Ultimo aggiornamento: November 1, 2026

🗺️ Percorso di quattro anni · Anno 2, Primavera

Informazioni sul corso

Questo corso gratuito ha 10 unità e 6 laboratori. Sono i totali reali, non un programma più lungo accorciato.

Un controllo è un numero o un risultato di codice in una pagina del corso che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero stampato e quello ricalcolato devono coincidere.

> Questo è lo schema di un corso gratuito di autoapprendimento scritto da Saving Planets. Non è un corso universitario, non dà crediti accademici e nessuna scuola è coinvolta.
>
> Il suo ambito segue un corso semestrale del secondo anno di scienza delle costruzioni (resistenza dei materiali). È modellato sui temi e sulla profondità di MIT 2.001 Mechanics and Materials I (su MIT OpenCourseWare), Purdue ME 323 Mechanics of Materials e Georgia Tech COE 3001 Mechanics of Deformable Bodies, e sul libro gratuito OpenStax University Physics, che colleghiamo dove aiuta. Nessuno di quegli autori o istituti approva questa pagina.
>
> Cosa aggiungiamo: ogni unità è collegata a un lavoro reale nell'energia pulita, nelle infrastrutture o nello spazio con una fonte pubblica citata (ponti, auto più leggere, torri, alberi e pale eoliche, legno massiccio, serbatoi di idrogeno, strutture di razzi della NASA), ogni numero della pagina viene ricalcolato da uno script di controllo prima della pubblicazione, e ogni laboratorio ha una simulazione gratuita o una versione casalinga economica.
>
> Seguilo in ordine. Ogni unità ha obiettivi, idee chiave, equazioni, esempi passo per passo, esercizi con soluzioni complete, errori comuni, flashcard e un quiz. I tuoi progressi sono salvati solo in questo browser.

Come questo corso aiuta a salvare il pianeta

La scienza delle costruzioni decide quanto materiale serve a una struttura. Usare appena abbastanza acciaio, alluminio, composito o legno, e non di più, rende le auto più leggere ed efficienti, le turbine eoliche più alte, gli edifici a minor contenuto di carbonio e i razzi capaci di portare di più in orbita.

È anche il modo in cui manteniamo sicuro ciò che abbiamo costruito: ponti, torri e serbatoi devono reggere i loro carichi per decenni senza snervarsi, criccarsi per fatica o sbandare. Ogni unità termina con una breve sezione con fonti. I valori che non provengono da una fonte sono indicati come valori di esempio, e le proprietà dei materiali sono valori tipici da manuale.

Per gli insegnanti

Puoi insegnare questo corso, oppure lasciare che uno studente lo faccia da solo. È gratis. Saving Planets non dà un voto né crediti scolastici.

- Questa pagina è l'intero corso: 10 unità e 6 laboratori (ENGR 213).
- Prevedi 15 settimane, circa 6–9 ore a settimana, comprese le settimane di laboratorio.
- Segui il calendario di 15 settimane. Leggi l'unità, fai la pratica su carta, poi apri la risposta. Nella settimana di laboratorio, fai il laboratorio o la versione a casa.
- Un controllo è un numero o un risultato di codice nella pagina che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero che vedi e quello ricalcolato devono coincidere.
- Usa Stampa questa pagina, oppure scarica la guida di studio PDF. Il formulario è verso la fine.
- Chiedi: in che modo questa unità aiuta le persone e il pianeta? Ogni unità ha un riquadro verde con un fatto e la sua fonte.
- Copia il modello di guida per insegnanti e scrivi il nome della classe, il tempo che hai e le domande che farai. Apri il modello di guida per insegnanti

Prima di iniziare

Prerequisiti

- Statica: diagrammi di corpo libero, equilibrio, baricentri e momenti d'inerzia di area.
- Analisi I e II: derivate e integrali; l'unità 9 integra due volte l'equazione della trave.
- Fisica I aiuta con molle, energia e unità.
- La dinamica non è richiesta.

Come studiare

- Inizia ogni problema con la statica: un diagramma di corpo libero e la forza, la coppia o il momento interno al taglio.
- Poi chiediti come si deforma il pezzo: si allunga, si torce o si flette, e quale formula si adatta a quella deformazione.
- Verifica che la formula sia applicabile: elasticità lineare, piccole deformazioni, pareti sottili o elementi lunghi e snelli dove richiesto.
- Risolvi prima con i simboli, poi inserisci i numeri SI (N, m, Pa) e controlla le unità: 1 MPa = 1 N/mm^2.
- Confronta la tensione con la tensione ammissibile del materiale e indica un coefficiente di sicurezza.
- Fai ogni esercizio su carta prima di aprire la risposta e ripeti i quiz qualche giorno dopo.

Che cosa ti serve

- Un computer o un tablet per le simulazioni PhET gratuite (funzionano nel browser).
- Elastici, un sacchetto per monete o rondelle e una bilancia da cucina (per conoscere ogni massa).

- Un righello di plastica da 30 cm, un secondo righello o metro a nastro, e nastro adesivo o un morsetto per fissarlo al bordo di un tavolo.
- Un’asta di gommapiuma o un pezzo di tubo galleggiante da piscina e un pennarello per le linee di torsione.
- Spaghetti secchi e piccoli pesi per il laboratorio sull’instabilità.
- Occhiali di sicurezza, la fotocamera di uno smartphone e un foglio di calcolo per grafici e interpolazioni.

Programma suggerito di 15 settimane

Circa 6-9 ore a settimana: lettura, esercizi e, nelle settimane di laboratorio, il laboratorio.

Settimana	Unità	Argomenti	Lettura
1	Tensione: normale, tangenziale e di rifollamento; tensione ammissibile e coefficiente di sicurezza	Forze interne, tensione normale e tangenziale	MIT 2.001; OpenStax UP1 12.3
2	Tensione: normale, tangenziale e di rifollamento; tensione ammissibile e coefficiente di sicurezza	Tensione di rifollamento, tensione ammissibile, coefficiente di sicurezza; Laboratorio A	MIT 2.001
3	Deformazione e comportamento dei materiali: legge di Hooke, coefficiente di Poisson e curva tensione–deformazione	Deformazione, curva tensione–deformazione, legge di Hooke, coefficiente di Poisson; Laboratorio B	UP1 12.3–12.4
4	Elementi caricati assialmente: deformazione, aste iperstatiche e tensioni termiche	Deformazione assiale, aste iperstatiche, tensioni termiche	UP2 1.3
5	Torsione di alberi circolari e trasmissione di potenza	Formula della torsione, momento polare, angolo di torsione	MIT 2.001
6	Torsione di alberi circolari e trasmissione di potenza	Trasmissione di potenza, progetto degli alberi; Laboratorio C	MIT 2.001
7	Diagrammi di taglio e momento e tensioni di flessione	Diagrammi di taglio e momento	MIT 2.001; UP1 12.2
8	Diagrammi di taglio e momento e tensioni di flessione	Formula della flessione, modulo di resistenza; Laboratorio D; esercitazione di metà corso	MIT 2.001

Settimana	Unità	Argomenti	Lettura
9	Taglio trasversale nelle travi, flusso di taglio e sezioni composte	Taglio trasversale, flusso di taglio, travi composte	MIT 2.001
10	Trasformazione delle tensioni, cerchio di Mohr, criteri di rottura e fatica	Trasformazione delle tensioni, cerchio di Mohr, criteri di rottura, fatica	MIT 2.001, 2.002
11	Recipienti in pressione a parete sottile e sollecitazioni composte	Recipienti in pressione e sollecitazioni composte	MIT 2.001
12	Inflessione delle travi	Linea elastica, integrazione, formule standard; Laboratorio E	MIT 2.001
13	Inflessione delle travi	Sovrapposizione e travi iperstatiche	MIT 2.001
14	Instabilità delle colonne	Instabilità delle colonne e fattori di riduzione; Laboratorio F	MIT 2.001
15	Ripasso	Ripasso ed esercitazione finale	Tutte le unità

I tuoi progressi

Spunta unità e laboratori man mano che li finisci, e fai i quiz. Progressi e punteggi sono salvati solo in questo browser e non ci vengono mai inviati.

Unità

Tensione: normale, tangenziale e di rifollamento; tensione ammissibile e coefficiente di sicurezza

Forze interne ricavate tagliando un elemento, tensione normale media nelle aste, tensione tangenziale media in perni e bulloni (taglio semplice e doppio), tensione di rifollamento, progetto a tensioni ammissibili e coefficiente di sicurezza.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Trovare le forze interne con un diagramma di corpo libero di una sezione tagliata.
- Calcolare le tensioni medie normale, tangenziale e di rifollamento.
- Distinguere il taglio semplice dal taglio doppio nei collegamenti.
- Dimensionare un elemento a partire da una tensione ammissibile e da un coefficiente di sicurezza.

Concetti chiave

- La tensione è forza interna per unità di area. La sua unità SI è il pascal (1 Pa = 1 N/m²); gli ingegneri usano MPa, e 1 MPa = 1 N/mm².
- La tensione normale σ = P/A agisce perpendicolarmente a un taglio; la trazione è positiva e la compressione negativa.
- La tensione tangenziale media τ = V/A agisce nel piano del taglio. Un perno in taglio doppio ha due piani di taglio, quindi ciascuno porta V = P/2.
- La tensione di rifollamento σ_b = P/(td) è la pressione di contatto tra un bullone e il foro in una piastra di spessore t.
- Coefficiente di sicurezza FS = carico di rottura/carico ammissibile (o tensione di rottura/tensione ammissibile). Il progetto mantiene la tensione di esercizio pari o inferiore a σ_allow = σ_fail/FS.

Equazioni chiave

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Tensione normale media

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A}$$

τ_avg=V/A

Tensione tangenziale media

$$\sigma_b = \frac{P}{t\,d}$$

σ_b=(P)/(t d)

Tensione di rifollamento

$$FS = \frac{\sigma_{\text{fail}}}{\sigma_{\text{allow}}}$$

FS=σ_failσ_allow

Coefficiente di sicurezza

Esempi svolti passo passo

Esempio 1.1 Un’asta d’acciaio di 20 mm di diametro porta un carico di trazione di 50 kN. Trova la tensione normale.

1. A = πd²/4 = π × 20²/4 = 314.2 mm².
2. σ = P/A = 50,000 N/314.2 mm².

Risposta: 159.2 MPa (trazione).

Esempio 1.2 Un perno da 12 mm in taglio doppio porta un carico di 20 kN. Trova la tensione tangenziale media nel perno.

1. Ciascuno dei due piani di taglio porta V = 10 kN.
2. A = π × 12²/4 = 113.1 mm²; τ = 10,000/113.1.

Risposta: 88.4 MPa.

Esempio 1.3 Un tirante tondo in acciaio deve portare 100 kN. L’acciaio snerva a 250 MPa e il coefficiente di sicurezza è 2. Trova il diametro minimo.

1. σ_allow = 250/2 = 125 MPa.
2. A = P/σ_allow = 100000/125 = 800 mm².
3. d = √(4A/π).

Risposta: d = 31.9 mm (usare 32 mm).

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Un pilastro quadrato di 100 mm × 100 mm porta 200 kN in compressione. Trova la tensione.

   $\sigma = 200000/10000 = 20$ MPa (compressione).

2. Un bullone da 10 mm in taglio semplice porta 8 kN. Trova la tensione tangenziale media.

   $A = 78.54$ mm²; $\tau = 101.9$ MPa.

3. Lo stesso bullone da 10 mm attraversa una piastra spessa 6 mm. Trova la tensione di rifollamento.

   $\sigma_b = 8000/(6 \times 10) = 133$ MPa.

4. Una biella cede a 90 kN e lavora a 30 kN. Trova il coefficiente di sicurezza.

   $FS = 90/30 = 3$.

Errori concettuali comuni

Mito: La tensione è la stessa cosa della forza.

In realtà: La tensione è forza per area; un filo sottile e una barra spessa con la stessa forza hanno tensioni molto diverse.

Mito: Un perno in taglio doppio porta l'intero carico su ciascun piano.

In realtà: Ciascuno dei due piani ne porta metà.

Mito: Un coefficiente di sicurezza più alto è sempre meglio.

In realtà: Significa anche pezzi più pesanti e costosi; i progettisti scelgono FS in base alle norme e all'incertezza su carichi e materiali.

Flashcard

Tensione normale

$\sigma = P/A$.

Tensione tangenziale

$\tau = V/A$.

Taglio doppio

Ogni piano porta $P/2$.

Tensione di rifollamento

$\sigma_b = P/(td)$.

Coefficiente di sicurezza

MPa

FS = rottura/ammissibile.

1 MPa = 1 N/mm^2.

Quiz di autoverifica

1. 1 MPa equivale a...

1 N/m^2

1 N/mm^2

1 kN/m^2

1 N/cm^2

1 N/mm^2. 10^6 N/m^2 = 1 N/mm^2.

2. Quanti piani di taglio ha un perno in taglio doppio?

1

2

3

4

2. Due piani di taglio si dividono il carico.

3. Raddoppiare il diametro di un'asta cambia la sua tensione assiale (stesso carico) di un fattore...

½

¼

2

4

¼. A cresce con d^2.

4. La tensione di rifollamento è...

P/(td)

P/A del bullone

V/A

Mc/I

P/(td). La pressione di contatto sull'area proiettata td.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

I limiti di tensione decidono quali ponti possono attraversare i camion. L'ASCE Report Card for America's Infrastructure conta 623218 ponti negli Stati Uniti, e 63085 di essi erano soggetti a limitazione di carico nel 2024, cioè limitano il peso dei veicoli che possono attraversarli in sicurezza, circa il 10.1% di tutti i ponti. L'ASCE avverte che camion più pesanti di quelli per cui i ponti sono stati progettati rischiano di sovraccaricare gli elementi del ponte e di causare fatica e cricche nel metallo. Mantenere la tensione di esercizio sotto quella ammissibile, come in questa unità, è il modo in cui gli ingegneri li valutano e li riparano, e conservare un ponte costa meno che sostituirlo.

Su Saving Planets: Statica

Fonti: ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/) · OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus)

Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Sezione di un manuale gratuito.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Appunti delle lezioni del MIT sulla tensione.
- PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): Interattivo.

☐ **Ho finito questa unità**

Deformazione e comportamento dei materiali: legge di Hooke, coefficiente di Poisson e curva tensione–deformazione

Deformazione normale e tangenziale, la prova di trazione e il diagramma tensione–deformazione, modulo di Young, tensione di snervamento e di rottura, duttilità, coefficiente di Poisson, modulo di taglio, energia di deformazione e rigidezza specifica.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare la deformazione normale e tangenziale dagli spostamenti.
- Leggere E, tensione di snervamento, tensione di rottura e duttilità da una curva tensione–deformazione.
- Usare la legge di Hooke, il coefficiente di Poisson e G = E/(2(1 + ν)).
- Confrontare i materiali per rigidezza e resistenza per unità di massa.

Concetti chiave

- La deformazione normale ε = δ/L è un allungamento per unità di lunghezza (adimensionale, spesso in μm/m). La deformazione tangenziale γ è la variazione di un angolo retto, in radianti.
- Nel campo elastico lineare vale la legge di Hooke: σ = Eε e τ = Gγ. E è il modulo di Young, la pendenza della curva tensione–deformazione.
- Oltre la tensione di snervamento, il materiale si deforma plasticamente e non ritorna; la tensione di rottura è la tensione ingegneristica massima, e i metalli duttili subiscono strizione prima di rompersi.
- Allungare una barra la assottiglia: deformazione laterale = −ν × deformazione assiale, con un coefficiente di Poisson ν di circa 0.3 per i metalli. Per i materiali isotropi G = E/(2(1 + ν)).
- La rigidezza specifica E/ρ e la resistenza specifica σ/ρ confrontano i materiali per chilogrammo; per questo alluminio, magnesio e fibra di carbonio possono sostituire l’acciaio nelle strutture leggere.

Equazioni chiave

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}, \quad \sigma = E\varepsilon$$

Deformazione e legge di Hooke

$$\varepsilon_{\text{lat}} = -\nu\,\varepsilon_{\text{axial}}$$

_lat=-ν _axial

Coefficiente di Poisson

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

`G=(E)/(2(1+ν))`

Modulo di taglio

$$u_r = \frac{\sigma_Y^2}{2E}$$

`u_r=(σ_Y^2)/(2E)`

Modulo di resilienza

Esempi svolti passo passo

Esempio 2.1 Una barra d'acciaio di 2 m si allunga di 1.2 mm quando la tensione è 120 MPa. Trova la deformazione e il modulo di Young.

1. ε = 1.2/2000 = 6 × 10⁻⁴.
2. E = σ/ε = 120 MPa/0.0006.

Risposta: ε = 600 μm/m; E = 200 GPa.

Esempio 2.2 Una lega di alluminio ha E = 70 GPa e ν = 0.33. Trova il suo modulo di taglio.

1. G = E/(2(1 + ν)) = 70/2.66.

Risposta: G = 26.3 GPa.

Esempio 2.3 Un'asta d'acciaio da 20 mm (ν = 0.3) ha una deformazione assiale di 0.001. Di quanto cambia il suo diametro?

1. Deformazione laterale = −0.3 × 0.001 = −0.0003.
2. Δd = −0.0003 × 20 mm.

Risposta: Si riduce di 0.006 mm.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Valori tipici: l'acciaio ha E = 200 GPa e ρ = 7850 kg/m³; l'alluminio ha E = 70 GPa e ρ = 2700 kg/m³. Confronta E/ρ.

   Acciaio 25.5 × 10^6 m^2/s^2, alluminio 25.9 × 10^6 m^2/s^2: quasi la stessa rigidezza per chilogrammo.

2. Un provino di trazione con tratto utile di 50 mm misura 62 mm alla rottura. Trova l'allungamento a rottura.

   (62 − 50)/50 = 24%: un metallo duttile.

3. Trova il modulo di resilienza di un acciaio con σ_Y = 250 MPa ed E = 200 GPa.

   $u_r = 250^2/(2 \times 200{,}000) = 0.156$ MPa = 156 kJ/m^3.

4. Valori di esempio: un'auto che fa 30 mpg viene alleggerita del 10%. Usando il dato del DOE dal 6% all'8%, stima il nuovo consumo.

   30 × 1.06 = 31.8 fino a 30 × 1.08 = 32.4 mpg (auto di esempio).

Errori concettuali comuni

Mito: Più resistente significa più rigido.

In realtà: Resistenza (snervamento) e rigidezza (E) sono diverse; la maggior parte degli acciai ha E = 200 GPa qualunque sia la resistenza.

Mito: La deformazione ha le unità di una lunghezza.

In realtà: È lunghezza su lunghezza, adimensionale.

Mito: Un materiale si rompe alla tensione di snervamento.

In realtà: Lo snervamento avvia la deformazione permanente; i metalli duttili portano più carico fino alla tensione di rottura.

Flashcard

Deformazione normale

$\varepsilon = \delta/L$.

Legge di Hooke

$\sigma = E\varepsilon$, $\tau = G\gamma$.

Coefficiente di Poisson

$\varepsilon_{lat} = -\nu\varepsilon$.

Modulo di taglio

$G = E/(2(1 + \nu))$.

Snervamento e rottura	Rigidezza specifica
Inizio del flusso plastico e tensione massima.	E/ρ.

Quiz di autoverifica

1. Il modulo di Young è la pendenza di...

carico in funzione del tempo

tensione in funzione della deformazione (parte elastica)

deformazione in funzione della temperatura

forza in funzione dell'area

tensione in funzione della deformazione (parte elastica). $\sigma = E\varepsilon$.

2. Il coefficiente di Poisson della maggior parte dei metalli è circa...

0.03

0.3

3

30

0.3. Circa 0.3.

3. G per E = 200 GPa e ν = 0.25 è...

50 GPa

80 GPa

100 GPa

160 GPa

80 GPa. 200/2.5 = 80 GPa.

4. La deformazione permanente inizia alla...

tensione di rottura

tensione di snervamento

punto di frattura

limite di proporzionalità solo per il legno

tensione di snervamento. Snervamento.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Scegliere i materiali per rigidezza e resistenza per chilogrammo fa risparmiare carburante. Il Dipartimento dell'Energia degli Stati Uniti afferma che una riduzione del 10% del peso del veicolo può migliorare l'economia di carburante dal 6% all'8%, e che sostituire ghisa e acciaio tradizionale con acciaio ad alta resistenza, leghe di magnesio e alluminio, fibra di carbonio e compositi polimerici può ridurre fino al 50 percento il peso di scocca e telaio. Il DOE aggiunge che i materiali leggeri sono particolarmente importanti per i veicoli elettrici, dove compensano il peso di batterie e motori e possono aumentare l'autonomia elettrica.

Su Saving Planets: Chimica Generale I

Fonti: U.S. DOE: Lightweight materials for cars and trucks (https://www.energy.gov/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks) · OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity)

Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Sezione di un manuale gratuito.
- OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity): Curve tensione–deformazione.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

Elementi caricati assialmente: deformazione, aste iperstatiche e tensioni termiche

Allungamento delle aste δ = PL/(AE), aste a più tratti, aste iperstatiche risolte con la congruenza, deformazione e tensione termica, e concentrazioni di tensione.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare l'allungamento di aste uniformi e a gradini.
- Risolvere problemi assiali iperstatici con equilibrio più congruenza.
- Calcolare la dilatazione termica e la tensione in un'asta vincolata.
- Spiegare le concentrazioni di tensione in fori e raccordi.

Concetti chiave

- Un'asta uniforme sotto carico assiale si allunga di δ = PL/(AE). Per più tratti, somma i δ di ciascuno: δ = Σ $P_i L_i/(A_i E_i)$.
- Se l'equilibrio da solo non fornisce le forze (iperstatica), aggiungi un'equazione di congruenza: come le deformazioni devono combaciare.
- Una variazione di temperatura fa crescere un'asta libera di δ_T = αΔT L senza tensione. Se l'asta è vincolata, la crescita viene impedita e compare σ = −EαΔT.
- Per questo rotaie, condotte, ponti e pavimentazioni hanno bisogno di giunti di dilatazione.
- Fori, intagli e spigoli vivi aumentano la tensione locale: σ_max = K σ_avg, dove K è il fattore di concentrazione delle tensioni (spesso da 2 a 3 per un piccolo foro).

Equazioni chiave

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

=PL/AE

Deformazione assiale

$$\delta = \sum \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

=(P_iL_i)/(A_iE_i)

Asta a gradini

$$\delta_T = \alpha \, \Delta T \, L$$

_T=α Δ T L

Dilatazione termica

$$\sigma = -E\alpha\,\Delta T$$

Asta completamente vincolata

Esempi svolti passo passo

Esempio 3.1 Un’asta d’acciaio di 3 m (E = 200 GPa) con A = 500 mm² porta 60 kN. Trova il suo allungamento.

1. δ = PL/(AE) = 60000 × 3000/(500 × 200000) in N e mm.

Risposta: 1.8 mm.

Esempio 3.2 Una barra d’acciaio (E = 200 GPa, α = 12 × 10^{-6}/°C) è fissata tra due pareti rigide e scaldata di 40 °C. Trova la tensione.

1. La crescita libera sarebbe αΔT L; le pareti la respingono.
2. σ = −EαΔT = −200,000 × 12 × 10^{-6} × 40 MPa.

Risposta: 96 MPa di compressione.

Esempio 3.3 Un’asta uniforme incastrata a entrambe le estremità porta un carico assiale P = 30 kN in un punto a 1 m dall’estremità A e a 2 m dall’estremità B. Trova le due reazioni.

1. Equilibrio: R_A + R_B = 30 kN.
2. Congruenza: l’allungamento del tratto A è uguale all’accorciamento del tratto B, quindi R_A × 1 = R_B × 2.

Risposta: R_A = 20 kN, R_B = 10 kN.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Una rotaia d’acciaio di 25 m si scalda di 30 °C senza vincoli. Di quanto si allunga?

   δ = 12 × 10^{-6} × 30 × 25,000 = 9 mm.

2. Un’asta ha un tratto in alluminio (E = 70 GPa, A = 400 mm², L = 1 m) e un tratto in acciaio (A = 200 mm², L = 0.5 m) in serie, e porta 20 kN. Trova l’allungamento totale.

   0.714 + 0.250 = 0.964 mm.

3. Trova la deformazione dell’alluminio a 100 MPa (E = 70 GPa).

   $\varepsilon = 100/70{,}000 = 1.43 \times 10^{-3}$.

4. Il DOE dice che l’altezza al mozzo delle turbine a terra ha raggiunto circa 103.4 m nel 2023 dopo una crescita dell’83% dal 1998–1999. Qual era la media precedente?

   103.4/1.83 = 56.5 m.

Errori concettuali comuni

Mito: La dilatazione termica causa sempre tensione.
In realtà: Solo quando la dilatazione è impedita.

Mito: Un’asta iperstatica si risolve con il solo equilibrio.
In realtà: Servono anche equazioni di congruenza (deformazione).

Mito: Un piccolo foro conta poco.
In realtà: Può triplicare la tensione locale, ed è lì che nascono le cricche di fatica.

Flashcard

Deformazione assiale

$\delta = PL/(AE)$.

Asta a gradini

Somma $PL/(AE)$ per ogni tratto.

Congruenza

Le deformazioni devono combaciare.

Deformazione termica

$\alpha \Delta T$.

Tensione termica

$\sigma = -E\alpha\Delta T$ se completamente vincolata.

Concentrazione delle tensioni

$\sigma_{max} = K\sigma_{avg}$.

Quiz di autoverifica

1. Raddoppiare la lunghezza di un’asta (stesso carico e area) rende δ…

la metà

uguale

il doppio

quattro volte più grande

il doppio. $\delta \propto L$.

2. Un’asta vincolata che viene scaldata è in...

trazione

compressione

nessuna tensione

solo taglio

compressione. I vincoli la respingono.

3. I problemi iperstatici richiedono...

solo l’equilibrio

la congruenza delle deformazioni

la dinamica

nessun diagramma di corpo libero

la congruenza delle deformazioni. Più incognite che equazioni di equilibrio.

4. La tensione termica in un’asta completamente vincolata non dipende da...

E

α

ΔT

la sua lunghezza

la sua lunghezza. $\sigma = -E\alpha\Delta T$.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Turbine eoliche più alte catturano vento più forte ma richiedono torri più alte. Il Dipartimento dell'Energia degli Stati Uniti riferisce che l'altezza al mozzo delle turbine terrestri di taglia industriale è cresciuta dell'83% dal 1998–1999 fino a circa 103.4 metri nel 2023, più della Statua della Libertà, e che si prevede che l'altezza al mozzo offshore raggiunga circa 150 metri entro il 2035. Il vento è generalmente più forte in quota. Il DOE osserva che i diametri delle torri sono difficili da trasportare su camion sotto i ponti, quindi sostiene torri costruite in loco, compresa la saldatura a spirale per ridurre l'acciaio costoso. Ogni torre è una colonna caricata assialmente che deve portare il peso sovrastante entro la sua tensione ammissibile.

Su Saving Planets: Fisica II

Fonti: U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better) · OpenStax UP2, 1.3 Thermal expansion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-2/pages/1-3-thermal-expansion)

Risorse di apprendimento gratuite

- OpenStax UP2, 1.3 Thermal expansion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-2/pages/1-3-thermal-expansion): Sezione di un manuale gratuito.
- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Deformazione assiale.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

Torsione di alberi circolari e trasmissione di potenza

Deformazione e tensione tangenziale negli alberi circolari in torsione, momento d'inerzia polare di alberi pieni e cavi, angolo di torsione, potenza e coppia, progetto degli alberi e alberi iperstatici.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare la tensione tangenziale con τ = Tρ/J.
- Calcolare l'angolo di torsione φ = TL/(GJ).
- Convertire potenza e velocità in coppia con P = Tω.
- Dimensionare alberi pieni e cavi e spiegare perché gli alberi cavi risparmiano materiale.

Concetti chiave

- In un albero circolare in torsione le sezioni piane restano piane e la deformazione tangenziale cresce linearmente dal centro: γ = ρφ/L.
- La tensione tangenziale è τ = Tρ/J, massima sulla superficie esterna: τ_max = Tc/J.
- Momento d'inerzia polare: J = πd⁴/32 per un albero pieno e J = π(d_o⁴ − d_i⁴)/32 per uno cavo.
- Angolo di torsione φ = TL/(GJ) in radianti; per più tratti, sommali.
- Potenza P = Tω. Gli alberi lenti trasmettono coppie enormi a parità di potenza, per questo un moltiplicatore accelera la rotazione di una turbina eolica prima del generatore.

Equazioni chiave

$$\tau = \frac{T\rho}{J}, \quad \tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$

τ=(Tρ)/(J), τ_=Tc/J

Formula della torsione

$$J = \frac{\pi d^4}{32}, \quad J = \frac{\pi\left(d_o^4 - d_i^4\right)}{32}$$

J=(π d^4)/(32), J=(π(d_o^4-d_i^4))/(32)

Momento d'inerzia polare

$$\phi = \frac{TL}{GJ}$$

=TL/GJ

Angolo di torsione

$$P = T\omega$$

Potenza

Esempi svolti passo passo

Esempio 4.1 Un albero pieno d'acciaio da 50 mm trasmette una coppia di 1.5 kN·m. Trova la tensione tangenziale massima.

1. $J = \pi \times 0.05^4/32 = 6.136 \times 10^{-7}$ m⁴.
2. $\tau_{max} = Tc/J = 1500 \times 0.025/6.136 \times 10^{-7}$.

Risposta: 61.1 MPa.

Esempio 4.2 Lo stesso albero è lungo 2 m con G = 80 GPa. Trova l'angolo di torsione.

1. $\varphi = TL/(GJ) = 1500 \times 2/(80 \times 10^9 \times 6.136 \times 10^{-7})$.

Risposta: 0.0611 rad = 3.50°.

Esempio 4.3 Un motore eroga 50 kW a 1500 giri/min. Dimensiona un albero pieno per una tensione tangenziale ammissibile di 40 MPa.

1. $\omega = 1500 \times 2\pi/60 = 157.1$ rad/s; $T = P/\omega = 318.3$ N·m.
2. $\tau = 16T/(\pi d^3)$ dà $d = (16T/(\pi\tau))\text{^}(1/3)$.

Risposta: d = 34.3 mm (usare 35 mm).

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Un albero cavo (d_o = 60 mm, d_i = 40 mm) trasmette 2 kN·m. Trova τ_{max}.

   $J = 1.021 \times 10^{-6}$ m⁴; $\tau = 2000 \times 0.03/J = 58.8$ MPa.

2. Confronta quell'albero cavo con uno pieno da 60 mm: quale frazione del materiale e della rigidezza J conserva?

Area 1 − (40/60)² = 55.6%; J 1 − (40/60)⁴ = 80.2%.

3. Un albero pieno da 30 mm trasmette 500 N·m. Trova τ_max.

   τ = 16T/(πd³) = 94.3 MPa.

4. Valori di esempio: il rotore di una turbina eolica da 3.4 MW gira a 12 giri/min (valore di esempio). Trova la coppia sull'albero principale.

   ω = 1.257 rad/s; T = P/ω = 2.71 MN·m (velocità di esempio).

Errori concettuali comuni

Mito: La tensione tangenziale è uniforme in un albero.

In realtà: È nulla al centro e massima in superficie.

Mito: Coppia e potenza sono la stessa cosa.

In realtà: P = Tω: la stessa potenza a bassa velocità richiede molta più coppia.

Mito: Un albero cavo è molto più debole.

In realtà: Il materiale vicino al centro è poco sollecitato; toglierlo fa risparmiare peso con una piccola perdita di J.

Flashcard

Formula della torsione

τ = Tρ/J.

J pieno

πd⁴/32.

J cavo

π(d_o⁴ − d_i⁴)/32.

Angolo di torsione

φ = TL/(GJ).

Potenza

P = Tω.

Dimensionamento dell'albero

d = (16T/(πτ))^(1/3).

Quiz di autoverifica

1. In un albero pieno, la tensione tangenziale massima si ha...

al centro

sulla superficie esterna

a metà raggio

ovunque allo stesso modo

sulla superficie esterna. $\tau \propto \rho$.

2. Raddoppiare il diametro di un albero pieno moltiplica J per...

2

4

8

16

16. $J \propto d^4$.

3. L'angolo di torsione è proporzionale a...

G

J

L

1/L

L. $\varphi = TL/(GJ)$.

4. Un moltiplicatore che accelera un albero di 100 volte (senza perdite) cambia la coppia di un fattore...

100

1/100

1

10

1/100. P = Tω è costante.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Una turbina eolica invia la sua potenza attraverso un albero in torsione. Il Dipartimento dell'Energia degli Stati Uniti spiega che il rotore è collegato al generatore direttamente, in una turbina a trasmissione diretta, oppure tramite un albero e una serie di ingranaggi che accelerano la rotazione e permettono un generatore fisicamente più piccolo. Il DOE riporta anche che la potenza media delle turbine eoliche installate di recente negli Stati Uniti ha raggiunto 3.4 MW nel 2023. Poiché la potenza è coppia per velocità, un rotore grande e lento impone milioni di newton-metri al suo albero principale, e le formule della torsione di questa unità lo dimensionano.

Su Saving Planets: Dinamica

Fonti: DOE degli Stati Uniti: come funzionano le turbine eoliche? (in inglese) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT sulla torsione.
- OpenStax UP1, 10.6 Torque (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-6-torque): Sezione di libro di testo gratuito sul momento torcente.
- PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque): Interattivo.

☐ **Ho finito questa unità**

Diagrammi di taglio e momento e tensioni di flessione

Taglio e momento flettente interni nelle travi, le relazioni dV/dx = −w e dM/dx = V, diagrammi di taglio e momento, la formula della flessione σ = My/I, il modulo di resistenza e forme di trave efficienti.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Tracciare diagrammi di taglio e momento per i carichi comuni.
- Usare dV/dx = −w e dM/dx = V per verificare i diagrammi.
- Calcolare la tensione di flessione con σ = My/I.
- Scegliere sezioni efficienti usando il modulo di resistenza S = I/c.

Concetti chiave

- Taglia una trave e il taglio V e il momento M interni tengono il pezzo in equilibrio. Le pendenze seguono dV/dx = −w e dM/dx = V, quindi M è massimo dove V si annulla.
- La flessione pura mantiene piane le sezioni piane; deformazione e tensione crescono linearmente dall'asse neutro, che passa per il baricentro.
- La formula della flessione è σ = −My/I; la tensione massima è σ_max = Mc/I = M/S, dove S = I/c è il modulo di resistenza.
- Per un rettangolo I = bh³/12, quindi l'altezza conta molto più della larghezza: una tavola di coltello è molto più rigida e resistente di una di piatto.
- Le travi a I e i tubi cavi mettono il materiale lontano dall'asse neutro, dando un I grande con poca massa.

Equazioni chiave

$$\frac{dV}{dx} = -w, \quad \frac{dM}{dx} = V$$

`dV/dx=-w, dM/dx=V`

Carico, taglio e momento

$$\sigma = -\frac{My}{I}, \quad \sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{S}$$

`σ=-My/I, σ_=Mc/I=M/S`

Formula della flessione

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

`I=(bh^3)/(12), I=(π d^4)/(64)`

Rettangolo e cerchio

$$M_{\max} = \frac{PL}{4}, \quad M_{\max} = \frac{wL^2}{8}$$

`M_=PL/4, M_=(wL^2)/(8)`

Semplicemente appoggiata: carico centrale, carico uniforme

Esempi svolti passo passo

Esempio 5.1 Una trave semplicemente appoggiata di 4 m porta un carico di 10 kN in mezzeria. Trova le reazioni e il momento massimo.

1. Per simmetria ogni reazione è 5 kN; V = ±5 kN.
2. M_max = PL/4 in mezzeria.

Risposta: 10 kN·m.

Esempio 5.2 La trave è un rettangolo largo 100 mm × alto 200 mm. Trova la tensione di flessione massima.

1. I = 0.1 × 0.2³/12 = 6.667 × 10⁻⁵ m⁴; c = 0.1 m.
2. σ = Mc/I = 10,000 × 0.1/6.667 × 10⁻⁵.

Risposta: 15 MPa (trazione in basso, compressione in alto).

Esempio 5.3 Una trave semplicemente appoggiata di 6 m porta 5 kN/m lungo tutta la luce. Trova V_max e M_max.

1. Reazioni wL/2 = 15 kN ciascuna.
2. M_max = wL²/8 in mezzeria, dove V = 0.

Risposta: V_max = 15 kN; M_max = 22.5 kN·m.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Una mensola di 2 m porta 3 kN all'estremità. Trova il momento massimo e dove agisce.

   M = 3 × 2 = 6 kN·m all'incastro.

2. Una tavola di 200 mm × 50 mm è usata di coltello invece che di piatto. Di quale fattore cresce I?

   $(200/50)^2 = 16$ volte.

3. Un'asta circolare piena da 40 mm porta M = 500 N·m. Trova σ_{max}.

   $\sigma = 32M/(\pi d^3) = 79.6$ MPa.

4. Valori di esempio: il centro prove del NREL può applicare 84 MN·m alla radice di una pala. Se una sezione di radice avesse un S di esempio di 0.4 m^3, quale tensione di flessione causerebbe?

   $\sigma = M/S = 84/0.4 = 210$ MPa (sezione di esempio).

Errori concettuali comuni

Mito: Il momento massimo è sempre sotto il carico più grande.
In realtà: È dove V si annulla, che può essere altrove.

Mito: La tensione di flessione è uniforme sulla sezione.
In realtà: È nulla sull'asse neutro e massima in alto e in basso.

Mito: Larghezza e altezza aiutano allo stesso modo.
In realtà: I cresce con h^3 ma solo con b.

Flashcard

Taglio–momento

$dM/dx = V$; $dV/dx = -w$.

Formula della flessione

$\sigma = My/I$.

Modulo di resistenza

$S = I/c$; $\sigma = M/S$.

I del rettangolo

$bh^3/12$.

Carico centrale

$M_{max} = PL/4$.

Carico uniforme

$M_{max} = wL^2/8$.

Quiz di autoverifica

1. dM/dx è uguale a…

w

V

σ

EI

V. La pendenza del diagramma dei momenti è il taglio.

2. L’asse neutro passa per il…

fibra superiore

baricentro

appoggio

sempre il centro di taglio

baricentro. Per la flessione pura di una trave elastica lineare.

3. Raddoppiare l’altezza di una trave rettangolare moltiplica I per…

2

4

8

16

8. h^3.

4. M_max per una trave semplicemente appoggiata con carico uniforme w è…

wL/2

$wL^2/8$

$wL^2/2$

$PL/4$

$wL^2/8$. Risultato classico.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Le pale delle turbine eoliche sono enormi travi a mensola, e vengono flesse di proposito prima di volare. La scheda del NREL sul Wind Technology Testing Center di Boston, costruito con il Dipartimento dell'Energia degli Stati Uniti e il Massachusetts Clean Energy Center, descrive l'unica struttura statunitense allora in grado di provare pale lunghe fino a 90 metri. Le prove statiche tirano le pale orizzontalmente e verticalmente per misurare inflessioni e deformazioni, applicando un momento flettente fino a 84 meganewton-metri. La formula della flessione di questa unità trasforma quel momento nella tensione che decide se una pala ottiene la certificazione.

Su Saving Planets: Statica

Fonti: NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT sulle travi.
- OpenStax UP1, 12.2 Examples of static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-2-examples-of-static-equilibrium): Sezione di libro di testo gratuito sull'equilibrio.
- PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): Momenti, interattivo.

Ho finito questa unità

Taglio trasversale nelle travi, flusso di taglio e sezioni composte

Tensione tangenziale dovuta ai carichi trasversali, la formula del taglio τ = VQ/(It), taglio in sezioni rettangolari e circolari, flusso di taglio in travi composte e incollate, passo dei connettori e travi in due materiali.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare Q e la tensione tangenziale τ = VQ/(It).
- Usare τ_max = 1.5V/A per i rettangoli e 4V/(3A) per i cerchi.
- Trovare il flusso di taglio q = VQ/I e il passo di chiodi, bulloni o la resistenza della colla nelle travi composte.
- Spiegare come le travi a strati lavorano insieme.

Concetti chiave

- Una trave con momento variabile porta anche tensioni tangenziali su piani orizzontali; per questo una pila di tavole sciolte scorre e si flette molto più di un blocco incollato.
- La formula del taglio τ = VQ/(It) usa Q = A'ȳ', il momento statico rispetto all'asse neutro dell'area oltre il taglio.
- In un rettangolo la tensione tangenziale è parabolica, nulla in alto e in basso e pari a 1.5V/A sull'asse neutro.
- Il flusso di taglio q = VQ/I è la forza per unità di lunghezza che una linea di colla o una fila di connettori deve portare; passo dei connettori s = F_fastener/q.
- Nella maggior parte delle travi lunghe governa la flessione; nelle travi corte e alte e nel legno può governare il taglio.

Equazioni chiave

$$\tau = \frac{VQ}{It}, \quad Q = A'\bar{y}'$$

τ=VQ/It, Q=A' y'

Formula del taglio

$$\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$$

τ_=3V/2A

Rettangolo

$$\tau_{\max} = \frac{4V}{3A}$$

τ_=4V/3A

Cerchio pieno

$$q = \frac{VQ}{I}, \quad s = \frac{F}{q}$$

q=VQ/I, s=F/q

Flusso di taglio e passo dei connettori

Esempi svolti passo passo

Esempio 6.1 Una trave rettangolare di 100 mm × 200 mm porta V = 15 kN. Trova la tensione tangenziale massima.

1. A = 0.02 m².
2. τ_max = 1.5V/A = 1.5 × 15000/0.02.

Risposta: 1.125 MPa sull'asse neutro.

Esempio 6.2 Due tavole di 150 mm × 50 mm sono incollate di piatto una sopra l'altra per formare una trave larga 150 mm × alta 100 mm che porta V = 10 kN. Trova la tensione tangenziale che la colla deve portare.

1. I = 0.15 × 0.1³/12 = 1.25 × 10⁻⁵ m⁴.
2. Q = 0.15 × 0.05 × 0.025 = 1.875 × 10⁻⁴ m³.
3. q = VQ/I = 150 N/mm; τ = q/b = 150/150.

Risposta: τ = 1.0 MPa (uguale a 1.5V/A).

Esempio 6.3 Le stesse due tavole vengono invece inchiodate, con V = 2 kN, e ogni chiodo porta 900 N. Trova il passo dei chiodi.

1. q = VQ/I = 2000 × 1.875 × 10⁻⁴/1.25 × 10⁻⁵ = 30 N/mm.
2. s = F/q = 900/30.

Risposta: 30 mm.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Un albero pieno da 50 mm porta V = 10 kN. Trova τ_{max}.

   A = 1963 mm^2; $\tau = 4V/(3A) = 6.79$ MPa.

2. Un rettangolo di 50 mm × 100 mm porta V = 5 kN. Trova τ_{max}.

   1.5 × 5000/5000 = 1.5 MPa.

3. Per una trave rettangolare semplicemente appoggiata con carico centrale, mostra che $\sigma_{max}/\tau_{max} = 2L/h$ e calcolalo per L/h = 10.

   $\sigma = 1.5PL/(bh^2)$, $\tau = 0.75P/(bh)$, rapporto 2L/h = 20: la flessione governa le travi lunghe.

4. Valori di esempio: i materiali di un edificio di media altezza comportano 1000 t CO_2e di emissioni incorporate. Usando l'intervallo dal 13% al 26.5% dell'articolo del Forest Service, stima il risparmio con il legno massiccio.

   Da 130 a 265 t CO_2e (edificio di esempio).

Errori concettuali comuni

Mito: La tensione tangenziale è massima in alto e in basso, come quella di flessione.
In realtà: Lì è nulla ed è massima sull'asse neutro.

Mito: Q è il momento d'inerzia.
In realtà: Q è un momento statico (m^3); I è un momento d'inerzia di area (m^4).

Mito: La colla deve solo tenere insieme le tavole in verticale.
In realtà: Deve portare il flusso di taglio orizzontale q.

Flashcard

Formula del taglio

$\tau = VQ/(It)$.

Momento statico Q

$A'\bar{y}'$ oltre il taglio.

Rettangolo

$\tau_{max} = 1.5V/A$.

Cerchio

$\tau_{max} = 4V/(3A)$.

Flusso di taglio

$q = VQ/I$.

Passo dei connettori

$s = F/q$.

Quiz di autoverifica

1. Per un rettangolo, τ_{max} è...

V/A

$1.5V/A$

$2V/A$

$4V/(3A)$

$1.5V/A$. Distribuzione parabolica.

2. Il flusso di taglio ha unità di...

N/m^2

N/m

$N \cdot m$

m^3

N/m. Forza per lunghezza.

3. Q è...

$A'\bar{y}'$

$bh^3/12$

VQ/I

Mc/I

$A'\bar{y}'$. Il momento statico dell'area oltre il taglio.

4. Dimezzare il passo dei chiodi permette alla trave di portare quanto taglio in più?

uguale

il doppio

quattro volte più grande

la metà

il doppio. q = F/s raddoppia.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Strati di legno incollati che portano il flusso di taglio stanno costruendo uno skyline a minor contenuto di carbonio. Un articolo del 2022 pubblicato dal Forest Products Laboratory dell'USDA Forest Service spiega che il legno lamellare a strati incrociati è all'avanguardia del movimento del legno massiccio, che permette di costruire edifici in legno più alti, e che diversi studi mostrano che sostituire acciaio e calcestruzzo con legno massiccio negli edifici di media altezza può ridurre dal 13% al 26.5% le emissioni di produzione, trasporto e posa dei materiali. Gli autori sottolineano anche le salvaguardie perché una maggiore domanda di legno non danneggi il carbonio e la salute delle foreste. Le linee di colla tra gli strati devono portare il flusso di taglio di questa unità.

Su Saving Planets: Foreste

Fonti: USDA Forest Service: What is the impact of mass timber utilization on climate and forests? (2022) (https://research.fs.usda.gov/treesearch/63853)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT sulle travi.
- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Tensione tangenziale e modulo di taglio.

Ho finito questa unità

Trasformazione delle tensioni, cerchio di Mohr, criteri di rottura e fatica

Tensione piana su piani ruotati, tensioni principali e taglio massimo, cerchio di Mohr, criteri di snervamento di Tresca e von Mises, e introduzione alla fatica sotto carichi ripetuti.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Trasformare la tensione piana a qualsiasi angolo e trovare tensioni e piani principali.
- Tracciare e usare il cerchio di Mohr.
- Applicare i criteri di Tresca e von Mises per trovare un coefficiente di sicurezza.
- Spiegare la fatica e perché i pezzi possono rompersi molto al di sotto della loro resistenza statica.

Concetti chiave

- Lo stesso stato tensionale appare diverso su piani diversi. Ruotare di θ cambia σ e τ, ma alcuni piani hanno taglio nullo: i piani principali.
- Le tensioni principali sono $\sigma_{1,2}$ = (σx + σy)/2 ± R, con R = √(((σx − σy)/2)² + τxy²). Il taglio massimo nel piano è R, su piani a 45° dai piani principali.
- Il cerchio di Mohr rappresenta (σ, τ) per ogni piano: centro in (σx + σy)/2, raggio R. Un angolo θ sull'elemento è 2θ sul cerchio.
- I metalli duttili snervano per taglio. Tresca: la tensione tangenziale massima raggiunge σ_Y/2. Von Mises: σ_vm = √(σ_1^2 − $\sigma_1\sigma_2$ + σ_2^2) raggiunge σ_Y (si adatta un po' meglio ai dati sperimentali).
- I carichi ripetuti fanno crescere cricche da piccoli difetti, quindi i pezzi possono rompersi dopo milioni di cicli a tensioni ben inferiori allo snervamento. I progettisti usano curve S–N e provano pezzi completi per tutta la loro vita in cicli.

Equazioni chiave

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

σ_1,2=(σ_x+σ_y)/(2)((σ_x-σ_y)/(2))^2+τ_xy^2

Tensioni principali

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

2θ_p=2τ_xyσ_x-σ_y

Angolo principale

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

σ_vm=σ_1^2-σ_1σ_2+σ_2^2

Von Mises (tensione piana)

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

σ_vm=σ^2+3τ^2

Normale più taglio (alberi, travi)

Esempi svolti passo passo

Esempio 7.1 Un punto ha σx = 80 MPa, σy = −40 MPa e τxy = 30 MPa. Trova le tensioni principali, l'angolo principale e il taglio massimo nel piano.

1. Centro = 20 MPa; R = √(60² + 30²) = 67.1 MPa.
2. σ_1 = 20 + 67.1; σ_2 = 20 − 67.1.
3. tan 2θ_p = 60/120 = 0.5.

Risposta: σ_1 = 87.1 MPa, σ_2 = −47.1 MPa, θ_p = 13.3°, τ_max = 67.1 MPa.

Esempio 7.2 Per quello stato tensionale, trova la tensione di von Mises e il coefficiente di sicurezza per un acciaio con σ_Y = 250 MPa.

1. σ_vm = √(87.1² − (87.1)(−47.1) + 47.1²).
2. FS = 250/σ_vm.

Risposta: σ_vm = 117.9 MPa; FS = 2.12.

Esempio 7.3 Usa Tresca per lo stesso punto.

1. σ_1 e σ_2 hanno segni opposti, quindi τ_abs max = (σ_1 − σ_2)/2 = 67.1 MPa.
2. FS = (σ_Y/2)/τ_max = 125/67.1.

Risposta: FS = 1.86 (Tresca è un po' più conservativo).

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. La superficie di un albero è in taglio puro, $\tau = 50$ MPa. Trova le tensioni principali e i loro piani.

   $\sigma_1 = 50$ MPa, $\sigma_2 = -50$ MPa, su piani a 45°.

2. Una barra è in trazione monoassiale a 100 MPa. Trova la tensione tangenziale massima e il suo piano.

   $\tau_max = 50$ MPa su piani a 45°.

3. Un albero porta $\sigma = 60$ MPa da flessione e $\tau = 40$ MPa da torsione. Trova la tensione di von Mises.

   $\sigma_vm = \sqrt{(60^2 + 3 \times 40^2)} = 91.7$ MPa.

4. Valori di esempio: un pezzo compie un ciclo al secondo per 20 anni. Quanti cicli di carico sono?

   $20 \times 365.25 \times 86400 = 6.31 \times 10^8$ cicli.

Errori concettuali comuni

Mito: La tensione maggiore è sempre σx o σy.

In realtà: Le tensioni principali su piani ruotati possono essere maggiori.

Mito: Un angolo θ sull'elemento è θ sul cerchio di Mohr.

In realtà: È 2θ sul cerchio.

Mito: Se un pezzo resiste una volta a un carico, vi resiste per sempre.

In realtà: I carichi ripetuti possono far crescere cricche di fatica molto al di sotto della resistenza statica.

Flashcard

Tensioni principali

Centro ± R.

Raggio del cerchio di Mohr

$R = \sqrt{(((\sigma x - \sigma y)/2)^2 + \tau^2)}$.

Taglio massimo nel piano

$\tau_max = R$, a 45°.

Tresca

$\tau_max = \sigma_Y/2$ allo snervamento.

Von Mises

$\sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)}$.

Fatica

Rottura dopo molti cicli al di sotto dello snervamento.

Quiz di autoverifica

1. Sui piani principali la tensione tangenziale è...

massimo

zero

uguale a σ_1

R

zero. Definizione.

2. A quale angolo dai piani principali si trovano i piani di taglio massimo nel piano?

30°

45°

60°

90°

45°. 90° sul cerchio.

3. Von Mises per una tensione monoassiale σ è uguale a...

$\sigma/2$

σ

$\sqrt{3}\sigma$

2σ

σ. $\sigma_2 = 0$.

4. La rottura per fatica è causata da...

un solo grande carico

cicli di carico ripetuti

la sola temperatura

il colore

cicli di carico ripetuti. Le cricche crescono ciclo dopo ciclo.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Una pala eolica deve sopravvivere a decenni di flessioni alternate. La scheda del NREL sul Wind Technology Testing Center spiega che le prove di fatica sollecitano le pale milioni di volte per simulare ciò che una pala subisce nella sua vita su una turbina, usando il sistema di eccitazione risonante del NREL con fino a 21 metri di escursione della punta da estremo a estremo per generare in pochi mesi oltre 20 anni di carichi ciclici di campo. Tensioni combinate, criteri di rottura e fatica, tutti in questa unità, decidono se una pala supera la prova.

Su Saving Planets: Statica

Fonti: NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT sulla trasformazione delle tensioni.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): Lezioni del MIT su snervamento, frattura e fatica.

☐ **Ho finito questa unità**

Recipienti in pressione a parete sottile e sollecitazioni composte

Tensione circonferenziale e assiale nei cilindri sottili, tensione nelle sfere sottili, spessore di parete richiesto e combinazione di tensioni assiali, di flessione, di torsione e di pressione in un punto.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare le tensioni circonferenziale e assiale in cilindri e sfere a parete sottile.
- Trovare lo spessore di parete richiesto per una pressione e una tensione ammissibile.
- Sovrapporre in un punto tensioni assiali, di flessione, di torsione e di pressione.
- Trovare le tensioni principali e di von Mises per sollecitazioni composte.

Concetti chiave

- Un recipiente è a parete sottile quando r/t è circa 10 o più; allora la tensione di parete è quasi uniforme nello spessore.
- Cilindro: tensione circonferenziale σ_h = pr/t, tensione assiale σ_a = pr/(2t). La circonferenziale è il doppio dell’assiale, per questo i tubi in sovrapressione si squarciano per il lungo.
- Sfera: σ = pr/(2t) in ogni direzione, quindi una sfera richiede metà della parete di un cilindro dello stesso raggio.
- Con sollecitazioni composte, somma in un punto le tensioni di ogni carico (sovrapposizione), poi usa il cerchio di Mohr o un criterio di rottura.
- Le unità contano: 1 bar = 0.1 MPa e 1 psi = 6894.757 Pa (NIST).

Equazioni chiave

$$\sigma_h = \frac{pr}{t}, \quad \sigma_a = \frac{pr}{2t}$$

`σ_h=pr/t, σ_a=pr/2t`

Cilindro sottile

$$\sigma = \frac{pr}{2t}$$

`σ=pr/2t`

Sfera sottile

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$$

`σ=P/AMc/I`

Assiale più flessione

$$t = \frac{pr}{\sigma_{\text{allow}}}$$

`t=σ_allow`

Parete del cilindro richiesta

Esempi svolti passo passo

Esempio 8.1 Valori di esempio: una bombola di idrogeno con raggio interno di 150 mm e parete di 15 mm contiene 700 bar (70 MPa). Trova le tensioni circonferenziale e assiale.

1. r/t = 10, stima a parete sottile.
2. σ_h = pr/t = 70 × 10; σ_a = σ_h/2.

Risposta: σ_h = 700 MPa, σ_a = 350 MPa (serbatoio di esempio; per questo tali serbatoi usano compositi in fibra di carbonio).

Esempio 8.2 Una sfera con lo stesso raggio, parete e pressione: trova la tensione.

1. σ = pr/(2t).

Risposta: 350 MPa, metà della tensione circonferenziale del cilindro.

Esempio 8.3 Un pilastro pieno da 100 mm porta un carico di compressione di 10 kN e un momento flettente di 3 kN·m. Trova le massime tensioni di compressione e di trazione.

1. P/A = 10000/7854 mm² = 1.27 MPa di compressione.
2. Mc/I = 32M/(πd³) = 30.6 MPa.

Risposta: 31.8 MPa di compressione su una faccia; 29.3 MPa di trazione sull’altra.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Il progetto di un serbatoio passa da 350 bar a 700 bar a parità di raggio e tensione ammissibile. Come deve cambiare lo spessore di parete?

t = pr/σ: raddoppia.

2. Valori di esempio: una bombola di gas ha r = 150 mm, t = 3 mm e p = 2 MPa. Trova σ_h e σ_a.

   σ_h = 100 MPa; σ_a = 50 MPa.

3. Trova lo spessore di parete di un cilindro con p = 35 MPa, r = 200 mm e σ_allow = 600 MPa.

   t = 35 × 200/600 = 11.7 mm.

4. Converti i 10000 psi del DOE in MPa con il fattore del NIST.

   10000 × 6894.757 Pa = 68.9 MPa, circa 700 bar.

Errori concettuali comuni

Mito: Le tensioni circonferenziale e assiale sono uguali in un cilindro.
In realtà: La tensione circonferenziale è il doppio di quella assiale.

Mito: Le formule a parete sottile valgono per qualsiasi recipiente.
In realtà: Solo quando r/t è circa 10 o più.

Mito: Puoi sommare tensioni di carichi diversi in punti diversi.
In realtà: Sovrapponi nello stesso punto e nella stessa direzione.

Flashcard

Tensione circonferenziale

σ_h = pr/t.

Tensione assiale

σ_a = pr/(2t).

Sfera

σ = pr/(2t).

Parete sottile

r/t ≥ 10.

Sovrapposizione

Somma le tensioni in un punto.

bar e psi

1 bar = 0.1 MPa; 1 psi = 6894.757 Pa.

Quiz di autoverifica

1. La tensione circonferenziale in un cilindro sottile è...

pr/(2t)

pr/t

pt/r

2pr/t

pr/t. Equilibrio di mezzo anello.

2. La tensione di parete di una sfera rispetto alla tensione circonferenziale di un cilindro (stessi p, r, t) è...

il doppio

uguali

la metà

un quarto

la metà. pr/(2t).

3. Un tubo in sovrapressione di solito si squarcia...

lungo la circonferenza

per il lungo

solo alle estremità

mai

per il lungo. La tensione circonferenziale è la maggiore.

4. 700 bar sono circa...

7 MPa

70 MPa

700 MPa

0.7 MPa

70 MPa. 1 bar = 0.1 MPa.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

L’idrogeno può alimentare camion, autobus e industria senza emissioni di carbonio nel punto d’uso, ma deve essere immagazzinato. Il Dipartimento dell’Energia degli Stati Uniti spiega che l’idrogeno ha la più alta energia per massa di qualsiasi combustibile ma un’energia per volume molto bassa, quindi immagazzinarlo come gas richiede di solito serbatoi ad alta pressione a 350–700 bar (5000–10000 psi), mentre immagazzinarlo come liquido richiede temperature criogeniche, perché bolle a −252.8 °C a pressione ambiente. La formula della tensione circonferenziale di questa unità mostra perché quei serbatoi hanno bisogno di pareti molto resistenti e leggere.

Su Saving Planets: Chimica Generale I

Fonti: U.S. DOE: Hydrogen storage (https://www.energy.gov/eere/fuelcells/hydrogen-storage) · NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT sui recipienti in pressione.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): Corso successivo del MIT.

Ho finito questa unità

Inflessione delle travi

La linea elastica ed EI v'' = M, l'integrazione con condizioni al contorno, le formule standard di inflessione, la sovrapposizione, i limiti di esercizio e le travi iperstatiche.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Integrare EI v'' = M con le condizioni al contorno per trovare rotazione e inflessione.
- Usare le formule standard di inflessione e la sovrapposizione.
- Verificare l'inflessione rispetto a un limite di esercizio come L/360.
- Risolvere mensole puntellate e altre travi iperstatiche.

Concetti chiave

- Per piccole rotazioni, la linea elastica obbedisce a EI d²v/dx² = M(x). Integra due volte e usa i vincoli per fissare le costanti (v = 0 nelle cerniere; v = 0 e v' = 0 in un incastro).
- EI è la rigidezza flessionale: un materiale più rigido (E) o una sezione più alta (I) danno inflessioni minori.
- Risultati standard: mensola con carico in punta δ = PL³/(3EI); semplicemente appoggiata con carico centrale PL³/(48EI); con carico uniforme 5wL⁴/(384EI).
- Le inflessioni di carichi separati si sommano (sovrapposizione) finché la trave resta elastica lineare.
- Un vincolo in più rende la trave iperstatica; toglilo, calcola lì l'inflessione e scegli la reazione che la annulla.

Equazioni chiave

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

`EI(d^2v)/(dx^2)=M(x)`

Linea elastica

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \delta = \frac{wL^4}{8EI}$$

`=(PL^3)/(3EI), =(wL^4)/(8EI)`

Mensola: carico in punta, carico uniforme

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}, \quad \delta = \frac{5wL^4}{384EI}$$

`=(PL^3)/(48EI), =(5wL^4)/(384EI)`

Semplicemente appoggiata: carico centrale, carico uniforme

$$R_B = \frac{3wL}{8}$$

R_B=3wL/8

Mensola puntellata, carico uniforme

Esempi svolti passo passo

Esempio 9.1 Una mensola d’acciaio di 2 m (E = 200 GPa, I = 8 × 10⁻⁶ m⁴) porta 1 kN in punta. Trova l’inflessione in punta.

1. δ = PL³/(3EI) = 1000 × 8/(3 × 200 × 10⁹ × 8 × 10⁻⁶).

Risposta: 1.67 mm.

Esempio 9.2 Una trave d’acciaio semplicemente appoggiata di 6 m (I = 1 × 10⁻⁴ m⁴) porta 10 kN/m. Trova l’inflessione in mezzeria e confrontala con L/360.

1. δ = 5wL⁴/(384EI) = 5 × 10,000 × 1296/(384 × 200 × 10⁹ × 10⁻⁴).
2. L/360 = 16.7 mm.

Risposta: 8.44 mm, entro il limite.

Esempio 9.3 La stessa trave è incastrata in A e puntellata in B. Trova la reazione del puntello.

1. Togli il puntello: inflessione in punta della mensola wL⁴/(8EI).
2. La forza del puntello R_B dà R_BL³/(3EI) verso l’alto; uguagliale.

Risposta: R_B = 3wL/8 = 22.5 kN.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. La lunghezza di una mensola raddoppia con lo stesso carico in punta. Di quale fattore cresce l’inflessione in punta?

   2³ = 8 volte.

2. Una trave di legno semplicemente appoggiata ($E = 10$ GPa, $I = 5 \times 10^{-5}$ m^4, $L = 4$ m) porta 5 kN in mezzeria. Trova δ.

   $PL^3/(48EI) = 13.3$ mm.

3. Una mensola d'acciaio di 3 m ($I = 1 \times 10^{-5}$ m^4) porta 2 kN/m. Trova l'inflessione in punta.

   $wL^4/(8EI) = 10.1$ mm.

4. Il DOE dice che l'area spazzata dai rotori è cresciuta di circa il 670% dal 1998–1999. Se l'area spazzata cresce con il quadrato del diametro, di quale fattore è cresciuto il diametro medio?

   Area spazzata ×7.7, quindi diametro × $\sqrt{7.7} = 2.77$.

Errori concettuali comuni

Mito: L'inflessione cresce di pari passo con la lunghezza.
In realtà: Cresce con L^3 o L^4.

Mito: Un acciaio più resistente si inflette meno.
In realtà: L'inflessione dipende da E, che è circa uguale per tutti gli acciai.

Mito: Se una trave è abbastanza resistente, va bene.
In realtà: Deve anche essere abbastanza rigida: solai che vibrano o pale che urtano la torre sono guasti in esercizio.

Flashcard

Linea elastica

$EIv'' = M$.

Mensola con carico in punta

$PL^3/(3EI)$.

Semplicemente appoggiata, carico centrale

$PL^3/(48EI)$.

Semplicemente appoggiata, carico uniforme

$5wL^4/(384EI)$.

Sovrapposizione

Somma le inflessioni di ciascun carico.

Esercizio

Limite come L/360.

Quiz di autoverifica

1. Inflessione in punta di una mensola con carico all'estremità:

$PL^3/(3EI)$

$PL^3/(48EI)$

$PL^2/(2EI)$

$5wL^4/(384EI)$

$PL^3/(3EI)$. Risultato classico.

2. EI si chiama...

modulo di resistenza

rigidezza flessionale

momento polare

flusso di taglio

rigidezza flessionale. Resistenza alla deformazione flessionale.

3. In un incastro...

solo $v = 0$

$v = 0$ e $v' = 0$

$M = 0$

$V = 0$

$v = 0$ e $v' = 0$. Né inflessione né rotazione.

4. Raddoppiare la luce di una trave semplicemente appoggiata con carico uniforme moltiplica δ per...

4

8

16

2

16. L^4.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Pale più lunghe catturano più vento, ma si inflettono anche di più. Il Dipartimento dell'Energia degli Stati Uniti riferisce che il diametro medio del rotore delle turbine installate di recente negli Stati Uniti superava 133.8 metri nel 2023, che il 98% delle nuove turbine di quell'anno aveva rotori di 115 metri o più, e che l'area spazzata dai rotori è cresciuta di circa il 670% dal 1998–1999, permettendo di produrre più elettricità anche dove il vento è più debole. Il DOE osserva che le pale non possono essere piegate o curvate una volta costruite, il che limita il trasporto su strada, e sta studiando pale più snelle e flessibili. La teoria dell'inflessione delle travi è il modo in cui i progettisti evitano che una pala flessibile urti la torre.

Su Saving Planets: Fisica II

Fonti: U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT sull'inflessione delle travi.
- OpenStax Calculus Volume 1, 5.5 Substitution (https://openstax.org/books/calculus-volume-1/pages/5-5-substitution): Ripasso gratuito di analisi per integrare la linea elastica.

Ho finito questa unità

Instabilità delle colonne

Stabilità e carico critico, formula di Euler per colonne incernierate, lunghezza libera di inflessione per altre condizioni di vincolo, snellezza e tensione critica, instabilità anelastica, imperfezioni e gusci sottili con fattori di riduzione.

Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Spiegare l'equilibrio stabile, indifferente e instabile nelle colonne.
- Calcolare i carichi critici di Euler con i coefficienti di lunghezza libera.
- Usare la snellezza per distinguere instabilità e snervamento.
- Spiegare perché imperfezioni e fattori di riduzione contano per gusci sottili come i serbatoi dei razzi.

Concetti chiave

- Una colonna snella può cedere all'improvviso inflettendosi lateralmente a un carico molto inferiore al carico di schiacciamento. Quel carico è il carico critico P_cr.
- Euler: P_cr = π²EI/(KL)². K = 1 per cerniera–cerniera, 2 per incastro–libero, 0.5 per incastro–incastro e circa 0.7 per incastro–cerniera.
- L'instabilità usa il minimo I della sezione: una colonna sbanda attorno al suo asse debole.
- Tensione critica σ_cr = π²E/(KL/r)², con raggio d'inerzia r = √(I/A). Se σ_cr supera lo snervamento, la colonna tozza snerva prima; tra i due casi vale l'instabilità anelastica.
- I gusci cilindrici sottili, come i serbatoi dei razzi, sono molto sensibili a piccolissime imperfezioni, perciò i progettisti moltiplicano il carico critico ideale per un fattore di riduzione ricavato dalle prove.

Equazioni chiave

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{(K L)^2}$$

`P_cr=(π^2EI)/((KL)^2)`

Carico critico di Euler

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(K L / r)^2}, \quad r = \sqrt{I/A}$$

`σ_cr=(π^2E)/((KL/r)^2), r=/A`

Tensione critica

$$K = 1,\ 2,\ 0.5,\ 0.7$$

```
K=1,\ 2,\ 0.5,\ 0.7
```

Cerniera–cerniera, incastro–libero, incastro–incastro, incastro–cerniera

Esempi svolti passo passo

Esempio 10.1 Una colonna d'acciaio incernierata agli estremi (E = 200 GPa) è lunga 3 m con I = 2 × 10^{-6} m^4. Trova P_cr.

1. $P_{cr} = \pi^2 \times 200 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}/3^2$.

Risposta: 438.6 kN.

Esempio 10.2 La stessa colonna è incastrata alla base e libera in sommità. Trova P_cr.

1. K = 2, quindi KL = 6 m e P_cr si riduce di 4.

Risposta: 109.7 kN.

Esempio 10.3 Un'asta piena d'acciaio da 50 mm, lunga 2 m e incernierata alle estremità, ha σ_Y = 250 MPa. Sbanda o snerva prima?

1. r = d/4 = 12.5 mm; KL/r = 2000/12.5 = 160.
2. $\sigma_{cr} = \pi^2 \times 200{,}000/160^2$ MPa.

Risposta: σ_{cr} = 77.1 MPa < 250 MPa: sbanda prima.

Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. La lunghezza di una colonna raddoppia. Che cosa succede a P_cr?

   Scende a un quarto.

2. Come si confronta una colonna incastro–incastro con una cerniera–cerniera della stessa lunghezza?

   K = 0.5, quindi P_cr è 4 volte maggiore.

3. La NASA descrive un carico di prova fino a 750000 libbre. Convertilo in meganewton con il fattore del NIST.

   750,000 × 4.448222 N = 3.34 MN.

4. Valori di esempio: la NASA ha trovato che eliminare i rinforzi di saldatura può aumentare la capacità portante fino al 28%. Quanto porterebbe un cilindro di esempio da 10 MN?

   10 × 1.28 = 12.8 MN (cilindro di esempio).

Errori concettuali comuni

Mito: Le colonne cedono quando la tensione raggiunge lo snervamento.
In realtà: Le colonne snelle sbandano a tensioni molto più basse.

Mito: Una colonna sbanda attorno al suo asse forte.
In realtà: Sbanda attorno all'asse con il minimo I.

Mito: Il carico di Euler è ciò che porterà una colonna reale.
In realtà: Imperfezioni e carichi eccentrici lo riducono, soprattutto per i gusci sottili.

Flashcard

Carico di Euler

$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$.

Lunghezza libera di inflessione

K = 1, 2, 0.5, 0.7.

Raggio d'inerzia

$r = \sqrt{(I/A)}$.

Tensione critica

$\pi^2 E/(KL/r)^2$.

Asse debole

Governa il minimo I.

Fattore di riduzione

Riduzione basata su prove per gusci sottili.

Quiz di autoverifica

1. Il P_{cr} di Euler è proporzionale a...

L

1/L

$1/L^2$

L^2

$1/L^2$. $\pi^2 EI/(KL)^2$.

2. K per una colonna incastro–libero (pennone):

0.5

0.7

1

2

2. Lunghezza libera 2L.

3. La snellezza è...

KL/r

r/L

I/A

E/σ_Y

KL/r. La lunghezza libera divisa per il raggio d'inerzia.

4. Un fattore di riduzione tiene conto di...

la temperatura

la sensibilità alle imperfezioni dei gusci sottili

vernice

la gravità

la sensibilità alle imperfezioni dei gusci sottili. I gusci reali sbandano al di sotto della teoria ideale.

Rifai questo quiz

Come questo aiuta a salvare il pianeta

Razzi più leggeri lanciano i satelliti che osservano il clima della Terra, e l'instabilità stabilisce quanto possono essere leggeri i loro serbatoi. Il NASA Engineering and Safety Center riferisce che il suo gruppo Shell Buckling Knockdown Factor ha riesaminato fattori di riduzione che non erano stati aggiornati dall'era Apollo degli anni 1960. Otto prove in scala ridotta e due in scala reale su cilindri metallici hanno portato a nuovi fattori di riduzione usati sullo stadio centrale dello Space Launch System, con risparmi di massa e di costo. In una prova, un cilindro di 8 piedi di diametro caricato fino a 750000 libbre ha sbandato entro il 2.5% della previsione dell'ingegnere, e i primi risultati hanno mostrato che eliminare i rinforzi di saldatura può aumentare la capacità portante fino al 28%.

Su Saving Planets: Introduzione all'ingegneria aerospaziale

Fonti: NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/)

Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Lezioni del MIT sull'instabilità.
- NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/): Come la NASA prova l'instabilità dei cilindri dei razzi.

☐ **Ho finito questa unità**

Esercizi

Questi esercizi stanno dentro ogni unità. Falli su carta, poi apri la risposta.

1. Tensione: normale, tangenziale e di rifollamento; tensione ammissibile e coefficiente di sicurezza
   4 esercizi
2. Deformazione e comportamento dei materiali: legge di Hooke, coefficiente di Poisson e curva tensione–deformazione
   4 esercizi
3. Elementi caricati assialmente: deformazione, aste iperstatiche e tensioni termiche
   4 esercizi
4. Torsione di alberi circolari e trasmissione di potenza
   4 esercizi
5. Diagrammi di taglio e momento e tensioni di flessione
   4 esercizi
6. Taglio trasversale nelle travi, flusso di taglio e sezioni composte

4 esercizi

7. Trasformazione delle tensioni, cerchio di Mohr, criteri di rottura e fatica
   4 esercizi
8. Recipienti in pressione a parete sottile e sollecitazioni composte
   4 esercizi
9. Inflessione delle travi
   4 esercizi
10. Instabilità delle colonne
    4 esercizi

Il laboratorio (Materials lab)

Il laboratorio è la parte pratica del corso. Qui è gratuito e solo per esercitarsi, senza crediti.

Ogni laboratorio si può svolgere in una simulazione gratuita o con oggetti di casa. Elastici tesi e spaghetti che si spezzano possono schizzare: indossa occhiali, tieni i carichi piccoli e il viso lontano dai pezzi caricati.

Riferimento per la sicurezza: OSHA: Hand and power tools (https://www.osha.gov/hand-power-tools)

Laboratorio A: Legge di Hooke e rigidezza

SETTIMANA 2

Obiettivo: Carica una molla (o un elastico) a gradini, mostra che l'allungamento cresce in proporzione alla forza e trova la rigidezza k.

$$F = kx, \quad U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

F=kx, U=12kx^2

Molla lineare ed energia immagazzinata

Procedimento

1. Apri PhET Hooke's Law, scegli una molla e imposta la sua costante; applica forze a passi uguali e registra lo spostamento.
2. A casa: appendi un sacchetto a un elastico e aggiungi monete di massa nota (F = mg), misurando ogni volta l'allungamento con un righello.
3. Traccia F in funzione di x e adatta una retta passante per l'origine; la pendenza è k.
4. Scarica passo dopo passo e osserva se l'elastico torna alla lunghezza iniziale.

Tabella dei dati

F (N)	x (mm) per k = 50 N/m
0.5	10
1.0	20
1.5	30
2.0	40

Valori di esempio per una molla con k = 50 N/m; la tua molla dà la tua pendenza.

Calcolo di esempio

1. k = F/x = 0.5 N/0.010 m = 50 N/m in ogni riga.
2. Energia immagazzinata a 2 N: U = ½ × 50 × 0.04² = 0.04 J.

> **Sicurezza**
>
> - Indossa occhiali; un elastico teso può scattare indietro.

Alternativa a casa o virtuale

- Il passaggio con l'elastico è la versione casalinga.

PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law)

Legame con il pianeta: Prove di rigidezza come questa, in scala maggiore, sono il modo in cui gli ingegneri qualificano ogni bullone, cavo ed elemento di ponte. ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio B: Tensione, deformazione e modulo di un elastico

SETTIMANA 3

Obiettivo: Trasforma forza e allungamento in tensione e deformazione, stima un modulo e vedi dove la risposta smette di essere lineare.

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad \varepsilon = \frac{\delta}{L_0}, \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

σ=F/A, =()/(L_0), E=(σ)/()

Tensione e deformazione ingegneristiche

Procedimento

1. Misura con un righello larghezza e spessore di un elastico piatto (o conta strati di spessore noto) e la sua lunghezza a riposo L_0.
2. Appendi masse note e registra l'allungamento δ per ciascuna.
3. Calcola σ ed ε e traccia σ in funzione di ε. Adatta il tratto rettilineo iniziale per stimare E.
4. Continua ad aggiungere piccole masse e annota dove la curva si piega: la gomma non è lineare a grandi deformazioni.

Tabella dei dati

F (N)	δ (mm)	σ (MPa)	ε
1	8	0.667	0.10
2	16	1.333	0.20
3	24	2.000	0.30

Valori di esempio per un elastico con A = 1.5 mm² e L_0 = 80 mm nel suo campo quasi lineare.

Calcolo di esempio

1. σ = 1 N/1.5 mm² = 0.667 MPa; ε = 8/80 = 0.10.
2. E = 0.667/0.10 = 6.67 MPa, circa 30000 volte meno rigido dell'acciaio (200 GPa).

> **Sicurezza**
>
> - Indossa occhiali e tieni l'elastico rivolto lontano dai visi; fermati prima che si rompa.

Alternativa a casa o virtuale

- L'intero laboratorio si fa a casa.

PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs)

Legame con il pianeta: Conoscere rigidezza e resistenza per chilogrammo è il modo in cui si scelgono scocche d'auto più leggere, e il DOE collega una riduzione di peso del 10% a un miglioramento dal 6% all'8% nell'economia di carburante. U.S. DOE: Lightweight materials for cars and trucks (https://www.energy.gov/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio C: Torcere un’asta di gommapiuma

SETTIMANA 6

Obiettivo: Torci un’asta di gommapiuma con una coppia nota, misura l’angolo di torsione e verifica che φ cresca in proporzione a T come in φ = TL/(GJ).

$$\phi = \frac{TL}{GJ}, \quad J = \frac{\pi d^4}{32}$$

=TL/GJ, J=(π d^4)/(32)

Angolo di torsione di un’asta piena

Procedimento

1. Traccia una linea retta lungo un’asta piena di gommapiuma e segna due anelli a 0.5 m di distanza.
2. Tieni fissa un’estremità e applica una coppia con un braccio di leva e un peso noto (T = F × braccio).
3. Fotografa la linea e leggi l’angolo di torsione tra gli anelli; ripeti per tre coppie.
4. Traccia φ in funzione di T; la pendenza è L/(GJ). Osserva la spirale in cui si trasforma la linea retta: quella è deformazione tangenziale.

Tabella dei dati

T (N·m)	φ (°)
0.1	4.67
0.2	9.34
0.3	14.0

Valori calcolati per un’asta di esempio con d = 50 mm, L = 0.5 m e G = 1 MPa.

Calcolo di esempio

1. J = π × $0.05^4/32$ = 6.136×10^{-7} m^4.
2. φ = $0.2 \times 0.5/(10^6 \times 6.136 \times 10^{-7})$ = 0.163 rad = 9.34°.
3. Deformazione tangenziale superficiale γ = cφ/L = 0.025 × 0.163/0.5 = 0.00815.

> **Sicurezza**
>
> - Usa pesi piccoli e bassi, sopra una superficie morbida.

Alternativa a casa o virtuale

- L’intero laboratorio si fa a casa.

PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque)

Legame con il pianeta: Gli alberi delle turbine eoliche portano lo stesso tipo di torsione, milioni di volte maggiore. DOE degli Stati Uniti: come funzionano le turbine eoliche? (in inglese) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio D: La forma conta, un righello di piatto e di coltello

SETTIMANA 8

Obiettivo: Carica un righello a mensola di piatto e poi di coltello e confronta inflessione e tensione con I = bh³/12.

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad \delta = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \sigma = \frac{Mc}{I}$$

`I=(bh^3)/(12), =(PL^3)/(3EI), σ=Mc/I`

Forma della sezione e flessione a mensola

Procedimento

1. Fissa un righello di plastica da 30 mm × 3 mm di piatto a un tavolo con 250 mm a sbalzo.
2. Appendi un carico di 0.5 N (circa 51 g) alla punta e misura l'inflessione con un secondo righello.
3. Gira il righello di coltello (stringilo tra due libri) e ripeti con lo stesso carico.
4. Confronta il rapporto delle inflessioni con il rapporto dei valori di I.

Tabella dei dati

Orientamento	I (m⁴)	δ a 0.5 N (mm)	σ_max (MPa)
Di piatto (h = 3 mm)	6.75 × 10⁻¹¹	12.9	2.78
Di coltello (h = 30 mm)	6.75 × 10⁻⁹	0.129	0.278

Valori calcolati per un righello di plastica di esempio con E = 3 GPa.

Calcolo di esempio

1. Rapporto degli I = (30/3)² = 100, quindi l'inflessione di coltello è 100 volte minore.
2. M = 0.5 × 0.25 = 0.125 N·m; di piatto σ = 0.125 × 0.0015/6.75 × 10⁻¹¹ = 2.78 MPa.

> **Sicurezza**
>
> - Non sovraccaricare il righello; la plastica può spezzarsi.

Alternativa a casa o virtuale

- L'intero laboratorio si fa a casa.

PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act)

Legame con il pianeta: Mettere il materiale lontano dall'asse neutro è il modo in cui pale, travi e torri risparmiano materiale. NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio E: Inflessione a mensola e modulo di Young

SETTIMANA 12

Obiettivo: Misura l’inflessione in punta in funzione del carico per un righello di piatto a mensola e ricava il modulo di Young da $\delta = PL^3/(3EI)$.

$$E = \frac{L^3}{3I\,(\delta/P)}$$

`E=(L^3)/(3I (/P))`

Dalla pendenza di δ in funzione di P

Procedimento

1. Usa il righello di piatto del Laboratorio D con 250 mm a sbalzo.
2. Appendi 0.25, 0.5 e 1.0 N alla punta e registra ogni volta l’inflessione.
3. Traccia δ in funzione di P e adatta una retta passante per l’origine.
4. Calcola E dalla pendenza e confrontalo con un valore tipico della plastica.

Tabella dei dati

P (N)	δ (mm)
0.25	6.43
0.50	12.9
1.00	25.7

Valori calcolati per un righello di plastica di esempio con E = 3 GPa, b = 30 mm, h = 3 mm.

Calcolo di esempio

1. Pendenza $\delta/P = 25.7$ mm/N.
2. $E = 0.25^3/(3 \times 6.75 \times 10^{-11} \times 0.0257) = 3.0$ GPa.

> **Sicurezza**
>
> - Tieni i carichi piccoli e afferrali se scivolano.

Alternativa a casa o virtuale

- L’intero laboratorio si fa a casa.

PhET: Hooke’s Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law)

Legame con il pianeta: Le pale eoliche più lunghe e flessibili sono progettate con la stessa formula dell'inflessione. U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Laboratorio F: Instabilità degli spaghetti

SETTIMANA 14

Obiettivo: Trova il carico che fa sbandare fili di spaghetti secchi di diverse lunghezze e verifica che P_cr diminuisca come 1/L².

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

`P_cr=(π^2EI)/(L^2), I=(π d^4)/(64)`

Colonna cerniera–cerniera

Procedimento

1. Taglia fili da 100, 150 e 200 mm. Metti ciascuno in piedi su una bilancia da cucina e premi lentamente dall'alto con un oggetto piatto.
2. Registra la lettura più alta della bilancia proprio quando il filo si incurva lateralmente (converti i grammi in newton).
3. Ripeti tre volte per lunghezza e fai la media.
4. Traccia P_cr in funzione di 1/L²; la retta dovrebbe passare vicino all'origine.

Tabella dei dati

L (mm)	P_cr (N)
100	1.526
150	0.678
200	0.381

Valori calcolati per un filo di esempio con d = 1.8 mm ed E = 3 GPa; gli spaghetti reali variano.

Calcolo di esempio

1. $I = \pi \times 1.8^4/64 = 0.515$ mm⁴ $= 5.153 \times 10^{-13}$ m⁴.
2. P_{cr} a 0.1 m $= \pi^2 \times 3 \times 10^9 \times 5.153 \times 10^{-13}/0.01 = 1.526$ N (circa 156 g sulla bilancia).
3. Raddoppiare L da 100 a 200 mm riduce P_{cr} di 4.

> **Sicurezza**
>
> - Indossa occhiali; gli spaghetti si spezzano in pezzi appuntiti.

Alternativa a casa o virtuale

- L'intero laboratorio si fa a casa.

OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity)

Legame con il pianeta: La NASA porta fino all'instabilità cilindri di razzi in scala reale per fissare fattori di riduzione che fanno risparmiare massa. NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

Serie di esercizi per gli esami

Cronometrati: circa 10 minuti per problema. Poi confronta con le soluzioni complete.

Esercizi di preparazione all'esame intermedio (unità 1–5)

1. Un'asta d'acciaio da 16 mm porta 30 kN in trazione. Trova la tensione.

    1. $A = \pi \times 16^2/4 = 201.1\ \text{mm}^2$.

    Risposta: 149.2 MPa.

2. Una barra di alluminio (E = 70 GPa) lunga 1.5 m con A = 300 mm² porta 12 kN. Trova il suo allungamento.

    1. $\delta = PL/(AE)$.

    Risposta: 0.857 mm.

3. Una barra d'acciaio (E = 200 GPa, $\alpha = 12 \times 10^{-6}/°C$) è tenuta tra pareti rigide e scaldata di 25 °C. Trova la tensione.

    1. $\sigma = E\alpha\Delta T$.

    Risposta: 60 MPa di compressione.

4. Un albero pieno da 40 mm trasmette 800 N·m. Trova τ_{max}.

    1. $\tau = 16T/(\pi d^3)$.

    Risposta: 63.7 MPa.

5. Una trave semplicemente appoggiata di 5 m, larga 120 mm × alta 240 mm, porta 4 kN/m. Trova σ_{max}.

    1. $M = wL^2/8 = 12.5\ \text{kN·m}$; $I = 1.382 \times 10^{-4}\ \text{m}^4$.

Risposta: 10.9 MPa.

Serie di esercizi finale (tutte le unità)

1. Una trave rettangolare di 80 mm × 160 mm porta V = 12 kN. Trova τ_max.

    1. τ = 1.5V/A.

    Risposta: 1.41 MPa.

2. Trova le tensioni principali per σx = 50 MPa, σy = 10 MPa, τxy = 15 MPa.

    1. Centro 30 MPa; R = √(20² + 15²) = 25 MPa.

    Risposta: σ_1 = 55 MPa, σ_2 = 5 MPa.

3. Un cilindro sottile ha r = 0.5 m, t = 10 mm e p = 2 MPa. Trova σ_h e σ_a.

    1. pr/t e pr/(2t).

    Risposta: 100 MPa e 50 MPa.

4. Una mensola d'acciaio di 1.5 m (I = 4 × 10⁻⁶ m⁴) porta 2 kN in punta. Trova l'inflessione in punta.

    1. δ = PL³/(3EI).

    Risposta: 2.81 mm.

5. Una colonna d'acciaio incernierata lunga 4 m ha I = 5 × 10⁻⁶ m⁴. Trova P_cr.

    1. π²EI/L².

    Risposta: 616.9 kN.

6. Un punto di un albero ha σ = 80 MPa e τ = 30 MPa. Trova la tensione di von Mises.

    1. √(σ² + 3τ²).

    Risposta: 95.4 MPa.

Formulario

$$\sigma = P/A,\ \tau = V/A,\ \sigma_b = P/(td) \qquad \varepsilon = \delta/L,\ \sigma = E\varepsilon,\ G = E/(2(1+\nu))$$

$$\delta = PL/(AE),\ \delta_T = \alpha \Delta T L \qquad \tau = T\rho/J,\ \phi = TL/(GJ),\ J = \pi d^4/32$$

$$P = T\omega$$

$$dM/dx = V,\ dV/dx = -w$$

$$\sigma = My/I,\ I = bh^3/12$$

$$\tau = VQ/(It),\ q = VQ/I$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_h = pr/t,\ \sigma_a = pr/(2t)$$

$$EIv'' = M$$

$$\delta = PL^3/(3EI),\ PL^3/(48EI),\ 5wL^4/(384EI)$$

$$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$$

Costanti

Costante	Valore
1 megapascal (MPa)	10^6 Pa = 1 N/mm²
1 bar	10^5 Pa = 0.1 MPa
1 psi (lbf/in²)	6894.757 Pa
1 libbra-forza (lbf)	4.448222 N
1 giro al minuto	0.1047198 rad/s
Acciaio tipico (valori da manuale)	E = 200 GPa, G = 80 GPa, ν = 0.3, α = 12 × 10^{-6}/°C, snervamento circa 250 MPa
Lega di alluminio tipica (valori da manuale)	E = 70 GPa, G = 26 GPa, ν = 0.33, α = 23 × 10^{-6}/°C

Fonte: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

Testi e simulazioni gratuiti

Usa questi libri, lezioni e simulazioni gratuiti insieme al corso.

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Appunti, esercizi ed esami gratuiti del MIT.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): Corso successivo gratuito del MIT: plasticità, frattura e fatica.
- OpenStax University Physics Volume 1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Introduzione gratuita da manuale a

tensione e deformazione.

- OpenStax University Physics Volume 1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity): Snervamento, flusso plastico e frattura.
- PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): Molle, rigidezza ed energia.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): Rigidezza e allungamento.

Glossario

Tensione di rifollamento
Pressione di contatto tra un connettore e una piastra, P/(td).

Linea elastica
Forma deformata dell'asse neutro di una trave.

Coefficiente di sicurezza
Carico di rottura diviso per il carico ammissibile.

Fatica
Rottura per carichi ripetuti, spesso al di sotto dello snervamento.

Rigidezza flessionale
EI, la resistenza di una trave alla deformazione flessionale.

Tensione circonferenziale
Tensione circonferenziale pr/t in un cilindro in pressione.

Fattore di riduzione
Riduzione basata su prove del carico critico ideale dei gusci sottili.

Asse neutro
Linea a tensione di flessione nulla passante per il baricentro.

Coefficiente di Poisson
Rapporto tra deformazione laterale e assiale, con segno meno.

Momento d'inerzia polare
J, la resistenza di un albero alla torsione.

Tensioni principali
Tensioni normali sui piani a taglio nullo.

Modulo di resistenza
S = I/c.

Flusso di taglio
Forza di taglio per unità di lunghezza, VQ/I.

Snellezza
KL/r di una colonna.

Deformazione
Variazione di lunghezza per unità di lunghezza.

Tensione
Forza interna per unità di area.

Tensione di von Mises
Tensione equivalente confrontata con la tensione di snervamento.

Tensione di snervamento
Tensione alla quale inizia la deformazione permanente.

Modulo di Young
E, pendenza della retta elastica tensione–deformazione.

Griglia di autovalutazione

Non si assegnano voti né crediti. Usala per valutare onestamente a che punto sei in ogni unità.

Livello	Come si presenta
4 · Padronanza	Trova i carichi interni con un diagramma di corpo libero, sceglie il modello di deformazione corretto, verifica le ipotesi (elastico, parete sottile, snello) e riporta le tensioni con un coefficiente di sicurezza.
3 · Competente	Risolve gli esercizi con occasionali errori di unità o di segno.
2 · In sviluppo	Segue gli esempi svolti ma confonde I, J e Q o dimentica la congruenza.
1 · Principiante	Inserisce numeri nelle formule senza diagrammi; deve rivedere l’unità.

Pesi suggeriti se vuoi un punteggio

Parte	Peso
Esercizi	25%
Laboratori	20%
Serie di esercizi di metà corso	25%
Serie di esercizi finale	30%

Punta al livello 3 o superiore in ogni unità prima di passare al corso successivo.

Corsi correlati

- Dinamica ENGR 212

- Algebra lineare MATH 230
- Analisi III MATH 210
- Tutti i corsi