עודכן לאחרונה: November 1, 2026

🗺️ מפת דרכים לארבע שנים · שנה 2, אביב

על הקורס

לקורס החינמי הזה יש 10 יחידות ו-6 מעבדות. אלה המספרים האמיתיים, לא תוכנית ארוכה יותר שקוצרה.

בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד קורס שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר המודפס והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.

זהו מתווה של קורס חינמי ללימוד עצמי שנכתב על ידי Saving Planets. הוא אינו קורס אוניברסיטאי, אינו מעניק נקודות זכות אקדמיות, ואף מוסד לימודים אינו מעורב בו.

היקפו תואם קורס סמסטריאלי בשנה השנייה בתורת החוזק (מכניקה של חומרים). הוא בנוי על הנושאים והעומק של MIT 2.001 Mechanics and Materials I (ב-MIT OpenCourseWare), Purdue ME 323 Mechanics of Materials ו-Georgia Tech COE 3001 Mechanics of Deformable Bodies, ועל ספר הלימוד החינמי OpenStax University Physics, שאליו אנו מקשרים כשהוא מועיל. אף אחד מהמחברים או המוסדות האלה אינו תומך בדף זה.

מה שאנו מוסיפים: כל יחידה קשורה לעבודה אמיתית באנרגיה נקייה, בתשתיות או בחלל עם מקור ציבורי מצוטט (גשרים, מכוניות קלות יותר, מגדלי טורבינות רוח, צירים ולהבים, עץ מהונדס, מכלי מימן, מבני רקטות של NASA), כל מספר בדף מחושב מחדש בסקריפט בדיקה לפני פרסומו, ולכל מעבדה יש סימולציה חינמית או גרסה ביתית זולה.

עברו עליו לפי הסדר. בכל יחידה יש מטרות, רעיונות מרכזיים, משוואות, דוגמאות צעד אחר צעד, תרגול עם תשובות מלאות, טעויות נפוצות, כרטיסיות ובוחן. ההתקדמות שלכם נשמרת רק בדפדפן הזה.

איך הקורס הזה עוזר להציל את כדור הארץ

מכניקה של חומרים קובעת כמה חומר מבנה צריך. שימוש בדיוק בכמות הנחוצה של פלדה, אלומיניום, חומר מרוכב או עץ, ולא יותר, הופך מכוניות לקלות ויעילות יותר, טורבינות רוח לגבוהות יותר, בניינים לדלי פחמן, ורקטות למסוגלות לשאת יותר למסלול.

כך גם אנו שומרים על בטיחות מה שבנינו: גשרים, מגדלים ומכלים חייבים לשאת את עומסיהם במשך עשרות שנים בלי לזרום, להיסדק מעייפות או לקרוס. כל יחידה מסתיימת בקטע קצר עם מקורות. ערכים שאינם ממקור מסומנים כערכים לדוגמה, ותכונות החומרים הן ערכים טיפוסיים מספרי לימוד.

למורים

אפשר ללמד את הקורס הזה, או לתת לתלמיד לעבור אותו לבד. הוא חינם. Saving Planets לא נותנת ציון ולא נקודות זכות.

- העמוד הזה הוא כל הקורס: 10 יחידות ו-6 מעבדות (ENGR 213).

- תכננו 15 שבועות, בערך 6 עד 9 שעות בשבוע, כולל שבועות המעבדה.
- עקבו אחרי לוח 15 השבועות. קראו את היחידה, פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה. בשבוע מעבדה עשו את המעבדה או את הגרסה הביתית.
- בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר שרואים והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.
- השתמשו בהדפסת העמוד, או הורידו את מדריך הלימוד ב-PDF. דף הנוסחאות נמצא לקראת הסוף.
- שאלו: איך היחידה הזו עוזרת לאנשים ולכוכב? בכל יחידה יש תיבה ירוקה עם עובדה ומקור.
- העתיקו את תבנית המדריך למורה וכתבו את שם הכיתה, הזמן שיש לכם, והשאלות שתשאלו. פתיחת תבנית המדריך למורה

לפני שמתחילים

ידע מוקדם

- סטטיקה: דיאגרמות גוף חופשי, שיווי משקל, מרכזי כובד ומומנטי התמד של שטח.
- חדו״א I ו-II: נגזרות ואינטגרלים; יחידה 9 מבצעת אינטגרציה כפולה של משוואת הקורה.
- פיזיקה I עוזרת בקפיצים, אנרגיה ויחידות.
- דינמיקה אינה נדרשת.

איך ללמוד

- התחילו כל בעיה בסטטיקה: דיאגרמת גוף חופשי והכוח, הפיתול או המומנט הפנימי בחתך.
- אחר כך שאלו איך החלק מתעוות: נמתח, מתפתל או מתכופף, ואיזו נוסחה מתאימה לעיוות הזה.
- בדקו שהנוסחה תקפה: אלסטיות קווית, עיוותים קטנים, דפנות דקות או רכיבים ארוכים ותמירים היכן שנדרש.
- פתרו תחילה בסמלים, אחר כך הציבו מספרי SI (N, m, Pa), ובדקו יחידות: 1 MPa = 1 N/mm².
- השוו את המאמץ למאמץ המותר של החומר וציינו מקדם ביטחון.
- פתרו כל תרגיל על נייר לפני שאתם פותחים את התשובה, וחזרו על הבחנים כעבור כמה ימים.

מה צריך

- מחשב או טאבלט לסימולציות PhET החינמיות (הן רצות בדפדפן).
- גומיות, שקית למטבעות או דסקיות, ומשקל מטבח (כדי לדעת כל מסה).
- סרגל פלסטיק של 30 cm, סרגל שני או סרט מדידה, וסרט הדבקה או מלחציים לחיבורו לשפת שולחן.
- מוט קצף או קטע של אטריית בריכה וטוש לקווי פיתול.
- ספגטי יבש ומשקולות קטנות למעבדת הקריסה.
- משקפי מגן, מצלמת סמארטפון ותוכנת גיליון אלקטרוני לגרפים והתאמות.

לוח זמנים מוצע ל־15 שבועות

כ־6 עד 9 שעות בשבוע: קריאה, תרגילים, ובשבועות המעבדה גם המעבדה.

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
1	מאמץ: נורמלי, גזירה ומעיכה; מאמץ מותר ומקדם ביטחון	כוחות פנימיים, מאמץ נורמלי וגזירה	MIT 2.001; OpenStax UP1 12.3

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
2	מאמץ: נורמלי, גזירה ומעיכה; מאמץ מותר ומקדם ביטחון	מאמץ מעיכה, מאמץ מותר, מקדם ביטחון; מעבדה A	MIT 2.001
3	עיבור והתנהגות חומר: חוק הוק, מקדם פואסון ועקומת מאמץ–עיבור	עיבור, עקומת מאמץ–עיבור, חוק הוק, מקדם פואסון; מעבדה B	UP1 12.3–12.4
4	רכיבים בעומס צירי: עיוות, מוטות בלתי מסוימים ומאמץ תרמי	עיוות צירי, מוטות בלתי מסוימים, מאמץ תרמי	UP2 1.3
5	פיתול צירים עגולים והעברת הספק	נוסחת הפיתול, מומנט קוטבי, זווית פיתול	MIT 2.001
6	פיתול צירים עגולים והעברת הספק	העברת הספק, תכן צירים; מעבדה C	MIT 2.001
7	דיאגרמות גזירה ומומנט ומאמץ כפיפה	דיאגרמות גזירה ומומנט	MIT 2.001; UP1 12.2
8	דיאגרמות גזירה ומומנט ומאמץ כפיפה	נוסחת הכפיפה, מודול חתך; מעבדה D; תרגול אמצע סמסטר	MIT 2.001
9	גזירה רוחבית בקורות, זרימת גזירה וחתכים מורכבים	גזירה רוחבית, זרימת גזירה, קורות מורכבות	MIT 2.001
10	התמרת מאמצים, מעגל מוהר, תאוריות כשל ועייפות	התמרת מאמצים, מעגל מוהר, תאוריות כשל, עייפות	MIT 2.001, 2.002
11	מכלי לחץ דקי דופן ועומסים משולבים	מכלי לחץ ועומסים משולבים	MIT 2.001
12	שקיעת קורות	הקו האלסטי, אינטגרציה, נוסחאות סטנדרטיות; מעבדה E	MIT 2.001
13	שקיעת קורות	סופרפוזיציה וקורות בלתי מסוימות	MIT 2.001
14	קריסת עמודים	קריסת עמודים ומקדמי הפחתה; מעבדה F	MIT 2.001
15	חזרה	חזרה וסדרת תרגול מסכמת	כל היחידות

ההתקדמות שלכם

סמנו יחידות ומעבדות כשאתם מסיימים אותן, ועשו את הבחנים. ההתקדמות והציונים נשמרים רק בדפדפן הזה ולעולם לא נשלחים אלינו.

יחידות

מאמץ: נורמלי, גזירה ומעיכה; מאמץ מותר ומקדם ביטחון

כוחות פנימיים שנמצאים בחיתוך רכיב, מאמץ נורמלי ממוצע במוטות, מאמץ גזירה ממוצע בפינים ובברגים (גזירה יחידה וכפולה), מאמץ מעיכה, תכן לפי מאמץ מותר ומקדם ביטחון.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- מצאו כוחות פנימיים בעזרת דיאגרמת גוף חופשי של חתך.
- חשבו מאמצים ממוצעים נורמליים, גזירה ומעיכה.
- הבחינו בין גזירה יחידה לגזירה כפולה בחיבורים.
- קבעו מידות רכיב לפי מאמץ מותר ומקדם ביטחון.

מושגי מפתח

- מאמץ הוא כוח פנימי ליחידת שטח. יחידת ה-SI שלו היא פסקל (1 Pa = 1 N/m²); מהנדסים משתמשים ב-MPa, ו-1 MPa = 1 N/mm².
- מאמץ נורמלי σ = P/A פועל בניצב לחתך; מתיחה חיובית ולחיצה שלילית.
- מאמץ גזירה ממוצע τ = V/A פועל במישור החתך. לפין בגזירה כפולה יש שני מישורי חתך, ולכן כל אחד נושא V = P/2.
- מאמץ מעיכה σ_b = P/(td) הוא לחץ המגע בין בורג לחור בלוח בעובי t.
- מקדם ביטחון FS = עומס כשל/עומס מותר (או מאמץ כשל/מאמץ מותר). התכן שומר על מאמץ העבודה עד σ_allow = σ_fail/FS.

משוואות מפתח

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

מאמץ נורמלי ממוצע

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A}$$

```
τ_avg=V/A
```

מאמץ גזירה ממוצע

$$\sigma_b = \frac{P}{t\,d}$$

```
σ_b=(P)/(t d)
```

מאמץ מעיכה

$$FS = \frac{\sigma_{\text{fail}}}{\sigma_{\text{allow}}}$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 1.1 מוט פלדה בקוטר 20 mm נושא עומס מתיחה של 50 kN. מצאו את המאמץ הנורמלי.

1. $A = \pi d^2/4 = \pi \times 20^2/4 = 314.2\ mm^2$.
2. $\sigma = P/A = 50{,}000\ N/314.2\ mm^2$.

תשובה: 159.2 MPa (מתיחה).

דוגמה 1.2 פין בקוטר 12 mm בגזירה כפולה נושא עומס של 20 kN. מצאו את מאמץ הגזירה הממוצע בפין.

1. כל אחד משני מישורי הגזירה נושא $V = 10\ kN$.
2. $A = \pi \times 12^2/4 = 113.1\ mm^2$; $\tau = 10{,}000/113.1$.

תשובה: 88.4 MPa.

דוגמה 1.3 מתלה פלדה עגול צריך לשאת 100 kN. הפלדה זורמת ב-250 MPa ומקדם הביטחון הוא 2. מצאו את הקוטר הקטן ביותר.

1. $\sigma_{allow} = 250/2 = 125\ MPa$.
2. $A = P/\sigma_{allow} = 100000/125 = 800\ mm^2$.
3. $d = \sqrt{(4A/\pi)}$.

תשובה: $d = 31.9\ mm$ (השתמשו ב-32 mm).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. עמוד ריבועי בגודל 100 mm × 100 mm נושא 200 kN בלחיצה. מצאו את המאמץ.

   $\sigma = 200000/10000 = 20\ MPa$ (לחיצה).

2. בורג 10 mm בגזירה יחידה נושא 8 kN. מצאו את מאמץ הגזירה הממוצע.

   $A = 78.54\ mm^2$; $\tau = 101.9\ MPa$.

3. אותו בורג 10 mm עובר דרך לוח בעובי 6 mm. מצאו את מאמץ המעיכה.

$\sigma_b = 8000/(6 \times 10) = 133$ MPa.

4. חוליה נכשלת ב-90 kN ועובדת ב-30 kN. מצאו את מקדם הביטחון.

$FS = 90/30 = 3$.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מאמץ הוא אותו דבר כמו כוח.

בפועל: מאמץ הוא כוח ליחידת שטח; לתיל דק ולמוט עבה תחת אותו כוח יש מאמצים שונים מאוד.

מיתוס: פין בגזירה כפולה נושא את מלוא העומס בכל מישור.

בפועל: כל אחד משני המישורים נושא מחצית.

מיתוס: מקדם ביטחון גבוה יותר תמיד טוב יותר.

בפועל: הוא גם אומר חלקים כבדים ויקרים יותר; מתכננים בוחרים FS לפי תקנים ואי־הוודאות בעומסים ובחומרים.

כרטיסיות

מאמץ נורמלי

$\sigma = P/A$.

מאמץ גזירה

$\tau = V/A$.

גזירה כפולה

כל מישור נושא $P/2$.

מאמץ מעיכה

$\sigma_b = P/(td)$.

מקדם ביטחון

FS = כשל/מותר.

MPa

1 MPa = 1 N/mm².

בוחן לבדיקה עצמית

1 MPa שווה ל…

1 N/m²

1 N/mm²

1 kN/m²

1 N/cm²

.1 N/mm². 10^6 N/m² = 1 N/mm²

2. כמה מישורי גזירה יש לפין בגזירה כפולה?

1

2

3

4

2. שני מישורי חתך מתחלקים בעומס.

3. הכפלת קוטר מוט משנה את המאמץ הצירי שלו (באותו עומס) פי...

½

¼

2

4

¼. A גדל עם d^2.

4. מאמץ מעיכה הוא...

P/(td)

P/A של הבורג

V/A

Mc/I

P/(td). לחץ המגע על השטח המוטל td.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

גבולות המאמץ קובעים על אילו גשרים משאיות רשאיות לעבור. ה-ASCE Report Card for America's Infrastructure מונה 623218 גשרים בארצות הברית, ו-63085 מהם היו תחת הגבלת עומס ב-2024, כלומר הם מגבילים את משקל הרכבים שיכולים לחצות בבטחה, כ-10.1% מכלל הגשרים. ASCE מזהירה שמשאיות כבדות מאלה שהגשרים תוכננו עבורן מאיימות להעמיס יתר על רכיבי הגשר ולגרום לעייפות ולסדיקה של המתכת. שמירת מאמץ העבודה מתחת למאמץ המותר, כמו ביחידה זו, היא הדרך שבה מהנדסים מדרגים ומתקנים אותם, ושימור גשר זול מהחלפתו.

ב־Saving Planets: סטטיקה

מקורות: · ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/) OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): פרק מספר לימוד חינמי.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): רשימות הרצאה של MIT על מאמץ.
- PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): אינטראקטיבי.

סיימתי את היחידה הזו

עיבור והתנהגות חומר: חוק הוק, מקדם פואסון ועקומת מאמץ–עיבור

עיבור נורמלי ועיבור גזירה, ניסוי מתיחה ודיאגרמת מאמץ–עיבור, מודול יאנג, חוזק כניעה וחוזק מרבי, משיכות, מקדם פואסון, מודול גזירה, אנרגיית עיבור וקשיחות סגולית.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- חשבו עיבור נורמלי ועיבור גזירה מעיוותים.
- קראו את E, חוזק הכניעה, החוזק המרבי והמשיכות מעקומת מאמץ–עיבור.
- השתמשו בחוק הוק, במקדם פואסון וב-G = E/(2(1 + ν)).
- השוו חומרים לפי קשיחות וחוזק ליחידת מסה.

מושגי מפתח

- עיבור נורמלי ε = δ/L הוא התארכות ליחידת אורך (חסר ממד, לרוב ב-μm/m). עיבור גזירה γ הוא השינוי בזווית ישרה, ברדיאנים.
- בתחום האלסטי הקווי חוק הוק מתקיים: σ = Eε ו-τ = Gγ. E הוא מודול יאנג, השיפוע של עקומת מאמץ–עיבור.
- מעבר לחוזק הכניעה החומר מתעוות פלסטית ואינו חוזר; החוזק המרבי הוא המאמץ ההנדסי המרבי, ומתכות משיכות מתמצרות לפני שהן נשברות.
- מתיחת מוט מדקה אותו: עיבור רוחבי = −ν × עיבור צירי, כאשר מקדם פואסון ν הוא כ-0.3 למתכות. לחומרים איזוטרופיים G = E/(2(1 + ν)).
- קשיחות סגולית E/ρ וחוזק סגולי σ/ρ משווים חומרים לכל קילוגרם; לכן אלומיניום, מגנזיום וסיבי פחמן יכולים להחליף פלדה במבנים קלים.

משוואות מפתח

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}, \quad \sigma = E\varepsilon$$

עיבור וחוק הוק

$$\varepsilon_{\text{lat}} = -\nu\,\varepsilon_{\text{axial}}$$

```
_lat=-ν _axial
```

מקדם פואסון

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

```
G=(E)/(2(1+ν))
```

מודול גזירה

$$u_r = \frac{\sigma_Y^2}{2E}$$

u_r=(σ_Y^2)/(2E)

מודול חוסן

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 2.1 מוט פלדה באורך 2 m מתארך 1.2 mm כשהמאמץ הוא 120 MPa. מצאו את העיבור ואת מודול יאנג.

1. ε = 1.2/2000 = 6 × 10⁻⁴.
2. E = σ/ε = 120 MPa/0.0006.

תשובה: ε = 600 μm/m; E = 200 GPa.

דוגמה 2.2 לסגסוגת אלומיניום יש E = 70 GPa ו-ν = 0.33. מצאו את מודול הגזירה שלה.

1. G = E/(2(1 + ν)) = 70/2.66.

תשובה: G = 26.3 GPa.

דוגמה 2.3 למוט פלדה בקוטר 20 mm (ν = 0.3) יש עיבור צירי של 0.001. בכמה משתנה קוטרו?

1. עיבור רוחבי = −0.3 × 0.001 = −0.0003.
2. Δd = −0.0003 × 20 mm.

תשובה: הוא מתכווץ ב-0.006 mm.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. ערכים טיפוסיים: לפלדה E = 200 GPa ו-ρ = 7850 kg/m³; לאלומיניום E = 70 GPa ו-ρ = 2700 kg/m³. השוו את E/ρ.

   פלדה: 25.5 × 10⁶ m²/s², אלומיניום: 25.9 × 10⁶ m²/s²: כמעט אותה קשיחות לכל קילוגרם.

2. דגם מתיחה עם אורך מדידה של 50 mm מגיע ל-62 mm בשבר. מצאו את ההתארכות בשבר.

   (62 − 50)/50 = 24%: מתכת משיכה.

3. מצאו את מודול החוסן של פלדה עם σ_Y = 250 MPa ו-E = 200 GPa.

$u_r = 250^2/(2 \times 200{,}000) = 0.156\ \text{MPa} = 156\ \text{kJ/m}^3$.

4. ערכים לדוגמה: מכונית שעושה 30 mpg הופכת קלה ב-10%. בעזרת הנתון של DOE, 6% עד 8%, העריכו את צריכת הדלק החדשה.

$30 \times 1.06 = 31.8$ עד $30 \times 1.08 = 32.4$ mpg (מכונית לדוגמה).

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: חזק יותר פירושו קשיח יותר.

בפועל: חוזק (כניעה) וקשיחות (E) שונים; לרוב הפלדות יש $E = 200$ GPa ללא תלות בחוזקן.

מיתוס: לעיבור יש יחידות של אורך.

בפועל: זהו אורך חלקי אורך, חסר ממד.

מיתוס: חומר נשבר בחוזק הכניעה שלו.

בפועל: הכניעה מתחילה עיוות קבוע; מתכות משיכות נושאות עומס רב יותר עד החוזק המרבי.

כרטיסיות

עיבור נורמלי

$\varepsilon = \delta/L$.

חוק הוק

$\sigma = E\varepsilon,\ \tau = G\gamma$.

מקדם פואסון

$\varepsilon_{lat} = -\nu\varepsilon$.

מודול גזירה

$G = E/(2(1+\nu))$.

כניעה מול חוזק מרבי

תחילת זרימה פלסטית מול מאמץ שיא.

קשיחות סגולית

E/ρ.

בוחן לבדיקה עצמית

1. מודול יאנג הוא השיפוע של…

עומס מול זמן

מאמץ מול עיבור (החלק האלסטי)

עיבור מול טמפרטורה

כוח מול שטח

מאמץ מול עיבור (החלק האלסטי)Eε = σ ..

2. מקדם פואסון של רוב המתכות הוא בערך…

0.03

0.3

3

30

0.3. בערך 0.3.

3. G עבור E = 200 GPa ו-ν = 0.25 הוא…

50 GPa

80 GPa

100 GPa

160 GPa

80 GPa. 200/2.5 = 80 GPa.

4. עיוות קבוע מתחיל ב…

חוזק מרבי

חוזק כניעה

נקודת השבר

גבול היחסיות רק לעץ

חוזק כניעה. כניעה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

בחירת חומרים לפי קשיחות וחוזק לקילוגרם חוסכת דלק. משרד האנרגיה האמריקאי אומר שהפחתה של 10% במשקל הרכב יכולה לשפר את צריכת הדלק ב-6% עד 8%, ושהחלפת ברזל יציקה ופלדה רגילה בפלדה בחוזק גבוה, בסגסוגות מגנזיום ואלומיניום, בסיבי פחמן ובחומרים מרוכבים פולימריים יכולה להפחית את משקל המרכב והשלדה בעד 50 אחוז. DOE מוסיף שחומרים קלים חשובים במיוחד לרכבים חשמליים, שם הם מקזזים את משקל הסוללות והמנועים ויכולים להגדיל את הטווח החשמלי.

ב־Saving Planets: כימיה כללית I

מקורות: · U.S. DOE: Lightweight materials for cars and trucks (https://www.energy.gov/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks) · OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity): עקומות מאמץ–עיבור.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT.

סיימתי את היחידה הזו

רכיבים בעומס צירי: עיוות, מוטות בלתי מסוימים ומאמץ תרמי

התארכות מוטות δ = PL/(AE), מוטות עם כמה מקטעים, מוטות בלתי מסוימים הנפתרים בתאימות, עיבור ומאמץ תרמיים, וריכוזי מאמצים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- חשבו את ההתארכות של מוטות אחידים ומדורגים.
- פתרו בעיות ציריות בלתי מסוימות בעזרת שיווי משקל ותאימות.
- חשבו התפשטות תרמית ואת המאמץ במוט מרוסן.
- הסבירו ריכוזי מאמצים בחורים ובפינות מעוגלות.

מושגי מפתח

- מוט אחיד בעומס צירי מתארך δ = PL/(AE). לכמה מקטעים, חברו את ה-δ של כל אחד: δ = Σ PᵢLᵢ/(AᵢEᵢ).
- אם שיווי המשקל לבדו אינו נותן את הכוחות (בלתי מסוים), הוסיפו משוואת תאימות: איך העיוותים חייבים להתאים זה לזה.
- שינוי טמפרטורה גורם למוט חופשי להתארך δ_T = αΔT L ללא מאמץ. אם המוט מוחזק, ההתארכות נבלמת ומופיע σ = −EαΔT.
- לכן מסילות, צינורות, גשרים וכבישים זקוקים למרווחי התפשטות או לתפרים.
- חורים, חריצים ופינות חדות מגדילים את המאמץ המקומי: σ_max = K σ_avg, כאשר K הוא מקדם ריכוז המאמצים (לרוב 2 עד 3 לחור קטן).

משוואות מפתח

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

=PL/AE

עיוות צירי

$$\delta = \sum \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

=(P_iL_i)/(A_iE_i)

מוט מדורג

$$\delta_T = \alpha \, \Delta T \, L$$

_T=α Δ T L

התפשטות תרמית

$$\sigma = -E\alpha \, \Delta T$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 3.1 מוט פלדה באורך 3 m (E = 200 GPa) עם A = 500 mm² נושא 60 kN. מצאו את התארכותו.

1. δ = PL/(AE) = 60000 × 3000/(500 × 200000) ב-N וב-mm.

תשובה: 1.8 mm.

דוגמה 3.2 מוט פלדה (E = 200 GPa, α = 12 × 10⁻⁶/°C) מקובע בין שני קירות קשיחים ומחומם ב-40 °C. מצאו את המאמץ.

1. ההתארכות החופשית הייתה αΔT L; הקירות דוחפים אותה חזרה.
2. σ = −EαΔT = −200,000 × 12 × 10⁻⁶ × 40 MPa.

תשובה: 96 MPa לחיצה.

דוגמה 3.3 מוט אחיד מקובע בשני קצותיו נושא עומס צירי P = 30 kN בנקודה במרחק 1 m מקצה A ו-2 m מקצה B. מצאו את שתי הריאקציות.

1. שיווי משקל: R_A + R_B = 30 kN.
2. תאימות: התארכות מקטע A שווה להתקצרות מקטע B, ולכן R_A × 1 = R_B × 2.

תשובה: R_A = 20 kN, R_B = 10 kN.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מסילת פלדה באורך 25 m מתחממת ב-30 °C בלי שדבר מחזיק אותה. בכמה היא מתארכת?

   δ = 12 × 10⁻⁶ × 30 × 25,000 = 9 mm.

2. למוט יש מקטע אלומיניום (E = 70 GPa, A = 400 mm², L = 1 m) ומקטע פלדה (A = 200 mm², L = 0.5 m) בטור, והוא נושא 20 kN. מצאו את ההתארכות הכוללת.

   0.714 + 0.250 = 0.964 mm.

3. מצאו את העיבור באלומיניום ב-100 MPa (E = 70 GPa).

   ε = 100/70,000 = 1.43 × 10⁻³.

4. DOE אומר שגובה הרכזת בטורבינות יבשתיות הגיע לכ-103.4 m ב-2023 לאחר גידול של 83% מאז 1999–1998. מה היה הממוצע הקודם?

.103.4/1.83 = 56.5 m

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: התפשטות תרמית תמיד גורמת למאמץ.

בפועל: רק כשההתפשטות מרוסנת.

מיתוס: מוט בלתי מסוים ניתן לפתרון בשיווי משקל בלבד.

בפועל: צריך גם משוואות תאימות (עיוות).

מיתוס: חור קטן כמעט אינו משנה.

בפועל: הוא יכול לשלש את המאמץ המקומי, ושם מתחילים סדקי עייפות.

כרטיסיות

עיוות צירי

δ = PL/(AE).

מוט מדורג

חברו PL/(AE) לכל מקטע.

תאימות

העיוותים חייבים להתאים זה לזה.

עיבור תרמי

αΔT.

מאמץ תרמי

σ = −EαΔT אם מוחזק לחלוטין.

ריכוז מאמצים

σ_max = Kσ_avg.

בוחן לבדיקה עצמית

1. הכפלת אורך מוט (באותו עומס ושטח) הופכת את δ ל...

חצי

אותו דבר

כפול

פי ארבעה

כפול. $L \propto \delta$.

2. מוט מרוסן שמחומם נמצא ב...

מתיחה

לחיצה

ללא מאמץ

גזירה בלבד

לחיצה. התמיכות דוחפות אותו חזרה.

3. בעיות בלתי מסוימות דורשות...

שיווי משקל בלבד

תאימות עיוותים

דינמיקה

ללא דיאגרמת גוף חופשי

תאימות עיוותים. יותר נעלמים ממשוואות שיווי משקל.

4. מאמץ תרמי במוט מרוסן לחלוטין אינו תלוי ב...

E

α

ΔT

אורכו

אורכו. $\sigma = -E\alpha\Delta T$.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

טורבינות רוח גבוהות יותר תופסות רוח חזקה יותר אך דורשות מגדלים גבוהים יותר. משרד האנרגיה האמריקאי מדווח שגובה הרכזת בטורבינות יבשתיות בקנה מידה של חברות חשמל גדל ב-83% מאז 1999–1998 לכ-103.4 מטרים ב-2023, גבוה מפסל החירות, ושגובה הרכזת בים צפוי להגיע לכ-150 מטרים עד 2035. הרוח בדרך כלל חזקה יותר בגובה. DOE מציין שקשה להוביל במשאיות מגדלים בקטרים כאלה מתחת לגשרים, ולכן הוא תומך במגדלים הנבנים באתר, כולל ריתוך ספירלי כדי לצמצם פלדה יקרה. כל מגדל הוא עמוד בעומס צירי שחייב לשאת את המשקל שמעליו בתוך המאמץ המותר שלו.

ב־Saving Planets: פיזיקה 2

מקורות: OpenStax UP2, 1.3 Thermal expansion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-2/pages/1-3-thermal-expansion) · U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP2, 1.3 Thermal expansion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-2/pages/1-3-thermal-expansion): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): עיוות צירי.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT.

סיימתי את היחידה הזו

פיתול צירים עגולים והעברת הספק

עיבור ומאמץ גזירה בצירים עגולים בפיתול, מומנט התמד קוטבי לצירים מלאים וחלולים, זווית פיתול, הספק ומומנט פיתול, תכן צירים, וצירים בלתי מסוימים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- חשבו מאמץ גזירה בעזרת τ = Tρ/J.
- חשבו את זווית הפיתול φ = TL/(GJ).
- המירו הספק ומהירות למומנט פיתול בעזרת P = Tω.
- קבעו מידות לצירים מלאים וחלולים והסבירו מדוע צירים חלולים חוסכים חומר.

מושגי מפתח

- בציר עגול בפיתול חתכים מישוריים נשארים מישוריים, ועיבור הגזירה גדל באופן קווי מהמרכז: γ = ρφ/L.
- מאמץ הגזירה הוא τ = Tρ/J, ומרבי בפני השטח החיצוניים: τ_max = Tc/J.
- מומנט התמד קוטבי: J = πd⁴/32 לציר מלא ו-J = π(d_o⁴ − d_i⁴)/32 לציר חלול.
- זווית פיתול φ = TL/(GJ) ברדיאנים; לכמה מקטעים, חברו אותן.
- הספק P = Tω. צירים איטיים מעבירים מומנטים עצומים באותו הספק, ולכן תיבת הילוכים מגבירה את סיבוב טורבינת הרוח לפני הגנרטור.

משוואות מפתח

$$\tau = \frac{T\rho}{J}, \quad \tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$

τ=(Tρ)/(J), τ_=Tc/J

נוסחת הפיתול

$$J = \frac{\pi d^4}{32}, \quad J = \frac{\pi\left(d_o^4 - d_i^4\right)}{32}$$

J=(π d^4)/(32), J=(π(d_o^4-d_i^4))/(32)

מומנט התמד קוטבי

$$\phi = \frac{TL}{GJ}$$

=TL/GJ

זווית פיתול

$$P = T\omega$$

הספק

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 4.1 ציר פלדה מלא בקוטר 50 mm מעביר מומנט פיתול של 1.5 kN·m. מצאו את מאמץ הגזירה המרבי.

1. $J = \pi \times 0.05^4/32 = 6.136 \times 10^{-7}$ m⁴.
2. $\tau_{max} = Tc/J = 1500 \times 0.025/6.136 \times 10^{-7}$.

תשובה: 61.1 MPa.

דוגמה 4.2 אותו ציר באורך 2 m עם G = 80 GPa. מצאו את זווית הפיתול.

1. $\varphi = TL/(GJ) = 1500 \times 2/(80 \times 10^9 \times 6.136 \times 10^{-7})$.

תשובה: 3.50° = 0.0611 rad.

דוגמה 4.3 מנוע מספק 50 kW ב-1500 rpm. קבעו מידות לציר מלא עבור מאמץ גזירה מותר של 40 MPa.

1. $\omega = 1500 \times 2\pi/60 = 157.1$ rad/s; $T = P/\omega = 318.3$ N·m.
2. $\tau = 16T/(\pi d^3)$ נותן $d = (16T/(\pi\tau))^{(1/3)}$.

תשובה: d = 34.3 mm (השתמשו ב-35 mm).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. ציר חלול (d_o = 60 mm, d_i = 40 mm) מעביר 2 kN·m. מצאו את τ_{max}.

   $J = 1.021 \times 10^{-6}$ m⁴; $\tau = 2000 \times 0.03/J = 58.8$ MPa.

2. השוו את הציר החלול לציר מלא בקוטר 60 mm: איזה חלק מהחומר ומהקשיחות J הוא שומר?

   שטח $1 - (40/60)^2 = 55.6\%$; J $1 - (40/60)^4 = 80.2\%$.

3. ציר מלא בקוטר 30 mm מעביר 500 N·m. מצאו את τ_{max}.

   $\tau = 16T/(\pi d^3) = 94.3$ MPa.

4. ערכים לדוגמה: רוטור של טורבינת רוח בהספק 3.4 MW מסתובב במהירות לדוגמה של 12 rpm. מצאו את מומנט הפיתול על הציר הראשי.

ω = 1.257 rad/s; T = P/ω = 2.71 MN·m (מהירות לדוגמה).

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מאמץ הגזירה אחיד לאורך חתך הציר.

בפועל: הוא אפס במרכז ומרבי בפני השטח.

מיתוס: מומנט פיתול והספק הם אותו דבר.

בפועל: P = Tω: אותו הספק במהירות נמוכה דורש מומנט פיתול גדול בהרבה.

מיתוס: ציר חלול חלש בהרבה.

בפועל: החומר שליד המרכז נושא מאמץ קטן; הסרתו חוסכת משקל תמורת אובדן קטן ב-J.

כרטיסיות

נוסחת הפיתול

τ = Tρ/J.

J מלא

πd⁴/32.

J חלול

π(d_o⁴ − d_i⁴)/32.

זווית פיתול

φ = TL/(GJ).

הספק

P = Tω.

תכן ציר

d = (16T/(πτ))^(1/3).

בוחן לבדיקה עצמית

1. בציר מלא, מאמץ הגזירה המרבי מתרחש…

במרכז

בפני השטח החיצוניים

באמצע הרדיוס

בכל מקום באופן שווה

בפני השטח החיצוניים. ρ ∝ τ.

2. הכפלת קוטר ציר מלא מכפילה את J פי…

2

4

8

16

16. $J \propto d^4$.

3. זווית הפיתול פרופורציונלית ל…

G

J

L

1/L

$\varphi = TL/(GJ)$. L.

4. תיבת הילוכים שמאיצה ציר פי 100 (ללא הפסדים) משנה את מומנט הפיתול פי…

100

1/100

1

10

$P = T\omega$. 1/100 קבוע.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

טורבינת רוח מעבירה את ההספק שלה דרך ציר מפותל. משרד האנרגיה האמריקאי מסביר שהרוטור מחובר לגנרטור ישירות, בטורבינה בהנעה ישירה, או דרך ציר וסדרת גלגלי שיניים שמאיצים את הסיבוב ומאפשרים גנרטור קטן יותר פיזית. DOE מדווח גם שההספק הממוצע של טורבינות רוח חדשות בארה"ב הגיע ל-3.4 MW ב-2023. מאחר שהספק הוא מומנט פיתול כפול מהירות, רוטור גדול ואיטי מפעיל מיליוני ניוטון-מטר על הציר הראשי שלו, ונוסחאות הפיתול של יחידה זו קובעות את מידותיו.

ב־Saving Planets: דינמיקה

מקורות: משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT על פיתול.
- OpenStax UP1, 10.6 Torque (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-6-torque): פרק מספר לימוד חינמי על מומנט כוח.
- PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque): אינטראקטיבי.

סיימתי את היחידה הזו

דיאגרמות גזירה ומומנט ומאמץ כפיפה

גזירה ומומנט כפיפה פנימיים בקורות, הקשרים dV/dx = −w ו-dM/dx = V, דיאגרמות גזירה ומומנט, נוסחת הכפיפה σ = My/I, מודול החתך וצורות קורה יעילות.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- שרטטו דיאגרמות גזירה ומומנט לעומסים נפוצים.
- השתמשו ב-dV/dx = −w וב-dM/dx = V לבדיקת הדיאגרמות.
- חשבו מאמץ כפיפה בעזרת σ = My/I.
- בחרו חתכים יעילים בעזרת מודול החתך S = I/c.

מושגי מפתח

- חתכו קורה, והגזירה הפנימית V והמומנט M מחזיקים את החלק בשיווי משקל. השיפועים מקיימים dV/dx = −w ו-dM/dx = V, ולכן M מרבי היכן ש-V חוצה את האפס.
- כפיפה טהורה שומרת על חתכים מישוריים; העיבור והמאמץ גדלים באופן קווי מהציר הנייטרלי, העובר דרך המרכזון.
- נוסחת הכפיפה היא σ = −My/I; המאמץ הגדול ביותר הוא σ_max = Mc/I = M/S, כאשר S = I/c הוא מודול החתך.
- למלבן I = bh³/12, ולכן הגובה חשוב הרבה יותר מהרוחב: קרש על צידו קשיח וחזק הרבה יותר מקרש שוכב.
- קורות I וצינורות חלולים ממקמים חומר רחוק מהציר הנייטרלי, ומקבלים I גדול במסה קטנה.

משוואות מפתח

$$\frac{dV}{dx} = -w, \quad \frac{dM}{dx} = V$$

dV/dx=-w, dM/dx=V

עומס, גזירה ומומנט

$$\sigma = -\frac{My}{I}, \quad \sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{S}$$

σ=-My/I, σ_=Mc/I=M/S

נוסחת הכפיפה

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

I=(bh^3)/(12), I=(π d^4)/(64)

מלבן ועיגול

$$M_{\max} = \frac{PL}{4}, \quad M_{\max} = \frac{wL^2}{8}$$

M_=PL/4, M_=(wL^2)/(8)

נתמכת פשוט: עומס מרכזי, עומס אחיד

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 5.1 קורה נתמכת פשוט באורך 4 m נושאת עומס של 10 kN באמצע המפתח. מצאו את הריאקציות ואת המומנט המרבי.

1. מסימטריה כל ריאקציה היא 5 kN; V = ±5 kN.
2. M_max = PL/4 באמצע המפתח.

תשובה: 10 kN·m.

דוגמה 5.2 הקורה היא מלבן ברוחב 100 mm × 200 mm גובה. מצאו את מאמץ הכפיפה המרבי.

1. I = 0.1 × 0.2³/12 = 6.667 × 10⁻⁵ m⁴; c = 0.1 m.
2. σ = Mc/I = 10,000 × 0.1/6.667 × 10⁻⁵.

תשובה: 15 MPa (מתיחה למטה, לחיצה למעלה).

דוגמה 5.3 קורה נתמכת פשוט באורך 6 m נושאת 5 kN/m לכל אורכה. מצאו את V_max ואת M_max.

1. ריאקציות wL/2 = 15 kN כל אחת.
2. M_max = wL²/8 באמצע המפתח, היכן ש-V = 0.

תשובה: V_max = 15 kN; M_max = 22.5 kN·m.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. זיז באורך 2 m נושא 3 kN בקצהו. מצאו את המומנט הגדול ביותר והיכן הוא פועל.

   M = 3 × 2 = 6 kN·m בקיר.

2. קרש 50 mm × 200 mm מוצב על צידו במקום שטוח. פי כמה גדל I?

   (200/50)² = פי 16.

3. מוט עגול מלא בקוטר 40 mm נושא M = 500 N·m. מצאו את σ_max.

σ = 32M/(πd³) = 79.6 MPa.

4. ערכים לדוגמה: מרכז הניסויים של NREL יכול להפעיל 84 MN·m על שורש להב. אם לחתך השורש היה S לדוגמה של 0.4 m³, איזה מאמץ כפיפה זה היה יוצר?

σ = M/S = 84/0.4 = 210 MPa (חתך לדוגמה).

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: המומנט המרבי תמיד נמצא מתחת לעומס הגדול ביותר.

בפועל: הוא נמצא היכן ש-V חוצה את האפס, שעשוי להיות במקום אחר.

מיתוס: מאמץ הכפיפה אחיד על פני החתך.

בפועל: הוא אפס בציר הנייטרלי ומרבי למעלה ולמטה.

מיתוס: רוחב וגובה עוזרים באותה מידה.

בפועל: I גדל עם h³ אבל רק עם b.

כרטיסיות

גזירה–מומנט

dM/dx = V; dV/dx = −w.

נוסחת הכפיפה

σ = My/I.

מודול חתך

S = I/c; σ = M/S.

I של מלבן

bh³/12.

עומס מרכזי

M_max = PL/4.

עומס אחיד

M_max = wL²/8.

בוחן לבדיקה עצמית

dM/dx .1 שווה ל…

w

V

σ

EI

V. שיפוע דיאגרמת המומנט הוא הגזירה.

2. הציר הנייטרלי עובר דרך…

הסיב העליון

המרכזון

התמיכה

תמיד מרכז הגזירה

המרכזון. לכפיפה טהורה של קורה אלסטית קווית.

3. הכפלת גובה קורה מלבנית מכפילה את I פי…

2

4

8

16

.8. h³

4. M_max לקורה נתמכת פשוט בעומס אחיד w הוא…

wL/2

wL²/8

wL²/2

PL/4

wL²/8. תוצאה סטנדרטית.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

להבי טורבינות רוח הם קורות זיז ענקיות, והם מכופפים בכוונה לפני שהם מסתובבים. דף המידע של NREL על Wind Technology Testing Center בבוסטון, שנבנה עם משרד האנרגיה האמריקאי ו-Massachusetts Clean Energy Center, מתאר את המתקן היחיד בארה"ב שהיה אז מסוגל לבדוק להבים באורך של עד 90 מטרים. בדיקות סטטיות מושכות את הלהבים אופקית ואנכית כדי למדוד שקיעה ועיבורים, ומפעילות מומנט כפיפה של עד 84 מגה-ניוטון-מטר. נוסחת הכפיפה של יחידה זו הופכת את המומנט הזה למאמץ שקובע אם להב עובר הסמכה.

ב־Saving Planets: סטטיקה

מקורות: NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT על קורות.
- OpenStax UP1, 12.2 Examples of static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-2-examples-of-static-equilibrium): פרק מספר לימוד חינמי על שיווי משקל.
- PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): מומנטים, אינטראקטיבי.

סיימתי את היחידה הזו

גזירה רוחבית בקורות, זרימת גזירה וחתכים מורכבים

מאמץ גזירה מעומסים רוחביים, נוסחת הגזירה τ = VQ/(It), מאמץ גזירה בחתכים מלבניים ועגולים, זרימת גזירה בקורות מורכבות ומודבקות, מרווח מחברים, וקורות משני חומרים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- חשבו את Q ואת מאמץ הגזירה τ = VQ/(It).
- השתמשו ב-τ_max = 1.5V/A למלבנים וב-4V/(3A) לעיגולים.
- מצאו את זרימת הגזירה q = VQ/I ואת מרווח המסמרים, הברגים או חוזק הדבק בקורות מורכבות.
- הסבירו איך קורות שכבתיות פועלות יחד.

מושגי מפתח

- קורה עם מומנט משתנה נושאת גם מאמץ גזירה במישורים אופקיים; לכן ערימת קרשים רופפים מחליקה ומתכופפת הרבה יותר מגוש מודבק אחד.
- נוסחת הגזירה τ = VQ/(It) משתמשת ב-Q = A′ȳ′, המומנט הראשון סביב הציר הנייטרלי של השטח שמעבר לחתך.
- במלבן מאמץ הגזירה פרבולי, אפס למעלה ולמטה ו-1.5V/A בציר הנייטרלי.
- זרימת גזירה q = VQ/I היא הכוח ליחידת אורך שקו דבק או שורת מחברים חייבים לשאת; מרווח מחברים s = F_fastener/q.
- ברוב הקורות הארוכות הכפיפה קובעת; בקורות קצרות וגבוהות ובעץ הגזירה עשויה לקבוע.

משוואות מפתח

$$\tau = \frac{VQ}{It}, \quad Q = A'\bar{y}'$$

τ=VQ/It, Q=A' y'

נוסחת הגזירה

$$\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$$

τ_=3V/2A

מלבן

$$\tau_{\max} = \frac{4V}{3A}$$

τ_=4V/3A

עיגול מלא

$$q = \frac{VQ}{I}, \quad s = \frac{F}{q}$$

`q=VQ/I, s=F/q`

זרימת גזירה ומרווח מחברים

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 6.1 קורה מלבנית 100 mm × 200 mm נושאת V = 15 kN. מצאו את מאמץ הגזירה המרבי.

1. $A = 0.02\ \text{m}^2$.
2. $\tau_{max} = 1.5V/A = 1.5 \times 15000/0.02$.

תשובה: 1.125 MPa בציר הנייטרלי.

דוגמה 6.2 שני קרשים 150 mm × 50 mm מודבקים שטוחים זה על זה ויוצרים קורה ברוחב 150 mm × גובה 100 mm הנושאת V = 10 kN. מצאו את מאמץ הגזירה שהדבק חייב לשאת.

1. $I = 0.15 \times 0.1^3/12 = 1.25 \times 10^{-5}\ \text{m}^4$.
2. $Q = 0.15 \times 0.05 \times 0.025 = 1.875 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$.
3. $q = VQ/I = 150\ \text{N/mm}$; $\tau = q/b = 150/150$.

תשובה: $\tau = 1.0$ MPa (זהה ל-$1.5V/A$).

דוגמה 6.3 אותם שני קרשים מחוברים במסמרים במקום זאת, תחת V = 2 kN, וכל מסמר נושא 900 N. מצאו את מרווח המסמרים.

1. $q = VQ/I = 2000 \times 1.875 \times 10^{-4}/1.25 \times 10^{-5} = 30\ \text{N/mm}$.
2. $s = F/q = 900/30$.

תשובה: 30 mm.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. ציר מלא בקוטר 50 mm נושא V = 10 kN. מצאו את τ_{max}.

   $A = 1963\ \text{mm}^2$; $\tau = 4V/(3A) = 6.79$ MPa.

2. מלבן 50 mm × 100 mm נושא V = 5 kN. מצאו את τ_{max}.

1.5 × 5000/5000 = 1.5 MPa.

3. לקורה מלבנית נתמכת פשוט עם עומס מרכזי, הראו ש-σ_max/τ_max = 2L/h, וחשבו עבור L/h = 10.

σ = 1.5PL/(bh²), τ = 0.75P/(bh), יחס 2L/h = 20: הכפיפה קובעת בקורות ארוכות.

4. ערכים לדוגמה: החומרים של בניין בגובה בינוני נושאים 1000 t CO_2e של פליטות גלומות. בעזרת הטווח של 13% עד 26.5% ממאמר ה-Forest Service, העריכו את החיסכון בעץ מהונדס.

130 עד 265 t CO_2e (בניין לדוגמה).

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מאמץ הגזירה מרבי למעלה ולמטה, כמו מאמץ הכפיפה.

בפועל: הוא אפס שם ומרבי בציר הנייטרלי.

מיתוס: Q הוא מומנט ההתמד.

בפועל: Q הוא מומנט ראשון של שטח I ;(m³) הוא מומנט שני (m⁴).

מיתוס: הדבק צריך רק להחזיק את הקרשים יחד אנכית.

בפועל: הוא חייב לשאת את זרימת הגזירה האופקית q.

כרטיסיות

נוסחת הגזירה

τ = VQ/(It).

מומנט ראשון Q

A′ȳ′ מעבר לחתך.

מלבן

τ_max = 1.5V/A.

עיגול

τ_max = 4V/(3A).

זרימת גזירה

q = VQ/I.

מרווח מחברים

s = F/q.

בוחן לבדיקה עצמית

1. למלבן, τ_max הוא…

V/A

1.5V/A

2V/A

4V/(3A)

1.5V/A. התפלגות פרבולית.

2. היחידות של זרימת גזירה הן…

N/m^2

N/m

N·m

m^3

N/m. כוח ליחידת אורך.

3. Q הוא…

$A'\bar{y}'$

$bh^3/12$

VQ/I

Mc/I

$A'\bar{y}'$. המומנט הראשון של השטח שמעבר לחתך.

4. הקטנת מרווח המסמרים בחצי מאפשרת לקורה לשאת כמה יותר גזירה?

אותו דבר

פי שניים

פי ארבעה

חצי

פי שניים. $q = F/s$ מוכפל.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

שכבות עץ מודבקות הנושאות זרימת גזירה בונות קו רקיע דל פחמן. מאמר משנת 2022 שפורסם דרך Forest Products Laboratory של USDA Forest Service מסביר שעץ צלוב שכבות נמצא בחזית תנועת העץ המהונדס, המאפשרת לבנות בנייני עץ גבוהים יותר, ושכמה מחקרים מראים שהחלפת פלדה ובטון בעץ מהונדס בבניינים בגובה בינוני יכולה להפחית את הפליטות מייצור, הובלה והתקנה של חומרי בנייה ב-13% עד 26.5%. המחברים מדגישים גם אמצעי הגנה כדי שביקוש מוגבר לעץ לא יפגע בפחמן ובבריאות היערות. קווי הדבק בין השכבות חייבים לשאת את זרימת הגזירה מיחידה זו.

ב־Saving Planets: יערות

מקורות: USDA Forest Service: What is the impact of mass timber utilization on climate and forests? (2022) (https://research.fs.usda.gov/treesearch/63853)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT על קורות.
- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): מאמץ גזירה ומודול גזירה.

סיימתי את היחידה הזו

התמרת מאמצים, מעגל מוהר, תאוריות כשל ועייפות

מאמץ מישורי על מישורים מסובבים, מאמצים ראשיים וגזירה מרבית, מעגל מוהר, קריטריוני הכניעה של טרסקה ושל פון מיזס, ומבוא לעייפות בעומס חוזר.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- התמירו מאמץ מישורי לכל זווית ומצאו מאמצים ומישורים ראשיים.
- שרטטו את מעגל מוהר והשתמשו בו.
- הפעילו את קריטריוני טרסקה ופון מיזס כדי למצוא מקדם ביטחון.
- הסבירו עייפות ומדוע חלקים עלולים להיכשל הרבה מתחת לחוזקם הסטטי.

מושגי מפתח

- אותו מצב מאמצים נראה שונה במישורים שונים. סיבוב ב-θ משנה את σ ואת τ, אך בחלק מהמישורים הגזירה אפס: המישורים הראשיים.
- המאמצים הראשיים הם σ₁,₂ = (σx + σy)/2 ± R, עם R = √(((σx − σy)/2)² + τxy²). הגזירה המרבית במישור היא R, במישורים בזווית 45° מהמישורים הראשיים.
- מעגל מוהר משרטט את (σ, τ) לכל מישור: מרכז ב-(σx + σy)/2, רדיוס R. זווית θ על האלמנט היא 2θ על המעגל.
- מתכות משיכות נכנעות בגזירה. טרסקה: מאמץ הגזירה הגדול ביותר מגיע ל-σ_Y/2. פון מיזס: σ_vm = √(σ₁² − σ₁σ₂ + σ₂²) מגיע ל-σ_Y (הוא מתאים לנתוני ניסוי מעט טוב יותר).
- עומס חוזר מגדיל סדקים מפגמים קטנים, ולכן חלקים עלולים להישבר אחרי מיליוני מחזורים במאמצים הרבה מתחת לכניעה. מתכננים משתמשים בעקומות S–N ובודקים חלקים שלמים לאורך כל חייהם במחזורים.

משוואות מפתח

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

σ_1,2=(σ_x+σ_y)/(2)((σ_x-σ_y)/(2))^2+τ_xy^2

מאמצים ראשיים

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

2θ_p=2τ_xyσ_x-σ_y

זווית ראשית

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

σ_vm=σ_1^2-σ_1σ_2+σ_2^2

פון מיזס (מאמץ מישורי)

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

σ_vm=σ^2+3τ^2

נורמלי ועוד גזירה (צירים, קורות)

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 7.1 בנקודה σx = 80 MPa, σy = −40 MPa ו-τxy = 30 MPa. מצאו את המאמצים הראשיים, את הזווית הראשית ואת הגזירה המרבית במישור.

1. מרכז = 20 MPa; $R = \sqrt{(60^2 + 30^2)} = 67.1$ MPa.
2. $\sigma_1 = 20 + 67.1$; $\sigma_2 = 20 - 67.1$.
3. $\tan 2\theta_p = 60/120 = 0.5$.

תשובה: $\sigma_1 = 87.1$ MPa, $\sigma_2 = -47.1$ MPa, $\theta_p = 13.3°$, $\tau_{max} = 67.1$ MPa.

דוגמה 7.2 עבור מצב המאמצים הזה, מצאו את מאמץ פון מיזס ואת מקדם הביטחון לפלדה עם σ_Y = 250 MPa.

1. $\sigma_{vm} = \sqrt{(87.1^2 - (87.1)(-47.1) + 47.1^2)}$.
2. $FS = 250/\sigma_{vm}$.

תשובה: σ_vm = 117.9 MPa; FS = 2.12.

דוגמה 7.3 השתמשו בטרסקה לאותה נקודה.

1. ל-σ_1 ול-σ_2 סימנים מנוגדים, ולכן $\tau_{abs\ max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 = 67.1$ MPa.
2. $FS = (\sigma_Y/2)/\tau_{max} = 125/67.1$.

תשובה: FS = 1.86 (טרסקה שמרני מעט יותר).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. פני ציר נמצאים בגזירה טהורה, τ = 50 MPa. מצאו את המאמצים הראשיים ואת מישוריהם.

$\sigma_1 = 50$ MPa, $\sigma_2 = -50$ MPa, במישורים בזווית 45°.

2. מוט נמצא במתיחה חד-צירית של 100 MPa. מצאו את מאמץ הגזירה המרבי ואת מישורו.

   τ_max = 50 MPa במישורים בזווית 45°.

3. ציר נושא σ = 60 MPa מכפיפה ו-τ = 40 MPa מפיתול. מצאו את מאמץ פון מיזס.

   σ_vm = √(60² + 3 × 40²) = 91.7 MPa.

4. ערכים לדוגמה: חלק עובר מחזור אחד בשנייה במשך 20 שנה. כמה מחזורי עומס זה?

   20 × 365.25 × 86400 = 6.31 × 10⁸ מחזורים.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: המאמץ הגדול ביותר הוא תמיד σx או σy.

בפועל: מאמצים ראשיים במישורים מסובבים יכולים להיות גדולים יותר.

מיתוס: זווית θ על האלמנט היא θ על מעגל מוהר.

בפועל: היא 2θ על המעגל.

מיתוס: אם חלק שורד עומס פעם אחת, הוא ישרוד אותו לעד.

בפועל: עומסים חוזרים יכולים להגדיל סדקי עייפות הרבה מתחת לחוזק הסטטי.

כרטיסיות

מאמצים ראשיים

מרכז ± R.

רדיוס מעגל מוהר

R = √(((σx − σy)/2)² + τ²).

גזירה מרבית במישור

τ_max = R, ב-45°.

טרסקה

τ_max = σ_Y/2 בכניעה.

פון מיזס

√(σ₁² − σ₁σ₂ + σ₂²).

עייפות

כשל אחרי מחזורים רבים מתחת לכניעה.

בוחן לבדיקה עצמית

1. במישורים הראשיים מאמץ הגזירה הוא…

מקסימלי

אפס

שווה ל-σ_1

R

אפס. הגדרה.

2. באיזו זווית מהמישורים הראשיים נמצאים מישורי הגזירה המרבית במישור?

30°

45°

60°

90°

90°. 45° על המעגל.

3. פון מיזס למאמץ חד-צירי σ שווה ל...

$\sigma/2$

σ

$\sqrt{3}\sigma$

2σ

$\sigma_2 = 0$. σ.

4. כשל עייפות נגרם על ידי...

עומס גדול יחיד

מחזורי עומס חוזרים

טמפרטורה בלבד

צבע

מחזורי עומס חוזרים. סדקים גדלים מחזור אחר מחזור.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

להב טורבינת רוח חייב לשרוד עשרות שנים של כפיפה הלוך ושוב. דף המידע של NREL על Wind Technology Testing Center מסביר שבדיקות עייפות מעבירות להבים מיליוני מחזורים כדי לדמות את מה שלהב עובר במהלך חייו על טורבינה, בעזרת מערכת העירור התהודתי של NREL עם תנועה של עד 21 מטרים מקצה לקצה בחוד, כדי לייצר בתוך חודשים עומסים מחזוריים של יותר מ-20 שנות שטח. מאמץ משולב, תאוריות כשל ועייפות, כולם ביחידה זו, קובעים אם להב עובר.

ב־Saving Planets: סטטיקה

מקורות: NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT על התמרת מאמצים.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): הרצאות MIT על כניעה, שבר ועייפות.

סיימתי את היחידה הזו

מכלי לחץ דקי דופן ועומסים משולבים

מאמץ טבעתי וצירי בגלילים דקים, מאמץ בכדורים דקים, עובי דופן נדרש, ושילוב מאמצים ציריים, כפיפה, פיתול ולחץ בנקודה.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- חשבו מאמץ טבעתי וצירי בגלילים ובכדורים דקי דופן.
- מצאו את עובי הדופן הנדרש ללחץ ולמאמץ מותר נתונים.
- בצעו סופרפוזיציה בנקודה של מאמצים ציריים, כפיפה, פיתול ולחץ.
- מצאו מאמצים ראשיים ומאמץ פון מיזס בעומסים משולבים.

מושגי מפתח

- מכל הוא דק דופן כאשר r/t הוא כ-10 או יותר; אז המאמץ בדופן כמעט אחיד לאורך העובי.
- גליל: מאמץ טבעתי σ_h = pr/t, מאמץ צירי σ_a = pr/(2t). המאמץ הטבעתי כפול מהצירי, ולכן צינורות בלחץ יתר נקרעים לאורכם.
- כדור: σ = pr/(2t) בכל כיוון, ולכן כדור צריך חצי מעובי הדופן של גליל באותו רדיוס.
- בעומסים משולבים, חברו בנקודה את המאמצים מכל עומס (סופרפוזיציה), ואז השתמשו במעגל מוהר או בקריטריון כשל.
- היחידות חשובות: 1 bar = 0.1 MPa ו-1 psi = 6894.757 Pa (NIST).

משוואות מפתח

$$\sigma_h = \frac{pr}{t}, \quad \sigma_a = \frac{pr}{2t}$$

σ_h=pr/t, σ_a=pr/2t

גליל דק

$$\sigma = \frac{pr}{2t}$$

σ=pr/2t

כדור דק

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$$

σ=P/AMc/I

צירי ועוד כפיפה

$$t = \frac{pr}{\sigma_{\text{allow}}}$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 8.1 ערכים לדוגמה: מכל מימן עם רדיוס פנימי 150 mm ודופן 15 mm מחזיק 700 bar (70 MPa). מצאו את המאמץ הטבעתי והצירי.

1. r/t = 10, הערכת דופן דקה.
2. σ_h = pr/t = 70 × 10; σ_a = σ_h/2.

תשובה: σ_h = 700 MPa, σ_a = 350 MPa (מכל לדוגמה, ולכן מכלים כאלה עשויים מחומר מרוכב מסיבי פחמן).

דוגמה 8.2 כדור עם אותו רדיוס, דופן ולחץ: מצאו את המאמץ.

1. σ = pr/(2t).

תשובה: 350 MPa, מחצית המאמץ הטבעתי של הגליל.

דוגמה 8.3 עמוד מלא בקוטר 100 mm נושא עומס לחיצה של 10 kN ומומנט כפיפה של 3 kN·m. מצאו את מאמצי הלחיצה והמתיחה הגדולים ביותר.

1. P/A = 10000/7854 mm² = 1.27 MPa לחיצה.
2. Mc/I = 32M/(πd³) = 30.6 MPa.

תשובה: 31.8 MPa לחיצה בפאה אחת; 29.3 MPa מתיחה בשנייה.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. תכן של מכל משתנה מ-350 bar ל-700 bar באותו רדיוס ומאמץ מותר. איך חייב להשתנות עובי הדופן?

   t = pr/σ: הוא מוכפל.

2. ערכים לדוגמה: לבלון גז r = 150 mm, t = 3 mm ו-p = 2 MPa. מצאו את σ_h ואת σ_a.

   σ_h = 100 MPa; σ_a = 50 MPa.

3. מצאו את עובי הדופן של גליל עם p = 35 MPa, r = 200 mm ו-σ_allow = 600 MPa.

   t = 35 × 200/600 = 11.7 mm.

4. המירו את 10000 psi של DOE ל-MPa בעזרת המקדם של NIST.

10000 × 6894.757 Pa = 68.9 MPa, כ-700 bar.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: המאמץ הטבעתי והצירי שווים בגליל.

בפועל: המאמץ הטבעתי כפול מהמאמץ הצירי.

מיתוס: נוסחאות הדופן הדקה תקפות לכל מכל.

בפועל: רק כאשר r/t הוא כ-10 או יותר.

מיתוס: אפשר לחבר מאמצים מעומסים שונים בנקודות שונות.

בפועל: בצעו סופרפוזיציה באותה נקודה ובאותו כיוון.

כרטיסיות

מאמץ טבעתי

σ_h = pr/t.

מאמץ צירי

σ_a = pr/(2t).

כדור

σ = pr/(2t).

דופן דקה

r/t ≳ 10.

סופרפוזיציה

חברו מאמצים בנקודה.

bar ו-psi

1 bar = 0.1 MPa; 1 psi = 6894.757 Pa.

בוחן לבדיקה עצמית

1. המאמץ הטבעתי בגליל דק הוא…

- pr/(2t)
- pr/t
- pt/r
- 2pr/t

pr/t. שיווי משקל של חצי טבעת.

2. מאמץ הדופן של כדור בהשוואה למאמץ הטבעתי של גליל (אותם p, r, t) הוא…

פי שניים

שווים

חצי

רבע

חצי. pr/(2t).

3. צינור בלחץ יתר נקרע בדרך כלל…

לאורך ההיקף

לאורכו

רק בקצוות

אף פעם

לאורכו. המאמץ הטבעתי הוא הגדול ביותר.

4. 700 bar הם בערך…

7 MPa

70 MPa

700 MPa

0.7 MPa

.70 MPa. 1 bar = 0.1 MPa

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

מימן יכול להניע משאיות, אוטובוסים ותעשייה ללא פליטות פחמן בנקודת השימוש, אך יש לאחסן אותו. משרד האנרגיה האמריקאי מסביר שלמימן יש את האנרגיה הגבוהה ביותר ליחידת מסה מכל דלק אך אנרגיה נמוכה מאוד ליחידת נפח, ולכן אחסונו כגז דורש בדרך כלל מכלי לחץ גבוה ב-350–700 bar (5000–10000 psi), ואילו אחסונו כנוזל דורש טמפרטורות קריוגניות כי הוא רותח ב-252.8 °C− בלחץ הסביבה. נוסחת המאמץ הטבעתי של יחידה זו מראה מדוע המכלים האלה צריכים דפנות חזקות וקלות מאוד.

ב־Saving Planets: כימיה כללית I

מקורות: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9) · U.S. DOE: Hydrogen storage (https://www.energy.gov/eere/fuelcells/hydrogen-storage)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT על מכלי לחץ.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): קורס ההמשך של MIT.

סיימתי את היחידה הזו

שקיעת קורות

הקו האלסטי ו-EI v″ = M, אינטגרציה עם תנאי שפה, נוסחאות שקיעה סטנדרטיות, סופרפוזיציה, גבולות שמישות וקורות בלתי מסוימות.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- בצעו אינטגרציה של EI v″ = M עם תנאי שפה כדי למצוא שיפוע ושקיעה.
- השתמשו בנוסחאות שקיעה סטנדרטיות ובסופרפוזיציה.
- בדקו את השקיעה מול גבול שמישות כגון L/360.
- פתרו זיזים נתמכים וקורות בלתי מסוימות אחרות.

מושגי מפתח

- לשיפועים קטנים, הקו האלסטי מקיים EI d²v/dx² = M(x). בצעו אינטגרציה פעמיים והשתמשו בתמיכות כדי לקבוע את הקבועים (v = 0 בפרקים; v = 0 ו-v′ = 0 בקצה מקובע).
- EI הוא קשיחות הכפיפה: חומר קשיח יותר (E) או חתך גבוה יותר (I) נותנים שקיעות קטנות יותר.
- תוצאות סטנדרטיות: זיז עם עומס בקצה δ = PL³/(3EI); נתמכת פשוט עם עומס מרכזי PL³/(48EI); עם עומס אחיד 5wL⁴/(384EI).
- שקיעות מעומסים נפרדים מתחברות (סופרפוזיציה) כל עוד הקורה נשארת אלסטית קווית.
- תמיכה נוספת הופכת את הקורה לבלתי מסוימת; הסירו אותה, חשבו את השקיעה שם ובחרו את הריאקציה שמבטלת אותה.

משוואות מפתח

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

`EI(d^2v)/(dx^2)=M(x)`

הקו האלסטי

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \delta = \frac{wL^4}{8EI}$$

`=(PL^3)/(3EI), =(wL^4)/(8EI)`

זיז: עומס בקצה, עומס אחיד

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}, \quad \delta = \frac{5wL^4}{384EI}$$

`=(PL^3)/(48EI), =(5wL^4)/(384EI)`

נתמכת פשוט: עומס מרכזי, עומס אחיד

$$R_B = \frac{3wL}{8}$$

R_B=3wL/8

זיז נתמך, עומס אחיד

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 9.1 זיז פלדה באורך 2 m (E = 200 GPa, I = 8 × 10⁻⁶ m⁴) נושא 1 kN בקצהו. מצאו את שקיעת הקצה.

1. δ = PL³/(3EI) = 1000 × 8/(3 × 200 × 10⁹ × 8 × 10⁻⁶).

תשובה: 1.67 mm.

דוגמה 9.2 קורת פלדה נתמכת פשוט באורך 6 m (I = 1 × 10⁻⁴ m⁴) נושאת 10 kN/m. מצאו את השקיעה באמצע המפתח והשוו ל-L/360.

1. δ = 5wL⁴/(384EI) = 5 × 10,000 × 1296/(384 × 200 × 10⁹ × 10⁻⁴).
2. L/360 = 16.7 mm.

תשובה: 8.44 mm, בתוך הגבול.

דוגמה 9.3 אותה קורה מקובעת ב-A ונתמכת ב-B. מצאו את ריאקציית התמיכה.

1. הסירו את התמיכה: שקיעת קצה הזיז wL⁴/(8EI).
2. כוח התמיכה R_B נותן R_BL³/(3EI) כלפי מעלה; השוו ביניהם.

תשובה: R_B = 3wL/8 = 22.5 kN.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. אורך זיז מוכפל עם אותו עומס בקצה. פי כמה גדלה שקיעת הקצה?

   = 2³ פי 8.

2. קורת עץ נתמכת פשוט (E = 10 GPa, I = 5 × 10⁻⁵ m⁴, L = 4 m) נושאת 5 kN באמצע המפתח. מצאו את δ.

   PL³/(48EI) = 13.3 mm.

3. זיז פלדה באורך 3 m (I = 1 × 10⁻⁵ m⁴) נושא 2 kN/m. מצאו את שקיעת הקצה.

.wL⁴/(8EI) = 10.1 mm

4. DOE אומר ששטחי הסריקה של הרוטורים גדלו בכ-670% מאז 1998–1999. אם שטח הסריקה גדל עם ריבוע הקוטר, פי כמה גדל הקוטר הממוצע?

שטח סריקה 7.7×, ולכן קוטר 2.77 = √7.7 ×.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: השקיעה גדלה באותו קצב כמו האורך.

בפועל: היא גדלה עם L³ או L⁴.

מיתוס: פלדה חזקה יותר שוקעת פחות.

בפועל: השקיעה תלויה ב-E, שהוא כמעט זהה לכל הפלדות.

מיתוס: אם קורה חזקה מספיק, היא טובה מספיק.

בפועל: היא חייבת להיות גם קשיחה מספיק: רצפות שקופצות או להבים שפוגעים במגדל נכשלים בשירות.

כרטיסיות

הקו האלסטי

.= M ″EIv

זיז עם עומס בקצה

.PL³/(3EI)

נתמכת פשוט, עומס מרכזי

.PL³/(48EI)

נתמכת פשוט, עומס אחיד

.5wL⁴/(384EI)

סופרפוזיציה

חברו את השקיעות מכל עומס.

שמישות

גבול כגון L/360.

בוחן לבדיקה עצמית

1. שקיעת הקצה של זיז עם עומס בקצהו:

PL³/(3EI)

PL³/(48EI)

PL²/(2EI)

$5wL^4/(384EI)$

$PL^3/(3EI)$. תוצאה סטנדרטית.

2. EI נקרא…

מודול חתך

קשיחות כפיפה

מומנט קוטבי

זרימת גזירה

קשיחות כפיפה. התנגדות לעיוות כפיפה.

3. בתמיכה מקובעת…

רק $v = 0$

$v = 0$ ו- $v' = 0$

$M = 0$

$V = 0$

$v = 0$ ו-$v' = 0$. ללא שקיעה וללא סיבוב.

4. הכפלת המפתח של קורה נתמכת פשוט בעומס אחיד מכפילה את δ פי…

4

8

16

2

$16. L^4$.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

להבים ארוכים יותר תופסים יותר רוח, אך גם שוקעים יותר. משרד האנרגיה האמריקאי מדווח שקוטר הרוטור הממוצע של טורבינות חדשות בארה"ב עלה על 133.8 מטרים ב-2023, ש-98% מהטורבינות החדשות באותה שנה היו עם רוטורים של 115 מטרים או יותר, ושטחי הסריקה של הרוטורים גדלו בכ-670% מאז 1999–1998, מה שמאפשר לטורבינות להפיק יותר חשמל גם היכן שהרוח חלשה יותר. DOE מציין שאי אפשר לקפל או לכופף להבים לאחר ייצורם, מה שמגביל הובלה במשאיות, והוא חוקר להבים דקים וגמישים יותר. תורת השקיעה של קורות היא הדרך שבה מתכננים מונעים מלהב גמיש לפגוע במגדל.

ב־Saving Planets: פיזיקה 2

מקורות: U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT על שקיעת קורות.
- OpenStax Calculus Volume 1, 5.5 Substitution (https://openstax.org/books/calculus-volume-1/pages/5-5-substitution): חזרה חינמית על חדו"א לאינטגרציה של הקו האלסטי.

סיימתי את היחידה הזו

קריסת עמודים

יציבות ועומס קריטי, נוסחת אוילר לעמודים עם פרקים, אורך אפקטיבי לתנאי קצה אחרים, יחס תמירות ומאמץ קריטי, קריסה לא אלסטית, פגמים, וקליפות דקות עם מקדמי הפחתה.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- הסבירו שיווי משקל יציב, אדיש ולא יציב בעמודים.
- חשבו עומסים קריטיים של אוילר עם מקדמי אורך אפקטיבי.
- השתמשו ביחס התמירות כדי להבחין בין קריסה לכניעה.
- הסבירו מדוע פגמים ומקדמי הפחתה חשובים לקליפות דקות כגון מכלי רקטות.

מושגי מפתח

- עמוד תמיר עלול להיכשל לפתע בכפיפה הצידה בעומס הרבה מתחת לעומס המעיכה. עומס זה הוא העומס הקריטי P_cr.
- אוילר: P_cr = π²EI/(KL)². K = 1 לפרק–פרק, 2 למקובע–חופשי, 0.5 למקובע–מקובע וכ-0.7 למקובע–פרק.
- הקריסה משתמשת ב-I הקטן ביותר של החתך: עמוד קורס סביב הציר החלש שלו.
- מאמץ קריטי σ_cr = π²E/(KL/r)², עם רדיוס התמד r = √(I/A). אם σ_cr עולה על חוזק הכניעה, העמוד הקצר נכנע ראשון; ביניהם חלה קריסה לא אלסטית.
- קליפות גליליות דקות, כמו מכלי רקטות, רגישות מאוד לפגמים זעירים, ולכן מתכננים מכפילים את עומס הקריסה האידאלי במקדם הפחתה הנלקח מניסויים.

משוואות מפתח

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

```
P_cr=(π^2EI)/((KL)^2)
```

עומס קריטי של אוילר

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}, \quad r = \sqrt{I/A}$$

```
σ_cr=(π^2E)/((KL/r)^2), r=√(I/A)
```

מאמץ קריטי

$$K = 1,\ 2,\ 0.5,\ 0.7$$

```
K=1,\ 2,\ 0.5,\ 0.7
```

פרק–פרק, מקובע–חופשי, מקובע–מקובע, מקובע–פרק

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 10.1 עמוד פלדה פרק–פרק ($E = 200\ \text{GPa}$) באורך $3\ \text{m}$ עם $I = 2 \times 10^{-6}\ \text{m}^4$. מצאו את P_{cr}.

1. $P_{cr} = \pi^2 \times 200 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} / 3^2$.

תשובה: $438.6\ \text{kN}$.

דוגמה 10.2 אותו עמוד מקובע בבסיס וחופשי למעלה. מצאו את P_{cr}.

1. $K = 2$, ולכן $KL = 6\ \text{m}$ ו-P_{cr} קטן פי 4.

תשובה: $109.7\ \text{kN}$.

דוגמה 10.3 מוט פלדה מלא בקוטר $50\ \text{mm}$, באורך $2\ \text{m}$ ועם פרקים בשני הקצוות, עם $\sigma_Y = 250\ \text{MPa}$. האם הוא קורס או נכנע קודם?

1. $r = d/4 = 12.5\ \text{mm}$; $KL/r = 2000/12.5 = 160$.
2. $\sigma_{cr} = \pi^2 \times 200{,}000 / 160^2\ \text{MPa}$.

תשובה: $\sigma_{cr} = 77.1\ \text{MPa} < 250\ \text{MPa}$: הוא קורס קודם.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. אורך עמוד מוכפל. מה קורה ל-P_{cr}?

   הוא יורד לרבע.

2. איך עמוד מקובע–מקובע משתווה לעמוד פרק–פרק באותו אורך?

   $K = 0.5$, ולכן P_{cr} גדול פי 4.

3. NASA מתארת עומס ניסוי של עד 750000 פאונד. המירו למגה-ניוטון בעזרת המקדם של NIST.

   $750{,}000 \times 4.448222\ \text{N} = 3.34\ \text{MN}$.

4. ערכים לדוגמה: NASA מצאה שהסרת עיבויי ריתוך יכולה להעלות את כושר הנשיאה בעד 28%. כמה היה נושא גליל לדוגמה של $10\ \text{MN}$?

   $10 \times 1.28 = 12.8\ \text{MN}$ (גליל לדוגמה).

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: עמודים נכשלים כשהמאמץ מגיע לכניעה.

בפועל: עמודים תמירים קורסים במאמץ נמוך בהרבה.

מיתוס: עמוד קורס סביב הציר החזק שלו.

בפועל: הוא קורס סביב הציר עם ה-I הקטן ביותר.

מיתוס: עומס אוילר הוא מה שעמוד אמיתי יישא.

בפועל: פגמים ועומסים אקסצנטריים מקטינים אותו, במיוחד בקליפות דקות.

כרטיסיות

עומס אוילר

$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$.

אורך אפקטיבי

$K = 1, 2, 0.5, 0.7$.

רדיוס התמד

$r = \sqrt{(I/A)}$.

מאמץ קריטי

$\pi^2 E/(KL/r)^2$.

ציר חלש

ה-I הקטן ביותר קובע.

מקדם הפחתה

הפחתה מבוססת ניסויים לקליפות דקות.

בוחן לבדיקה עצמית

1. P_{cr} של אוילר פרופורציונלי ל...

- L
- 1/L
- $1/L^2$
- L^2
- $1/L^2$. $\pi^2 EI/(KL)^2$.

2. K לעמוד מקובע–חופשי (תורן דגל):

0.5

0.7

1

2

2. אורך אפקטיבי 2L.

3. יחס התמירות הוא…

KL/r

r/L

I/A

E/σ_Y

KL/r. אורך אפקטיבי חלקי רדיוס התמד.

4. מקדם הפחתה מביא בחשבון…

טמפרטורה

רגישות של קליפות דקות לפגמים

צבע

כבידה

רגישות של קליפות דקות לפגמים. קליפות אמיתיות קורסות מתחת לתאוריה האידאלית.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

רקטות קלות יותר משגרות את הלוויינים שעוקבים אחר האקלים של כדור הארץ, והקריסה קובעת עד כמה קלים יכולים להיות המכלים שלהן. NASA Engineering and Safety Center מדווח שצוות Shell Buckling Knockdown Factor שלו בחן מחדש

מקדמי הפחתה שלא עודכנו מאז עידן אפולו של שנות ה-1960. שמונה ניסויים בקנה מידה מוקטן ושניים בקנה מידה מלא על גלילי מתכת הובילו למקדמי הפחתה חדשים המשמשים בשלב הליבה של Space Launch System, וחסכו מסה ועלות. באחד הניסויים, גליל בקוטר 8 רגל שהועמס עד 750000 פאונד קרס בטווח של 2.5% מתחזית המהנדס, ותוצאות ראשונות הראו שהסרת עיבויי ריתוך יכולה להעלות את כושר הנשיאה בעד 28%.

ב־Saving Planets: מבוא להנדסת אווירונאוטיקה וחלל

מקורות: NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): הרצאות MIT על קריסה.
- NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/): איך NASA בודקת קריסה של גלילי רקטות.

סיימתי את היחידה הזו

תרגילים

התרגילים האלה נמצאים בתוך כל יחידה. פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה.

1. מאמץ: נורמלי, גזירה ומעיכה; מאמץ מותר ומקדם ביטחון
   4 תרגילים
2. עיבור והתנהגות חומר: חוק הוק, מקדם פואסון ועקומת מאמץ–עיבור
   4 תרגילים
3. רכיבים בעומס צירי: עיוות, מוטות בלתי מסוימים ומאמץ תרמי
   4 תרגילים
4. פיתול צירים עגולים והעברת הספק
   4 תרגילים
5. דיאגרמות גזירה ומומנט ומאמץ כפיפה
   4 תרגילים
6. גזירה רוחבית בקורות, זרימת גזירה וחתכים מורכבים
   4 תרגילים
7. התמרת מאמצים, מעגל מוהר, תאוריות כשל ועייפות
   4 תרגילים
8. מכלי לחץ דקי דופן ועומסים משולבים
   4 תרגילים
9. שקיעת קורות
   4 תרגילים
10. קריסת עמודים
    4 תרגילים

המעבדה (Materials lab)

המעבדה היא החלק המעשי של הקורס. כאן היא חינמית ולתרגול בלבד, ללא נקודות זכות.

כל מעבדה אפשר לבצע בסימולציה חינמית או עם חפצים ביתיים. גומיות מתוחות וספגטי שנשבר עלולים לעוף: הרכיבו משקפיים, שמרו על עומסים קטנים והרחיקו את הפנים מחלקים בעומס.

מקור בטיחות: OSHA: Hand and power tools (https://www.osha.gov/hand-power-tools)

מעבדה A: חוק הוק וקשיחות

שבוע 2

מטרה: העמיסו קפיץ (או גומייה) בשלבים, הראו שההתארכות גדלה ביחס ישר לכוח, ומצאו את הקשיחות k.

$$F = kx, \quad U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

F=kx, U=12kx^2

קפיץ קווי ואנרגיה אגורה

מהלך הניסוי

1. פתחו את PhET Hooke’s Law, בחרו קפיץ וקבעו את הקבוע שלו; הפעילו כוחות בצעדים שווים ורשמו את ההעתק.
2. בבית: תלו שקית על גומייה והוסיפו מטבעות במסה ידועה (F = mg), ומדדו את ההתארכות בסרגל בכל פעם.
3. שרטטו F כפונקציה של x והתאימו קו דרך הראשית; השיפוע הוא k.
4. הורידו את העומס שלב אחר שלב ושימו לב אם הגומייה חוזרת לאורכה ההתחלתי.

טבלת נתונים

F (N)	x (mm) עבור k = 50 N/m
0.5	10
1.0	20
1.5	30
2.0	40

ערכים לדוגמה לקפיץ עם k = 50 N/m; הקפיץ שלכם קובע את השיפוע שלכם.

חישוב לדוגמה

1. בכל שורה k = F/x = 0.5 N/0.010 m = 50 N/m.
2. אנרגיה אגורה ב-2 N: U = ½ × 50 × 0.04² = 0.04 J.

בטיחות

- הרכיבו משקפיים; גומייה מתוחה עלולה להשתחרר בבת אחת.

חלופה ביתית או וירטואלית

- שלב הגומייה הוא הגרסה הביתית.

PhET: Hooke’s Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law)

הקשר לכדור הארץ: בדיקות קשיחות כאלה, בקנה מידה גדול יותר, הן הדרך שבה מהנדסים מאשרים כל בורג, כבל ורכיב גשר.
ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה B: מאמץ, עיבור ומודול של גומייה

שבוע 3

מטרה: הפכו כוח והתארכות למאמץ ועיבור, העריכו מודול, וראו היכן התגובה מפסיקה להיות קווית.

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad \varepsilon = \frac{\delta}{L_0}, \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

σ=F/A, =()/(L_0), E=(σ)/()

מאמץ ועיבור הנדסיים

מהלך הניסוי

1. מדדו בסרגל את הרוחב והעובי של גומייה שטוחה (או ספרו שכבות בעובי ידוע) ואת אורכה הלא מתוח L_0.
2. תלו מסות ידועות ורשמו את ההתארכות δ לכל אחת.
3. חשבו את σ ואת ε ושרטטו σ כפונקציה של ε. התאימו את החלק הישר ההתחלתי כדי להעריך את E.
4. המשיכו להוסיף מסות קטנות ושימו לב היכן העקומה מתכופפת: גומי אינו קווי בעיבורים גדולים.

טבלת נתונים

F (N)	δ (mm)	σ (MPa)	ε
1	8	0.667	0.10
2	16	1.333	0.20
3	24	2.000	0.30

ערכים לדוגמה לגומייה עם A = 1.5 mm² ו-L_0 = 80 mm בתחום הכמעט קווי שלה.

חישוב לדוגמה

1. σ = 1 N/1.5 mm² = 0.667 MPa; ε = 8/80 = 0.10.
2. E = 0.667/0.10 = 6.67 MPa, קשיחה פחות מפלדה (200 GPa) פי 30000 בערך.

בטיחות

- הרכיבו משקפיים וכוונו את הגומייה הרחק מפנים; עצרו לפני שהיא נקרעת.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית.

PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs)

הקשר לכדור הארץ: ידיעת הקשיחות והחוזק לקילוגרם היא הדרך לבחור מרכבי רכב קלים יותר, ו-DOE מקשר הפחתת משקל של 10% לשיפור של 6% עד 8% בצריכת הדלק. U.S. DOE: Lightweight materials for cars and trucks (https://www.energy.go

v/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה C: פיתול מוט קצף

שבוע 6

מטרה: פתלו מוט קצף במומנט פיתול ידוע, מדדו את זווית הפיתול ובדקו ש-φ גדלה ביחס ישר ל-T כמו ב-φ = TL/(GJ).

$$\phi = \frac{TL}{GJ}, \quad J = \frac{\pi d^4}{32}$$

=TL/GJ, J=(π d^4)/(32)

זווית פיתול של מוט מלא

מהלך הניסוי

1. שרטטו קו ישר לאורך מוט קצף מלא וסמנו שתי טבעות במרחק 0.5 m זו מזו.
2. החזיקו קצה אחד קבוע והפעילו מומנט פיתול בעזרת זרוע מנוף ומשקולת ידועה (T = F × זרוע).
3. צלמו את הקו וקראו את זווית הפיתול בין הטבעות; חזרו לשלושה מומנטים.
4. שרטטו φ כפונקציה של T; השיפוע הוא L/(GJ). שימו לב לספירלה שהקו הישר הופך אליה: זהו עיבור גזירה.

טבלת נתונים

T (N·m)	φ (°)
0.1	4.67
0.2	9.34
0.3	14.0

ערכים מחושבים למוט לדוגמה עם d = 50 mm, L = 0.5 m ו-G = 1 MPa.

חישוב לדוגמה

1. $J = \pi \times 0.05^4/32 = 6.136 \times 10^{-7}$ m⁴.
2. $\phi = 0.2 \times 0.5/(10^6 \times 6.136 \times 10^{-7}) = 0.163$ rad = 9.34°.
3. עיבור גזירה בפני השטח $\gamma = c\phi/L = 0.025 \times 0.163/0.5 = 0.00815$.

בטיחות

- שמרו על משקולות קטנות ונמוכות מעל משטח רך.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית.

PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque)

הקשר לכדור הארץ: צירי טורבינות רוח נושאים אותו סוג של עומס פיתול, גדול פי מיליונים. משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה D: הצורה חשובה, סרגל שטוח ועל צידו

שבוע 8

מטרה: העמיסו סרגל כזיז כשהוא שטוח ואז על צידו, והשוו שקיעה ומאמץ בעזרת I = bh³/12.

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad \delta = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \sigma = \frac{Mc}{I}$$

```
I=(bh^3)/(12), =(PL^3)/(3EI), σ=Mc/I
```

צורת חתך וכפיפת זיז

מהלך הניסוי

1. הדקו סרגל פלסטיק 3 mm × 30 mm שטוח לשולחן כש-250 mm בולטים החוצה.
2. תלו עומס של 0.5 N (כ-51 g) בקצה ומדדו את השקיעה מול סרגל שני.
3. הפכו את הסרגל על צידו (הדקו אותו בין שני ספרים) וחזרו עם אותו עומס.
4. השוו את יחס השקיעות ליחס ערכי I.

טבלת נתונים

כיוון	I (m⁴)	δ ב-0.5 N (mm)	σ_max (MPa)
שטוח (h = 3 mm)	6.75 × 10⁻¹¹	12.9	2.78
על הצד (h = 30 mm)	6.75 × 10⁻⁹	0.129	0.278

ערכים מחושבים לסרגל פלסטיק לדוגמה עם E = 3 GPa.

חישוב לדוגמה

1. יחס I = (30/3)² = 100, ולכן השקיעה על הצד קטנה פי 100.
2. M = 0.5 × 0.25 = 0.125 N·m; שטוח σ = 0.125 × 0.0015/6.75 × 10⁻¹¹ = 2.78 MPa.

בטיחות

- אל תעמיסו יתר על המידה על הסרגל; פלסטיק עלול להישבר.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית.

PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act)

הקשר לכדור הארץ: הצבת חומר רחוק מהציר הנייטרלי היא הדרך שבה להבים, קורות ומגדלים חוסכים חומר. NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

- [ ] השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)

מעבדה E: שקיעת זיז ומודול יאנג

שבוע 12

מטרה: מדדו שקיעת קצה כפונקציה של עומס לזיז מסרגל שטוח וחלצו את מודול יאנג מ-δ = PL³/(3EI).

$$E = \frac{L^3}{3I\,(\delta/P)}$$

E=(L^3)/(3I (/P))

משיפוע δ כפונקציה של P

מהלך הניסוי

1. השתמשו בסרגל השטוח ממעבדה D עם בליטה של 250 mm.
2. תלו 0.25, 0.5 ו-1.0 N בקצה ורשמו את השקיעה בכל פעם.
3. שרטטו δ כפונקציה של P והתאימו קו דרך הראשית.
4. חשבו את E מהשיפוע והשוו לערך טיפוסי של הפלסטיק.

טבלת נתונים

P (N)	δ (mm)
0.25	6.43
0.50	12.9
1.00	25.7

ערכים מחושבים לסרגל פלסטיק לדוגמה עם E = 3 GPa, b = 30 mm, h = 3 mm.

חישוב לדוגמה

1. שיפוע δ/P = 25.7 mm/N.
2. $E = 0.25^3/(3 \times 6.75 \times 10^{-11} \times 0.0257) = 3.0$ GPa.

בטיחות

- שמרו על עומסים קטנים ותפסו אותם אם הם מחליקים.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית.

PhET: Hooke’s Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law)

הקשר לכדור הארץ: להבי רוח ארוכים וגמישים יותר מתוכננים באותה נוסחת שקיעה. U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה F: קריסת ספגטי

שבוע 14

מטרה: מצאו את העומס שגורם לקריסת קווצות ספגטי יבש באורכים שונים, ובדקו ש-P_cr יורד כמו 1/L².

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

```
P_cr=(π^2EI)/(L^2), I=(π d^4)/(64)
```

עמוד פרק–פרק

מהלך הניסוי

1. חתכו קווצות באורך 100, 150 ו-200 mm. העמידו כל אחת זקופה על משקל מטבח ולחצו לאט מלמעלה בחפץ שטוח.
2. רשמו את הקריאה הגבוהה ביותר במשקל בדיוק כשהקווצה מתעקמת הצידה (המירו גרמים לניוטונים).
3. חזרו שלוש פעמים לכל אורך ומצעו.
4. שרטטו P_cr כפונקציה של 1/L²; הקו צריך לעבור קרוב לראשית.

טבלת נתונים

L (mm)	P_cr (N)
100	1.526
150	0.678
200	0.381

ערכים מחושבים לקווצה לדוגמה עם d = 1.8 mm ו-E = 3 GPa; ספגטי אמיתי משתנה.

חישוב לדוגמה

1. $I = \pi \times 1.8^4/64 = 0.515\ \text{mm}^4 = 5.153 \times 10^{-13}\ \text{m}^4$.
2. $P_{cr} = \pi^2 \times 3 \times 10^9 \times 5.153 \times 10^{-13} / 0.01^2 = 1.526\ \text{N}$ (כ-156 g על המשקל).
3. הכפלת L מ-100 ל-200 mm מקטינה את P_cr פי 4.

בטיחות

- הרכיבו משקפיים; ספגטי נשבר לחתיכות חדות.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל המעבדה ביתית.

OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity)

הקשר לכדור הארץ: NASA בודקת עד קריסה גלילי רקטות בגודל מלא כדי לקבוע מקדמי הפחתה שחוסכים מסה. NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מערכי תרגול למבחן

מדדו זמן: כ־10 דקות לבעיה. אחר כך השוו לפתרונות המלאים.

סט תרגול לבחינת אמצע (יחידות 5–1)

1. מוט פלדה בקוטר 16 mm נושא 30 kN במתיחה. מצאו את המאמץ.

   1. $A = \pi \times 16^2/4 = 201.1\ \text{mm}^2$.

   תשובה: 149.2 MPa.

2. מוט אלומיניום ($E = 70\ \text{GPa}$) באורך 1.5 m עם $A = 300\ \text{mm}^2$ נושא 12 kN. מצאו את התארכותו.

   1. $\delta = PL/(AE)$.

   תשובה: 0.857 mm.

3. מוט פלדה ($E = 200\ \text{GPa}$, $\alpha = 12 \times 10^{-6}/°\text{C}$) מוחזק בין קירות קשיחים ומחומם ב-25 °C. מצאו את המאמץ.

   1. $\sigma = E\alpha\Delta T$.

   תשובה: 60 MPa לחיצה.

4. ציר מלא בקוטר 40 mm מעביר 800 N·m. מצאו את τ_{max}.

   1. $\tau = 16T/(\pi d^3)$.

   תשובה: 63.7 MPa.

5. קורה נתמכת פשוט באורך 5 m, ברוחב 120 mm × גובה 240 mm, נושאת 4 kN/m. מצאו את σ_{max}.

   1. $M = wL^2/8 = 12.5\ \text{kN·m}$; $I = 1.382 \times 10^{-4}\ \text{m}^4$.

   תשובה: 10.9 MPa.

מערך תרגול מסכם (כל היחידות)

1. קורה מלבנית 160 mm × 80 mm נושאת $V = 12\ \text{kN}$. מצאו את τ_{max}.

   1. $\tau = 1.5V/A$.

תשובה: 1.41 MPa.

2. מצאו את המאמצים הראשיים עבור σx = 50 MPa, σy = 10 MPa, τxy = 15 MPa.

   1. מרכז 30 MPa; R = √(20² + 15²) = 25 MPa.

תשובה: σ₁ = 55 MPa, σ₂ = 5 MPa.

3. לגליל דק r = 0.5 m, t = 10 mm ו-p = 2 MPa. מצאו את σ_h ואת σ_a.

   1. pr/t ו-pr/(2t).

תשובה: 100 MPa ו-50 MPa.

4. זיז פלדה באורך 1.5 m (I = 4 × 10⁻⁶ m⁴) נושא 2 kN בקצהו. מצאו את שקיעת הקצה.

   1. δ = PL³/(3EI).

תשובה: 2.81 mm.

5. לעמוד פלדה עם פרקים באורך 4 m יש I = 5 × 10⁻⁶ m⁴. מצאו את P_cr.

   1. π²EI/L².

תשובה: 616.9 kN.

6. בנקודה בציר σ = 80 MPa ו-τ = 30 MPa. מצאו את מאמץ פון מיזס.

   1. √(σ² + 3τ²).

תשובה: 95.4 MPa.

דף נוסחאות

$$\sigma = P/A,\ \tau = V/A,\ \sigma_b = P/(td)$$

$$\varepsilon = \delta/L,\ \sigma = E\varepsilon,\ G = E/(2(1+\nu))$$

$$\delta = PL/(AE),\ \delta_T = \alpha \Delta T L$$

$$\tau = T\rho/J,\ \phi = TL/(GJ),\ J = \pi d^4/32$$

$$P = T\omega$$

$$dM/dx = V,\ dV/dx = -w$$

$$\sigma = My/I,\ I = bh^3/12$$

$$\tau = VQ/(It),\ q = VQ/I$$

$$\sigma_{1,2} = \tfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\tfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_h = pr/t,\ \sigma_a = pr/(2t)$$

$$EIv'' = M$$

$$\delta = PL^3/(3EI),\ PL^3/(48EI),\ 5wL^4/(384EI)$$

$$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$$

קבועים

קבוע	ערך
1 מגה-פסקל (MPa)	10^6 Pa = 1 N/mm²
1 bar	10^5 Pa = 0.1 MPa
1 psi (lbf/in²)	6894.757 Pa
1 פאונד-כוח (lbf)	4.448222 N
1 סיבוב לדקה	0.1047198 rad/s
פלדה טיפוסית (ערכים מספרי לימוד)	E = 200 GPa, G = 80 GPa, ν = 0.3, α = 12 × 10^{-6}/°C, כניעה כ-250 MPa
סגסוגת אלומיניום טיפוסית (ערכים מספרי לימוד)	E = 70 GPa, G = 26 GPa, ν = 0.33, α = 23 × 10^{-6}/°C

מקור: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

טקסטים וסימולציות בחינם

השתמשו בספרים, בהרצאות ובסימולציות החינמיים האלה לצד הקורס.

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): רשימות הרצאה, תרגילים ומבחנים חינמיים של MIT.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): קורס המשך חינמי של MIT: פלסטיות, שבר ועייפות.
- OpenStax University Physics Volume 1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): מבוא חינמי מספר לימוד למאמץ ועיבור.
- OpenStax University Physics Volume 1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity): כניעה, זרימה פלסטית ושבר.
- PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): קפיצים, קשיחות ואנרגיה.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): קשיחות והתארכות.

מילון מונחים

מאמץ מעיכה
לחץ מגע בין מחבר ללוח, P/(td).

הקו האלסטי

הצורה המעוותת של הציר הנייטרלי של קורה.

מקדם ביטחון

עומס כשל חלקי עומס מותר.

עייפות

כשל מעומס חוזר, לרוב מתחת לכניעה.

קשיחות כפיפה

EI, התנגדות הקורה לעיוות כפיפה.

מאמץ טבעתי

מאמץ היקפי pr/t בגליל תחת לחץ.

מקדם הפחתה

הפחתה מבוססת ניסויים של עומס הקריסה האידאלי של קליפות דקות.

ציר נייטרלי

קו של מאמץ כפיפה אפס העובר דרך המרכזון.

מקדם פואסון

היחס בין עיבור רוחבי לעיבור צירי, עם סימן מינוס.

מומנט התמד קוטבי

J, התנגדות הציר לפיתול.

מאמצים ראשיים

מאמצים נורמליים במישורים עם גזירה אפס.

מודול חתך

S = I/c.

זרימת גזירה

כוח גזירה ליחידת אורך, VQ/I.

יחס תמירות

KL/r של עמוד.

עיבור

עיוות ליחידת אורך.

מאמץ

כוח פנימי ליחידת שטח.

מאמץ פון מיזס

מאמץ שקול המושווה לחוזק הכניעה.

חוזק כניעה

המאמץ שבו מתחיל עיוות קבוע.

מודול יאנג

E, שיפוע הקו האלסטי של מאמץ–עיבור.

מחוון להערכה עצמית

לא ניתנים ציון או נקודות זכות. השתמשו בזה כדי להעריך בכנות איפה אתם עומדים בכל יחידה.

רמה	איך זה נראה
4 · שליטה מלאה	מוצא עומסים פנימיים בעזרת דיאגרמת גוף חופשי, בוחר את מודל העיוות הנכון, בודק הנחות (אלסטי, דק דופן, תמיר) ומדווח מאמצים עם מקדם ביטחון.
3 · מיומן	פותר את תרגילי התרגול עם טעויות מזדמנות ביחידות או בסימנים.
2 · מתפתח	עוקב אחר דוגמאות פתורות אך מבלבל בין I, J ו-Q או שוכח תאימות.
1 · מתחיל	מציב מספרים בנוסחאות ללא דיאגרמות; צריך לחזור על היחידה.

שקלול מוצע אם רוצים ציון

חלק	משקל
תרגילים	25%
מעבדות	20%
מערך תרגול לאמצע הקורס	25%
מערך תרגול מסכם	30%

שאפו לרמה 3 ומעלה בכל יחידה לפני שעוברים לקורס הבא.

קורסים קשורים

- דינמיקה ENGR 212
- אלגברה לינארית MATH 230
- חשבון אינפיניטסימלי 3 MATH 210
- כל הקורסים