עודכן לאחרונה: November 1, 2026

🗺️ מפת דרכים לארבע שנים · שנה 3, סתיו · 🧱 מחשבון מובנה

על הקורס

לקורס החינמי הזה יש 10 יחידות ו-6 מעבדות. אלה המספרים האמיתיים, לא תוכנית ארוכה יותר שקוצרה.

בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד קורס שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר המודפס והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.

זהו מתווה של קורס חינמי ללימוד עצמי שנכתב על ידי Saving Planets. הוא אינו קורס אוניברסיטאי, אינו מעניק נקודות זכות אקדמיות, ואף מוסד לימודים אינו מעורב בו.

היקפו תואם קורס סמסטריאלי במכניקה מסלולית לשנה השלישית. הוא מבוסס על הנושאים והעומק של MIT 16.346 Astrodynamics ושל החלקים המסלוליים ב־MIT 16.07 Dynamics (חינם ב־MIT OpenCourseWare), ועל קורסים כמו Purdue AAE 340 ו־Georgia Tech AE 3330, תוך שימוש במשאבים החינמיים Basics of Space Flight של NASA ו־OpenStax University Physics, שאליהם אנו מקשרים היכן שהם עוזרים. אף אחד מהמחברים, המוסדות או הסוכנויות האלה אינו תומך בדף זה.

מה אנו מוסיפים: כל יחידה קשורה לעבודה אמיתית עם מקור ציבורי מצוטט (Landsat, לווייני מזג האוויר GOES, ניסוי ההגנה הפלנטרית DART של NASA וכללי הפסולת המסלולית), כל מספר בדף מחושב מחדש בסקריפט בדיקה לפני פרסומו, ולכל מעבדה יש סימולציה חינמית או גיליון אלקטרוני.

עברו עליו לפי הסדר. בכל יחידה יש מטרות, רעיונות מרכזיים, משוואות, דוגמאות צעד אחר צעד, תרגול עם תשובות מלאות, טעויות נפוצות, כרטיסיות ובוחן. ההתקדמות שלכם נשמרת רק בדפדפן הזה.

איך הקורס הזה עוזר להציל את כדור הארץ

מסלולים הם הדרך שבה אנו צופים בכוכב שלנו: לווייני תצפית על כדור הארץ במסלולים נמוכים ממפים יערות, גידולים ומים, ולווייני מזג אוויר גאוסטציונריים עוקבים אחר סופות מסביב לשעון. בחירת המסלולים האלה היא מכניקה מסלולית טהורה.

מסלולים הם גם משאב משותף ומוגבל. פסולת שנשארת בחלל מאיימת על הלוויינים שעליהם אנו נשענים, ולכן תכנון משימה אחראי כולל כיום תוכנית לעזיבת המסלול. כל יחידה מסתיימת בקטע קצר עם מקורות. ערכים שאינם ממקור מסומנים כערכים לדוגמה או כערכי ספר לימוד.

למורים

אפשר ללמד את הקורס הזה, או לתת לתלמיד לעבור אותו לבד. הוא חינם. Saving Planets לא נותנת ציון ולא נקודות זכות.

- העמוד הזה הוא כל הקורס: 10 יחידות ו-6 מעבדות (AERO 340).
- תכננו 15 שבועות, בערך 6 עד 9 שעות בשבוע, כולל שבועות המעבדה.
- עקבו אחרי לוח 15 השבועות. קראו את היחידה, פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה. בשבוע מעבדה עשו את המעבדה או את הגרסה הביתית.
- בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר שרואים והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.
- השתמשו בהדפסת העמוד, או הורידו את מדריך הלימוד ב-PDF. דף הנוסחאות נמצא לקראת הסוף.
- שאלו: איך היחידה הזו עוזרת לאנשים ולכוכב? בכל יחידה יש תיבה ירוקה עם עובדה ומקור.
- העתיקו את תבנית המדריך למורה וכתבו את שם הכיתה, הזמן שיש לכם, והשאלות שתשאלו. פתיחת תבנית המדריך למורה

לפני שמתחילים

ידע מוקדם

- דינמיקה: חוקי ניוטון, תנע זוויתי ואנרגיה.
- חשבון אינפיניטסימלי III ומשוואות דיפרנציאליות: וקטורים, גרדיאנטים ומד"ר.
- אלגברה לינארית: וקטורים, סיבובים ומערכות ייחוס.
- פיזיקה I: כבידה אוניברסלית.

איך ללמוד

- התחילו כל בעיה בשרטוט של המסלול: הגוף המרכזי, הפריאפסיס, האפואפסיס ומיקום החללית.
- כתבו קודם את משוואת vis-viva; היא עונה על רוב שאלות המהירות.
- שמרו יחידות במטרים ובשניות, ואת μ ב־m^3/s^2; המירו ל־km רק בסוף.
- שרטטו כל תמרון כמשולש מהירויות לפני חישוב Δv.
- בדקו מקרי קצה: למסלול מעגלי e = 0; לבריחה אנרגיה כוללת אפס.
- פתרו כל תרגיל על נייר לפני שאתם פותחים את התשובה, וחזרו על הבחנים כעבור כמה ימים.

מה צריך

- מחשב או טאבלט לסימולציות החינמיות של PhET Gravity and Orbits, Kepler's Laws ו־My Solar System.
- NASA's Eyes on the Solar System בדפדפן אינטרנט.
- תוכנת גיליון אלקטרוני למעבדות המעבר, משוואת הרקטה ועקבות הקרקע.
- מחשבון עם פונקציות טריגונומטריות.

לוח זמנים מוצע ל־15 שבועות

כ־6 עד 9 שעות בשבוע: קריאה, תרגילים, ובשבועות המעבדה גם המעבדה.

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
1	כבידה, בעיית שני הגופים ומסלולים מעגליים	כבידה, בעיית שני הגופים, מסלולים מעגליים; מעבדה A	OpenStax UP1 13.4–13.5

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
2	חתכי חרוט, אנרגיה ואלמנטים מסלוליים	אנרגיה, תנע זוויתי, חתכי חרוט	MIT 16.346
3	חתכי חרוט, אנרגיה ואלמנטים מסלוליים	vis-viva ואלמנטים מסלוליים; מעבדה B	NASA Basics of Space Flight
4	משוואת קפלר וזמן טיסה	משוואת קפלר וזמן טיסה	MIT 16.346
5	מעברי מסלול: הוהמן ומעבר לו	תמרונים מיידיים ומעברי הוהמן	MIT 16.346
6	מעברי מסלול: הוהמן ומעבר לו	דו־אליפטי, תיאום מופע, יציאה ממסלול; מעבדה C	MIT 16.346
7	שינויי מישור ותמרונים משולבים	שינויי מישור והבערות משולבות; תרגול לבוחן אמצע	MIT 16.346
8	רקטות, תקציבי Δv ושלבים	משוואת הרקטה, שלבים, תקציבי Δv; מעבדה D	OpenStax UP1 9.7
9	הפרעות: התפיחה של כדור הארץ, גרר ומסלולים סינכרוניים לשמש	J_2 ונסיגת הצמתים	MIT 16.346
10	הפרעות: התפיחה של כדור הארץ, גרר ומסלולים סינכרוניים לשמש	מסלולים סינכרוניים לשמש וגרר; מעבדה E	NASA Landsat 9
11	עקבות קרקע, כיסוי ומערכי לווייניים	עקבות קרקע, כיסוי, מערכי לווייניים; מעבדה F	NASA Eyes
12	מעברים בין־כוכביים וחתכי חרוט מחוברים	מעברים הליוצנטריים וחתכי חרוט מחוברים	NASA Basics of Space Flight
13	מעברים בין־כוכביים וחתכי חרוט מחוברים	חלונות שיגור וקלע כבידתי	NASA Basics of Space Flight
14	קיימות בחלל: פסולת, סילוק והגנה פלנטרית	פסולת, סילוק והתחמקות מהתנגשות	NASA ODPO; FCC
15	קיימות בחלל: פסולת, סילוק והגנה פלנטרית	הגנה פלנטרית; תרגול לבחינה הסופית	NASA DART

ההתקדמות שלכם

סמנו יחידות ומעבדות כשאתם מסיימים אותן, ועשו את הבחנים. ההתקדמות והציונים נשמרים רק בדפדפן הזה ולעולם לא נשלחים אלינו.

יחידות

כבידה, בעיית שני הגופים ומסלולים מעגליים

חוק הכבידה של ניוטון, הפרמטר הכבידתי μ, משוואת התנועה של שני גופים, מהירות ומחזור של מסלול מעגלי, מהירות בריחה, שלושת חוקי קפלר, ומסלולים נמוכים, בינוניים וגאוסטציונריים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לכתוב את משוואת התנועה של שני גופים.
- לחשב מהירות ומחזור של מסלול מעגלי.
- לחשב מהירות בריחה.
- למצוא את הרדיוס הגאוסטציונרי.

מושגי מפתח

- הכבידה של ניוטון נותנת את משוואת שני הגופים r̈ = −μr/r³, עם μ = GM. לכדור הארץ μ = 3.986 × 10¹⁴ m³/s².
- למסלול מעגלי מהירות v = √(μ/r) ומחזור T = 2π√(r³/μ): מסלולים גבוהים יותר איטיים יותר ואורכים יותר.
- מהירות הבריחה גדולה פי √2 מהמהירות המעגלית באותו רדיוס: v_esc = √(2μ/r).
- חוקי קפלר: המסלולים הם אליפסות שהגוף המרכזי נמצא באחד ממוקדיהן; הרדיוס סורק שטחים שווים בזמנים שווים; ו־T² פרופורציוני ל־a³.
- למסלול גאוסטציונרי מחזור של יום כוכבי אחד (86164.1 s) והוא נמצא מעל קו המשווה, כך שהלוויין נשאר מעל אותה נקודה.

משוואות מפתח

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}$$

r=-(μ)/(r^3) r

משוואת שני גופים

$$v_c = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

v_c=(μ)/(r)

מהירות מעגלית

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

T=2π(a^3)/(μ)

זמן מחזור

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$$

v_esc=(2μ)/(r)

מהירות מילוט

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 1.1 מצאו את המהירות וזמן המחזור של מסלול מעגלי בגובה 400 km.

1. r = 6378 + 400 = 6778 km.
2. v = √(3.986 × 10¹⁴/6.778 × 10⁶).
3. T = 2π√(r³/μ).

תשובה: v = 7.67 km/s; T = 92.6 min.

דוגמה 1.2 מצאו את מהירות הבריחה מגובה זה.

1. v_esc = √2 × 7.669.

תשובה: v_esc = 10.85 km/s.

דוגמה 1.3 מצאו את הרדיוס והגובה הגאוסטציונריים.

1. r = (μT²/(4π²))^(1/3) עם T = 86164.1 s.
2. גובה = 42164 − 6378.

תשובה: r = 42164 km; גובה 35786 km (22236 מייל); v = 3.07 km/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את המחזור של מסלול מעגלי בגובה 705 km.

98.9 min.

2. מצאו את המהירות שם.

7.50 km/s.

3. כמה הקפות ביום זה?

.1440/98.87 = 14.56

4. המירו 7.67 km/s ל־mph.

.17154 mph

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מסלולים גבוהים יותר מהירים יותר.

בפועל: הם איטיים יותר.

מיתוס: אסטרונאוטים מרחפים כי אין כבידה.

בפועל: הם בנפילה חופשית סביב כדור הארץ.

מיתוס: מסלול גאוסטציונרי יכול להיות מעל כל עיר.

בפועל: הוא חייב להיות מעל קו המשווה.

כרטיסיות

μ

.GM = 3.986 × 10¹⁴ m³/s²

מהירות מעגלית

.√(μ/r)

זמן מחזור

.2π√(a³/μ)

בריחה

.√(2μ/r)

Kepler 3

.T² ∝ a³

GEO

רדיוס של 42164 km.

בוחן לבדיקה עצמית

1. המהירות המעגלית היא…

√(μ/r)

μ/r

√(2μ/r)

μr

√(μ/r). כבידה = כוח צנטריפטלי.

2. מהירות הבריחה גדולה פי … מהמעגלית.

√2

2

1

½

√2. אנרגיה.

3. החוק השלישי של קפלר מקשר בין…

T^2 ל-a^3

T ל-a

v ל-r

e ל-a

T^2 ל-a^3. החוק ההרמוני.

4. מחזור GEO הוא…

יום כוכבי אחד

12 h

90 min

שנה אחת (1)

יום כוכבי אחד. תואם את הסיבוב.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NOAA מסבירה שלווייני מזג האוויר GOES מקיפים בגובה 22236 מייל מעל קו המשווה של כדור הארץ במהירות השווה לסיבוב כדור הארץ, ולכן הם נשארים מעל אותם אזורים ומספקים כיסוי רציף. יחד, GOES East ו־GOES West צופים על יותר ממחצית הגלובוס, מהחוף המערבי של אפריקה ועד ניו זילנד.

מצלמת סדרת GOES-R יכולה לצלם סופות אפילו כל 30 שניות, והסדרה נושאת את ממפה הברקים המבצעי הראשון במסלול גאוסטציונרי. הגובה של 22236 מייל הוא בדיוק הרדיוס הגאוסטציונרי של יחידה זו פחות רדיוס כדור הארץ.

ב־Saving Planets: תצפית על כדור הארץ · פיזיקה I

מקורות: NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP1, 13.5 Kepler's laws of planetary motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): פרק מספר לימוד חינמי.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): פרק חינמי של NASA.
- PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits): מסלולים באופן אינטראקטיבי.

סיימתי את היחידה הזו

חתכי חרוט, אנרגיה ואלמנטים מסלוליים

שימור אנרגיה ותנע זוויתי, משוואת המסלול, אליפסות, פרבולות והיפרבולות, אקסצנטריות, משוואת vis-viva, מהירויות בפריאפסיס ובאפואפסיס, וששת האלמנטים המסלוליים הקלאסיים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- להשתמש ב־vis-viva למציאת מהירויות.
- לקשר אקסצנטריות לפריאפסיס ולאפואפסיס.
- לחשב אנרגיה סגולית ותנע זוויתי סגולי.
- לקרוא בשם לששת האלמנטים המסלוליים ולפרש אותם.

מושגי מפתח

- האנרגיה הסגולית ε = v²/2 − μ/r = −μ/(2a) קבועה: שלילית לאליפסות, אפס לפרבולות וחיובית להיפרבולות.
- התנע הזוויתי הסגולי h = r × v קבוע, ולכן המסלול נמצא במישור קבוע.
- משוואת המסלול r = (h²/μ)/(1 + e cos ν) נותנת את הרדיוס באנומליה האמיתית ν. האקסצנטריות של אליפסה היא e = (r_a − r_p)/(r_a + r_p).
- משוואת vis-viva v² = μ(2/r − 1/a) נותנת את המהירות בכל נקודה בכל מסלול.
- שישה אלמנטים קלאסיים קובעים מסלול: חצי הציר הראשי a, האקסצנטריות e, הנטייה i, העלייה הישרה של הצומת העולה Ω, ארגומנט הפריאפסיס ω והאנומליה האמיתית ν.

משוואות מפתח

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

=(v^2)/(2)-(μ)/(r)=-(μ)/(2a)

אנרגיה סגולית

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

v^2=μ(2r-1a)

Vis-viva

$$r = \frac{h^2/\mu}{1 + e\cos\nu}$$

r=(h^2/μ)/(1+eν)

משוואת המסלול

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p}$$

e=(r_a-r_p)/(r_a+r_p)

אקסצנטריות

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 2.1 למסלול רדיוס פריגאום 6778 km ורדיוס אפוגאום 42164 km. מצאו את a ואת e.

1. a = (6778 + 42,164)/2 = 24,471 km.
2. e = (42,164 − 6778)/(42,164 + 6778).

תשובה: a = 24,471 km; e = 0.723.

דוגמה 2.2 מצאו את האנרגיה הסגולית שלו.

1. ε = −3.986 × 10¹⁴/(2 × 2.4471 × 10⁷).

תשובה: ε = −8.14 MJ/kg.

דוגמה 2.3 מצאו את המהירויות בפריגאום ובאפוגאום.

1. v_p = √(μ(2/r_p − 1/a)).
2. v_a = √(μ(2/r_a − 1/a)).

תשובה: v_p = 10.07 km/s; v_a = 1.62 km/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את h בפריגאום.

   r_p v_p = 6.778 × 10⁶ × 10,066 = 6.82 × 10¹⁰ m²/s.

2. מהו e למעגל?

   0.

3. מה הסימן של ε למסלול בריחה?

אפס או חיובי.

4. מצאו את המחזור של המסלול שלמעלה.

.2π√(a³/μ) = 10.58 h

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: הלוויין נע במהירות קבועה על אליפסה.

בפועל: המהיר ביותר בפריאפסיס, האיטי ביותר באפואפסיס.

מיתוס: הנטייה נמדדת מהקוטב הצפוני.

בפועל: ממישור קו המשווה.

מיתוס: האנרגיה תלויה באקסצנטריות.

בפועל: רק ב־a.

כרטיסיות

אנרגיה

.−μ/(2a)

Vis-viva

.v² = μ(2/r − 1/a)

תנע זוויתי

.h = r × v

משוואת המסלול

.r = (h²/μ)/(1 + e cos ν)

אקסצנטריות

.(r_a − r_p)/(r_a + r_p)

אלמנטים

.a, e, i, Ω, ω, ν

בוחן לבדיקה עצמית

1. vis-viva נותנת…

גודל המהירות

מחזור

נטייה

צומת

גודל המהירות. $v^2 = \mu(2/r - 1/a)$.

2. לאליפסה יש...

$\varepsilon < 0$

$\varepsilon = 0$

$\varepsilon > 0$

$e > 1$

$\varepsilon < 0$. מסלול כבול.

3. המהירות הגבוהה ביותר ב...

פריאפסיס

אפואפסיס

צומת

בכל מקום

פריאפסיס. תנע זוויתי.

4. כמה אלמנטים קלאסיים יש?

6

3

4

9

6. $a, e, i, \Omega, \omega, \nu$.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA מציינת שמסלולו של Landsat 9 כמעט קוטבי וסינכרוני לשמש, בגובה 705 km ובנטייה של 98.2°, עם מחזור של 99 דקות, כ־14.5 הקפות ביום, וחציית קו משווה נומינלית ב־10:12 בבוקר לפי השעה המקומית במעבר היורד.

המספרים המעטים האלה הם אלמנטים מסלוליים: a מהגובה, e קרוב לאפס, i = 98.2°, וצומת שנבחר כדי לקבע את שעת החצייה המקומית. הגאומטריה היציבה היא שמאפשרת ל־Landsat להשוות תמונות לאורך יותר מחמישה עשורים של תיעוד.

ב־Saving Planets: תצפית על כדור הארץ · חשבון אינפיניטסימלי 3

מקורות: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): פרק מספר לימוד חינמי.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT על חתכי חרוט.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): פרק חינמי של NASA.
- PhET: Kepler’s Laws (https://phet.colorado.edu/en/simulations/keplers-laws): אליפסות באופן אינטראקטיבי.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

משוואת קפלר וזמן טיסה

תנועה ממוצעת, אנומליה ממוצעת, אקסצנטרית ואמיתית, משוואת קפלר M = E − e sin E, פתרונה בשיטת ניוטון, זמן טיסה בין שתי נקודות, ומיקום בזמן נתון.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לקשר בין האנומליה הממוצעת, האקסצנטרית והאמיתית.
- לפתור את משוואת קפלר באיטרציות.
- למצוא את זמן הטיסה בין שתי אנומליות אמיתיות.
- לחזות את מיקום הלוויין בזמן מאוחר יותר.

מושגי מפתח

- התנועה הממוצעת n = √(μ/a³) היא הקצב הזוויתי הממוצע. האנומליה הממוצעת M = n(t − t_p) גדלה באופן אחיד עם הזמן.
- משוואת קפלר מקשרת זמן לגאומטריה: M = E − e sin E, כאשר E היא האנומליה האקסצנטרית.
- האנומליה האמיתית נובעת מ־tan(E/2) ((1 + e)/(1 − e))√ = tan(ν/2).
- למשוואת קפלר אין פתרון סגור עבור E; שיטת ניוטון, E ← E − (E − e sin E − M)/(1 − e cos E), מתכנסת בכמה צעדים.
- זמן טיסה מ־ν₁ ל־ν₂: מצאו E₁, E₂, אחר כך M₁, M₂, וחלקו את ההפרש ב־n.

משוואות מפתח

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

n=(μ)/(a^3)

תנועה ממוצעת

$$M = E - e \sin E$$

M=E-e E

משוואת קפלר

$$\tan\frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{E}{2}$$

ν2=(1+e)/(1-e) E2

אנומליה אמיתית

$$t - t_p = \frac{M}{n}$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 3.1 עבור e = 0.3, מצאו את M כאשר E = π/2.

1. M = 1.5708 − 0.3 × 1.

תשובה: M = 1.271 rad.

דוגמה 3.2 עבור e = 0.3 ו־M = 1 rad, פתרו את משוואת קפלר.

1. התחילו מ־E = 1; הפעילו את שיטת ניוטון עד שהערך מתייצב.

תשובה: E = 1.288 rad.

דוגמה 3.3 מצאו את האנומליה האמיתית עבור E זה.

1. tan(ν/2) = √(1.3/0.7) × tan(0.644).

תשובה: ν = 1.594 rad (91.3°).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. כמה זמן נמשך מעבר מ־LEO ל־GEO (חצי ממסלול של 10.58 h)?

5.29 h.

2. במעגל, מה הקשר בין M, E ו־ν?

הם שווים.

3. מדוע אי אפשר לחלץ את E ישירות?

משוואת קפלר טרנסצנדנטית.

4. מהי התנועה הממוצעת של מסלול של 92.6 min בהקפות ליום?

1440/92.56 = 15.56.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: האנומליה האמיתית גדלה באופן אחיד עם הזמן.

בפועל: האנומליה הממוצעת היא שגדלה כך.

מיתוס: משוואת קפלר חלה על היפרבולות ללא שינוי.

בפועל: היפרבולות משתמשות בצורה היפרבולית.

מיתוס: שיטת ניוטון דורשת איטרציות רבות.

בפועל: בדרך כלל 3–5.

כרטיסיות

תנועה ממוצעת

$n = \sqrt{(\mu/a^3)}$.

אנומליה ממוצעת

$M = n(t - t_p)$.

משוואת קפלר

$M = E - e \sin E$.

אנומליה אמיתית

מתוך $\tan(\nu/2)$.

צעד ניוטון

$E - f/f'$.

זמן טיסה

$\Delta M/n$.

בוחן לבדיקה עצמית

1. משוואת קפלר היא…

- $M = E - e \sin E$
- $M = E + e$
- $E = \nu$
- $n = M/E$
- $M = E - e \sin E$. הגדרה.

2. התנועה הממוצעת היא…

√(μ/a³)

μ/a

√(μa)

a/μ

.√(μ/a³). 2π/T

3. איזו אנומליה גדלה באופן אחיד?

הממוצעת

האמיתית

האקסצנטרית

אף אחת

הממוצעת. M = nt.

4. משוואת קפלר נפתרת…

באיטרציות

ישירות

גרפית בלבד

אף פעם

באיטרציות. שיטת ניוטון.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA מדווחת שלפני פגיעת DART, הירחון Dimorphos השלים הקפה סביב אסטרואיד האם Didymos ב־11 שעות ו־55 דקות, ואחרי הפגיעה ב־26 בספטמבר 2022 המחזור היה 11 שעות ו־23 דקות, שינוי של 32 דקות (אי־ודאות של כ־2± דקות).

אסטרונומים מדדו את השינוי באמצעות תזמון מסלול הירחון מטלסקופים על כדור הארץ: חוקי קפלר הופכים הזזה קטנה בתזמון להוכחה שהמסלול השתנה.

ב־Saving Planets: חשבון אינפיניטסימלי 2 · תצפית על כדור הארץ

מקורות: NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT על משוואת קפלר.
- OpenStax UP1, 13.5 Kepler's laws of planetary motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): פרק מספר לימוד חינמי.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): פרק חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): רשימות MIT בדינמיקה.

סיימתי את היחידה הזו

מעברי מסלול: הוהמן ומעבר לו

תמרונים מיידיים ו־Δv, מעבר הוהמן בין מסלולים מעגליים, זמן המעבר, מעברים דו־אליפטיים, תיאום מופע ומפגש, והגבהה והנמכה של מסלולים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב Δv למעבר הוהמן.
- למצוא את זמן המעבר.
- להסביר מתי מעברים דו־אליפטיים חוסכים Δv.
- לתכנן תמרון תיאום מופע פשוט.

מושגי מפתח

- הבערה מיידית משנה את המהירות ברגע ב־Δv; המסלול אחרי ההבערה נובע מ־vis-viva.
- מעבר הוהמן משתמש באליפסה המשיקה לשני המעגלים: הבערה במסלול הפנימי לכניסה לאליפסה, והבערה נוספת באפואפסיס להפיכת המסלול למעגלי.
- זמן המעבר הוא חצי ממחזור אליפסת המעבר.
- ליחסי רדיוסים גדולים מאוד (מעל כ־11.9), מעבר דו־אליפטי בשלוש הבערות יכול לדרוש פחות Δv, במחיר של זמן רב בהרבה.
- תיאום מופע: כדי להשיג מטרה באותו מסלול, עברו למסלול מעט קטן או גדול יותר להקפה אחת או יותר, ואז חזרו.

משוואות מפתח

$$\Delta v_1 = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a}\right)} - \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}$$

```
Δ v_1=μ(2r_1-1a)-μr_1
```

הבערה ראשונה

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} - \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_2} - \frac{1}{a}\right)}$$

```
Δ v_2=μr_2-μ(2r_2-1a)
```

הבערה שנייה

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

```
a=(r_1+r_2)/(2)
```

אליפסת מעבר

$$t = \pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

t=π(a^3)/(μ)

זמן מעבר

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 4.1 מצאו את ה־Δv של מעבר הוהמן ממסלול מעגלי בגובה 400 km ל־GEO (באותו מישור).

1. $\Delta v_1 = 10.066 - 7.669 = 2.398$ km/s.
2. $\Delta v_2 = 3.075 - 1.618 = 1.456$ km/s.

תשובה: Δv כולל 3.85 km/s =.

דוגמה 4.2 למצוא את זמן המעבר.

1. $t = \pi\sqrt{(24{,}471{,}000^3/\mu)}$.

תשובה: t = 5.29 h.

דוגמה 4.3 הבערת יציאה ממסלול ב־700 km מנמיכה את הפריגאום ל־200 km. מצאו את Δv.

1. $v_c = \sqrt{(\mu/7078\ \text{km})}$.
2. v_a על האליפסה של 6578 km × 7078 מתוך vis-viva.

תשובה: Δv = 139 m/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. איזו הבערה גדולה יותר במעבר הוהמן מ־LEO ל־GEO?

   הראשונה, 2.40 km/s.

2. מעל איזה יחס רדיוסים הדו־אליפטי יכול לנצח?

   כ־11.9.

3. כדי להשיג מטרה שלפניכם באותו מסלול, לעלות או לרדת?

לרדת (מחזור קצר יותר).

4. לאיזה כיוון מבעירים כדי להנמיך מסלול?

נגד כיוון התנועה.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: כדי להאיץ במסלול, הבעירו קדימה ותישארו מהירים יותר.

בפועל: הגבהת המסלול הופכת אתכם לאיטיים יותר בסך הכול.

מיתוס: הוהמן הוא תמיד הזול ביותר.

בפועל: לא ביחסים גדולים מאוד.

מיתוס: זמן המעבר הוא מחזור שלם.

בפועל: חצי מחזור.

כרטיסיות

Δv

שינוי מהירות.

הוהמן

שתי הבערות משיקות.

a של המעבר

$(r_1 + r_2)/2$.

זמן מעבר

$\pi\sqrt{(a^3/\mu)}$.

דו־אליפטי

שלוש הבערות, יחסים גדולים.

תיאום מופע

לרדת כדי להשיג.

בוחן לבדיקה עצמית

1. הוהמן משתמש ב… הבערות.

2

1

3

4

2. הבערות משיקות.

2. זמן המעבר הוא...

חצי ממחזור המעבר

מחזור שלם

אפס

יום אחד

חצי ממחזור המעבר. מהפריאפסיס לאפואפסיס.

3. כדי להשיג מטרה שלפניכם, יש ל...

נמוכה יותר

גבוהה יותר

קוטבי

בשום מקום

נמוכה יותר. מחזור קצר יותר.

4. ה־a של אליפסת המעבר הוא...

$(r_1 + r_2)/2$

$r_1 r_2$

$r_2 - r_1$

$\sqrt{(r_1 r_2)}$

$(r_1 + r_2)/2$. אליפסה משיקה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

ה־FCC אימצה בספטמבר 2022 כלל המחייב מפעילי לווויינים במסלול נמוך סביב כדור הארץ לסלק את הלווייינים שלהם בתוך 5 שנים מסיום המשימה (Report and Order FCC-22-74).

הבערת יציאה ממסלול היא רק חצי תמרון בסגנון הוהמן: הנמכת הפריגאום לאטמוספרה העליונה כך שהגרר ישלים את העבודה. מ־700 km, הנמכת הפריגאום ל־200 km דורשת רק כ־139 m/s בדוגמה של יחידה זו.

ב־Saving Planets: דינמיקה · פתרונות

מקורות: FCC: FCC Adopts New ‘5-Year Rule’ for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT על מעברים.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): מדריך חינמי של NASA.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): פרק מספר לימוד חינמי.
- NASA’s Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): מסלולים אמיתיים.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

שינויי מישור ותמרונים משולבים

שינויי נטייה וצומת, ה־Δv של שינוי מישור פשוט, מדוע שינויי מישור יקרים במסלול נמוך, שילוב שינוי מישור עם הבערת הוהמן, וקו הרוחב של אתר השיגור.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב Δv של שינוי מישור פשוט.
- לשלב שינוי מישור עם הבערת עיגול.
- להסביר מדוע שינויי מישור נעשים בגובה רב.
- לקשר את קו רוחב השיגור לנטייה המזערית.

מושגי מפתח

- סיבוב מישור המסלול ב־Δi במהירות v עולה Δv = 2v sin(Δi/2), בלי שינוי בגודל המהירות.
- מאחר שהעלות משתנה לפי המהירות, שינויי מישור זולים ביותר היכן שהחללית איטית ביותר: באפואפסיס או במסלולים גבוהים.
- שילוב שינוי מישור עם שינוי מהירות בהבערה אחת משתמש במשפט הקוסינוסים: Δv = √(v₁² + v₂² − 2v₁v₂ cos Δi), וזה זול יותר מביצועם בנפרד.
- שיגור ישיר מגיע לנטייה שאינה קטנה מקו הרוחב של אתר השיגור, ולכן לווייני GEO המשוגרים מקווי רוחב בינוניים חייבים לבטל נטייה מאוחר יותר.
- שינויי צומת ושינויים משולבים של נטייה וצומת משתמשים באותו רעיון של משולש מהירויות עם טריגונומטריה כדורית.

משוואות מפתח

$$\Delta v = 2v \sin \frac{\Delta i}{2}$$

```
Δ v=2v(Δ i)/(2)
```

שינוי מישור פשוט

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \Delta i}$$

```
Δ v=_1^2+v_2^2-2v_1v_2Δ i
```

תמרון משולב

$$i_{min} = \phi_{launch}$$

```
i_min=_launch
```

נטייה ישירה מזערית

$$\cos i = \cos\phi \sin\beta$$

אזימוט שיגור β

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 5.1 מצאו את ה־Δv לביטול 28.5° של נטייה ב־(v = 3.075 km/s) GEO.

1. $\Delta v = 2 \times 3.075 \times \sin 14.25°$.

תשובה: $\Delta v = 1.51$ km/s.

דוגמה 5.2 שלבו את שינוי המישור הזה עם הבערת העיגול ב־(v_a = 1.618 km/s) GEO.

1. $\Delta v = \sqrt{(1.618^2 + 3.075^2 - 2 \times 1.618 \times 3.075 \times \cos 28.5°)}$.

תשובה: $\Delta v = 1.82$ km/s, חיסכון של 1.15 km/s לעומת הבערות נפרדות (1.46 + 1.51).

דוגמה 5.3 מצאו את העלות של שינוי מישור של 10° במסלול בגובה 400 km.

1. $\Delta v = 2 \times 7.669 \times \sin 5°$.

תשובה: $\Delta v = 1.34$ km/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מהו Δv הכולל מ־LEO ל־GEO עם ההבערה הסופית המשולבת?

   1.82 + 2.40 = 4.22 km/s.

2. היכן הכי זול לשנות מישור על אליפסה?

   באפואפסיס.

3. שינוי מישור של 60° עולה פי כמה מ־v?

   2 sin 30° = 1 × v.

4. האם שיגור ישיר מקו רוחב 28.5° יכול להגיע לנטייה של 0°?

   No.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: שינויי מישור זולים.

בפועל: ב־LEO, 10° עולות 1.34 km/s.

מיתוס: הבערות נפרדות טובות כמו משולבת.

בפועל: הבערות משולבות חוסכות Δv.

מיתוס: כל אתר שיגור יכול להגיע ישירות לכל נטייה.

בפועל: לא מתחת לקו הרוחב שלו.

כרטיסיות

שינוי מישור

2v sin(Δi/2).

משולב

משפט הקוסינוסים.

היכן

במהירות נמוכה.

קו רוחב השיגור

נטייה מזערית.

שינוי צומת

טריגונומטריה כדורית.

GEO

ביטול נטייה באפוגאום.

בוחן לבדיקה עצמית

1. שינוי מישור פשוט עולה...

2v sin(Δi/2)

vΔi²

v cos Δi

0

2v sin(Δi/2). משולש מהירויות.

2. המקום הטוב ביותר לשינוי מישור...

אפואפסיס

פריאפסיס

רק בצומת

בכל מקום

אפואפסיס. המהירות הנמוכה ביותר.

3. הבערות משולבות הן...

זולות יותר

יקרות יותר

אותו דבר

בלתי אפשרי

זולות יותר. משפט הקוסינוסים.

4. הנטייה הישירה המזערית שווה ל...

קו רוחב השיגור

0

90°

קו האורך

קו רוחב השיגור. גאומטריה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

דף Landsat 9 של NASA מציין שהלוויין שוגר למסלול של Landsat 7 כדי לשמור, יחד עם Landsat 8, על כיסוי חוזר כל 8 ימים, ושהחללית נושאת די דלק כדי לפעול לפחות 10 שנים לעומת אורך חיים תכנוני של 5 שנים.

הצבת לוויין בדיוק במישור המסלול של לוויין אחר ושמירתו שם הן עבודה של שינוי מישור ותיאום מופע. הדלק שנחסך בתכנון תמרונים טוב הופך לשנים נוספות של נתוני כדור הארץ בחינם.

ב־Saving Planets: תצפית על כדור הארץ · אלגברה לינארית

מקורות: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT על שינויי מישור.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): מדריך חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): דינמיקה ב־MIT.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): פרק מספר לימוד חינמי.

סיימתי את היחידה הזו

רקטות, תקציבי Δv ושלבים

משוואת הרקטה של ציולקובסקי, דחף סגולי ומהירות פליטה, יחס מסות ושבר דלק הנעה, דחף, שלבים, הפסדי כבידה וגרר בעלייה, ובניית תקציב Δv למשימה.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- להחיל את משוואת הרקטה.
- לקשר דחף סגולי, מהירות פליטה ודחף.
- להראות מדוע שלבים עוזרים.
- לבנות תקציב Δv פשוט.

מושגי מפתח

- משוואת הרקטה: Δv = I_sp g₀ ln(m₀/m_f), כאשר m₀/m_f הוא יחס המסות. מהירות הפליטה v_e = I_sp g₀.
- דחף F = ṁ v_e = ṁ I_sp g₀.
- מאחר ש־Δv גדל רק עם הלוגריתם של יחס המסות, רקטה חד־שלבית למסלול צריכה שרוב מסתה תהיה דלק הנעה. השלבים משליכים מכלים ריקים ומנועים, כך שהשלבים הבאים דוחפים פחות מסה מתה.
- הגעה למסלול נמוך דורשת בפועל כ־9.3–10 km/s של Δv (טווח מספרי לימוד): כ־7.7–7.8 km/s של מהירות מסלולית ועוד הפסדי כבידה וגרר, פחות התוספת מסיבוב כדור הארץ בשיגורים מזרחה.
- תקציב Δv של משימה מסכם כל תמרון: שיגור, מעברים, שינויי מישור, שמירת מיקום וסילוק, ועוד מרווח.

משוואות מפתח

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \frac{m_0}{m_f}$$

```
Δ v=I_spg_0(m_0)/(m_f)
```

משוואת הטיל

$$v_e = I_{sp} g_0$$

```
v_e=I_spg_0
```

מהירות פליטה

$$F = \dot{m}\, I_{sp} g_0$$

```
F= m I_spg_0
```

דחף

$$\frac{m_0}{m_f} = e^{\Delta v/(I_{sp} g_0)}$$

`(m_0)/(m_f)=e^Δ v/(I_spg_0)`

יחס מסה נדרש

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 6.1 לשלב עם $I_{sp} = 300\ \text{s}$ יחס מסות של 4. מצאו את Δv.

1. $\Delta v = 300 \times 9.80665 \times \ln 4$.

תשובה: $\Delta v = 4.08\ \text{km/s}$.

דוגמה 6.2 איזה יחס מסות נותן $9.4\ \text{km/s}$ עם $I_{sp} = 350\ \text{s}$ בשלב אחד?

1. $m_0/m_f = \exp(9400/(350 \times 9.80665))$.

תשובה: 15.5, כלומר 93.5% ממסת ההמראה הם דלק הנעה.

דוגמה 6.3 שני שלבים, לכל אחד $I_{sp} = 300\ \text{s}$ ויחס מסות 3. מהו Δv הכולל?

1. $\Delta v = 2 \times 300 \times 9.80665 \times \ln 3$.

תשובה: $\Delta v = 6.46\ \text{km/s}$.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את הדחף עבור $\dot{m} = 100\ \text{kg/s}$ ב־$I_{sp} = 300\ \text{s}$.

   294 kN.

2. מצאו את v_e עבור $I_{sp} = 450\ \text{s}$.

   4.41 km/s.

3. מכפילים את יחס המסות מ־4 ל־8. מהו Δv?

   עולה ב־$2.04\ \text{km/s}$ ($\ln 2 = 2.04 \times 9.807 \times 300$, לא מוכפל).

4. מדוע שלבים עוזרים?

השלבים הבאים אינם נושאים מכלים ריקים.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: הכפלת דלק ההנעה מכפילה את Δv.

בפועל: Δv גדל עם הלוגריתם של יחס המסות.

מיתוס: I_{sp} נמדד ב־m/s.

בפועל: בשניות; $v_e = I_{sp} g_0$.

מיתוס: מסלול דורש רק 7.7 km/s.

בפועל: ההפסדים מוסיפים 1.5–2 km/s.

כרטיסיות

משוואת הטיל

$\Delta v = v_e \ln(m_0/m_f)$.

I_{sp}

שניות; v_e/g_0.

דחף

$\dot{m}\, v_e$.

יחס מסה

m_0/m_f.

חלוקה לשלבים

להשליך מסה ריקה.

תקציב Δv

סכום כל התמרונים + מרווח.

בוחן לבדיקה עצמית

1. $\Delta v =$ …

$I_{sp}\, g_0 \ln(m_0/m_f)$

$I_{sp}\, m_0$

$g_0\, m_f$

m_0/m_f

$I_{sp}\, g_0 \ln(m_0/m_f)$. ציולקובסקי.

2. דחף = …

$\dot{m}\, I_{sp}\, g_0$

$m\, g_0$

$I_{sp}/\dot{m}$

$\Delta v/t$

$\dot{m}\, I_{sp}\, g_0$. שטף תנע.

3. שלבים עוזרים בכך ש…

משליכים מסה מתה

מוסיפים דלק

מגדילים את g_0

כלום

משליכים מסה מתה. יחס מסות.

4. ה־Δv למסלול נמוך הוא בערך…

9.4 km/s

3 km/s

20 km/s

1 km/s

9.4 km/s. כולל הפסדים.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA מדווחת ש־DART שוגר ב־24 בנובמבר 2021 (EST) על SpaceX Falcon 9 מבסיס כוח החלל Vandenberg בקליפורניה, ופגע ב־26 בספטמבר 2022 ב־Dimorphos, ירחון שקוטרו 160 מטרים בלבד המקיף את האסטרואיד Didymos שקוטרו 780 מטרים.

NASA מציינת שההתנגשות אירעה במהירות של כ־22530 km/h. הבאת חללית לשם במהירות הזאת ובמסלול הנכון התחילה בתקציב ה־Δv של יחידה זו.

ב־Saving Planets: תרמודינמיקה · מבוא להנדסת אווירונאוטיקה וחלל

מקורות: NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/) · NASA Science: Double Asteroid Redirection Test (DART) (https://science.nasa.gov/mission/dart/)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP1, 9.7 Rocket propulsion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-7-rocket-propulsion): פרק מספר לימוד חינמי.
- NASA Glenn: Rocket thrust (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktpow.html): דף חינמי של NASA.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): מדריך חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT.

סיימתי את היחידה הזו

הפרעות: התפיחה של כדור הארץ, גרר ומסלולים סינכרוניים לשמש

מדוע מסלולים אמיתיים נסחפים, השטיחות של כדור הארץ ו־J_2, נסיגת הצומת וסיבוב הפריאפסיס, מסלולים סינכרוניים לשמש, מסלולים קפואים ובנטייה קריטית, גרר אטמוספרי ודעיכת מסלול, והשפעות גוף שלישי ולחץ קרינת השמש.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב נסיגת צמתים מ־J_2.
- למצוא את הנטייה למסלול סינכרוני לשמש.
- להסביר דעיכת מסלול בגלל גרר.
- לקרוא בשם להפרעות נוספות.

מושגי מפתח

- כדור הארץ תפוח בקו המשווה. האיבר J_2 שלו (1.0826×10^{-3}) גורם למישור המסלול לבצע נקיפה: $d\Omega/dt = -1.5\, n\, J_2\, (R/p)^2 \cos i$, עם $p = a(1 - e^2)$.
- מסלולים ישירים ($i < 90°$) נסוגים מערבה; מסלולים נסוגים ($i > 90°$) מתקדמים מזרחה.
- מסלול סינכרוני לשמש בוחר i כך שהמישור מתקדם $360°$ בשנה, כ־$0.9856°$ ביום, וכך נשמרת אותה שעת שמש מקומית בכל מעבר.
- במסלול נמוך, הגרר האטמוספרי מוציא אנרגיה לאט ומנמיך את המסלול עד שהחללית חוזרת לאטמוספרה. הגרר גדל בחדות כשפעילות השמש מחממת את האטמוספרה העליונה.
- הפרעות אחרות: כבידת הירח והשמש (חשובה ב־GEO), לחץ קרינת השמש והרמוניות כבידה גבוהות.

משוואות מפתח

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} n J_2 \left(\frac{R}{p}\right)^2 \cos i$$

```
=-32nJ_2( Rp)^2 i
```

נסיגת צמתים

$$\dot{\Omega}_{SS} = \frac{360^\circ}{365.2422\ \text{d}}$$

```
_SS=360°365.2422\ d
```

קצב סינכרוני לשמש

$$\cos i = -\frac{\dot{\Omega}_{SS}}{1.5 n J_2 (R/p)^2}$$

```
i=-_SS1.5nJ_2(R/p)^2
```

$$n = \sqrt{\mu / a^3}$$

n=μ/a^3

תנועה ממוצעת

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 7.1 מצאו את הנטייה למסלול מעגלי סינכרוני לשמש בגובה 705 km.

1. $r = 7083\ \text{km}$; $n = \sqrt{(\mu / r^3)}$.
2. הקצב הנדרש $= 1.991 \times 10^{-7}\ \text{rad/s}$ יום $/ 0.9856°$.
3. $\cos i = -\text{rate} / (1.5 n J_2 (R/r)^2)$.

תשובה: $i = 98.2°$, בדיוק הנטייה של Landsat 9.

דוגמה 7.2 בדקו את קצב הצומת של Landsat 9 (705 km, 98.2°).

1. $d\Omega/dt = -1.5 n J_2 (R/r)^2 \cos 98.2°$.

תשובה: $+0.985°$ ביום, בהתאמה ל־$0.9856°$ ביום שהשמש נעה.

דוגמה 7.3 מצאו את נסיגת הצמתים של מסלול בגובה 400 km בנטייה 51.6°.

1. אותה נוסחה עם $r = 6778\ \text{km}$ ו־$\cos 51.6°$.

תשובה: $-5.00°$ ביום (מערבה).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. האם מסלול סינכרוני לשמש ישיר או נסוג?

   נסוג מעט ($i > 90°$).

2. מה J_2 עושה למסלול קוטבי ($i = 90°$)?

   שום דבר לצומת: $\cos 90° = 0$.

3. מדוע לווייני נמוכים צריכים הגבהות?

הגרר מנמיך אותם.

4. איזו הפרעה חשובה ביותר לנטייה ב־GEO?

כבידת הירח והשמש.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מישורי המסלול קבועים בחלל.

בפועל: J_2 גורם להם לנקיפה.

מיתוס: סינכרוני לשמש פירושו שהלוויין רואה את השמש כל הזמן.

בפועל: פירושו אותה שעת שמש מקומית בכל מעבר.

מיתוס: גרר חשוב רק מתחת ל־100 km.

בפועל: הוא מעצב מסלולים עד כמה מאות km.

כרטיסיות

J_2

1.0826×10^{-3}.

קצב צומת

$-1.5nJ_2(R/p)^2 \cos i$.

סינכרוני לשמש

0.9856°/יום+.

צומת נסוג

מתקדם מזרחה.

גרר

דעיכה וחזרה לאטמוספרה.

הפרעה ב־GEO

השמש והירח.

בוחן לבדיקה עצמית

1. J_2 גורם ל…

נקיפת צמתים

בריחה

יותר מסה

כלום

נקיפת צמתים. שטיחות.

2. קצב הצומת הסינכרוני לשמש…

0.9856°/ יום

0

360°/ יום

1°/ שעה

0.9856°/יום. מחזור אחד בשנה.

3. נטיות סינכרוניות לשמש הן…

מעט מעל 90°

קרובות ל־0°

45°

28.5°

מעט מעל 90°. cos i < 0.

4. גרר גורם למסלולי LEO…

לדעוך

לגדול

להישאר קבועים

להיטות

לדעוך. אובדן אנרגיה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA מציינת ש־Landsat 9 נמצא במסלול כמעט קוטבי וסינכרוני לשמש בגובה 705 km ובנטייה 98.2°, וחוצה את קו המשווה בסביבות 10:12 בבוקר לפי השעה המקומית. יחד, Landsat 9 ו־Landsat 8 מצלמים את אותו מקום כל 8 ימים, מה שמאפשר התרעות כמעט שבועיות על בירוא יערות, ניטור איכות מים ודוחות גידולים.

NASA מציינת שהנתונים הציבוריים והחינמיים של Landsat תרמו כ־25.6 מיליארד דולר לכלכלת ארה"ב ב־2023. אור הבוקר הקבוע שהופך את התמונות האלה לברות השוואה נובע ישירות מ־J_2 ומתנאי הסינכרוניות לשמש של יחידה זו.

ב־Saving Planets: תצפית על כדור הארץ · אוקיינוסים

מקורות: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT על הפרעות.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): פרק חינמי של NASA.
- NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/): עובדות על מסלול Landsat 9.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): דינמיקה ב־MIT.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

עקבות קרקע, כיסוי ומערכי לוויינים

עקבות קרקע וההסטה מערבה בכל הקפה, מסלולים עם עקבות קרקע חוזרים, רוחב רצועה וזמן ביקור חוזר, כיסוי מ־GEO, ותכנון מערכי לוויינים לביקור חוזר ולכיסוי.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב את הסטת עקבות הקרקע בכל הקפה.
- למצוא את מספר ההקפות במחזור חזרה.
- לקשר רוחב רצועה לביקור חוזר.
- להסביר מדוע שני לוויינים מקצרים בחצי את זמן הביקור החוזר.

מושגי מפתח

- כשכדור הארץ מסתובב מתחת למסלול, כל עקבת קרקע זזה מערבה ב־Δλ = 360° × T/T_sidereal בכל הקפה.
- מסלול עם עקבות קרקע חוזרים משלים מספר שלם של הקפות במספר שלם של ימים, כך שהדפוס חוזר בדיוק.
- חיישן ברוחב רצועה w מכסה את קו המשווה בכ־(היקף)w/ מעברים, וזה קובע את מחזור החזרה המזערי.
- הוספת לוויינים באותו מסלול, במרווחים שווים, מחלקת את זמן הביקור החוזר.
- לוויין GEO יחיד רואה כ־40% משטח כדור הארץ (ערך מספרי לימוד), אך ברזולוציה נמוכה ליד השוליים; כמה לוויינים הפרוסים לאורך קו המשווה מכסים את כל קווי האורך פרט לאזורי הקטבים.

משוואות מפתח

$$\Delta\lambda = 360^\circ \frac{T}{T_{sid}}$$

Δ=360°_sid

הסטת עקבות קרקע

$$kT = jT_{day}$$

kT=jT_day

תנאי חזרה

$$N_{pass} \approx \frac{2\pi R}{w}$$

מעברים לכיסוי קו המשווה

$$t_{revisit} = \frac{t_{repeat}}{N_{sat}}$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 8.1 מצאו את הסטת עקבות הקרקע בכל הקפה למסלול של 98.87 min.

1. Δλ = 360 × 98.87 × 60/86,164.1.

תשובה: Δλ = 24.8°, כ־2760 km בקו המשווה.

דוגמה 8.2 כמה הקפות משלים הלוויין ב־16 ימים?

1. 16 × 14.564.

תשובה: כ־233 הקפות, ולכן מחזור חזרה של 16 ימים מתאים.

דוגמה 8.3 שני לווייניים זהים חולקים מסלול חזרה של 16 ימים במרווחים שווים. מהו הביקור החוזר?

1. 16/2.

תשובה: 8 ימים, כפי ש־NASA מדווחת על Landsat 8 ו־9.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. כמה רצועות של 185 km פורשות את קו המשווה (40075 km)?

   40075/185 = 216.6, כלומר כ־217.

2. מדוע עקבות הקרקע זזות מערבה?

   כדור הארץ מסתובב מזרחה מתחת למסלול.

3. איך נראית עקבת הקרקע של לוויין GEO?

   נקודה (או שמינייה קטנה אם הוא נטוי).

4. איך שלושה לווייניים ישנו את הביקור החוזר של 16 ימים?

   כ־5.33 ימים.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: עקבות קרקע חוזרות בכל הקפה.

בפועל: רק אחרי מחזור חזרה שלם.

מיתוס: גובה רב יותר פירושו תמיד כיסוי טוב יותר.

בפועל: הרזולוציה יורדת עם הגובה.

מיתוס: GEO רואה את כל כדור הארץ.

בפועל: כ־40%, וגרוע ליד הקטבים.

כרטיסיות

הסטת עקבה

.360°T/T_sid

מסלול חוזר

.kT = jT_day

רצועה

הרוחב המצולם.

ביקור חוזר

חזרהT_sat/.

מבט מ־GEO

40% ≈ מכדור הארץ.

מערך לווייניים

לווייניים מרווחים.

בוחן לבדיקה עצמית

1. עקבות הקרקע זזות…

מערבה

מזרחה

צפונה

בכלל לא

מערבה. כדור הארץ מסתובב מזרחה.

2. ההסטה בכל הקפה היא…

360°T/T_sid

T/360

0

15°

360°T/T_sid. סיבוב כדור הארץ.

3. שני לווייניים במרווחים שווים…

מקצרים בחצי את הביקור החוזר

מכפילים את הביקור החוזר

אין שינוי

מכפילים פי ארבעה

מקצרים בחצי את הביקור החוזר. מרווח.

4. למסלול חוזר יש…

הקפות שלמות בימים שלמים

e = 1

i = 0

T = 1 יום בלבד

הקפות שלמות בימים שלמים. הגדרה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA מדווחת שלמסלול Landsat 9 מחזור חזרה של 16 ימים עם רצועה ברוחב 185 km, שהוא אוסף כ־740 סצנות ביום (כמעט פי שניים מהדרישה של 400 סצנות), ושיחד עם Landsat 8 הוא צופה באותו מקום כל 8 ימים.

NOAA מציינת ש־GOES East ו־GOES West מכסים יחד יותר ממחצית הגלובוס ממסלול גאוסטציונרי. מסלולים קוטביים נמוכים נותנים מפות חדות וחוזרות; GEO נותן מעקב קבוע. ניטור טוב של כדור הארץ משתמש בשניהם.

ב־Saving Planets: תצפית על כדור הארץ · אוקיינוסים

מקורות: NOAA NESDIS: GOES-R Series · NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/) mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/): עובדות על הכיסוי של Landsat 9.
- NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html): עובדות NOAA על GOES-R.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): מדריך חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT.

סיימתי את היחידה הזו

מעברים בין־כוכביים וחתכי חרוט מחוברים

מעברי הוהמן הליוצנטריים, זמן מעבר למאדים, v∞ ו־C₃ ביציאה, שיטת חתכי החרוט המחוברים, תחומי השפעה, בריחה ממסלול חניה, מחזורים סינודיים וחלונות שיגור, וקלע כבידתי.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב מעבר הוהמן מכדור הארץ למאדים.
- למצוא את v∞ ואת C₃.
- למצוא את ה־Δv ליציאה ממסלול נמוך סביב כדור הארץ.
- לחשב מחזורים סינודיים ולהסביר חלונות שיגור.

מושגי מפתח

- הרחק מכוכבי לכת, חללית נעה בחתך חרוט הליוצנטרי עם μ_Sun = 1.327 × 10²⁰ m³/s². מעבר הוהמן מכדור הארץ למאדים הוא אליפסה מ־1 AU עד 1.524 AU.
- חתכי חרוט מחוברים: ליד כל כוכב לכת משתמשים בהיפרבולה יחסית לכוכב; הרחק ממנו, באליפסה ההליוצנטרית; ומתאימים מהירויות בגבול תחום ההשפעה.
- מהירות העודף ההיפרבולית ביציאה v∞ היא המהירות ההליוצנטרית הנדרשת פחות המהירות המסלולית של כדור הארץ. C₃ = v∞² היא אנרגיית השיגור.
- ממסלול חניה מעגלי, הבערת היציאה היא Δv = √(v∞² + 2μ/r) − √(μ/r), בזכות אפקט אוברת של הבערה עמוק בבאר הכבידה.
- חלונות שיגור חוזרים כל מחזור סינודי, 1/(1/T₁ − 1/T₂): כ־2.1 שנים למאדים. קלע כבידתי משנה בחינם את המהירות ההליוצנטרית של חללית בחלוף ליד כוכב לכת.

משוואות מפתח

$$t = \pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu_\odot}}$$

t=π(a^3)/(μ_)

זמן מעבר

$$v_\infty = \sqrt{\mu_\odot\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a}\right)} - \sqrt{\frac{\mu_\odot}{r_1}}$$

v_∞=μ_(2r_1-1a)-(μ_)/(r_1)

מהירות עודף ביציאה

$$\Delta v = \sqrt{v_\infty^2 + \frac{2\mu}{r}} - \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

Δ v=_∞^2+(2μ)/(r)-μ r

הבערת יציאה

$$S = \frac{1}{1/T_1 - 1/T_2}$$

S=(1)/(1/T_1-1/T_2)

מחזור סינודי

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 9.1 מצאו את זמן מעבר הוהמן מכדור הארץ למאדים.

1. a = (1 + 1.524)/2 AU = 1.888 × 10¹¹ m.
2. t = π√(a³/μ_Sun).

תשובה: t = 259 ימים.

דוגמה 9.2 מצאו את v∞ ואת C_3 ביציאה.

1. מהירות כדור הארץ √(μ_Sun/1 AU) = 29.78 km/s.
2. מהירות הפריהליון של המעבר מתוך vis-viva.

תשובה: v∞ = 2.95 km/s; C_3 = 8.68 km²/s².

דוגמה 9.3 מצאו את הבערת היציאה ממסלול חניה בגובה 400 km.

1. Δv = √(2946² + 2μ/6.778 × 10⁶) − 7669.

תשובה: Δv = 3.57 km/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את מחזור המסלול של מאדים מהחוק השלישי של קפלר.

   1.524^1.5 = 1.88 שנים.

2. מצאו את המחזור הסינודי של כדור הארץ ומאדים.

2.13 = 1/(1 − 1/1.881) שנים.

3. מדוע להבעיר עמוק בבאר כבידה?

אפקט אוברת: יותר אנרגיה קינטית לכל Δv.

4. האם קלע כבידתי משנה מהירות יחסית לכוכב הלכת?

לא, רק יחסית לשמש.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: אפשר לשגר למאדים בזול בכל עת.

בפועל: רק בחלונות כל 2.1 שנים.

מיתוס: v_∞ שווה ל־Δv של ההבערה.

בפועל: ההבערה מ־LEO גדולה יותר.

מיתוס: קלע כבידתי מפר את שימור האנרגיה.

בפועל: כוכב הלכת מאבד כמות זעירה.

כרטיסיות

הליוצנטרי

$\mu_{Sun} = 1.327 \times 10^{20}$.

חתכי חרוט מחוברים

היפרבולה + אליפסה.

v_∞

מהירות עודף.

C_3

v_∞^2.

מחזור סינודי

$1/(1/T_1 - 1/T_2)$.

קלע כבידתי

Δv הליוצנטרי בחינם.

בוחן לבדיקה עצמית

1. מעבר הוהמן מכדור הארץ למאדים נמשך כ…

259 ימים

30 ימים

3 שנים

1 יום

259 ימים. חצי ממחזור האליפסה.

2. C_3 היא…

v_∞^2

v_∞

Δv^2

μ / r

v_∞^2. אנרגיית שיגור.

3. חלונות למאדים חוזרים כל…

2.1 שנים

שנה אחת (1)

6 חודשים

10 שנים

2.1 שנים. מחזור סינודי.

4. חתכי חרוט מחוברים מחליפים מערכת ייחוס ב…

גבול תחום ההשפעה

אפואפסיס

הירח

באקראי

גבול תחום ההשפעה. הגדרה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA מכנה את DART המשימה הראשונה אי־פעם שנועדה להדגים הסטת אסטרואיד על ידי שינוי תנועתו בפגיעה קינטית. לפני המפגש הגדירה NASA הצלחה כשינוי של 73 שניות או יותר במחזור המסלול של Dimorphos; השינוי שנמדד, 32 דקות, עלה על כך ביותר מפי 25.

NASA מציינת שלא Dimorphos ולא Didymos היוו סכנה לכדור הארץ לפני הניסוי או אחריו. הגנה פלנטרית נשענת בדיוק על כלי המסלולים הבין־כוכביים של יחידה זו.

ב־Saving Planets: פיזיקה I · פתרונות

מקורות: NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): מדריך חינמי של NASA למסלולים בין־כוכביים.
- NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): מסלולים בין־כוכביים אמיתיים.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT.
- PhET: My Solar System (https://phet.colorado.edu/en/simulations/my-solar-system): מסלולים של גופים רבים.

סיימתי את היחידה הזו

קיימות בחלל: פסולת, סילוק והגנה פלנטרית

סביבת הפסולת המסלולית, מהירויות ואנרגיות התנגשות, מפל קסלר, סילוק בסוף החיים ו־Δv ליציאה ממסלול, מסלולי בית קברות ל־GEO, סינון מפגשים קרובים והתחמקות מהתנגשות, והגנה פלנטרית בפגיעה קינטית.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב את האנרגיה של פגיעת פסולת.
- לקבוע את גודל הבערת היציאה ממסלול.
- להסביר את מפל קסלר.
- לכמת את תוצאת DART.

מושגי מפתח

- במסלול נמוך סביב כדור הארץ יש מיליוני פיסות פסולת: לווייניים מתים, חלקי רקטות, שברים ופתיתי צבע. במהירויות מסלוליות אפילו פיסות זעירות נושאות אנרגיה עצומה.
- האנרגיה הקינטית ½mv² גדלה עם ריבוע המהירות: שבר של 1 g במהירות 10 km/s (מהירות יחסית לדוגמה) נושא 50 kJ.
- התנגשויות יוצרות עוד שברים, שגורמים לעוד התנגשויות: מפל קסלר. הגבלת פסולת חדשה זולה בהרבה מסילוקה.
- סילוק: לווייני LEO מנמיכים את הפריגאום שלהם כך שהגרר יוריד אותם; לווייני GEO מוגבהים למסלול בית קברות כמה מאות קילומטרים מעל.
- מפעילים מסננים מפגשים קרובים (צירופים) ומבצעים הבערות התחמקות קטנות כשהסתברות ההתנגשות גבוהה מדי.

משוואות מפתח

$$E_k = \tfrac{1}{2}mv^2$$

```
E_k=12mv^2
```

אנרגיית פגיעה

$$\Delta v_{deorbit} = v_c - v_a$$

```
Δ v_deorbit=v_c-v_a
```

הבערת הנמכת פריגאום

$$\frac{\Delta T}{T}$$

שינוי יחסי במחזור

$$v_a = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

v_a=μ(2r-1a)

vis-viva אחרי ההבערה

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 10.1 המירו ל־km/s את מהירות הפסולת של 18000 mph ש־NASA מציינת.

1. 18,000 × 0.44704 m/s.

תשובה: 8.05 km/s.

דוגמה 10.2 מצאו את האנרגיה הקינטית של שבר של 1 g במהירות יחסית של 10 km/s (ערך לדוגמה).

1. E = ½ × 0.001 × 10,000² .

תשובה: E = 50 kJ משבר במסה של מהדק נייר.

דוגמה 10.3 DART קיצר ב־32 דקות את מסלולו של Dimorphos בן 11 h 55 min (715 min). מצאו את השינוי היחסי ואת המרווח מעל סף ההצלחה של 73 s, NASA.

1. 32/715.
2. 73 s/1920 s.

תשובה: קצר ב־4.48%; פי 26.3 מהסף.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את ה־Δv ליציאה ממסלול מ־700 km לפריגאום של 200 km.

   139 m/s (יחידה 4).

2. בתוך כמה שנים יש לסלק לווייני LEO לפי כלל ה־FCC?

   5 שנים מסיום המשימה.

3. מדוע מניעת פסולת זולה מסילוקה?

סילוק דורש חללית ייעודית לכל עצם.

4. לאן הולכים לווייני GEO בסוף חייהם?

למסלול בית קברות מעל GEO.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: החלל גדול מכדי להתמלא.

בפועל: המסלולים השימושיים מוגבלים וצפופים.

מיתוס: פסולת קטנה אינה מזיקה.

בפועל: האנרגיה גדלה עם v^2.

מיתוס: יציאה ממסלול דורשת הבערות עצומות.

בפועל: הנמכת הפריגאום מ־700 km דורשת כ־139 m/s.

כרטיסיות

פסולת

מיליוני פיסות ב־LEO.

אנרגיית פגיעה

$\frac{1}{2}mv^2$.

קסלר

מפל התנגשויות.

יציאה ממסלול

הנמכת הפריגאום.

בית קברות

מעל GEO.

DART

שינוי מחזור של 32 דקות.

בוחן לבדיקה עצמית

1. אנרגיית הפסולת גדלה עם…

v^2

v

$\sqrt{v}$

1/v

.v². ½mv²

2. מפל קסלר הוא…

התנגשויות שיוצרות עוד פסולת

שיגור

מעבר

גרר

התנגשויות שיוצרות עוד פסולת. תגובת שרשרת.

3. כלל ה־FCC לסילוק ב־LEO…

5 שנים

25 שנים

שנה אחת (1)

אף אחת

5 שנים. FCC-22-74.

4. DART שינה את המחזור ב…

32 min

73 s

12 h

0

32 min. תוצאת NASA.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

ספריית המטה של NASA מציינת שיש מיליוני פיסות פסולת חלל במסלול נמוך סביב כדור הארץ, הנעות במהירות של עד 18000 מייל לשעה, כמעט פי שבעה ממהירות קליע, ויש כמעט 6000 טון חומר במסלול נמוך. תוכנית הפסולת המסלולית של NASA החלה ב־1979 ב־Johnson Space Center.

כלל ה־FCC משנת 2022 מחייב מפעילים במסלול נמוך לסלק לווויינים בתוך 5 שנים מסיום משימתם. תכנון הבערת הסילוק מהיום הראשון הוא כיום חלק מתכנון משימה אחראי.

ב־Saving Planets: פתרונות · תצפית על כדור הארץ

מקורות: FCC: NASA Headquarters Library: Space Debris (https://www.nasa.gov/headquarters/library/find/bibliographies/space-debris/) · FCC Adopts New ‘5-Year Rule’ for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Orbital Debris Program Office (https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/): משרד תוכנית הפסולת המסלולית של NASA.
- NASA Headquarters Library: Space Debris (https://www.nasa.gov/headquarters/library/find/bibliographies/space-debris/): רשימת קריאה של NASA על פסולת.
- NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid’s Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/): תוצאת DART של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): רשימות MIT.

סיימתי את היחידה הזו

תרגילים

התרגילים האלה נמצאים בתוך כל יחידה. פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה.

1. כבידה, בעיית שני הגופים ומסלולים מעגליים
   4 תרגילים
2. חתכי חרוט, אנרגיה ואלמנטים מסלוליים
   4 תרגילים
3. משוואת קפלר וזמן טיסה
   4 תרגילים
4. מעברי מסלול: הוהמן ומעבר לו
   4 תרגילים
5. שינויי מישור ותמרונים משולבים
   4 תרגילים
6. רקטות, תקציבי Δv ושלבים
   4 תרגילים
7. הפרעות: התפיחה של כדור הארץ, גרר ומסלולים סינכרוניים לשמש
   4 תרגילים

8. עקבות קרקע, כיסוי ומערכי לווייניים
   4 תרגילים
9. מעברים בין־כוכביים וחתכי חרוט מחוברים
   4 תרגילים
10. קיימות בחלל: פסולת, סילוק והגנה פלנטרית
    4 תרגילים

המעבדה (Astrodynamics lab)

המעבדה היא החלק המעשי של הקורס. כאן היא חינמית ולתרגול בלבד, ללא נקודות זכות.

כל מעבדה פועלת בסימולציה חינמית או בגיליון אלקטרוני, כך שאין סכנות פיזיות. קחו הפסקות ממסך, שבו ביציבה טובה והרחיקו כבלים ממעברים.

מקור בטיחות: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

מעבדה A: מסלולים מעגליים ב־PhET

שבוע 1

מטרה: חקרו איך מהירות המסלול ומחזורו משתנים עם המרחק ב־PhET Gravity and Orbits, ואז חשבו מסלולים אמיתיים סביב כדור הארץ.

$$v_c = \sqrt{\mu / r}, \;\; T = 2\pi \sqrt{r^3 / \mu}$$

v_c=μ/r,\ \ T=2π^3/μ

מסלולים מעגליים

מהלך הניסוי

1. פתחו את PhET Gravity and Orbits; שגרו את הלוויין במרחקים ובמהירויות שונים.
2. מצאו את המהירות שנותנת מעגל בכל מרחק.
3. חשבו v ו־T למסלול בגובה 400 km, למסלול של Landsat בגובה 705 km ול־GEO.
4. השוו את המגמה לסימולציה.

טבלת נתונים

מסלול	v (km/s)	T
400 km	7.67	92.6 min
705 km	7.50	98.9 min
GEO (35,786 km)	3.07	23.93 h

ערכים מחושבים.

חישוב לדוגמה

1. v(705 km) = √(3.986 × 10¹⁴/7.083 × 10⁶) = 7.50 km/s.
2. T(GEO) = 86,164 s = 23.93 h.

> **בטיחות**
>
> - מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל דפדפן מתאים.

PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits)

הקשר לכדור הארץ: NOAA מציינת שלווייני GOES מקיפים בגובה 22236 מייל מעל קו המשווה. NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה B: החוק השלישי של קפלר עם כוכבי לכת אמיתיים

שבוע 3

מטרה: בדקו את $T^2 \propto a^3$ לכוכבי הלכת וחקרו מסלולים אליפטיים ב־PhET Kepler’s Laws.

$$T_{yr} = a_{AU}^{3/2}$$

```
T_yr=a_AU^3/2
```

החוק השלישי של קפלר (השמש)

מהלך הניסוי

1. חקרו את PhET Kepler’s Laws: שנו את האקסצנטריות וצפו בשטחים שווים הנסרקים בזמנים שווים.
2. הזינו את חצאי הצירים הראשיים של כוכבי הלכת ב־AU.
3. חשבו T = a^1.5 בשנים.
4. שרטטו log T כנגד log a ומצאו את השיפוע.

טבלת נתונים

כוכב לכת	a (AU)	T (שנים)
כדור הארץ	1.000	1.000
מאדים	1.524	1.881
צדק	5.203	11.87

חצאי הצירים הראשיים הם ערכי ספר לימוד; השיפוע של log T כנגד log a הוא 1.5.

חישוב לדוגמה

1. T(מאדים) = 1.524^1.5 = 1.881 שנים.
2. T(צדק) = 5.203^1.5 = 11.87 שנים.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל דפדפן וגיליון אלקטרוני מתאימים.

PhET: Kepler’s Laws (https://phet.colorado.edu/en/simulations/keplers-laws) · PhET: My Solar System (https://phet.colorado.edu/en/simulations/my-solar-system)

הקשר לכדור הארץ: NASA תזמנה את מסלול Dimorphos לפני DART ואחריו ומדדה שינוי של 32 דקות. NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה C: מחשבון מעבר הוהמן

שבוע 6

מטרה: בנו גיליון אלקטרוני שמחשב את שתי ההבערות, את Δv הכולל ואת זמן המעבר לכל זוג מסלולים מעגליים.

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}, \;\; v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

a=(r_1+r_2)/(2),\ \ v^2=μ(2r-1a)

מעבר הוהמן

מהלך הניסוי

1. הזינו את μ ואת שני הרדיוסים.
2. חשבו מהירויות מעגליות, מהירויות במסלול המעבר, את שתי ההבערות ואת זמן המעבר.
3. הריצו LEO (400 km) ל־GEO ו־LEO למסלול בינוני בגובה 20200 km.
4. הוסיפו אפשרות לשינוי מישור בהבערה השנייה.

טבלת נתונים

מעבר	Δv_1 (km/s)	Δv_2 (km/s)	סה״כ	זמן (h)
400 km → GEO	2.398	1.456	3.854	5.29
400 km → 20,200 km	2.012	1.404	3.416	2.98

ערכים מחושבים, באותו מישור.

חישוב לדוגמה

1. $\Delta v_1(\text{GEO}) = 10.066 - 7.669 = 2.398$ km/s.
2. זמן = $\pi\sqrt{(a^3/\mu)} = 2.98$ h (20200 km).

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני מתאים.

NASA’s Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/)

הקשר לכדור הארץ: ה־FCC דורשת לסלק לווייני LEO בתוך 5 שנים מסיום המשימה. FCC: FCC Adopts New ‘5-Year Rule’ for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

- [ ] השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)

מעבדה D: משוואת הרקטה ושלבים

שבוע 8

מטרה: ראו איך Δv גדל עם יחס המסות ואיך שלבים עדיפים על שלב יחיד.

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \frac{m_0}{m_f}$$

```
Δ v=I_spg_0(m_0)/(m_f)
```

משוואת הטיל

מהלך הניסוי

1. קבעו I_sp = 300 s.
2. חשבו Δv ליחסי מסות 2, 4 ו־8.
3. השוו שלב אחד ביחס 9 לשני שלבים ביחס 3.
4. מצאו את יחס המסות עבור Δv = 9.4 km/s ב־I_sp = 350 s.

טבלת נתונים

יחס מסה	Δv (km/s)
2	2.04
4	4.08
8	6.12

ערכים מחושבים; שלב אחד ביחס 9 ושני שלבים ביחס 3 נותנים אותו Δv אידיאלי (6.46 km/s), אבל רקטה רב־שלבית צריכה הרבה פחות מבנה לכל שלב.

חישוב לדוגמה

1. Δv(8) = 300 × 9.80665 × ln 8 = 6.12 km/s.
2. שני שלבים של 2 × 300 × 9.80665 × ln 3 = 6.46 km/s: 3.

> **בטיחות**
>
> - במחשב בלבד. אל תבנו ואל תשגרו רקטות הנעה למעבדה זו.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני מתאים.

NASA Glenn: Rocket thrust (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktpow.html)

הקשר לכדור הארץ: DART של NASA שוגרה על Falcon 9 מ־Vandenberg בנובמבר 2021. NASA Science: Double Asteroid Redirection Test (DART) (https://science.nasa.gov/mission/dart/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה E: תכנון מסלול סינכרוני לשמש

שבוע 10

מטרה: חשבו את הנטייה הסינכרונית לשמש לכמה גבהים והשוו ל־Landsat 9.

$$\cos i = -\frac{\dot{\Omega}_{SS}}{1.5 n J_2 (R/r)^2}$$

```
i=-_SS1.5nJ_2(R/r)^2
```

תנאי סינכרוניות לשמש

מהלך הניסוי

1. הזינו μ, R, J_2 ואת $0.9856°$/יום הנדרשים.
2. חשבו i למסלולים מעגליים בגובה 500, 705 ו־800 km.
3. השוו 705 km ל־$98.2°$ שפורסמו עבור Landsat 9.
4. שרטטו את i כנגד הגובה.

טבלת נתונים

גובה (km)	i (מעלות)
500	97.40
705	98.21
800	98.60

ערכים מחושבים; הנטייה שפורסמה עבור Landsat 9 היא $98.2°$.

חישוב לדוגמה

1. $n(705\ \text{km}) = \sqrt{(\mu / 7.083^3 \times 10^{18})} = 1.059 \times 10^{-3}$ rad/s.
2. $i(705) = 98.21°$.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני מתאים.

NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

הקשר לכדור הארץ: NASA מציינת ש־Landsat 9 חוצה את קו המשווה בסביבות 10:12 בבוקר שעון מקומי. NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה F: עקבות קרקע ב־NASA’s Eyes

שבוע 11

מטרה: צפו בלווייני תצפית אמיתיים על כדור הארץ ב־NASA’s Eyes וחשבו את הסטת עקבת הקרקע ואת מחזור החזרה.

$$\Delta\lambda = 360^\circ \frac{T}{T_{sid}}$$

`Δ=360°_sid`

הסטת עקבות קרקע

מהלך הניסוי

1. פתחו את NASA’s Eyes ועקבו אחר לוויין תצפית על כדור הארץ במשך כמה הקפות.
2. שימו לב שכל עקבה נוחתת מערבית לקודמתה.
3. חשבו את ההסטה למסלול של 98.87 min.
4. מצאו כמה הקפות נכנסות ב־16 ימים.

טבלת נתונים

גודל	ערך
זמן מחזור	98.87 min
הסטה להקפה	24.8°
הסטה בקו המשווה	2760 km
הקפות ב־16 ימים	233

חושב למסלול מעגלי בגובה 705 km.

חישוב לדוגמה

1. Δλ = 360 × 5932/86,164 = 24.8°.
2. 16 × 14.564 = 233 הקפות.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל דפדפן מתאים.

NASA’s Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/)

הקשר לכדור הארץ: NASA מדווחת ש־Landsat 8 ו־9 יחד חוזרים לכל מקום כל 8 ימים. NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מערכי תרגול למבחן

מדדו זמן: כ־10 דקות לבעיה. אחר כך השוו לפתרונות המלאים.

סט תרגול לבחינת אמצע (יחידות 5–1)

1. מצאו את המהירות המעגלית 1000 km מעל כדור הארץ.

   1. $\sqrt{(3.986 \times 10^{14} / 7.378 \times 10^{6})}$.

   תשובה: 7.35 km/s.

2. מצאו את מחזור המסלול הזה.

   1. $2\pi\sqrt{(r^3/\mu)}$.

   תשובה: 105.1 min.

3. למסלול $r_p = 7000$ km ו־$r_a = 14000$ km. מצאו את e.

   1. 7000/21,000.

   תשובה: 0.333.

4. מצאו את המהירות בפריגאום של מסלול זה.

   1. $\sqrt{(\mu(2/7 \times 10^{6} - 1/1.05 \times 10^{7}))}$.

   תשובה: 8.71 km/s.

5. מצאו את Δv לשינוי נטייה ב־5° במהירות 7.5 km/s.

   1. $2 \times 7.5 \times \sin 2.5°$.

   תשובה: 0.654 km/s.

מערך תרגול מסכם (כל היחידות)

1. מצאו Δv עבור $I_{sp} = 320$ s ויחס מסות 5.

   1. $320 \times 9.80665 \times \ln 5$.

   תשובה: 5.05 km/s.

2. מצאו את קצב הנקודות הצמתיות ב־600 km, i = 97.8°.

   1. $-1.5nJ_2(R/r)^2 \cos i$.

   תשובה: +0.987°/יום.

3. מצאו את הסטת עקבת הקרקע להקפה למסלול של 100 min.

   1. 6000/86,164.1 × 360.

   תשובה: 25.1°.

4. מצאו את זמן מעבר הוהמן בין כדור הארץ לנוגה (נוגה ב־0.723 AU).

   1. $\pi\sqrt{(a^3/\mu_{Sun})}$ עם $a = 0.8615$ AU.

   תשובה: 146 ימים.

5. מצאו את האנרגיה של רסיס במסה 10 g במהירות 8 km/s.

   1. ½ × 0.01 × 8000².

   תשובה: 320 kJ.

6. מצאו את המחזור הסינודי של כדור הארץ וצדק (11.87 שנים).

   1. 1/(1 − 1/11.87).

   תשובה: 1.092 שנים.

דף נוסחאות

$$v_c = \sqrt{\mu/r},\ T = 2\pi\sqrt{a^3/\mu},\ v_{esc} = \sqrt{2\mu/r}$$

$$\varepsilon = -\mu/(2a),\ v^2 = \mu(2/r - 1/a)$$

$$r = (h^2/\mu)/(1 + e\cos\nu),\ e = (r_a - r_p)/(r_a + r_p)$$

$$M = E - e\sin E,\ n = \sqrt{\mu/a^3}$$

$$\Delta v_{Hohmann} = (v_p - v_{c1}) + (v_{c2} - v_a)$$

$$\Delta v = 2v\sin(\Delta i/2),\ \Delta v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2\cos\Delta i$$

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln(m_0/m_f)$$

$$\dot{\Omega} = -\tfrac{3}{2} n J_2 (R/p)^2 \cos i$$

$$\Delta\lambda = 360^\circ T/T_{sid}$$

$$v_\infty = v_{transfer} - v_{planet},\ C_3 = v_\infty^2,\ S = 1/(1/T_1 - 1$$

$$E_k = \tfrac{1}{2}mv^2$$

קבועים

קבוע	ערך
כדור הארץ (ערכי ספר לימוד)	$\mu = 3.986 \times 10^{14}\ m^3/s^2$, $R = 6378\ km$, $J_2 = 1.0826 \times 10^{-3}$, יום כוכבי $86164.1\ s$
השמש (ערך ספר לימוד)	$\mu = 1.327 \times 10^{20}\ m^3/s^2$, $1\ AU = 1.496 \times 10^{11}\ m$
מסלול מאדים (ערך ספר לימוד)	$a = 1.524\ AU$
כבידה תקנית	$g_0 = 9.80665\ m/s^2$
1 מייל	1.609344 km
1 mph	0.44704 m/s

מקור: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

טקסטים וסימולציות בחינם

השתמשו בהרצאות החינמיות, במדריכי NASA ובסימולציות האלה לצד הקורס.

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): הרצאות ותרגילים חינמיים של MIT באסטרודינמיקה.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): סיכומים חינמיים של MIT בדינמיקה על מסלולים.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): מדריך חינמי של NASA על מסלולים ומשימות.
- OpenStax University Physics Volume 1, 13.5 Kepler's laws (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): פרק מספר לימוד חינמי.
- PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits): מסלולים באופן אינטראקטיבי.
- NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): מסלולים אמיתיים של חלליות ב־3D.

מילון מונחים

אפואפסיס
הנקודה הרחוקה ביותר במסלול.

התקרבות
מפגש קרוב בין שני עצמים בחלל.

C_3
אנרגיית שיגור, ריבוע v_∞.

אקסצנטריות
עד כמה מסלול מתוח.

מסלול גאוסטציונרי

מסלול משווני עם זמן מחזור של יום כוכבי אחד.

עקבת קרקע
מסלול הנקודה שנמצאת ישירות מתחת ללוויין.

מעבר הוהמן
מעבר בשתי הבערות על אליפסה משיקה.

נטייה
הטיית מישור המסלול ביחס לקו המשווה.

J_2
איבר הפחיסות של כדור הארץ.

משוואת קפלר
$M = E - e \sin E$.

מפל קסלר
תגובת שרשרת של התנגשויות פסולת.

אנומליה ממוצעת
זווית שגדלה באופן אחיד עם הזמן.

חתכי חרוט מחוברים
חיבור חתכי חרוט שמרכזם בכוכב הלכת ובשמש.

פריאפסיס
הנקודה הקרובה ביותר במסלול.

מתקף סגולי
דחף לכל ספיקת משקל של חומר הנעה, בשניות.

מסלול סינכרוני לשמש
מסלול שמישורו שומר על זווית קבועה ביחס לשמש.

מחזור סינודי
הזמן בין יישורים חוזרים של שני גופים מקיפים.

אנומליה אמיתית
הזווית מהפריאפסיס אל החללית.

משוואת vis-viva
$v^2 = \mu(2/r - 1/a)$.

Δv
שינוי המהירות שתמרון דורש.

מחוון להערכה עצמית

לא ניתנים ציון או נקודות זכות. השתמשו בזה כדי להעריך בכנות איפה אתם עומדים בכל יחידה.

רמה	איך זה נראה
4 · שליטה מלאה	משרטט את המסלול והתמרונים, בוחר נכון את vis-viva, את קפלר או את משוואת הרקטה, שומר יחידות ב־SI ובודק תשובות מול מקרי קצה.
3 · מיומן	פותר את התרגילים עם טעויות יחידות מזדמנות.
2 · מתפתח	עוקב אחר דוגמאות פתורות אך מבלבל בין מהירויות מעגליות למהירויות מעבר.
1 · מתחיל	מציב/ה מספרים בנוסחאות בלי שרטוט; צריך/ה לחזור על היחידה.

שקלול מוצע אם רוצים ציון

חלק	משקל
תרגילים	20%
מעבדות	25%
מערך תרגול לאמצע הקורס	25%
מערך תרגול מסכם	30%

שאפו לרמה 3 ומעלה בכל יחידה לפני שעוברים לקורס הבא.

קורסים קשורים

- מבנים אווירונאוטיים וחלליים AERO 330
- שיטות נומריות MATH 340
- אווירודינמיקה 1 AERO 310
- כל הקורסים