Última actualización: November 1, 2026

🗺️ Ruta de cuatro años · Año 3, Otoño · 🧮 Calculadora integrada

# Sobre este curso

Este curso gratuito tiene 10 unidades y 6 laboratorios. Son los totales reales, no un programa más largo recortado.

Una comprobación es un número o un resultado de código en una página de curso que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número impreso y el recalculado tienen que coincidir.

> Este es el esquema de un curso gratuito de autoestudio escrito por Saving Planets. No es un curso universitario, no otorga créditos académicos y ninguna institución participa.
>
> Su alcance sigue un curso semestral de mecánica orbital de tercer año. Se basa en los temas y la profundidad de MIT 16.346 Astrodynamics y las partes orbitales de MIT 16.07 Dynamics (gratis en MIT OpenCourseWare), y en cursos como Purdue AAE 340 y Georgia Tech AE 3330, usando los recursos gratuitos Basics of Space Flight de la NASA y OpenStax University Physics, que enlazamos donde ayudan. Ninguno de esos autores, centros o agencias respalda esta página.
>
> Lo que añadimos: cada unidad se vincula a trabajo real con una fuente pública citada (Landsat, satélites meteorológicos GOES, la prueba de defensa planetaria DART de la NASA y las normas sobre basura orbital), cada número de la página se recalcula con un script de verificación antes de publicarse, y cada práctica tiene una simulación gratuita o una hoja de cálculo.
>
> Síguelo en orden. Cada unidad tiene objetivos, ideas clave, ecuaciones, ejemplos paso a paso, práctica con respuestas completas, errores comunes, tarjetas de estudio y un cuestionario. Tu progreso se guarda solo en este navegador.

## Cómo ayuda este curso a salvar el planeta

Las órbitas son nuestra forma de vigilar el planeta: los satélites de observación de la Tierra en órbitas bajas cartografían bosques, cultivos y agua, y los satélites meteorológicos geoestacionarios vigilan las tormentas día y noche. Elegir esas órbitas es pura mecánica orbital.

Las órbitas también son un recurso compartido y limitado. La basura que queda en el espacio amenaza los satélites de los que dependemos, así que un diseño de misión responsable incluye ahora un plan para abandonar la órbita. Cada unidad termina con una breve sección con fuentes. Los valores que no proceden de una fuente se indican como valores de ejemplo o de libro.

## Para docentes

Puedes enseñar este curso o dejar que un estudiante lo haga solo. Es gratis. Saving Planets no pone nota ni da crédito escolar.

- Esta página es el curso completo: 10 unidades y 6 laboratorios (AERO 340).
- Calcula 15 semanas, unas 6 a 9 horas por semana, incluidas las semanas de laboratorio.
- Sigue el calendario de 15 semanas. Lee la unidad, haz la práctica en papel y luego abre la respuesta. En una semana de laboratorio, haz el laboratorio o la versión en casa.
- Una comprobación es un número o un resultado de código en la página que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número que ves y el recalculado tienen que coincidir.
- Usa Imprimir esta página, o descarga la guía de estudio en PDF. La hoja de fórmulas está cerca del final.
- Pregunta: ¿cómo ayuda esta unidad a las personas y al planeta? Cada unidad tiene un recuadro verde con un dato y su fuente.
- Copia la plantilla de guía docente y escribe el nombre de tu clase, el tiempo que tienes y las preguntas que harás. Abrir la plantilla de guía docente

# Antes de empezar

### Requisitos previos

- Dinámica: leyes de Newton, momento angular y energía.
- Cálculo III y Ecuaciones diferenciales: vectores, gradientes y EDO.
- Álgebra lineal: vectores, rotaciones y sistemas de referencia.
- Física I: gravitación universal.

### Cómo estudiar

- Empieza cada problema con un esquema de la órbita: cuerpo central, periapsis, apoapsis y posición de la nave.
- Escribe primero la ecuación vis-viva; responde a la mayoría de las preguntas sobre velocidad.
- Mantén las unidades en metros y segundos, y $\mu$ en $m^3/s^2$; convierte a km solo al final.
- Dibuja cada maniobra como un triángulo de velocidades antes de calcular $\Delta v$.
- Comprueba los límites: una órbita circular tiene $e = 0$; el escape tiene energía total nula.
- Haz cada ejercicio en papel antes de abrir la respuesta, y repite los cuestionarios unos días después.

### Qué necesitas

- Un ordenador o tableta para las simulaciones gratuitas de PhET Gravity and Orbits, Kepler’s Laws y My Solar System.
- NASA’s Eyes on the Solar System en un navegador web.

- Una hoja de cálculo para las prácticas de transferencias, ecuación del cohete y trazas terrestres.
- Una calculadora con funciones trigonométricas.

## Calendario sugerido de 15 semanas

Unas 6 a 9 horas por semana: lectura, problemas de práctica y, en las semanas de laboratorio, el laboratorio.

| Semana | Unidad | Temas | Lectura |
|---|---|---|---|
| 1 | Gravedad, problema de dos cuerpos y órbitas circulares | Gravedad, problema de dos cuerpos, órbitas circulares; Práctica A | OpenStax UP1 13.4–13.5 |
| 2 | Secciones cónicas, energía y elementos orbitales | Energía, momento angular, cónicas | MIT 16.346 |
| 3 | Secciones cónicas, energía y elementos orbitales | Vis-viva y elementos orbitales; Práctica B | NASA Basics of Space Flight |
| 4 | Ecuación de Kepler y tiempo de vuelo | Ecuación de Kepler y tiempo de vuelo | MIT 16.346 |
| 5 | Transferencias orbitales: Hohmann y más allá | Maniobras impulsivas y transferencias de Hohmann | MIT 16.346 |
| 6 | Transferencias orbitales: Hohmann y más allá | Biélíptica, faseo, reentrada; Práctica C | MIT 16.346 |
| 7 | Cambios de plano y maniobras combinadas | Cambios de plano y encendidos combinados; práctica del parcial | MIT 16.346 |
| 8 | Cohetes, presupuestos de Δv y etapas | Ecuación del cohete, etapas, presupuestos de Δv; Práctica D | OpenStax UP1 9.7 |
| 9 | Perturbaciones: abultamiento terrestre, resistencia y órbitas heliosíncronas | $J_2$ y regresión nodal | MIT 16.346 |
| 10 | Perturbaciones: abultamiento terrestre, resistencia y órbitas heliosíncronas | Órbitas heliosíncronas y resistencia; Práctica E | NASA Landsat 9 |
| 11 | Trazas terrestres, cobertura y constelaciones | Trazas terrestres, cobertura, constelaciones; Práctica F | NASA Eyes |
| 12 | Transferencias interplanetarias y cónicas empalmadas | Transferencias heliocéntricas y cónicas empalmadas | NASA Basics of Space Flight |

| Semana | Unidad | Temas | Lectura |
|---|---|---|---|
| 13 | Transferencias interplanetarias y cónicas empalmadas | Ventanas de lanzamiento y asistencias gravitatorias | NASA Basics of Space Flight |
| 14 | Sostenibilidad espacial: basura, retirada y defensa planetaria | Basura espacial, retirada y evitación de colisiones | NASA ODPO; FCC |
| 15 | Sostenibilidad espacial: basura, retirada y defensa planetaria | Defensa planetaria; práctica del final | NASA DART |

## Tu progreso

Marca las unidades y los laboratorios al terminarlos y haz los cuestionarios. El progreso y las puntuaciones se guardan solo en este navegador y nunca se nos envían.

## Unidades

# Gravedad, problema de dos cuerpos y órbitas circulares

Ley de gravitación de Newton, el parámetro gravitacional μ, la ecuación de movimiento de dos cuerpos, velocidad y periodo de una órbita circular, velocidad de escape, las tres leyes de Kepler, y órbitas bajas, medias y geoestacionarias.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Escribir la ecuación de movimiento de dos cuerpos.
- Calcular la velocidad y el periodo de una órbita circular.
- Calcular la velocidad de escape.
- Hallar el radio geoestacionario.

## Conceptos clave

- La gravedad de Newton da la ecuación de dos cuerpos r̈ = −μr/r³, con μ = GM. Para la Tierra μ = 3.986 × 10¹⁴ m³/s².
- Una órbita circular tiene velocidad v = √(μ/r) y periodo T = 2π√(r³/μ): las órbitas más altas son más lentas y tardan más.
- La velocidad de escape es √2 veces la velocidad circular en el mismo radio: v_esc = √(2μ/r).
- Leyes de Kepler: las órbitas son elipses con el cuerpo central en un foco; el radio barre áreas iguales en tiempos iguales; y T² es proporcional a a³.
- Una órbita geoestacionaria tiene un periodo de un día sidéreo (86164.1 s) y está sobre el ecuador, de modo que el satélite permanece sobre el mismo punto.

## Ecuaciones clave

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}$$

```
r=-(μ)/(r^3) r
```

Ecuación de dos cuerpos

$$v_c = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

```
v_c=(μ)/(r)
```

Velocidad circular

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

T=2π(a^3)/(μ)

Período

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$$

v_esc=(2μ)/(r)

Velocidad de escape

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 1.1** Halla la velocidad y el periodo de una órbita circular a 400 km de altura.

1. r = 6378 + 400 = 6778 km.
2. v = √(3.986 × 10¹⁴/6.778 × 10⁶).
3. T = 2π√(r³/μ).

**Respuesta:** v = 7.67 km/s; T = 92.6 min.

**Ejemplo 1.2** Halla la velocidad de escape desde esa altitud.

1. v_esc = √2 × 7.669.

**Respuesta:** v_esc = 10.85 km/s.

**Ejemplo 1.3** Halla el radio y la altitud geoestacionarios.

1. r = (μT²/(4π²))^(1/3) con T = 86164.1 s.
2. Altitud = 42164 − 6378.

**Respuesta:** r = 42164 km; altitud 35786 km (22236 millas); v = 3.07 km/s.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla el periodo de una órbita circular a 705 km de altura.

   98.9 min.

2. Halla la velocidad allí.

7.50 km/s.

3. ¿Cuántas órbitas al día son?

   1440/98.87 = 14.56.

4. Convierte 7.67 km/s a mph.

   17154 mph.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Las órbitas más altas son más rápidas.
**En realidad:** Son más lentas.

**Mito:** Los astronautas flotan porque no hay gravedad.
**En realidad:** Están en caída libre alrededor de la Tierra.

**Mito:** Una órbita geoestacionaria puede estar sobre cualquier ciudad.
**En realidad:** Debe estar sobre el ecuador.

## Tarjetas de estudio

**μ**

$GM = 3.986 \times 10^{14}\ m^3/s^2$.

**Velocidad circular**

$\sqrt{(\mu/r)}$.

**Período**

$2\pi\sqrt{(a^3/\mu)}$.

**Escape**

$\sqrt{(2\mu/r)}$.

**Kepler 3**

$T^2 \propto a^3$.

**GEO**

Radio de 42164 km.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. La velocidad circular es...**

$\sqrt{(\mu/r)}$

$\mu/r$

√(2μ/r)

μr

√(μ/r). Gravedad = centrípeta.

**2. La velocidad de escape es ... veces la circular.**

√2

2

1

½

√2. Energía.

**3. La tercera ley de Kepler relaciona...**

$T^2$ y $a^3$

T y a

v y r

e y a

$T^2$ y $a^3$. Ley armónica.

**4. El periodo GEO es...**

un día sidéreo

12 h

90 min

1 año

un día sidéreo. Coincide con la rotación.

Repetir este cuestionario

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NOAA explica que los satélites meteorológicos GOES orbitan a 22236 millas sobre el ecuador terrestre a una velocidad igual a la rotación de la Tierra, de modo que permanecen sobre las mismas regiones y ofrecen cobertura continua. Juntos, GOES East y GOES West vigilan más de la mitad del globo, desde la costa occidental de África hasta Nueva Zelanda.

El generador de imágenes de la serie GOES-R puede captar tormentas hasta cada 30 segundos, y la serie lleva el primer detector operativo de rayos en órbita geoestacionaria. La altitud de 22236 millas es exactamente el radio geoestacionario de esta unidad menos el radio terrestre.

En Saving Planets: Observación de la Tierra · Física I

Fuentes: NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 13.5 Kepler's laws of planetary motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): Sección de libro de texto gratuita.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): Capítulo gratuito de la NASA.
- PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits): Órbitas de forma interactiva.

☐ **Terminé esta unidad**

# Secciones cónicas, energía y elementos orbitales

Conservación de la energía y del momento angular, la ecuación de la órbita, elipses, parábolas e hipérbolas, excentricidad, la ecuación vis-viva, velocidades en periapsis y apoapsis, y los seis elementos orbitales clásicos.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Usar vis-viva para hallar velocidades.
- Relacionar la excentricidad con la periapsis y la apoapsis.
- Calcular la energía y el momento angular específicos.
- Nombrar e interpretar los seis elementos orbitales.

## Conceptos clave

- La energía específica ε = v²/2 − μ/r = −μ/(2a) es constante: negativa en elipses, nula en parábolas y positiva en hipérbolas.
- El momento angular específico h = r × v es constante, así que la órbita está en un plano fijo.
- La ecuación de la órbita r = (h²/μ)/(1 + e cos ν) da el radio en la anomalía verdadera ν. La excentricidad es e = (r_a − r_p)/(r_a + r_p) para una elipse.
- La ecuación vis-viva v² = μ(2/r − 1/a) da la velocidad en cualquier punto de cualquier órbita.
- Seis elementos clásicos fijan una órbita: semieje mayor a, excentricidad e, inclinación i, ascensión recta del nodo ascendente Ω, argumento de la periapsis ω y anomalía verdadera ν.

## Ecuaciones clave

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

`=(v^2)/(2)-(μ)/(r)=-(μ)/(2a)`

Energía específica

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

`v^2=μ(2r-1a)`

Vis-viva

$$r = \frac{h^2/\mu}{1 + e\cos\nu}$$

`r=(h^2/μ)/(1+eν)`

Ecuación de la órbita

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p}$$

`e=(r_a-r_p)/(r_a+r_p)`

Excentricidad

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 2.1** Una órbita tiene radio de perigeo de 6778 km y radio de apogeo de 42164 km. Halla a y e.

1. a = (6778 + 42,164)/2 = 24,471 km.
2. e = (42,164 − 6778)/(42,164 + 6778).

**Respuesta:** a = 24,471 km; e = 0.723.

**Ejemplo 2.2** Halla su energía específica.

1. ε = −3.986 × $10^{14}$/(2 × 2.4471 × $10^{7}$).

**Respuesta:** ε = −8.14 MJ/kg.

**Ejemplo 2.3** Halla las velocidades en el perigeo y el apogeo.

1. v_p = √(μ(2/r_p − 1/a)).
2. v_a = √(μ(2/r_a − 1/a)).

**Respuesta:** v_p = 10.07 km/s; v_a = 1.62 km/s.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla h en el perigeo.

   r_p v_p = 6.778 × $10^{6}$ × 10,066 = 6.82 × $10^{10}$ $m^2$/s.

2. ¿Cuánto vale e para un círculo?

0.

3. ¿Qué signo tiene ε en una trayectoria de escape?

   Cero o positivo.

4. Halla el periodo de la órbita anterior.

   $2\pi\sqrt{(a^3/\mu)} = 10.58$ h.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** El satélite se mueve con velocidad constante en una elipse.
**En realidad:** Más rápido en la periapsis, más lento en la apoapsis.

**Mito:** La inclinación se mide desde el polo norte.
**En realidad:** Desde el plano del ecuador.

**Mito:** La energía depende de la excentricidad.
**En realidad:** Solo de a.

## Tarjetas de estudio

**Energía**

$-\mu/(2a)$.

**Vis-viva**

$v^2 = \mu(2/r - 1/a)$.

**Momento angular**

$h = r \times v$.

**Ecuación de la órbita**

$r = (h^2/\mu)/(1 + e \cos \nu)$.

**Excentricidad**

$(r_a - r_p)/(r_a + r_p)$.

**Elementos**

$a, e, i, \Omega, \omega, \nu$.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Vis-viva da...**

la rapidez

el periodo

la inclinación

el nodo

la rapidez. $v^2 = \mu(2/r - 1/a)$.

**2. Una elipse tiene...**

$\varepsilon < 0$

$\varepsilon = 0$

$\varepsilon > 0$

$e > 1$

$\varepsilon < 0$. Órbita ligada.

**3. La velocidad es máxima en...**

la periapsis

la apoapsis

el nodo

todas partes

la periapsis. Momento angular.

**4. ¿Cuántos elementos clásicos hay?**

6

3

4

9

6. a, e, i, Ω, ω, ν.

Repetir este cuestionario

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA indica que la órbita de Landsat 9 es casi polar y heliosíncrona, a 705 km de altitud y 98.2° de inclinación, con un periodo de 99 minutos, unas 14.5 órbitas al día y un cruce nominal del ecuador a las 10:12 hora local en el paso descendente.

Esos pocos números son elementos orbitales: a a partir de la altitud, e cercana a cero, i = 98.2° y un nodo elegido para fijar la hora local de cruce. Esa geometría estable es la que permite a Landsat comparar imágenes a lo largo de más de cinco décadas de registro.

En Saving Planets: Observación de la Tierra · Cálculo III

Fuentes: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): Sección de libro de texto gratuita.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT sobre cónicas.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): Capítulo gratuito de la NASA.
- PhET: Kepler's Laws (https://phet.colorado.edu/en/simulations/keplers-laws): Elipses de forma interactiva.

☐ **Terminé esta unidad**

# Ecuación de Kepler y tiempo de vuelo

Movimiento medio, anomalías media, excéntrica y verdadera, la ecuación de Kepler M = E − e sin E, su resolución con el método de Newton, tiempo de vuelo entre dos puntos y posición en un instante dado.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Relacionar las anomalías media, excéntrica y verdadera.
- Resolver la ecuación de Kepler de forma iterativa.
- Hallar el tiempo de vuelo entre dos anomalías verdaderas.
- Predecir la posición de un satélite en un instante posterior.

## Conceptos clave

- El movimiento medio n = √(μ/a³) es la velocidad angular media. La anomalía media M = n(t − t_p) crece uniformemente con el tiempo.
- La ecuación de Kepler vincula tiempo y geometría: M = E − e sin E, donde E es la anomalía excéntrica.
- La anomalía verdadera se obtiene de tan(ν/2) = √((1 + e)/(1 − e)) tan(E/2).
- La ecuación de Kepler no tiene solución cerrada para E; el método de Newton, E ← E − (E − e sin E − M)/(1 − e cos E), converge en pocos pasos.
- Tiempo de vuelo de $\nu_1$ a $\nu_2$: halla $E_1$, $E_2$, luego $M_1$, $M_2$, y divide la diferencia entre n.

## Ecuaciones clave

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

`n=(μ)/(a^3)`

Movimiento medio

$$M = E - e \sin E$$

`M=E-e E`

Ecuación de Kepler

$$\tan\frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{E}{2}$$

`ν2=(1+e)/(1-e) E2`

Anomalía verdadera

$$t - t_p = \frac{M}{n}$$

`t-t_p= Mn`

Tiempo desde la periapsis

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 3.1** Para e = 0.3, halla M cuando E = π/2.

1. M = 1.5708 − 0.3 × 1.

**Respuesta:** M = 1.271 rad.

**Ejemplo 3.2** Para e = 0.3 y M = 1 rad, resuelve la ecuación de Kepler.

1. Empieza con E = 1; aplica el método de Newton hasta que se estabilice.

**Respuesta:** E = 1.288 rad.

**Ejemplo 3.3** Halla la anomalía verdadera para ese E.

1. tan(ν/2) = √(1.3/0.7) × tan(0.644).

**Respuesta:** ν = 1.594 rad (91.3°).

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Cuánto dura una transferencia LEO–GEO (la mitad de una órbita de 10.58 h)?

   5.29 h.

2. En un círculo, ¿cómo se relacionan M, E y ν?

   Son iguales.

3. ¿Por qué no podemos despejar E directamente?

La ecuación de Kepler es trascendente.

4. ¿Cuál es el movimiento medio de una órbita de 92.6 min en vueltas por día?

   1440/92.56 = 15.56.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** La anomalía verdadera crece uniformemente con el tiempo.
**En realidad:** Lo hace la anomalía media.

**Mito:** La ecuación de Kepler se aplica sin cambios a las hipérbolas.
**En realidad:** Las hipérbolas usan una forma hiperbólica.

**Mito:** El método de Newton necesita muchas iteraciones.
**En realidad:** Normalmente 3–5.

## Tarjetas de estudio

**Movimiento medio**

$n = \sqrt{(\mu/a^3)}$.

**Anomalía media**

$M = n(t - t_p)$.

**Ecuación de Kepler**

$M = E - e \sin E$.

**Anomalía verdadera**

A partir de $\tan(\nu/2)$.

**Paso de Newton**

$E - f/f'$.

**Tiempo de vuelo**

$\Delta M/n$.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. La ecuación de Kepler es...**

$M = E - e \sin E$

$M = E + e$

$E = \nu$

n = M/E

M = E − e sin E. Definición.

**2. El movimiento medio es...**

$\sqrt{(\mu/a^3)}$

μ/a

$\sqrt{(\mu a)}$

a/μ

$\sqrt{(\mu/a^3)}$. 2π/T.

**3. ¿Qué anomalía crece uniformemente?**

media

verdadera

excéntrica

ninguna

media. M = nt.

**4. La ecuación de Kepler se resuelve...**

iterativamente

directamente

solo gráficamente

nunca

iterativamente. Método de Newton.

**Repetir este cuestionario**

### Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA informa que antes del impacto de DART la pequeña luna Dimorphos tardaba 11 horas y 55 minutos en orbitar su asteroide principal Didymos, y que tras el impacto del 26 de septiembre de 2022 el periodo pasó a 11 horas y 23 minutos, un cambio de 32 minutos (incertidumbre de unos ±2 minutos).

Los astrónomos midieron ese cambio cronometrando la órbita de la pequeña luna desde telescopios en la Tierra: las leyes de Kepler convierten un pequeño desfase temporal en prueba de que la órbita había cambiado.

En Saving Planets: Cálculo II · Observación de la Tierra

Fuentes: NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT sobre la ecuación de Kepler.
- OpenStax UP1, 13.5 Kepler's laws of planetary motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): Sección de libro de texto gratuita.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): Capítulo gratuito de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): Apuntes del MIT sobre dinámica.

☐ **Terminé esta unidad**

# Transferencias orbitales: Hohmann y más allá

Maniobras impulsivas y Δv, la transferencia de Hohmann entre órbitas circulares, tiempo de transferencia, transferencias biélípticas, faseo y encuentro, y elevación y descenso de órbitas.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el Δv de una transferencia de Hohmann.
- Hallar el tiempo de transferencia.
- Explicar cuándo las transferencias biélípticas ahorran Δv.
- Planificar una maniobra de faseo sencilla.

## Conceptos clave

- Un encendido impulsivo cambia la velocidad instantáneamente en Δv; la órbita tras el encendido se obtiene con vis-viva.
- La transferencia de Hohmann usa una elipse tangente a ambos círculos: encendido en la órbita interior para entrar en la elipse y nuevo encendido en la apoapsis para circularizar.
- El tiempo de transferencia es la mitad del periodo de la elipse de transferencia.
- Para relaciones de radios muy grandes (por encima de unas 11.9), una transferencia biélíptica de tres encendidos puede usar menos Δv, a costa de mucho más tiempo.
- Faseo: para alcanzar un objetivo en la misma órbita, entra en una órbita algo menor o mayor durante una o más revoluciones y luego vuelve.

## Ecuaciones clave

$$\Delta v_1 = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a}\right)} - \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}$$

```
Δ v_1=μ(2r_1-1a)-μr_1
```

Primer encendido

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} - \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_2} - \frac{1}{a}\right)}$$

```
Δ v_2=μr_2-μ(2r_2-1a)
```

Segundo encendido

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

`a=(r_1+r_2)/(2)`

Elipse de transferencia

$$t = \pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

`t=π(a^3)/(μ)`

Tiempo de transferencia

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 4.1** Halla el Δv de una transferencia de Hohmann desde una órbita circular de 400 km hasta GEO (en el mismo plano).

1. $\Delta v_1$ = 10.066 − 7.669 = 2.398 km/s.
2. $\Delta v_2$ = 3.075 − 1.618 = 1.456 km/s.

**Respuesta:** Δv total = 3.85 km/s.

**Ejemplo 4.2** Hallar el tiempo de transferencia.

1. t = π√(24,471,000³/μ).

**Respuesta:** t = 5.29 h.

**Ejemplo 4.3** Un encendido de reentrada a 700 km baja el perigeo a 200 km. Halla Δv.

1. v_c = √(μ/7078 km).
2. v_a en la elipse de 7078 × 6578 km con vis-viva.

**Respuesta:** Δv = 139 m/s.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Qué encendido es mayor en la Hohmann de LEO a GEO?

   El primero, 2.40 km/s.

2. ¿Por encima de qué relación de radios puede ganar la biélíptica?

   Unas 11.9.

3. Para alcanzar un objetivo que va delante en la misma órbita, ¿subir o bajar?

   Bajar (periodo más corto).

4. ¿En qué sentido se enciende para bajar una órbita?

   Retrógrado.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Para acelerar en órbita, enciende hacia delante y te quedarás más rápido.
**En realidad:** Elevar la órbita te hace más lento en conjunto.

**Mito:** La Hohmann siempre es la más barata.
**En realidad:** No para relaciones muy grandes.

**Mito:** El tiempo de transferencia es un periodo completo.
**En realidad:** Medio periodo.

## Tarjetas de estudio

**Δv**

Cambio de velocidad.

**Hohmann**

Dos encendidos tangentes.

**a de la transferencia**

$(r_1 + r_2)/2$.

**Tiempo de transferencia**

$\pi\sqrt{(a^3/\mu)}$.

**Biélíptica**

Tres encendidos, relaciones grandes.

**Faseo**

Bajar para alcanzar.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. La Hohmann usa … encendidos.**

2

1

3

4

2. Encendidos tangentes.

**2. El tiempo de transferencia es...**

la mitad del periodo de transferencia

un periodo completo

cero

un día

la mitad del periodo de transferencia. De la periapsis a la apoapsis.

**3. Para alcanzar un objetivo que va delante, hay que ir...**

menor

mayor

polar

en ningún sitio

menor. Periodo más corto.

**4. El a de la elipse de transferencia es...**

$(r_1 + r_2)/2$

$r_1 r_2$

$r_2 - r_1$

$\sqrt{(r_1 r_2)}$

$(r_1 + r_2)/2$. Elipse tangente.

**Repetir este cuestionario**

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La FCC adoptó en septiembre de 2022 una norma que obliga a los operadores de satélites en órbita baja a retirar sus satélites en un plazo de 5 años tras terminar sus misiones (Report and Order FCC-22-74).

Un encendido de reentrada es solo media maniobra de tipo Hohmann: bajar el perigeo hasta la alta atmósfera para que la resistencia termine el trabajo. Desde 700 km, bajar el perigeo a 200 km requiere solo unos 139 m/s en el ejemplo de esta unidad.

En Saving Planets: Dinámica · Soluciones

Fuentes: FCC: FCC Adopts New '5-Year Rule' for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT sobre transferencias.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guía gratuita de la NASA.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): Sección de libro de texto gratuita.
- NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): Trayectorias reales.

☐ **Terminé esta unidad**

# Cambios de plano y maniobras combinadas

Cambios de inclinación y de nodo, el Δv de un cambio de plano simple, por qué los cambios de plano son caros en órbita baja, cómo combinar un cambio de plano con un encendido de Hohmann, y la latitud del lugar de lanzamiento.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el Δv de un cambio de plano simple.
- Combinar un cambio de plano con un encendido de circularización.
- Explicar por qué los cambios de plano se hacen a gran altitud.
- Relacionar la latitud de lanzamiento con la inclinación mínima.

## Conceptos clave

- Girar el plano de la órbita Δi a velocidad v cuesta Δv = 2v sin(Δi/2), sin cambiar la rapidez.
- Como el coste escala con la velocidad, los cambios de plano son más baratos donde la nave es más lenta: en la apoapsis o en órbitas altas.
- Combinar un cambio de plano con un cambio de velocidad en un solo encendido usa la ley de los cosenos: Δv = √($v_1^2$ + $v_2^2$ − 2$v_1v_2$ cos Δi), que es más barato que hacerlos por separado.
- Un lanzamiento directo alcanza una inclinación no menor que la latitud del lugar de lanzamiento, así que los satélites GEO lanzados desde latitudes medias deben eliminar inclinación más tarde.
- Los cambios de nodo y los cambios combinados de inclinación y nodo usan la misma idea del triángulo de velocidades con trigonometría esférica.

## Ecuaciones clave

$$\Delta v = 2v \sin \frac{\Delta i}{2}$$

```
Δ v=2v(Δ i)/(2)
```

Cambio de plano simple

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \Delta i}$$

```
Δ v=_1^2+v_2^2-2v_1v_2Δ i
```

Maniobra combinada

$$i_{min} = \phi_{launch}$$

```
i_min=_launch
```

Inclinación directa mínima

$$\cos i = \cos \phi \sin \beta$$

Azimut de lanzamiento β

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 5.1** Halla el Δv para eliminar 28.5° de inclinación en GEO (v = 3.075 km/s).

1. Δv = 2 × 3.075 × sin 14.25°.

**Respuesta:** Δv = 1.51 km/s.

**Ejemplo 5.2** Combina ese cambio de plano con el encendido de circularización en GEO (v_a = 1.618 km/s).

1. Δv = √(1.618² + 3.075² − 2 × 1.618 × 3.075 × cos 28.5°).

**Respuesta:** Δv = 1.82 km/s, un ahorro de 1.15 km/s frente a encendidos separados (1.51 + 1.46).

**Ejemplo 5.3** Halla el coste de un cambio de plano de 10° en una órbita de 400 km.

1. Δv = 2 × 7.669 × sin 5°.

**Respuesta:** Δv = 1.34 km/s.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Δv total de LEO a GEO con el encendido final combinado?

   2.40 + 1.82 = 4.22 km/s.

2. ¿Dónde es más barato cambiar de plano en una elipse?

   En la apoapsis.

3. ¿Cuántas veces v cuesta un cambio de plano de 60°?

   2 sin 30° = 1 × v.

4. ¿Puede un lanzamiento directo desde 28.5° de latitud alcanzar 0° de inclinación?

   No.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Los cambios de plano son baratos.

**En realidad:** En LEO, 10° cuestan 1.34 km/s.

**Mito:** Los encendidos separados son tan buenos como el combinado.

**En realidad:** Los encendidos combinados ahorran Δv.

**Mito:** Cualquier lugar de lanzamiento puede alcanzar directamente cualquier inclinación.

**En realidad:** No por debajo de su latitud.

## Tarjetas de estudio

**Cambio de plano**

$2v \sin(\Delta i/2)$.

**Combinada**

Ley de los cosenos.

**Dónde**

A baja velocidad.

**Latitud de lanzamiento**

Inclinación mínima.

**Cambio de nodo**

Trigonometría esférica.

**GEO**

Eliminar la inclinación en el apogeo.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Un cambio de plano simple cuesta...**

$2v \sin(\Delta i/2)$

$v\Delta i^2$

$v \cos \Delta i$

0

2v sin(Δi/2). Triángulo de velocidades.

**2. El mejor lugar para un cambio de plano...**

la apoapsis

la periapsis

solo el nodo

cualquier lugar

la apoapsis. Menor velocidad.

**3. Los encendidos combinados son...**

más baratos

más caros

igual

imposible

más baratos. Ley de los cosenos.

**4. La inclinación directa mínima es igual a...**

la latitud de lanzamiento

0

90°

la longitud

la latitud de lanzamiento. Geometría.

**Repetir este cuestionario**

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La página de Landsat 9 de la NASA indica que el satélite se lanzó a la órbita de Landsat 7 para mantener, junto con Landsat 8, una cobertura repetida cada 8 días, y que la nave lleva combustible suficiente para operar al menos 10 años frente a una vida de diseño de 5 años.

Colocar un satélite exactamente en el plano orbital de otro, y mantenerlo allí, es trabajo de cambio de plano y faseo. El combustible ahorrado con una buena planificación de maniobras se traduce en años extra de datos gratuitos de la Tierra.

En Saving Planets: Observación de la Tierra · Álgebra lineal

Fuentes: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT sobre cambios de plano.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guía gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): Dinámica del MIT.
- OpenStax UP1, 13.4 Satellite orbits and energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-4-satellite-orbits-and-energy): Sección de libro de texto gratuita.

☐ **Terminé esta unidad**

# Cohetes, presupuestos de Δv y etapas

La ecuación del cohete de Tsiolkovski, impulso específico y velocidad de escape de gases, relación de masas y fracción de propulsante, empuje, etapas, pérdidas por gravedad y resistencia en el ascenso, y la elaboración de un presupuesto de Δv de la misión.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Aplicar la ecuación del cohete.
- Relacionar impulso específico, velocidad de los gases y empuje.
- Mostrar por qué ayudan las etapas.
- Elaborar un presupuesto de Δv sencillo.

## Conceptos clave

- La ecuación del cohete: Δv = I_sp $g_0$ ln($m_0$/m_f), donde $m_0$/m_f es la relación de masas. Velocidad de los gases v_e = I_sp $g_0$.
- Empuje F = $\dot{m}$ v_e = $\dot{m}$ I_sp $g_0$.
- Como Δv solo crece con el logaritmo de la relación de masas, un vehículo de una sola etapa a órbita necesita que casi toda su masa sea propulsante. Las etapas desechan tanques vacíos y motores, de modo que las etapas posteriores empujan menos masa muerta.
- Alcanzar la órbita baja requiere en la práctica unos 9.3–10 km/s de Δv (un rango de libro): unos 7.7–7.8 km/s de velocidad orbital más las pérdidas por gravedad y resistencia, menos el impulso de la rotación terrestre en lanzamientos hacia el este.
- Un presupuesto de Δv de misión suma cada maniobra: lanzamiento, transferencias, cambios de plano, mantenimiento de posición y retirada, más un margen.

## Ecuaciones clave

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \frac{m_0}{m_f}$$

```
Δ v=I_spg_0(m_0)/(m_f)
```

Ecuación del cohete

$$v_e = I_{sp} g_0$$

```
v_e=I_spg_0
```

Velocidad de los gases

$$F = \dot{m}\, I_{sp} g_0$$

`F= m I_spg_0`

Empuje

$$\frac{m_0}{m_f} = e^{\Delta v/(I_{sp}g_0)}$$

`(m_0)/(m_f)=e^Δ v/(I_spg_0)`

Relación de masa necesaria

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 6.1** Una etapa con I_sp = 300 s tiene una relación de masas de 4. Halla Δv.

1. Δv = 300 × 9.80665 × ln 4.

**Respuesta:** Δv = 4.08 km/s.

**Ejemplo 6.2** ¿Qué relación de masas da 9.4 km/s con I_sp = 350 s en una sola etapa?

1. $m_0/m_f = \exp(9400/(350 \times 9.80665))$.

**Respuesta:** 15.5, así que el 93.5% de la masa al despegue es propulsante.

**Ejemplo 6.3** Dos etapas, cada una con I_sp = 300 s y relación de masas 3. ¿Δv total?

1. Δv = 2 × 300 × 9.80665 × ln 3.

**Respuesta:** Δv = 6.46 km/s.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla el empuje para $\dot{m}$ = 100 kg/s con I_sp = 300 s.

   294 kN.

2. Halla v_e para I_sp = 450 s.

   4.41 km/s.

3. Duplica la relación de masas de 4 a 8. ¿Δv?

Sube 300 × 9.807 × ln 2 = 2.04 km/s; no se duplica.

4. ¿Por qué ayudan las etapas?

   Las etapas posteriores no llevan tanques vacíos.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Duplicar el propulsante duplica el Δv.

**En realidad:** Δv crece con el logaritmo de la relación de masas.

**Mito:** I_sp se mide en m/s.

**En realidad:** En segundos; $v_e = I_{sp} g_0$.

**Mito:** La órbita solo requiere 7.7 km/s.

**En realidad:** Las pérdidas suman 1.5–2 km/s.

## Tarjetas de estudio

**Ecuación del cohete**

$\Delta v = v_e \ln(m_0/m_f)$.

**I_sp**

Segundos; $v_e/g_0$.

**Empuje**

$\dot{m}\, v_e$.

**Relación de masa**

$m_0/m_f$.

**Etapas**

Desechar masa vacía.

**Presupuesto de Δv**

Suma de todas las maniobras + margen.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Δv = ...**

$I_{sp}\, g_0 \ln(m_0/m_f)$

$I_{sp}\, m_0$

$g_0\, m_f$

$m_0/m_f$

I_sp $g_0$ ln($m_0/m_f$). Tsiolkovski.

**2. Empuje = ...**

$\dot{m}$ I_sp $g_0$

m $g_0$

I_sp/$\dot{m}$

Δv/t

$\dot{m}$ I_sp $g_0$. Flujo de cantidad de movimiento.

**3. Las etapas ayudan al...**

desechar masa muerta

añadir combustible

aumentar $g_0$

nada

desechar masa muerta. Relación de masas.

**4. El Δv a órbita baja es de unos...**

9.4 km/s

3 km/s

20 km/s

1 km/s

9.4 km/s. Con pérdidas.

**Repetir este cuestionario**

### Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA informa que DART se lanzó el 24 de noviembre de 2021 (EST) en un SpaceX Falcon 9 desde la Base de la Fuerza Espacial Vandenberg, en California, e impactó el 26 de septiembre de 2022 contra Dimorphos, una pequeña luna de solo 160 metros que orbita el asteroide Didymos, de 780 metros.

La NASA señala que la colisión se produjo a unos 22530 km/h. Llevar una nave hasta allí a esa velocidad y por la trayectoria correcta empezó con el presupuesto de Δv de esta unidad.

En Saving Planets: Termodinámica · Introducción a la ingeniería aeroespacial

Fuentes: NASA Science: Double Asteroid Redirection Test (DART) (https://science.nasa.gov/mission/dart/) · NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 9.7 Rocket propulsion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-7-rocket-propulsion): Sección de libro de texto gratuita.
- NASA Glenn: Rocket thrust (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktpow.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guía gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

# Perturbaciones: abultamiento terrestre, resistencia y órbitas heliosíncronas

Por qué derivan las órbitas reales, el achatamiento de la Tierra y $J_2$, la regresión del nodo y la rotación de la periapsis, órbitas heliosíncronas, órbitas congeladas y de inclinación crítica, la resistencia atmosférica y el decaimiento orbital, y los efectos de terceros cuerpos y de la presión solar.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular la regresión nodal por $J_2$.
- Hallar la inclinación de una órbita heliosíncrona.
- Explicar el decaimiento orbital por resistencia.
- Nombrar otras perturbaciones.

## Conceptos clave

- La Tierra está abultada en el ecuador. Su término $J_2$ ($1.0826 \times 10^{-3}$) hace que el plano de la órbita precese: $d\Omega/dt = -1.5\, n\, J_2\, (R/p)^2 \cos i$, con $p = a(1 - e^2)$.
- Las órbitas progradas ($i < 90°$) retroceden hacia el oeste; las retrógradas ($i > 90°$) avanzan hacia el este.
- Una órbita heliosíncrona elige i para que el plano avance 360° al año, unos 0.9856° al día, manteniendo la misma hora solar local en cada paso.
- En órbita baja, la resistencia atmosférica quita energía lentamente y baja la órbita hasta que la nave reentra. La resistencia crece bruscamente cuando la actividad solar calienta la alta atmósfera.
- Otras perturbaciones: la gravedad de la Luna y el Sol (importante en GEO), la presión de radiación solar y los armónicos superiores del campo gravitatorio.

## Ecuaciones clave

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} n J_2 \left(\frac{R}{p}\right)^2 \cos i$$

=-32nJ_2( Rp)^2 i

Regresión nodal

$$\dot{\Omega}_{SS} = \frac{360^\circ}{365.2422\ \mathrm{d}}$$

_SS=360°365.2422\ d

Tasa heliosíncrona

$$\cos i = -\frac{\dot{\Omega}_{SS}}{1.5 n J_2 (R/p)^2}$$

`i=-_SS1.5nJ_2(R/p)^2`

Inclinación heliosíncrona

$$n = \sqrt{\mu / a^3}$$

`n=μ/a^3`

Movimiento medio

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 7.1** Halla la inclinación de una órbita circular heliosíncrona a 705 km.

1. r = 7083 km; n = √(μ/r³).
2. Tasa requerida 0.9856°/día = 1.991 × 10⁻⁷ rad/s.
3. cos i = −rate/(1.5nJ₂(R/r)²).

**Respuesta:** i = 98.2°, exactamente la inclinación de Landsat 9.

**Ejemplo 7.2** Comprueba la tasa nodal de Landsat 9 (705 km, 98.2°).

1. dΩ/dt = −1.5nJ₂(R/r)² cos 98.2°.

**Respuesta:** +0.985° al día, coincidiendo con los 0.9856° al día que se mueve el Sol.

**Ejemplo 7.3** Halla la regresión nodal de una órbita de 400 km a 51.6°.

1. Misma fórmula con r = 6778 km y cos 51.6°.

**Respuesta:** −5.00° al día (hacia el oeste).

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Una órbita heliosíncrona es prograda o retrógrada?

   Ligeramente retrógrada (i > 90°).

2. ¿Qué hace $J_2$ a una órbita polar (i = 90°)?

   Nada al nodo: cos 90° = 0.

3. ¿Por qué los satélites bajos necesitan reimpulsos?

   La resistencia los hace bajar.

4. ¿Qué perturbación importa más para la inclinación en GEO?

   La gravedad de la Luna y el Sol.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Los planos orbitales están fijos en el espacio.
**En realidad:** $J_2$ los hace preceder.

**Mito:** Heliosíncrona significa que el satélite ve el Sol todo el tiempo.
**En realidad:** Significa la misma hora solar local en cada paso.

**Mito:** La resistencia solo importa por debajo de 100 km.
**En realidad:** Moldea órbitas hasta varios cientos de km.

## Tarjetas de estudio

**$J_2$**

$1.0826 \times 10^{-3}$.

**Tasa nodal**

$-1.5nJ_2(R/p)^2 \cos i$.

**Heliosíncrona**

+0.9856°/día.

**Nodo retrógrado**

Avanza hacia el este.

**Resistencia**

Decaimiento y reentrada.

**Perturbación en GEO**

Sol y Luna.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. $J_2$ provoca...**

la precesión nodal

el escape

más masa

nada

la precesión nodal. Achatamiento.

**2. La tasa nodal heliosíncrona es...**

0.9856°/día

0

360°/día

1°/hora

0.9856°/día. Un ciclo al año.

**3. Las inclinaciones heliosíncronas son...**

algo mayores de 90°

cercanas a 0°

45°

28.5°

algo mayores de 90°. cos i < 0.

**4. La resistencia hace que las órbitas LEO...**

decaigan

crezcan

se mantengan

se inclinen

decaigan. Pérdida de energía.

**Repetir este cuestionario**

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA indica que Landsat 9 está en una órbita casi polar y heliosíncrona a 705 km y 98.2° de inclinación, y cruza el ecuador hacia las 10:12 hora local. Juntos, Landsat 9 y Landsat 8 fotografían el mismo lugar cada 8 días, lo que permite alertas de deforestación casi semanales, el seguimiento de la calidad del agua e informes de cultivos.

La NASA señala que los datos públicos y gratuitos de Landsat aportaron unos 25.6 mil millones de dólares a la economía de EE. UU. en 2023. La luz matinal constante que hace comparables esas imágenes procede directamente de $J_2$ y de la condición heliosíncrona de esta unidad.

En Saving Planets: Observación de la Tierra · Océanos

Fuentes: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT sobre perturbaciones.
- NASA Basics of Space Flight, Chapter 5: Planetary orbits (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter5-1/): Capítulo gratuito de la NASA.
- NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/): Datos de la órbita de Landsat 9.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): Dinámica del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

# Trazas terrestres, cobertura y constelaciones

Trazas terrestres y su desplazamiento al oeste en cada órbita, órbitas de traza repetida, ancho de barrido y tiempo de revisita, cobertura desde GEO, y diseño de constelaciones para revisita y cobertura.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el desplazamiento de la traza terrestre por órbita.
- Hallar las órbitas por ciclo de repetición.
- Relacionar el ancho de barrido con la revisita.
- Explicar por qué dos satélites reducen a la mitad el tiempo de revisita.

## Conceptos clave

- Como la Tierra gira bajo la órbita, cada traza terrestre se desplaza al oeste Δλ = 360° × T/T_sidereal por órbita.
- Una órbita de traza repetida da un número entero de órbitas en un número entero de días, así que el patrón se repite exactamente.
- Un sensor con ancho de barrido w cubre el ecuador en unos (circunferencia)/w pasos, lo que fija el ciclo de repetición mínimo.
- Añadir satélites en la misma órbita, espaciados uniformemente, divide el tiempo de revisita.
- Un solo satélite GEO ve alrededor del 40% de la superficie terrestre (un valor de libro), pero con baja resolución cerca de los bordes; unos pocos repartidos a lo largo del ecuador cubren todas las longitudes salvo las regiones polares.

## Ecuaciones clave

$$\Delta\lambda = 360^\circ \frac{T}{T_{sid}}$$

`Δ=360°_sid`

Desplazamiento de la traza terrestre

$$kT = jT_{day}$$

`kT=jT_day`

Condición de repetición

$$N_{pass} \approx \frac{2\pi R}{w}$$

Pasos para cubrir el ecuador

$$t_{revisit} = \frac{t_{repeat}}{N_{sat}}$$

`t_revisit=_repeatN_sat`

Revisita de una constelación

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 8.1** Halla el desplazamiento de la traza por órbita para una órbita de 98.87 min.

1. Δλ = 360 × 98.87 × 60/86,164.1.

**Respuesta:** Δλ = 24.8°, unos 2760 km en el ecuador.

**Ejemplo 8.2** ¿Cuántas órbitas da ese satélite en 16 días?

1. 16 × 14.564.

**Respuesta:** Unas 233 órbitas, así que encaja un ciclo de repetición de 16 días.

**Ejemplo 8.3** Dos satélites idénticos comparten una órbita de repetición de 16 días, espaciados uniformemente. ¿Revisita?

1. 16/2.

**Respuesta:** 8 días, como indica la NASA para Landsat 8 y 9.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Cuántos barridos de 185 km abarcan el ecuador (40075 km)?

   40075/185 = 216.6, así que unos 217.

2. ¿Por qué las trazas terrestres se desplazan al oeste?

   La Tierra gira hacia el este bajo la órbita.

3. ¿Cómo es la traza terrestre de un satélite GEO?

Un punto (o un pequeño ocho si está inclinado).

4. ¿Cómo cambiarían tres satélites la revisita de 16 días?

   Unos 5.33 días.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Las trazas terrestres se repiten en cada órbita.

**En realidad:** Solo tras un ciclo de repetición completo.

**Mito:** Más altitud siempre significa mejor cobertura.

**En realidad:** La resolución baja con la altitud.

**Mito:** GEO ve toda la Tierra.

**En realidad:** Alrededor del 40%, mal cerca de los polos.

## Tarjetas de estudio

**Desplazamiento de traza**

360°T/T_sid.

**Órbita de repetición**

kT = jT_day.

**Barrido**

Ancho captado.

**Revisita**

Repetición/N_sat.

**Vista desde GEO**

≈ 40% de la Tierra.

**Constelación**

Satélites espaciados.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Las trazas terrestres se desplazan...**

oeste

este

norte

nada

oeste. La Tierra gira hacia el este.

**2. El desplazamiento por órbita es...**

360°T/T_sid

T/360

0

15°

360°T/T_sid. Rotación terrestre.

**3. Dos satélites espaciados uniformemente...**

reducen la revisita a la mitad

duplican la revisita

ningún cambio

la cuadruplican

reducen la revisita a la mitad. Espaciado.

**4. Una órbita de repetición tiene...**

órbitas enteras en días enteros

e = 1

i = 0

solo T = 1 día

órbitas enteras en días enteros. Definición.

**Repetir este cuestionario**

### Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA informa que Landsat 9 tiene un ciclo de repetición de 16 días con un barrido de 185 km, capta unas 740 escenas al día (casi el doble de las 400 exigidas) y, junto con Landsat 8, observa el mismo lugar cada 8 días.

La NOAA señala que GOES East y GOES West cubren juntos más de la mitad del globo desde la órbita geoestacionaria. Las órbitas polares bajas dan mapas nítidos y repetidos; GEO da vigilancia constante. Una buena observación de la Tierra usa ambas.

En Saving Planets: Observación de la Tierra · Océanos

Fuentes: NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/) · NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/): Datos de cobertura de Landsat 9.
- NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html): Datos de la NOAA sobre GOES-R.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guía gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

# Transferencias interplanetarias y cónicas empalmadas

Transferencias de Hohmann heliocéntricas, tiempo de transferencia a Marte, v∞ y $C_3$ de salida, el método de las cónicas empalmadas, esferas de influencia, salida desde una órbita de aparcamiento, periodos sinódicos y ventanas de lanzamiento, y asistencias gravitatorias.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular una transferencia de Hohmann Tierra–Marte.
- Hallar v∞ y $C_3$.
- Hallar el Δv para salir de la órbita terrestre baja.
- Calcular periodos sinódicos y explicar las ventanas de lanzamiento.

## Conceptos clave

- Lejos de los planetas, una nave sigue una cónica heliocéntrica con μ_Sun = 1.327 × $10^{20}$ $m^3/s^2$. Una transferencia de Hohmann Tierra–Marte es una elipse de 1 UA a 1.524 UA.
- Cónicas empalmadas: cerca de cada planeta se usa una hipérbola relativa al planeta; lejos, la elipse heliocéntrica; las velocidades se igualan en la esfera de influencia.
- La velocidad hiperbólica de exceso de salida v∞ es la velocidad heliocéntrica necesaria menos la velocidad orbital de la Tierra. $C_3 = v_\infty^2$ es la energía de lanzamiento.
- Desde una órbita de aparcamiento circular, el encendido de salida es Δv = √(v∞² + 2μ/r) − √(μ/r), aprovechando el efecto Oberth de encender en lo profundo del pozo gravitatorio.
- Las ventanas de lanzamiento se repiten cada periodo sinódico, $1/(1/T_1 - 1/T_2)$: unos 2.1 años para Marte. Las asistencias gravitatorias cambian gratis la velocidad heliocéntrica de una nave al pasar junto a un planeta.

## Ecuaciones clave

$$t = \pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu_\odot}}$$

`t=π(a^3)/(μ_)`

Tiempo de transferencia

$$v_\infty = \sqrt{\mu_\odot\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a}\right)} - \sqrt{\frac{\mu_\odot}{r_1}}$$

`v_∞=μ_(2r_1-1a)-(μ_)/(r_1)`

Velocidad de exceso de salida

$$\Delta v = \sqrt{v_\infty^2 + \frac{2\mu}{r}} - \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

`Δ v=_∞^2+(2μ)/(r)-μ r`

Encendido de salida

$$S = \frac{1}{1/T_1 - 1/T_2}$$

`S=(1)/(1/T_1-1/T_2)`

Periodo sinódico

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 9.1** Halla el tiempo de la transferencia de Hohmann Tierra–Marte.

1. a = (1 + 1.524)/2 AU = 1.888 × $10^{11}$ m.
2. t = π√(a³/μ_Sun).

**Respuesta:** t = 259 días.

**Ejemplo 9.2** Halla v∞ y $C_3$ a la salida.

1. Velocidad de la Tierra √(μ_Sun/1 AU) = 29.78 km/s.
2. Velocidad en el perihelio de la transferencia con vis-viva.

**Respuesta:** v∞ = 2.95 km/s; $C_3$ = 8.68 km²/s².

**Ejemplo 9.3** Halla el encendido de salida desde una órbita de aparcamiento de 400 km.

1. Δv = √(2946² + 2μ/6.778 × $10^6$) − 7669.

**Respuesta:** Δv = 3.57 km/s.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla el periodo orbital de Marte con la tercera ley de Kepler.

1.524^1.5 = 1.88 años.

2. Halla el periodo sinódico Tierra–Marte.

   1/(1 − 1/1.881) = 2.13 años.

3. ¿Por qué encender en lo profundo de un pozo gravitatorio?

   El efecto Oberth: más energía cinética por Δv.

4. ¿Una asistencia gravitatoria cambia la velocidad respecto al planeta?

   No, solo respecto al Sol.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** Se puede ir a Marte barato en cualquier momento.
**En realidad:** Solo en ventanas cada 2.1 años.

**Mito:** v∞ es igual al Δv del encendido.
**En realidad:** El encendido desde LEO es mayor.

**Mito:** Las asistencias gravitatorias violan la conservación de la energía.
**En realidad:** El planeta pierde una cantidad ínfima.

## Tarjetas de estudio

**Heliocéntrica**

$\mu_{Sun} = 1.327 \times 10^{20}$.

**Cónicas empalmadas**

Hipérbola + elipse.

**$v_\infty$**

Velocidad de exceso.

**$C_3$**

$v_\infty^2$.

**Periodo sinódico**

$1/(1/T_1 - 1/T_2)$.

**Asistencia gravitatoria**

Δv heliocéntrico gratis.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. Una Hohmann Tierra–Marte tarda unos…**

259 días

30 días

3 años

1 día

259 días. La mitad del periodo de la elipse.

**2. $C_3$ es...**

$v_\infty^2$

$v_\infty$

$\Delta v^2$

$\mu/r$

$v_\infty^2$. Energía de lanzamiento.

**3. Las ventanas a Marte se repiten cada...**

2.1 años

1 año

6 meses

10 años

2.1 años. Periodo sinódico.

**4. Las cónicas empalmadas cambian de sistema de referencia en...**

la esfera de influencia

la apoapsis

la Luna

al azar

la esfera de influencia. Definición.

**Repetir este cuestionario**

## Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA describe DART como la primera misión dedicada a demostrar la desviación de un asteroide cambiando su movimiento mediante impacto cinético. Antes del encuentro, la NASA definió el éxito como un cambio en el periodo orbital de Dimorphos de 73 segundos o más; el cambio medido de 32 minutos lo superó en más de 25 veces.

La NASA señala que ni Dimorphos ni Didymos suponían peligro para la Tierra antes ni después de la prueba. La defensa planetaria depende justo de las herramientas de trayectorias interplanetarias de esta unidad.

En Saving Planets: Física I · Soluciones

Fuentes: NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

## Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guía gratuita de la NASA sobre trayectorias interplanetarias.
- NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): Trayectorias interplanetarias reales.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT.
- PhET: My Solar System (https://phet.colorado.edu/en/simulations/my-solar-system): Órbitas de varios cuerpos.

**Terminé esta unidad**

UNIDAD 10 · SEMANAS 14–15

# Sostenibilidad espacial: basura, retirada y defensa planetaria

El entorno de basura orbital, velocidades y energías de colisión, la cascada de Kessler, retirada al final de la vida útil y Δv de reentrada, órbitas cementerio para GEO, cribado de conjunciones y evitación de colisiones, y defensa planetaria por impacto cinético.

## Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular la energía de un impacto de basura.
- Dimensionar un encendido de reentrada.
- Explicar la cascada de Kessler.
- Cuantificar el resultado de DART.

## Conceptos clave

- La órbita terrestre baja alberga millones de piezas de basura: satélites muertos, partes de cohetes, fragmentos y escamas de pintura. A velocidades orbitales, incluso piezas diminutas llevan una energía enorme.
- La energía cinética ½mv² crece con el cuadrado de la velocidad: un fragmento de 1 g a 10 km/s (una velocidad relativa de ejemplo) lleva 50 kJ.
- Las colisiones generan más fragmentos, que causan más colisiones: la cascada de Kessler. Limitar la basura nueva es mucho más barato que retirarla.
- Retirada: los satélites LEO bajan su perigeo para que la resistencia los haga caer; los satélites GEO se elevan a una órbita cementerio unos cientos de kilómetros más arriba.
- Los operadores vigilan los acercamientos (conjunciones) y hacen pequeños encendidos de evitación cuando la probabilidad de colisión es demasiado alta.

## Ecuaciones clave

$$E_k = \tfrac{1}{2} m v^2$$

`E_k=12mv^2`

Energía de impacto

$$\Delta v_{deorbit} = v_c - v_a$$

`Δ v_deorbit=v_c-v_a`

Encendido para bajar el perigeo

$$\frac{\Delta T}{T}$$

Cambio relativo del periodo

$$v_a = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

`v_a=μ(2r-1a)`

Vis-viva tras el encendido

## Ejemplos resueltos paso a paso

**Ejemplo 10.1** Convierte a km/s la velocidad de la basura de 18000 mph que da la NASA.

1. 18,000 × 0.44704 m/s.

**Respuesta:** 8.05 km/s.

**Ejemplo 10.2** Halla la energía cinética de un fragmento de 1 g a una velocidad relativa de 10 km/s (valor de ejemplo).

1. E = ½ × 0.001 × 10,000².

**Respuesta:** E = 50 kJ de un fragmento con la masa de un clip.

**Ejemplo 10.3** DART acortó en 32 minutos la órbita de 11 h 55 min (715 min) de Dimorphos. Halla el cambio relativo y el margen sobre el umbral de éxito de 73 s de la NASA.

1. 32/715.
2. 1920 s/73 s.

**Respuesta:** Un 4.48% más corta; 26.3 veces el umbral.

## Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla el Δv de reentrada desde 700 km hasta un perigeo de 200 km.

   139 m/s (unidad 4).

2. ¿En cuántos años deben retirarse los satélites LEO según la norma de la FCC?

5 años tras el fin de la misión.

3. ¿Por qué prevenir la basura es más barato que retirarla?

   Retirarla exige una nave dedicada para cada objeto.

4. ¿Adónde van los satélites GEO al final de su vida?

   A una órbita cementerio por encima de GEO.

## Ideas erróneas comunes

**Mito:** El espacio es demasiado grande para llenarse.
**En realidad:** Las órbitas útiles son limitadas y están congestionadas.

**Mito:** La basura pequeña es inofensiva.
**En realidad:** La energía crece con $v^2$.

**Mito:** La reentrada exige encendidos enormes.
**En realidad:** Bajar el perigeo desde 700 km requiere unos 139 m/s.

## Tarjetas de estudio

**Basura espacial**

Millones de piezas en LEO.

**Energía de impacto**

$\frac{1}{2}mv^2$.

**Kessler**

Cascada de colisiones.

**Reentrada**

Bajar el perigeo.

**Cementerio**

Por encima de GEO.

**DART**

Cambio de periodo de 32 minutos.

## Cuestionario de autoevaluación

**1. La energía de la basura crece con...**

$v^2$

v

√v

1/v

$v^2$. ½$mv^2$.

**2. La cascada de Kessler son...**

colisiones que generan más basura

un lanzamiento

una transferencia

la resistencia

colisiones que generan más basura. Reacción en cadena.

**3. Norma de la FCC sobre retirada en LEO...**

5 años

25 años

1 año

ninguna

5 años. FCC-22-74.

**4. DART cambió el periodo en...**

32 min

73 s

12 h

0

32 min. Resultado de la NASA.

Repetir este cuestionario

### Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La biblioteca de la sede de la NASA indica que hay millones de piezas de basura espacial en órbita terrestre baja, que se mueven hasta a 18000 millas por hora, casi siete veces más rápido que una bala, con cerca de 6000 toneladas de material en órbita baja. El programa de basura orbital de la NASA comenzó en 1979 en el Johnson Space Center.

La norma de 2022 de la FCC obliga a los operadores en órbita terrestre baja a retirar sus satélites en un plazo de 5 años tras terminar sus misiones. Planificar ese encendido de retirada desde el primer día forma parte hoy de un diseño de misión responsable.

En Saving Planets: Soluciones · Observación de la Tierra

Fuentes: NASA Headquarters Library: Space Debris (https://www.nasa.gov/headquarters/library/find/bibliographies/space-debris/) · FCC: FCC Adopts New '5-Year Rule' for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

### Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Orbital Debris Program Office (https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/): Oficina del programa de basura orbital de la NASA.
- NASA Headquarters Library: Space Debris (https://www.nasa.gov/headquarters/library/find/bibliographies/space-debris/): Lista de lecturas de la NASA sobre basura espacial.
- NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/): Resultado de DART según la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Apuntes del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

## Problemas

Estos problemas están dentro de cada unidad. Hazlos en papel y luego abre la respuesta.

1. Gravedad, problema de dos cuerpos y órbitas circulares
   4 problemas
2. Secciones cónicas, energía y elementos orbitales
   4 problemas
3. Ecuación de Kepler y tiempo de vuelo
   4 problemas
4. Transferencias orbitales: Hohmann y más allá

4 problemas

5. Cambios de plano y maniobras combinadas
   4 problemas
6. Cohetes, presupuestos de Δv y etapas
   4 problemas
7. Perturbaciones: abultamiento terrestre, resistencia y órbitas heliosíncronas
   4 problemas
8. Trazas terrestres, cobertura y constelaciones
   4 problemas
9. Transferencias interplanetarias y cónicas empalmadas
   4 problemas
10. Sostenibilidad espacial: basura, retirada y defensa planetaria
    4 problemas

## El laboratorio (Astrodynamics lab)

El laboratorio es la parte práctica del curso. Aquí es gratuito y solo para practicar, sin créditos.

Cada práctica se hace en una simulación gratuita o una hoja de cálculo, así que no hay riesgos físicos. Haz pausas de pantalla, siéntate con buena postura y mantén los cables fuera de las zonas de paso.

Referencia de seguridad: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

## Práctica A: Órbitas circulares en PhET

SEMANA 1

**Objetivo:** Explora cómo cambian la velocidad y el periodo orbitales con la distancia en PhET Gravity and Orbits y luego calcula órbitas terrestres reales.

$$v_c = \sqrt{\mu/r},\ \ T = 2\pi\sqrt{r^3/\mu}$$

v_c=μ/r,\ \ T=2π^3/μ

Órbitas circulares

**Procedimiento**

1. Abre PhET Gravity and Orbits; lanza el satélite a distintas distancias y velocidades.
2. Halla la velocidad que da un círculo a cada distancia.
3. Calcula v y T para una órbita de 400 km, la órbita de 705 km de Landsat y GEO.
4. Compara la tendencia con la simulación.

**Tabla de datos**

| Órbita | v (km/s) | T |
|---|---|---|
| 400 km | 7.67 | 92.6 min |
| 705 km | 7.50 | 98.9 min |
| GEO (35,786 km) | 3.07 | 23.93 h |

*Valores calculados.*

**Cálculo de ejemplo**

1. v(705 km) = √(3.986 × $10^{14}$/7.083 × $10^{6}$) = 7.50 km/s.
2. T(GEO) = 86,164 s = 23.93 h.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier navegador.

PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits)

**Vínculo con el planeta:** La NOAA indica que los satélites GOES orbitan a 22236 millas sobre el ecuador. NOAA NESDIS: GOES-R Series mission (https://www.goes-r.gov/mission/mission.html)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica B: La tercera ley de Kepler con planetas reales

SEMANA 3

**Objetivo:** Comprueba $T^2 \propto a^3$ para los planetas y explora órbitas elípticas en PhET Kepler's Laws.

$$T_{yr} = a_{AU}^{3/2}$$

```
T_yr=a_AU^3/2
```

Tercera ley de Kepler (Sol)

**Procedimiento**

1. Explora PhET Kepler's Laws: cambia la excentricidad y observa cómo se barren áreas iguales en tiempos iguales.
2. Introduce los semiejes mayores de los planetas en UA.
3. Calcula T = a^1.5 en años.
4. Representa log T frente a log a y halla la pendiente.

**Tabla de datos**

| Planeta | a (AU) | T (años) |
|---|---|---|
| Tierra | 1.000 | 1.000 |
| Marte | 1.524 | 1.881 |
| Júpiter | 5.203 | 11.87 |

*Los semiejes mayores son valores de libro; la pendiente de log T frente a log a es 1.5.*

**Cálculo de ejemplo**

1. T(Marte) = 1.524^1.5 = 1.881 años.
2. T(Júpiter) = 5.203^1.5 = 11.87 años.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier navegador y hoja de cálculo.

PhET: Kepler's Laws (https://phet.colorado.edu/en/simulations/keplers-laws) · PhET: My Solar System (https://phet.colorado.edu/en/simulations/my-solar-system)

**Vínculo con el planeta:** La NASA cronometró la órbita de Dimorphos antes y después de DART para medir un cambio de 32 minutos. NASA: NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space (Oct. 11, 2022) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica C: Calculadora de transferencias de Hohmann

SEMANA 6

**Objetivo:** Crea una hoja de cálculo que calcule ambos encendidos, el Δv total y el tiempo de transferencia para cualquier par de órbitas circulares.

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}, \;\; v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

`a=(r_1+r_2)/(2),\ \ v^2=μ(2r-1a)`

Transferencia de Hohmann

**Procedimiento**

1. Introduce μ y los dos radios.
2. Calcula las velocidades circulares, las velocidades en la órbita de transferencia, ambos encendidos y el tiempo de transferencia.
3. Resuelve LEO (400 km) a GEO y LEO a una órbita media de 20200 km.
4. Añade una opción de cambio de plano para el segundo encendido.

**Tabla de datos**

| Transferencia | $\Delta v_1$ (km/s) | $\Delta v_2$ (km/s) | Total | Tiempo (h) |
|---|---|---|---|---|
| 400 km → GEO | 2.398 | 1.456 | 3.854 | 5.29 |
| 400 km → 20,200 km | 2.012 | 1.404 | 3.416 | 2.98 |

*Valores calculados, coplanares.*

**Cálculo de ejemplo**

1. $\Delta v_1$(GEO) = 10.066 − 7.669 = 2.398 km/s.
2. Tiempo(20200 km) = $\pi\sqrt{(a^3/\mu)}$ = 2.98 h.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

NASA’s Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/)

**Vínculo con el planeta:** La FCC exige retirar los satélites de LEO en un plazo de 5 años tras el fin de la misión. FCC: FCC Adopts New '5-Year Rule' for Deorbiting Satellites (Report and Order FCC-22-74) (https://www.fcc.gov/document/fcc-adopts-new-5-year-rule-deorbiting-satellites-0)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica D: Ecuación del cohete y etapas

SEMANA 8

**Objetivo:** Observa cómo crece Δv con la relación de masas y por qué las etapas superan a una sola etapa.

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \frac{m_0}{m_f}$$

```
Δ v=I_spg_0(m_0)/(m_f)
```

Ecuación del cohete

### Procedimiento

1. Fija I_sp = 300 s.
2. Calcula Δv para relaciones de masas de 2, 4 y 8.
3. Compara una etapa de relación 9 con dos etapas de relación 3.
4. Halla la relación de masas para 9.4 km/s con I_sp = 350 s.

### Tabla de datos

| Relación de masa | Δv (km/s) |
|---|---|
| 2 | 2.04 |
| 4 | 4.08 |
| 8 | 6.12 |

*Valores calculados; una etapa de relación 9 y dos etapas de relación 3 dan el mismo Δv ideal (6.46 km/s), pero el cohete por etapas necesita mucha menos estructura por etapa.*

### Cálculo de ejemplo

1. Δv(8) = 300 × 9.80665 × ln 8 = 6.12 km/s.
2. Dos etapas de 3: 2 × 300 × 9.80665 × ln 3 = 6.46 km/s.

> **Seguridad**
>
> - Solo en el ordenador. No construyas ni lances cohetes con propulsante para esta práctica.

### Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

NASA Glenn: Rocket thrust (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktpow.html)

**Vínculo con el planeta:** DART de la NASA se lanzó en un Falcon 9 desde Vandenberg en noviembre de 2021. NASA Science: Double Asteroid Redirection Test (DART) (https://science.nasa.gov/mission/dart/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica E: Diseño de una órbita heliosíncrona

SEMANA 10

**Objetivo:** Calcula la inclinación heliosíncrona para varias altitudes y compárala con Landsat 9.

$$\cos i = -\frac{\dot{\Omega}_{SS}}{1.5 n J_2 (R/r)^2}$$

```
i=-_SS1.5nJ_2(R/r)^2
```

Condición heliosíncrona

**Procedimiento**

1. Introduce μ, R, $J_2$ y los 0.9856°/día requeridos.
2. Calcula i para órbitas circulares a 500, 705 y 800 km.
3. Compara 705 km con los 98.2° publicados de Landsat 9.
4. Representa i frente a la altitud.

**Tabla de datos**

| Altitud (km) | i (grados) |
|---|---|
| 500 | 97.40 |
| 705 | 98.21 |
| 800 | 98.60 |

*Valores calculados; la inclinación publicada de Landsat 9 es 98.2°.*

**Cálculo de ejemplo**

1. n(705 km) = √(μ/7.083³ × 10¹⁸) = 1.059 × 10⁻³ rad/s.
2. i(705) = 98.21°.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

**Vínculo con el planeta:** La NASA indica que Landsat 9 cruza el ecuador hacia las 10:12 hora local.
NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

## Práctica F: Trazas en tierra en NASA’s Eyes

SEMANA 11

**Objetivo:** Observa satélites reales de observación de la Tierra en NASA’s Eyes y calcula el desplazamiento de su traza en tierra y su ciclo de repetición.

$$\Delta\lambda = 360^\circ \frac{T}{T_{sid}}$$

`Δ=360°_sid`

Desplazamiento de la traza terrestre

**Procedimiento**

1. Abre NASA’s Eyes y sigue un satélite de observación de la Tierra durante algunas órbitas.
2. Observa cómo cada traza cae al oeste de la anterior.
3. Calcula el desplazamiento para una órbita de 98.87 min.
4. Halla cuántas órbitas caben en 16 días.

**Tabla de datos**

| **Magnitud** | **Valor** |
|---|---|
| Período | 98.87 min |
| Desplazamiento por órbita | 24.8° |
| Desplazamiento en el ecuador | 2760 km |
| Órbitas en 16 días | 233 |

*Calculado para una órbita circular de 705 km.*

**Cálculo de ejemplo**

1. Δλ = 360 × 5932/86,164 = 24.8°.
2. 16 × 14.564 = 233 órbitas.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

**Alternativa en casa o virtual**

- Sirve cualquier navegador.

NASA’s Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/)

**Vínculo con el planeta:** La NASA indica que Landsat 8 y 9 juntos vuelven a pasar por cada lugar cada 8 días. NASA Science: Landsat 9 (https://landsat.gsfc.nasa.gov/satellites/landsat-9/landsat-9-overview/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

# Series de práctica para exámenes

Cronométrate: unos 10 minutos por problema. Luego compara con las soluciones completas.

## Ejercicios de práctica para el parcial (unidades 1–5)

1. Halla la velocidad circular a 1000 km sobre la Tierra.
    1. $\sqrt{(3.986 \times 10^{14}/7.378 \times 10^{6})}$.

    **Respuesta:** 7.35 km/s.

2. Halla el periodo de esa órbita.
    1. $2\pi\sqrt{(r^{3}/\mu)}$.

    **Respuesta:** 105.1 min.

3. Una órbita tiene r_p = 7000 km y r_a = 14000 km. Halla e.
    1. 7000/21,000.

    **Respuesta:** 0.333.

4. Halla la velocidad en el perigeo de esa órbita.
    1. $\sqrt{(\mu(2/7 \times 10^{6} - 1/1.05 \times 10^{7}))}$.

    **Respuesta:** 8.71 km/s.

5. Halla el Δv para cambiar la inclinación 5° a 7.5 km/s.
    1. $2 \times 7.5 \times \sin 2.5°$.

    **Respuesta:** 0.654 km/s.

## Serie de práctica final (todas las unidades)

1. Halla Δv para I_sp = 320 s y relación de masas 5.
    1. $320 \times 9.80665 \times \ln 5$.

    **Respuesta:** 5.05 km/s.

2. Halla la velocidad nodal a 600 km, i = 97.8°.
    1. −1.5nJ₂(R/r)² cos i.

    **Respuesta:** +0.987°/día.

3. Halla el desplazamiento de la traza en tierra por órbita para una órbita de 100 min.
    1. 360 × 6000/86,164.1.

    **Respuesta:** 25.1°.

4. Halla el tiempo de transferencia de Hohmann Tierra–Venus (Venus a 0.723 UA).
    1. π√(a³/μ_Sun) con a = 0.8615 UA.

    **Respuesta:** 146 días.

5. Halla la energía de un fragmento de 10 g a 8 km/s.
    1. ½ × 0.01 × 8000².

    **Respuesta:** 320 kJ.

6. Halla el periodo sinódico de la Tierra y Júpiter (11.87 años).
    1. 1/(1 − 1/11.87).

    **Respuesta:** 1.092 años.

# Hoja de fórmulas

$$v_c = \sqrt{\mu/r},\ T = 2\pi\sqrt{a^3/\mu},\ v_{esc} = \sqrt{2\mu/r}$$

$$\varepsilon = -\mu/(2a),\ v^2 = \mu(2/r - 1/a)$$

$$r = (h^2/\mu)/(1 + e\cos\nu),\ e = (r_a - r_p)/(r_a + r_p)$$

$$M = E - e\sin E,\ n = \sqrt{\mu/a^3}$$

$$\Delta v_{Hohmann} = (v_p - v_{c1}) + (v_{c2} - v_a)$$

$$\Delta v = 2v\sin(\Delta i/2),\ \Delta v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2\cos\Delta i$$

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln(m_0/m_f)$$

$$\dot{\Omega} = -\tfrac{3}{2} n J_2 (R/p)^2 \cos i$$

$$\Delta\lambda = 360^\circ T/T_{sid}$$

$$v_\infty = v_{transfer} - v_{planet},\ C_3 = v_\infty^2,\ S = 1/(1/T_1 -$$

$$E_k = \tfrac{1}{2} m v^2$$

### Constantes

| Constante | Valor |
|---|---|
| Tierra (valores de libro) | $\mu = 3.986 \times 10^{14}$ m³/s², R = 6378 km, $J_2 = 1.0826 \times 10^{-3}$, día sidéreo 86164.1 s |
| Sol (valor de libro) | $\mu = 1.327 \times 10^{20}$ m³/s², 1 AU = $1.496 \times 10^{11}$ m |
| Órbita de Marte (valor de libro) | a = 1.524 AU |
| Gravedad estándar | $g_0 = 9.80665$ m/s² |
| 1 milla | 1.609344 km |
| 1 mph | 0.44704 m/s |

Fuente: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

## Textos y simulaciones gratuitos

Usa estas clases gratuitas, guías de la NASA y simulaciones junto con el curso.

- MIT OpenCourseWare 16.346 Astrodynamics (Fall 2008) (https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/): Clases y problemas gratuitos de astrodinámica del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.07 Dynamics (Fall 2009) (https://ocw.mit.edu/courses/16-07-dynamics-fall-2009/): Apuntes gratuitos de dinámica del MIT sobre órbitas.
- NASA: Basics of Space Flight (https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/): Guía gratuita de la NASA sobre órbitas y misiones.
- OpenStax University Physics Volume 1, 13.5 Kepler's laws (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion): Sección de libro de texto gratuita.
- PhET: Gravity and Orbits (https://phet.colorado.edu/en/simulations/gravity-and-orbits): Órbitas de forma interactiva.
- NASA's Eyes on the Solar System (https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/): Trayectorias reales de naves espaciales en 3D.

## Glosario

**Apoapsis**
Punto más lejano de una órbita.

**Conjunción**
Acercamiento entre dos objetos espaciales.

**$C_3$**
Energía de lanzamiento, el cuadrado de v∞.

**Excentricidad**
Cuán alargada es una órbita.

**Órbita geoestacionaria**
Órbita ecuatorial con un periodo de un día sideral.

**Traza en tierra**
Trayectoria del punto justo debajo de un satélite.

**Transferencia de Hohmann**
Transferencia de dos encendidos sobre una elipse tangente.

**Inclinación**
Inclinación del plano orbital respecto al ecuador.

**$J_2$**
Término de achatamiento de la Tierra.

**Ecuación de Kepler**
$M = E - e \sin E$.

**Cascada de Kessler**
Reacción en cadena de colisiones de basura espacial.

**Anomalía media**
Ángulo que crece uniformemente con el tiempo.

**Cónicas empalmadas**
Unión de cónicas centradas en el planeta y en el Sol.

**Periapsis**
Punto más cercano de una órbita.

**Impulso específico**
Empuje por flujo de peso de propulsante, en segundos.

**Órbita heliosíncrona**
Órbita cuyo plano mantiene un ángulo fijo respecto al Sol.

**Periodo sinódico**
Tiempo entre alineaciones repetidas de dos cuerpos en órbita.

**Anomalía verdadera**
Ángulo desde la periapsis hasta la nave.

**Ecuación vis-viva**
$v^2 = \mu(2/r - 1/a)$.

**$\Delta v$**
Cambio de velocidad que requiere una maniobra.

# Rúbrica de autoevaluación

No se otorga nota ni crédito. Úsala para valorar con honestidad dónde estás en cada unidad.

| Nivel | Cómo se ve |
|---|---|
| 4 · Dominio | Esboza la órbita y las maniobras, elige bien vis-viva, Kepler o la ecuación del cohete, mantiene las unidades en SI y comprueba las respuestas con casos límite. |
| 3 · Competente | Resuelve los ejercicios con algún error ocasional de unidades. |
| 2 · En desarrollo | Sigue los ejemplos resueltos pero confunde velocidades circulares y de transferencia. |
| 1 · Inicial | Sustituye números en fórmulas sin un esquema; necesita repasar la unidad. |

### Ponderación sugerida si quieres una nota

| Parte | Peso |
|---|---|
| Problemas de práctica | 20% |
| Prácticas | 25% |
| Serie de práctica de mitad de curso | 25% |
| Serie de práctica final | 30% |

Apunta al nivel 3 o superior en cada unidad antes de pasar al siguiente curso.

## Cursos relacionados

- Estructuras aeroespaciales AERO 330
- Métodos numéricos MATH 340
- Aerodinámica I AERO 310
- Todos los cursos