincrona

$$\cos i = -\frac{\dot{\Omega}_{SS}}{1.5 n J_2 (R/p)^2}$$

`i=-_SS1.5nJ_2(R/p)^2`

Inclinazione eliosincrona

$$n = \sqrt{\mu / a^3}$$

`n=μ/a^3`

Moto medio

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 7.1** Trova l’inclinazione di un’orbita circolare eliosincrona a 705 km.

1. r = 7083 km; n = √(μ/r³).
2. Velocità richiesta 0.9856°/giorno = 1.991 × 10⁻⁷ rad/s.
3. cos i = −rate/(1.5nJ$_2$(R/r)²).

**Risposta:** i = 98.2°, esattamente l’inclinazione di Landsat 9.

**Esempio 7.2** Verifica la velocità nodale di Landsat 9 (705 km, 98.2°).

1. dΩ/dt = −1.5nJ$_2$(R/r)² cos 98.2°.

**Risposta:** +0.985° al giorno, in accordo con gli 0.9856° al giorno del moto del Sole.

**Esempio 7.3** Trova la regressione nodale di un’orbita a 400 km e 51.6°.

1. Stessa formula con r = 6778 km e cos 51.6°.

**Risposta:** −5.00° al giorno (verso ovest).

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Un’orbita eliosincrona è prograda o retrograda?

   Leggermente retrograda (i > 90°).

2. Che effetto ha $J_2$ su un'orbita polare (i = 90°)?

   Nessuno sul nodo: cos 90° = 0.

3. Perché i satelliti bassi hanno bisogno di rialzi d'orbita?

   La resistenza li fa scendere.

4. Quale perturbazione conta di più per l'inclinazione in GEO?

   La gravità di Luna e Sole.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** I piani orbitali sono fissi nello spazio.
**In realtà:** $J_2$ li fa precedere.

**Mito:** Eliosincrona significa che il satellite vede sempre il Sole.
**In realtà:** Significa la stessa ora solare locale a ogni passaggio.

**Mito:** La resistenza conta solo sotto i 100 km.
**In realtà:** Modella le orbite fino a diverse centinaia di km.

## Flashcard

**$J_2$**

$1.0826 \times 10^{-3}$.

**Velocità nodale**

$-1.5nJ_2(R/p)^2 \cos i$.

**Eliosincrona**

+0.9856°/giorno.

**Nodo retrogrado**

Avanza verso est.

**Resistenza**

Decadimento e rientro.

**Perturbazione in GEO**

Sole e Luna.

## Quiz di autoverifica

**1. $J_2$ provoca...**

la precessione nodale

la fuga

più massa

niente

la precessione nodale. Schiacciamento.

**2. La velocità nodale eliosincrona è...**

0.9856°/giorno

0

360°/giorno

1°/ora

0.9856°/giorno. Un ciclo all'anno.

**3. Le inclinazioni eliosincrone sono...**

poco più di 90°

vicine a 0°

45°

28.5°

poco più di 90°. cos i < 0.

**4. La resistenza fa sì che le orbite LEO...**

decadano

si alzino

restino invariate

si inclinino

decadano. Perdita di energia.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA indica che Landsat 9 è su un'orbita quasi polare ed eliosincrona a 705 km e 98.2° di inclinazione, e attraversa l'equatore verso le 10:12 ora locale. Insieme, Landsat 9 e Landsat 8 riprendono lo stesso luogo ogni 8 giorni, consentendo allerte sulla deforestazione quasi settimanali, monitoraggio della qualità dell'acqua e rapporti sulle colture.

La NASA osserva che i dati pubblici e gratuiti di Landsat hanno contribuito con circa 25.6 miliardi di dollari all'economia statunitense nel 2023. La luce mattutina costante che rende confrontabili quelle immagini deriva direttamente da $J_2$ e dalla condizione eliosincrona di questa unità.

Su Saving Planets: Osservazione della Terra · Oceani

Fonti: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT sulle perturbazioni.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): Capitolo gratuito della NASA.
- NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/): Dati sull'orbita di Landsat 9.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): Dinamica al MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

# Tracce al suolo, copertura e costellazioni

Tracce al suolo e spostamento verso ovest a ogni orbita, orbite a traccia ripetuta, larghezza di ripresa e tempo di rivisitazione, copertura dalla GEO, e progettazione di costellazioni per rivisitazione e copertura.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare lo spostamento della traccia al suolo per orbita.
- Trovare le orbite per ciclo di ripetizione.
- Collegare la larghezza di ripresa alla rivisitazione.
- Spiegare perché due satelliti dimezzano il tempo di rivisitazione.

## Concetti chiave

- Poiché la Terra ruota sotto l'orbita, ogni traccia al suolo si sposta verso ovest di Δλ = 360° × T/T_sidereal per orbita.
- Un'orbita a traccia ripetuta compie un numero intero di orbite in un numero intero di giorni, così lo schema si ripete esattamente.
- Un sensore con larghezza di ripresa w copre l'equatore in circa (circonferenza)/w passaggi, il che fissa il ciclo di ripetizione minimo.
- Aggiungere satelliti sulla stessa orbita, equidistanziati, divide il tempo di rivisitazione.
- Un solo satellite GEO vede circa il 40% della superficie terrestre (un valore da manuale), ma con bassa risoluzione vicino ai bordi; pochi satelliti distribuiti lungo l'equatore coprono tutte le longitudini tranne le regioni polari.

## Equazioni chiave

$$\Delta\lambda = 360^\circ \frac{T}{T_{sid}}$$

`Δ=360°_sid`

Spostamento della traccia al suolo

$$kT = jT_{day}$$

`kT=jT_day`

Condizione di ripetizione

$$N_{pass} \approx \frac{2\pi R}{w}$$

Passaggi per coprire l’equatore

$$t_{revisit} = \frac{t_{repeat}}{N_{sat}}$$

`t_revisit=_repeatN_sat`

Rivisitazione di una costellazione

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 8.1** Trova lo spostamento della traccia al suolo per orbita per un’orbita di 98.87 min.

1. Δλ = 360 × 98.87 × 60/86,164.1.

**Risposta:** Δλ = 24.8°, circa 2760 km all’equatore.

**Esempio 8.2** Quante orbite compie quel satellite in 16 giorni?

1. 16 × 14.564.

**Risposta:** Circa 233 orbite, quindi un ciclo di ripetizione di 16 giorni funziona.

**Esempio 8.3** Due satelliti identici condividono un’orbita a ripetizione di 16 giorni, equidistanziati. Rivisitazione?

1. 16/2.

**Risposta:** 8 giorni, come riporta la NASA per Landsat 8 e 9.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Quante strisce di ripresa da 185 km coprono l’equatore (40075 km)?

   40075/185 = 216.6, quindi circa 217.

2. Perché le tracce al suolo si spostano verso ovest?

   La Terra ruota verso est sotto l’orbita.

3. Com’è la traccia al suolo di un satellite GEO?

Un punto (o un piccolo otto se inclinato).

4. Come cambierebbero tre satelliti la rivisitazione di 16 giorni?

   Circa 5.33 giorni.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Le tracce al suolo si ripetono a ogni orbita.
**In realtà:** Solo dopo un intero ciclo di ripetizione.

**Mito:** Più quota significa sempre copertura migliore.
**In realtà:** La risoluzione cala con la quota.

**Mito:** La GEO vede tutta la Terra.
**In realtà:** Circa il 40%, male vicino ai poli.

## Flashcard

**Spostamento della traccia**

360°T/T_sid.

**Orbita a ripetizione**

kT = jT_day.

**Striscia di ripresa**

Larghezza ripresa.

**Rivisitazione**

Ripetizione/N_sat.

**Vista dalla GEO**

≈ 40% della Terra.

**Costellazione**

Satelliti distanziati.

## Quiz di autoverifica

**1. Le tracce al suolo si spostano...**

ovest

est

nord

per niente

ovest. La Terra ruota verso est.

**2. Lo spostamento per orbita è...**

360°T/T_sid

T/360

0

15°

360°T/T_sid. Rotazione terrestre.

**3. Due satelliti equidistanziati...**

dimezzano la rivisitazione

raddoppiano la rivisitazione

nessun cambiamento

la quadruplicano

dimezzano la rivisitazione. Distanziamento.

**4. Un’orbita a ripetizione ha...**

orbite intere in giorni interi

e = 1

i = 0

solo T = 1 giorno

orbite intere in giorni interi. Definizione.

**Rifai questo quiz**

### Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA riferisce che Landsat 9 ha un ciclo di ripetizione di 16 giorni con una striscia di 185 km, acquisisce circa 740 scene al giorno (quasi il doppio delle 400 richieste) e, insieme a Landsat 8, osserva lo stesso luogo ogni 8 giorni.

La NOAA osserva che GOES East e GOES West insieme coprono più di metà del globo dall'orbita geostazionaria. Le orbite polari basse danno mappe nitide e ripetute; la GEO dà sorveglianza costante. Un buon monitoraggio della Terra usa entrambe.

Su Saving Planets: Osservazione della Terra · Oceani

Fonti: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/) · NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/): Dati sulla copertura di Landsat 9.
- NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html): Dati NOAA su GOES-R.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guida gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

# Trasferimenti interplanetari e coniche raccordate

Trasferimenti di Hohmann eliocentrici, tempo di trasferimento verso Marte, v∞ e $C_3$ alla partenza, il metodo delle coniche raccordate, sfere d'influenza, fuga da un'orbita di parcheggio, periodi sinodici e finestre di lancio, e fionde gravitazionali.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare un trasferimento di Hohmann Terra–Marte.
- Trovare v∞ e $C_3$.
- Trovare il Δv per partire dall'orbita terrestre bassa.
- Calcolare periodi sinodici e spiegare le finestre di lancio.

## Concetti chiave

- Lontano dai pianeti, un veicolo segue una conica eliocentrica con μ_Sun = 1.327 × $10^{20}$ $m^3/s^2$. Un trasferimento di Hohmann Terra–Marte è un'ellisse da 1 UA a 1.524 UA.
- Coniche raccordate: vicino a ogni pianeta si usa un'iperbole relativa al pianeta; lontano, l'ellisse eliocentrica; le velocità si raccordano alla sfera d'influenza.
- La velocità iperbolica d'eccesso alla partenza v∞ è la velocità eliocentrica necessaria meno la velocità orbitale della Terra. $C_3 = v_\infty^2$ è l'energia di lancio.
- Da un'orbita di parcheggio circolare, l'accensione di partenza è $\Delta v = \sqrt{(v_\infty^2 + 2\mu/r)} - \sqrt{(\mu/r)}$, sfruttando l'effetto Oberth di accendere in fondo al pozzo gravitazionale.
- Le finestre di lancio si ripetono a ogni periodo sinodico, $1/(1/T_1 - 1/T_2)$: circa 2.1 anni per Marte. Le fionde gravitazionali cambiano gratuitamente la velocità eliocentrica di un veicolo sorvolando un pianeta.

## Equazioni chiave

$$t = \pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu_\odot}}$$

`t=π(a^3)/(μ_)`

Tempo di trasferimento

$$v_\infty = \sqrt{\mu_\odot\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a}\right)} - \sqrt{\frac{\mu_\odot}{r_1}}$$

`v_∞=μ_(2r_1-1a)-(μ_)/(r_1)`

Velocità d'eccesso alla partenza

$$\Delta v = \sqrt{v_\infty^2 + \frac{2\mu}{r}} - \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

`Δ v=_∞^2+(2μ)/(r)-μ r`

Accensione di partenza

$$S = \frac{1}{1/T_1 - 1/T_2}$$

`S=(1)/(1/T_1-1/T_2)`

Periodo sinodico

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 9.1** Trova il tempo del trasferimento di Hohmann Terra–Marte.

1. a = (1 + 1.524)/2 AU = 1.888 × $10^{11}$ m.
2. t = π√(a³/μ_Sun).

**Risposta:** t = 259 giorni.

**Esempio 9.2** Trova v∞ e $C_3$ alla partenza.

1. Velocità della Terra √(μ_Sun/1 AU) = 29.78 km/s.
2. Velocità al perielio del trasferimento da vis-viva.

**Risposta:** v∞ = 2.95 km/s; $C_3$ = 8.68 km²/s².

**Esempio 9.3** Trova l’accensione di partenza da un’orbita di parcheggio a 400 km.

1. Δv = √(2946² + 2μ/6.778 × $10^6$) − 7669.

**Risposta:** Δv = 3.57 km/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Trova il periodo orbitale di Marte dalla terza legge di Keplero.

1.524^1.5 = 1.88 anni.

2. Trova il periodo sinodico Terra–Marte.

   1/(1 − 1/1.881) = 2.13 anni.

3. Perché accendere in fondo a un pozzo gravitazionale?

   L'effetto Oberth: più energia cinetica per Δv.

4. Una fionda gravitazionale cambia la velocità rispetto al pianeta?

   No, solo rispetto al Sole.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Si può partire per Marte a basso costo in qualsiasi momento.
**In realtà:** Solo nelle finestre ogni 2.1 anni.

**Mito:** $v_\infty$ è uguale al Δv dell'accensione.
**In realtà:** L'accensione dalla LEO è maggiore.

**Mito:** Le fionde gravitazionali violano la conservazione dell'energia.
**In realtà:** Il pianeta ne perde una quantità infinitesima.

## Flashcard

**Eliocentrico**

$\mu_{Sun} = 1.327 \times 10^{20}$.

**Coniche raccordate**

Iperbole + ellisse.

**$v_\infty$**

Velocità d'eccesso.

**$C_3$**

$v_\infty^2$.

**Periodo sinodico**

$1/(1/T_1 - 1/T_2)$.

**Fionda gravitazionale**

Δv eliocentrico gratuito.

## Quiz di autoverifica

**1. Un Hohmann Terra–Marte dura circa...**

259 giorni

30 giorni

3 anni

1 giorno

259 giorni. Metà del periodo dell’ellisse.

**2. $C_3$ è...**

$v_\infty^2$

$v_\infty$

$\Delta v^2$

$\mu/r$

$v_\infty^2$. L’energia di lancio.

**3. Le finestre per Marte si ripetono ogni...**

2.1 anni

1 anno

6 mesi

10 anni

2.1 anni. Periodo sinodico.

**4. Le coniche raccordate cambiano sistema di riferimento...**

alla sfera d’influenza

apoasse

alla Luna

a caso

alla sfera d'influenza. Definizione.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA definisce DART la prima missione in assoluto dedicata a dimostrare la deviazione di un asteroide cambiandone il moto con un impatto cinetico. Prima dell'incontro, la NASA aveva definito il successo come una variazione del periodo orbitale di Dimorphos di almeno 73 secondi; la variazione misurata di 32 minuti l'ha superata di oltre 25 volte.

La NASA osserva che né Dimorphos né Didymos rappresentavano un pericolo per la Terra, prima o dopo il test. La difesa planetaria si basa proprio sugli strumenti di traiettoria interplanetaria di questa unità.

Su Saving Planets: Fisica I · Soluzioni

Fonti: NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guida gratuita della NASA alle traiettorie interplanetarie.
- NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): Traiettorie interplanetarie reali.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT.
- PhET: My Solar System (https://phet.colorado.edu/en/simulations/my-solar-system): Orbite a più corpi.

☐ **Ho finito questa unità**

# Sostenibilità spaziale: detriti, smaltimento e difesa planetaria

L’ambiente dei detriti orbitali, velocità ed energie di collisione, la cascata di Kessler, smaltimento a fine vita e Δv di deorbitazione, orbite cimitero per la GEO, screening delle congiunzioni ed elusione delle collisioni, e difesa planetaria a impatto cinetico.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare l’energia di un impatto di detriti.
- Dimensionare un’accensione di deorbitazione.
- Spiegare la cascata di Kessler.
- Quantificare il risultato di DART.

## Concetti chiave

- L’orbita terrestre bassa contiene milioni di detriti: satelliti morti, parti di razzi, frammenti e scaglie di vernice. Alle velocità orbitali anche pezzi minuscoli portano un’energia enorme.
- L’energia cinetica ½mv² cresce con il quadrato della velocità: un frammento da 1 g a 10 km/s (una velocità relativa di esempio) porta 50 kJ.
- Le collisioni producono altri frammenti, che causano altre collisioni: la cascata di Kessler. Limitare i nuovi detriti costa molto meno che rimuoverli.
- Smaltimento: i satelliti LEO abbassano il perigeo perché la resistenza li faccia scendere; i satelliti GEO vengono alzati in un’orbita cimitero qualche centinaio di chilometri più in alto.
- Gli operatori controllano gli avvicinamenti (congiunzioni) ed eseguono piccole accensioni di elusione quando la probabilità di collisione è troppo alta.

## Equazioni chiave

$$E_k = \tfrac{1}{2} m v^2$$

`E_k=12mv^2`

Energia d’impatto

$$\Delta v_{deorbit} = v_c - v_a$$

`Δ v_deorbit=v_c-v_a`

Accensione di abbassamento del perigeo

$$\frac{\Delta T}{T}$$

Variazione relativa del periodo

$$v_a = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

`v_a=μ(2r-1a)`

Vis-viva dopo l’accensione

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 10.1** Converti in km/s la velocità dei detriti di 18000 mph indicata dalla NASA.

1. 18,000 × 0.44704 m/s.

**Risposta:** 8.05 km/s.

**Esempio 10.2** Trova l’energia cinetica di un frammento da 1 g a una velocità relativa di 10 km/s (valore di esempio).

1. E = ½ × 0.001 × 10,000².

**Risposta:** E = 50 kJ da un frammento con la massa di una graffetta.

**Esempio 10.3** DART ha accorciato di 32 minuti l’orbita di 11 h 55 min (715 min) di Dimorphos. Trova la variazione relativa e il margine rispetto alla soglia di successo di 73 s della NASA.

1. 32/715.
2. 1920 s/73 s.

**Risposta:** Più breve del 4.48%; 26.3 volte la soglia.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Trova il Δv di deorbitazione da 700 km a un perigeo di 200 km.

139 m/s (unità 4).

2. Entro quanti anni vanno smaltiti i satelliti LEO secondo la regola FCC?

   5 anni dalla fine della missione.

3. Perché prevenire i detriti costa meno che rimuoverli?

   La rimozione richiede un veicolo dedicato per ogni oggetto.

4. Dove vanno i satelliti GEO a fine vita?

   In un'orbita cimitero sopra la GEO.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Lo spazio è troppo grande per riempirsi.
**In realtà:** Le orbite utili sono limitate e affollate.

**Mito:** I piccoli detriti sono innocui.
**In realtà:** L'energia cresce con $v^2$.

**Mito:** La deorbitazione richiede accensioni enormi.
**In realtà:** Abbassare il perigeo da 700 km richiede circa 139 m/s.

## Flashcard

**Detriti**

Milioni di pezzi in LEO.

**Energia d'impatto**

$\frac{1}{2}mv^2$.

**Kessler**

Cascata di collisioni.

**Deorbitazione**

Abbassare il perigeo.

**Cimitero**

Sopra la GEO.

**DART**

Variazione di periodo di 32 minuti.

## Quiz di autoverifica

**1. L'energia dei detriti cresce con...**

$v^2$

v

√v

1/v

$v^2$. ½$mv^2$.

**2. La cascata di Kessler è...**

collisioni che creano altri detriti

un lancio

un trasferimento

alla resistenza

collisioni che creano altri detriti. Reazione a catena.

**3. Regola FCC sullo smaltimento in LEO...**

5 anni

25 anni

1 anno

nessuna

5 anni. FCC-22-74.

**4. DART ha cambiato il periodo di...**

32 min

73 s

12 h

0

32 min. Risultato della NASA.

**Rifai questo quiz**

### Come questo aiuta a salvare il pianeta

La biblioteca della sede NASA indica che in orbita terrestre bassa ci sono milioni di pezzi di spazzatura spaziale, che si muovono fino a 18000 miglia orarie, quasi sette volte più veloci di un proiettile, con quasi 6000 tonnellate di materiale in orbita bassa. Il programma NASA sui detriti orbitali è iniziato nel 1979 al Johnson Space Center.

La regola FCC del 2022 impone agli operatori in orbita terrestre bassa di smaltire i satelliti entro 5 anni dalla fine della missione. Pianificare quell'accensione di smaltimento fin dal primo giorno fa ora parte di una progettazione responsabile delle missioni.

Su Saving Planets: Soluzioni · Osservazione della Terra

Fonti: NASA Headquarters Library: Space Debris (https://www.nasa.gov/headquarters/library/find/bibliographies/space-debris/) · FCC: FCC Adopts New '5-Year Rule' for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

### Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Orbital Debris Program Office (https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/): Ufficio del programma NASA sui detriti orbitali.
- NASA Headquarters Library: Space Debris (https://www.nasa.gov/headquarters/library/find/bibliographies/space-debris/): Bibliografia NASA sui detriti.
- NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/): Risultato di DART secondo la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Appunti del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

## Esercizi

Questi esercizi stanno dentro ogni unità. Falli su carta, poi apri la risposta.

1. Gravità, problema dei due corpi e orbite circolari
   4 esercizi
2. Coniche, energia ed elementi orbitali
   4 esercizi

3. Equazione di Keplero e tempo di volo
   4 esercizi
4. Trasferimenti orbitali: Hohmann e oltre
   4 esercizi
5. Cambi di piano e manovre combinate
   4 esercizi
6. Razzi, budget di Δv e stadi
   4 esercizi
7. Perturbazioni: rigonfiamento terrestre, resistenza e orbite eliosincrone
   4 esercizi
8. Tracce al suolo, copertura e costellazioni
   4 esercizi
9. Trasferimenti interplanetari e coniche raccordate
   4 esercizi
10. Sostenibilità spaziale: detriti, smaltimento e difesa planetaria
    4 esercizi

## Il laboratorio (Astrodynamics lab)

Il laboratorio è la parte pratica del corso. Qui è gratuito e solo per esercitarsi, senza crediti.

Ogni laboratorio si svolge in una simulazione gratuita o in un foglio di calcolo, quindi non ci sono rischi fisici. Fai pause dallo schermo, siediti con una buona postura e tieni i cavi lontano dai passaggi.

Riferimento per la sicurezza: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

## Laboratorio A: Orbite circolari in PhET

SETTIMANA 1

**Obiettivo:** Esplora come velocità e periodo orbitali cambiano con la distanza in PhET Gravity and Orbits, poi calcola orbite terrestri reali.

$$v_c = \sqrt{\mu/r},\ \ T = 2\pi\sqrt{r^3/\mu}$$

v_c=μ/r,\ \ T=2π^3/μ

Orbite circolari

**Procedimento**

1. Apri PhET Gravity and Orbits; lancia il satellite a diverse distanze e velocità.
2. Trova la velocità che dà un cerchio a ogni distanza.
3. Calcola v e T per un'orbita a 400 km, l'orbita di Landsat a 705 km e la GEO.
4. Confronta l'andamento con la simulazione.

**Tabella dei dati**

| Orbita | v (km/s) | T |
|---|---|---|
| 400 km | 7.67 | 92.6 min |
| 705 km | 7.50 | 98.9 min |
| GEO (35,786 km) | 3.07 | 23.93 h |

*Valori calcolati.*

**Calcolo di esempio**

1. v(705 km) = √(3.986 × $10^{14}$/7.083 × $10^{6}$) = 7.50 km/s.
2. T(GEO) = 86,164 s = 23.93 h.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi browser.

PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits)

**Legame con il pianeta:** La NOAA indica che i satelliti GOES orbitano a 22236 miglia sopra l'equatore. NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio B: La terza legge di Keplero con pianeti reali

SETTIMANA 3

**Obiettivo:** Verifica $T^2 \propto a^3$ per i pianeti ed esplora le orbite ellittiche in PhET Kepler's Laws.

$$T_{yr} = a_{AU}^{3/2}$$

```
T_yr=a_AU^3/2
```

Terza legge di Keplero (Sole)

**Procedimento**

1. Esplora PhET Kepler's Laws: cambia l'eccentricità e osserva le aree uguali spazzate in tempi uguali.
2. Inserisci i semiassi maggiori dei pianeti in UA.
3. Calcola T = a^1.5 in anni.
4. Traccia log T in funzione di log a e trova la pendenza.

**Tabella dei dati**

| Pianeta | a (AU) | T (anni) |
|---|---|---|
| Terra | 1.000 | 1.000 |
| Marte | 1.524 | 1.881 |
| Giove | 5.203 | 11.87 |

*I semiassi maggiori sono valori da manuale; la pendenza di log T in funzione di log a è 1.5.*

**Calcolo di esempio**

1. T(Marte) = 1.524^1.5 = 1.881 anni.
2. T(Giove) = 5.203^1.5 = 11.87 anni.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi browser e foglio di calcolo.

PhET: Kepler's Laws (https://phet.colorado.edu/en/simulations/keplers-laws) · PhET: My Solar System (https://phet.colorado.edu/en/simulations/my-solar-system)

**Legame con il pianeta:** La NASA ha cronometrato l'orbita di Dimorphos prima e dopo DART per misurare una variazione di 32 minuti. NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio C: Calcolatore di trasferimenti di Hohmann

SETTIMANA 6

**Obiettivo:** Crea un foglio di calcolo che calcoli entrambe le accensioni, il Δv totale e il tempo di trasferimento per qualsiasi coppia di orbite circolari.

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}, \;\; v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

a=(r_1+r_2)/(2),\ \ v^2=μ(2r-1a)

Trasferimento di Hohmann

**Procedimento**

1. Inserisci μ e i due raggi.
2. Calcola le velocità circolari, le velocità sull'orbita di trasferimento, entrambe le accensioni e il tempo di trasferimento.
3. Esegui LEO (400 km) verso GEO e LEO verso un'orbita media a 20200 km.
4. Aggiungi un'opzione di cambio di piano per la seconda accensione.

**Tabella dei dati**

| Trasferimento | $\Delta v_1$ (km/s) | $\Delta v_2$ (km/s) | Totale | Tempo (h) |
|---|---|---|---|---|
| 400 km → GEO | 2.398 | 1.456 | 3.854 | 5.29 |
| 400 km → 20,200 km | 2.012 | 1.404 | 3.416 | 2.98 |

*Valori calcolati, complanari.*

**Calcolo di esempio**

1. $\Delta v_1$(GEO) = 10.066 − 7.669 = 2.398 km/s.
2. Tempo(20200 km) = $\pi\sqrt{(a^3/\mu)}$ = 2.98 h.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/)

**Legame con il pianeta:** La FCC richiede che i satelliti in LEO siano smaltiti entro 5 anni dalla fine della missione. FCC: FCC Adopts New '5-Year Rule' for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio D: Equazione del razzo e stadi

SETTIMANA 8

**Obiettivo:** Osserva come Δv cresce con il rapporto di massa e perché gli stadi battono uno stadio singolo.

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \frac{m_0}{m_f}$$

```
Δ v=I_spg_0(m_0)/(m_f)
```

Equazione del razzo

**Procedimento**

1. Imposta I_sp = 300 s.
2. Calcola Δv per rapporti di massa 2, 4 e 8.
3. Confronta uno stadio di rapporto 9 con due stadi di rapporto 3.
4. Trova il rapporto di massa per 9.4 km/s con I_sp = 350 s.

**Tabella dei dati**

| Rapporto di massa | Δv (km/s) |
|---|---|
| 2 | 2.04 |
| 4 | 4.08 |
| 8 | 6.12 |

*Valori calcolati; uno stadio di rapporto 9 e due stadi di rapporto 3 danno lo stesso Δv ideale (6.46 km/s), ma il razzo a stadi richiede molta meno struttura per stadio.*

**Calcolo di esempio**

1. Δv(8) = 300 × 9.80665 × ln 8 = 6.12 km/s.
2. Due stadi da 3: 2 × 300 × 9.80665 × ln 3 = 6.46 km/s.

> **Sicurezza**
>
> - Solo al computer. Non costruire né lanciare razzi a propellente per questo laboratorio.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

NASA Glenn: Rocket thrust (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktpow.html)

**Legame con il pianeta:** DART della NASA è stato lanciato su un Falcon 9 da Vandenberg nel novembre 2021. NASA Science: Double Asteroid Redirection Test (DART) (https://science.nasa.gov/mission/dart/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio E: Progettare un’orbita eliosincrona

SETTIMANA 10

**Obiettivo:** Calcola l’inclinazione eliosincrona per diverse quote e confrontala con Landsat 9.

$$\cos i = -\frac{\dot{\Omega}_{SS}}{1.5 n J_2 (R/r)^2}$$

```
i=-_SS1.5nJ_2(R/r)^2
```

Condizione eliosincrona

**Procedimento**

1. Inserisci μ, R, $J_2$ e i 0.9856°/giorno richiesti.
2. Calcola i per orbite circolari a 500, 705 e 800 km.
3. Confronta 705 km con i 98.2° pubblicati per Landsat 9.
4. Traccia i in funzione della quota.

**Tabella dei dati**

| Quota (km) | i (gradi) |
|---|---|
| 500 | 97.40 |
| 705 | 98.21 |
| 800 | 98.60 |

*Valori calcolati; l’inclinazione pubblicata di Landsat 9 è 98.2°.*

**Calcolo di esempio**

1. n(705 km) = √(μ/7.083³ × 10¹⁸) = 1.059 × 10⁻³ rad/s.
2. i(705) = 98.21°.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

**Legame con il pianeta:** La NASA indica che Landsat 9 attraversa l'equatore verso le 10:12 ora locale.
NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio F: Tracce a terra in NASA’s Eyes

SETTIMANA 11

**Obiettivo:** Osserva veri satelliti di osservazione della Terra in NASA’s Eyes e calcola lo spostamento della traccia a terra e il ciclo di ripetizione.

$$\Delta\lambda = 360^\circ \frac{T}{T_{sid}}$$

`Δ=360°_sid`

Spostamento della traccia al suolo

**Procedimento**

1. Apri NASA’s Eyes e segui un satellite di osservazione della Terra per alcune orbite.
2. Nota come ogni traccia cade a ovest della precedente.
3. Calcola lo spostamento per un’orbita di 98.87 min.
4. Trova quante orbite stanno in 16 giorni.

**Tabella dei dati**

| Grandezza | Valore |
|---|---|
| Periodo | 98.87 min |
| Spostamento per orbita | 24.8° |
| Spostamento all’equatore | 2760 km |
| Orbite in 16 giorni | 233 |

*Calcolato per un’orbita circolare a 705 km.*

**Calcolo di esempio**

1. Δλ = 360 × 5932/86,164 = 24.8°.
2. 16 × 14.564 = 233 orbite.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi browser.

NASA’s Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/)

**Legame con il pianeta:** La NASA indica che Landsat 8 e 9 insieme rivisitano ogni luogo ogni 8 giorni. NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

☐ **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

# Serie di esercizi per gli esami

Cronometrati: circa 10 minuti per problema. Poi confronta con le soluzioni complete.

## Esercizi di preparazione all'esame intermedio (unità 1–5)

1. Trova la velocità circolare a 1000 km sopra la Terra.
    1. $\sqrt{(3.986 \times 10^{14}/7.378 \times 10^{6})}$.

    **Risposta:** 7.35 km/s.
2. Trova il periodo di quell'orbita.
    1. $2\pi\sqrt{(r^3/\mu)}$.

    **Risposta:** 105.1 min.
3. Un'orbita ha r_p = 7000 km e r_a = 14000 km. Trova e.
    1. 7000/21,000.

    **Risposta:** 0.333.
4. Trova la velocità al perigeo di quell'orbita.
    1. $\sqrt{(\mu(2/7 \times 10^{6} - 1/1.05 \times 10^{7}))}$.

    **Risposta:** 8.71 km/s.
5. Trova il Δv per cambiare l'inclinazione di 5° a 7.5 km/s.
    1. $2 \times 7.5 \times \sin 2.5°$.

    **Risposta:** 0.654 km/s.

## Serie di esercizi finale (tutte le unità)

1. Trova Δv per I_sp = 320 s e rapporto di massa 5.
    1. $320 \times 9.80665 \times \ln 5$.

    **Risposta:** 5.05 km/s.

2. Trova la velocità nodale a 600 km, i = 97.8°.
    1. −1.5nJ₂(R/r)² cos i.

    **Risposta:** +0.987°/giorno.

3. Trova lo spostamento della traccia a terra per orbita per un’orbita di 100 min.
    1. 360 × 6000/86,164.1.

    **Risposta:** 25.1°.

4. Trova il tempo di trasferimento di Hohmann Terra–Venere (Venere a 0.723 UA).
    1. π√(a³/μ_Sun) con a = 0.8615 UA.

    **Risposta:** 146 giorni.

5. Trova l’energia di un frammento di 10 g a 8 km/s.
    1. ½ × 0.01 × 8000².

    **Risposta:** 320 kJ.

6. Trova il periodo sinodico di Terra e Giove (11.87 anni).
    1. 1/(1 − 1/11.87).

    **Risposta:** 1.092 anni.

# Formulario

$$v_c = \sqrt{\mu/r},\ T = 2\pi\sqrt{a^3/\mu},\ v_{esc} = \sqrt{2\mu/r}$$

$$\varepsilon = -\mu/(2a),\ v^2 = \mu(2/r - 1/a)$$

$$r = (h^2/\mu)/(1 + e\cos\nu),\ e = (r_a - r_p)/(r_a + r_p)$$

$$M = E - e\sin E,\ n = \sqrt{\mu/a^3}$$

$$\Delta v_{Hohmann} = (v_p - v_{c1}) + (v_{c2} - v_a)$$

$$\Delta v = 2v\sin(\Delta i/2),\ \Delta v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2\cos\Delta i$$

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln(m_0/m_f)$$

$$\dot{\Omega} = -\tfrac{3}{2} n J_2 (R/p)^2 \cos i$$

$$\Delta\lambda = 360^\circ T/T_{sid}$$

$$v_\infty = v_{transfer} - v_{planet},\ C_3 = v_\infty^2,\ S = 1/(1/T_1 -$$

$$E_k = \tfrac{1}{2}mv^2$$

### Costanti

| Costante | Valore |
|---|---|
| Terra (valori da manuale) | $\mu = 3.986 \times 10^{14}$ m³/s², R = 6378 km, $J_2 = 1.0826 \times 10^{-3}$, giorno siderale 86164.1 s |
| Sole (valore da manuale) | $\mu = 1.327 \times 10^{20}$ m³/s², 1 AU = $1.496 \times 10^{11}$ m |
| Orbita di Marte (valore da manuale) | a = 1.524 AU |
| Gravità standard | $g_0 = 9.80665$ m/s² |
| 1 miglio | 1.609344 km |
| 1 mph | 0.44704 m/s |

Fonte: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

## Testi e simulazioni gratuiti

Usa queste lezioni gratuite, guide NASA e simulazioni insieme al corso.

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Lezioni ed esercizi gratuiti di astrodinamica del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): Appunti gratuiti di dinamica del MIT sulle orbite.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guida gratuita della NASA su orbite e missioni.
- OpenStax University Physics Volume 1, 13.5 Kepler's laws (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): Sezione di un manuale gratuito.
- PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits): Orbite in modo interattivo.
- NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): Traiettorie reali di veicoli spaziali in 3D.

## Glossario

**Apoasse**
Punto più lontano di un'orbita.

**Congiunzione**
Avvicinamento ravvicinato tra due oggetti spaziali.

**$C_3$**
Energia di lancio, il quadrato di $v_\infty$.

**Eccentricità**
Quanto è allungata un'orbita.

**Orbita geostazionaria**
Orbita equatoriale con periodo di un giorno sidereo.

**Traccia a terra**
Percorso del punto direttamente sotto un satellite.

**Trasferimento di Hohmann**
Trasferimento a due accensioni su un'ellisse tangente.

**Inclinazione**
Inclinazione del piano orbitale rispetto all'equatore.

**$J_2$**
Termine di schiacciamento della Terra.

**Equazione di Keplero**
$M = E - e \sin E$.

**Cascata di Kessler**
Reazione a catena di collisioni tra detriti.

**Anomalia media**
Angolo che cresce uniformemente nel tempo.

**Coniche raccordate**
Raccordo tra coniche centrate sul pianeta e sul Sole.

**Periasse**
Punto più vicino di un'orbita.

**Impulso specifico**
Spinta per portata in peso di propellente, in secondi.

**Orbita eliosincrona**
Orbita il cui piano mantiene un angolo fisso rispetto al Sole.

**Periodo sinodico**
Tempo tra allineamenti ripetuti di due corpi in orbita.

**Anomalia vera**
Angolo dal periasse al veicolo spaziale.

**Equazione vis-viva**
$v^2 = \mu(2/r - 1/a)$.

**$\Delta v$**
Variazione di velocità richiesta da una manovra.

# Griglia di autovalutazione

Non si assegnano voti né crediti. Usala per valutare onestamente a che punto sei in ogni unità.

| Livello | Come si presenta |
|---|---|
| 4 · Padronanza | Schematizza orbita e manovre, sceglie correttamente vis-viva, Keplero o l'equazione del razzo, mantiene le unità nel SI e verifica le risposte con casi limite. |
| 3 · Competente | Risolve gli esercizi con qualche occasionale errore di unità. |
| 2 · In sviluppo | Segue gli esempi svolti ma confonde velocità circolari e di trasferimento. |
| 1 · Principiante | Inserisce numeri nelle formule senza uno schizzo; deve rivedere l'unità. |

### Pesi suggeriti se vuoi un punteggio

| Parte | Peso |
|---|---|
| Esercizi | 20% |
| Laboratori | 25% |
| Serie di esercizi di metà corso | 25% |
| Serie di esercizi finale | 30% |

Punta al livello 3 o superiore in ogni unità prima di passare al corso successivo.

## Corsi correlati

- Strutture aerospaziali AERO 330
- Metodi numerici MATH 340
- Aerodinamica I AERO 310
- Tutti i corsi