Última actualización: November 1, 2026

🗺️ Ruta de cuatro años · Año 2, Primavera

Sobre este curso

Este curso gratuito tiene 10 unidades y 6 laboratorios. Son los totales reales, no un programa más largo recortado.

Una comprobación es un número o un resultado de código en una página de curso que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número impreso y el recalculado tienen que coincidir.

> Este es el esquema de un curso gratuito de autoestudio escrito por Saving Planets. No es un curso universitario, no otorga créditos académicos y ninguna institución participa.
>
> Su alcance sigue un curso de mecánica de materiales (resistencia de materiales) de un semestre de segundo año. Se basa en los temas y la profundidad de MIT 2.001 Mechanics and Materials I (en MIT OpenCourseWare), Purdue ME 323 Mechanics of Materials y Georgia Tech COE 3001 Mechanics of Deformable Bodies, y en el libro gratuito OpenStax University Physics, que enlazamos donde ayuda. Ninguno de esos autores o instituciones respalda esta página.
>
> Lo que añadimos: cada unidad se vincula a trabajo real en energía limpia, infraestructura o espacio con una fuente pública citada (puentes, coches más ligeros, torres, ejes y palas de aerogeneradores, madera maciza, tanques de hidrógeno, estructuras de cohetes de la NASA), cada número de la página se recalcula con un script de verificación antes de publicarse, y cada práctica tiene una simulación gratuita o una versión casera barata.
>
> Síguelo en orden. Cada unidad tiene objetivos, ideas clave, ecuaciones, ejemplos paso a paso, práctica con respuestas completas, errores comunes, tarjetas de estudio y un cuestionario. Tu progreso se guarda solo en este navegador.

Cómo ayuda este curso a salvar el planeta

La mecánica de materiales decide cuánto material necesita una estructura. Usar solo el acero, aluminio, compuesto o madera necesarios, y no más, hace los coches más ligeros y eficientes, los aerogeneradores más altos, los edificios con menos carbono y permite a los cohetes llevar más carga a órbita.

También es como mantenemos seguro lo que hemos construido: puentes, torres y tanques deben soportar sus cargas durante décadas sin fluir, agrietarse por fatiga ni pandearse. Cada unidad

termina con una breve sección con fuentes. Los valores que no provienen de una fuente se marcan como valores de ejemplo, y las propiedades de los materiales son valores típicos de libro de texto.

Para docentes

Puedes enseñar este curso o dejar que un estudiante lo haga solo. Es gratis. Saving Planets no pone nota ni da crédito escolar.

- Esta página es el curso completo: 10 unidades y 6 laboratorios (ENGR 213).
- Calcula 15 semanas, unas 6 a 9 horas por semana, incluidas las semanas de laboratorio.
- Sigue el calendario de 15 semanas. Lee la unidad, haz la práctica en papel y luego abre la respuesta. En una semana de laboratorio, haz el laboratorio o la versión en casa.
- Una comprobación es un número o un resultado de código en la página que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número que ves y el recalculado tienen que coincidir.
- Usa Imprimir esta página, o descarga la guía de estudio en PDF. La hoja de fórmulas está cerca del final.
- Pregunta: ¿cómo ayuda esta unidad a las personas y al planeta? Cada unidad tiene un recuadro verde con un dato y su fuente.
- Copia la plantilla de guía docente y escribe el nombre de tu clase, el tiempo que tienes y las preguntas que harás. Abrir la plantilla de guía docente

Antes de empezar

Requisitos previos

- Estática: diagramas de cuerpo libre, equilibrio, centroides y momentos de inercia de área.
- Cálculo I y II: derivadas e integrales; la unidad 9 integra dos veces la ecuación de la viga.
- Física I ayuda con resortes, energía y unidades.
- Dinámica no es obligatoria.

Cómo estudiar

- Empieza cada problema con estática: un diagrama de cuerpo libre y la fuerza, el par o el momento interno en el corte.
- Luego pregúntate cómo se deforma la pieza: se estira, se tuerce o se flexiona, y qué fórmula corresponde a esa deformación.
- Comprueba que la fórmula es aplicable: elástico lineal, deformaciones pequeñas, paredes delgadas o elementos largos y esbeltos cuando se requiera.
- Resuelve primero con símbolos, luego introduce números SI (N, m, Pa) y comprueba las unidades: 1 MPa = 1 N/mm^2.
- Compara el esfuerzo con el esfuerzo admisible del material e indica un factor de seguridad.

- Haz cada ejercicio en papel antes de abrir la respuesta, y repite los cuestionarios unos días después.

Qué necesitas

- Una computadora o tableta para las simulaciones PhET gratuitas (funcionan en el navegador).
- Gomas elásticas, una bolsa para monedas o arandelas y una báscula de cocina (para conocer cada masa).
- Una regla de plástico de 30 cm, una segunda regla o cinta métrica, y cinta adhesiva o una pinza para sujetarla al borde de una mesa.
- Una varilla de espuma o un trozo de churro de piscina y un rotulador para las líneas de torsión.
- Espaguetis secos y pesos pequeños para la práctica de pandeo.
- Gafas de seguridad, la cámara de un teléfono y una hoja de cálculo para gráficas y ajustes.

Calendario sugerido de 15 semanas

Unas 6 a 9 horas por semana: lectura, problemas de práctica y, en las semanas de laboratorio, el laboratorio.

Semana	Unidad	Temas	Lectura
1	Esfuerzo: normal, cortante y de aplastamiento; esfuerzo admisible y factor de seguridad	Fuerzas internas, esfuerzo normal y cortante	MIT 2.001; OpenStax UP1 12.3
2	Esfuerzo: normal, cortante y de aplastamiento; esfuerzo admisible y factor de seguridad	Esfuerzo de aplastamiento, esfuerzo admisible, factor de seguridad; Práctica A	MIT 2.001
3	Deformación y comportamiento del material: ley de Hooke, coeficiente de Poisson y curva esfuerzo–deformación	Deformación, curva esfuerzo–deformación, ley de Hooke, coeficiente de Poisson; Práctica B	UP1 12.3–12.4
4	Elementos con carga axial: deformación, barras hiperestáticas y esfuerzo térmico	Deformación axial, barras hiperestáticas, esfuerzo térmico	UP2 1.3
5	Torsión de ejes circulares y transmisión de potencia	Fórmula de torsión, momento polar, ángulo de giro	MIT 2.001
6	Torsión de ejes circulares y transmisión de potencia	Transmisión de potencia, diseño de ejes; Práctica C	MIT 2.001
7	Diagramas de cortante y momento y esfuerzo de flexión	Diagramas de cortante y momento	MIT 2.001; UP1 12.2

Semana	Unidad	Temas	Lectura
8	Diagramas de cortante y momento y esfuerzo de flexión	Fórmula de flexión, módulo de sección; Práctica D; práctica de examen parcial	MIT 2.001
9	Cortante transversal en vigas, flujo de cortante y secciones compuestas	Cortante transversal, flujo de cortante, vigas armadas	MIT 2.001
10	Transformación de esfuerzos, círculo de Mohr, teorías de falla y fatiga	Transformación de esfuerzos, círculo de Mohr, teorías de falla, fatiga	MIT 2.001, 2.002
11	Recipientes a presión de pared delgada y cargas combinadas	Recipientes a presión y cargas combinadas	MIT 2.001
12	Deflexión de vigas	Curva elástica, integración, fórmulas estándar; Práctica E	MIT 2.001
13	Deflexión de vigas	Superposición y vigas hiperestáticas	MIT 2.001
14	Pandeo de columnas	Pandeo de columnas y factores de reducción; Práctica F	MIT 2.001
15	Repaso	Repaso y serie de práctica final	Todas las unidades

Tu progreso

Marca las unidades y los laboratorios al terminarlos y haz los cuestionarios. El progreso y las puntuaciones se guardan solo en este navegador y nunca se nos envían.

Unidades

Esfuerzo: normal, cortante y de aplastamiento; esfuerzo admisible y factor de seguridad

Fuerzas internas halladas cortando un elemento, esfuerzo normal medio en barras, esfuerzo cortante medio en pasadores y pernos (cortante simple y doble), esfuerzo de aplastamiento, diseño por esfuerzo admisible y factor de seguridad.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Hallar fuerzas internas con un diagrama de cuerpo libre de una sección cortada.
- Calcular esfuerzos medios normal, cortante y de aplastamiento.
- Distinguir cortante simple de cortante doble en uniones.
- Dimensionar un elemento a partir de un esfuerzo admisible y un factor de seguridad.

Conceptos clave

- El esfuerzo es fuerza interna por unidad de área. Su unidad SI es el pascal (1 Pa = 1 N/m²); los ingenieros usan MPa, y 1 MPa = 1 N/mm².
- El esfuerzo normal σ = P/A actúa perpendicular a un corte; la tracción es positiva y la compresión negativa.
- El esfuerzo cortante medio τ = V/A actúa en el plano del corte. Un pasador en cortante doble tiene dos planos de corte, así que cada uno soporta V = P/2.
- El esfuerzo de aplastamiento σ_b = P/(td) es la presión de contacto entre un perno y el agujero de una placa de espesor t.
- Factor de seguridad FS = carga de falla/carga admisible (o esfuerzo de falla/esfuerzo admisible). El diseño mantiene el esfuerzo de trabajo en o por debajo de σ_allow = σ_fail/FS.

Ecuaciones clave

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Esfuerzo normal medio

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A}$$

τ_avg=V/A

Esfuerzo cortante medio

$$\sigma_b = \frac{P}{t\,d}$$

σ_b=(P)/(t d)

Esfuerzo de aplastamiento

$$FS = \frac{\sigma_{\text{fail}}}{\sigma_{\text{allow}}}$$

FS=σ_failσ_allow

Factor de seguridad

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 1.1 Una barra de acero de 20 mm de diámetro soporta una carga de tracción de 50 kN. Halla el esfuerzo normal.

1. A = πd²/4 = π × 20²/4 = 314.2 mm².
2. σ = P/A = 50,000 N/314.2 mm².

Respuesta: 159.2 MPa (tracción).

Ejemplo 1.2 Un pasador de 12 mm en cortante doble soporta una carga de 20 kN. Halla el esfuerzo cortante medio en el pasador.

1. Cada uno de los dos planos de corte soporta V = 10 kN.
2. A = π × 12²/4 = 113.1 mm²; τ = 10,000/113.1.

Respuesta: 88.4 MPa.

Ejemplo 1.3 Un tirante redondo de acero debe soportar 100 kN. El acero fluye a 250 MPa y el factor de seguridad es 2. Halla el diámetro mínimo.

1. σ_allow = 250/2 = 125 MPa.
2. A = P/σ_allow = 100000/125 = 800 mm².
3. d = √(4A/π).

Respuesta: d = 31.9 mm (usar 32 mm).

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Un poste cuadrado de 100 mm × 100 mm soporta 200 kN en compresión. Halla el esfuerzo.

   $\sigma = 200000/10000 = 20$ MPa (compresión).

2. Un perno de 10 mm en cortante simple soporta 8 kN. Halla el esfuerzo cortante medio.

   $A = 78.54$ mm²; $\tau = 101.9$ MPa.

3. El mismo perno de 10 mm atraviesa una placa de 6 mm de espesor. Halla el esfuerzo de aplastamiento.

   $\sigma_b = 8000/(6 \times 10) = 133$ MPa.

4. Un eslabón falla a 90 kN y trabaja a 30 kN. Halla el factor de seguridad.

   $FS = 90/30 = 3$.

Ideas erróneas comunes

Mito: El esfuerzo es lo mismo que la fuerza.

En realidad: El esfuerzo es fuerza por área; un alambre fino y una barra gruesa con la misma fuerza tienen esfuerzos muy distintos.

Mito: Un pasador en cortante doble soporta la carga completa en cada plano.

En realidad: Cada uno de los dos planos soporta la mitad.

Mito: Un factor de seguridad mayor siempre es mejor.

En realidad: También implica piezas más pesadas y caras; los diseñadores eligen FS según las normas y la incertidumbre de cargas y materiales.

Tarjetas de estudio

Esfuerzo normal

$\sigma = P/A$.

Esfuerzo cortante

$\tau = V/A$.

Cortante doble

Cada plano soporta $P/2$.

Esfuerzo de aplastamiento

$\sigma_b = P/(td)$.

Factor de seguridad

FS = falla/admisible.

MPa

1 MPa = 1 N/mm^2.

Cuestionario de autoevaluación

1. 1 MPa equivale a...

1 N/m^2

1 N/mm^2

1 kN/m^2

1 N/cm^2

1 N/mm^2. 10^6 N/m^2 = 1 N/mm^2.

2. ¿Cuántos planos de corte tiene un pasador en cortante doble?

1

2

3

4

2. Dos planos de corte se reparten la carga.

3. Duplicar el diámetro de una barra cambia su esfuerzo axial (misma carga) en un factor de...

½

¼

2

4

¼. A crece con d^2.

4. El esfuerzo de aplastamiento es...

P/(td)

P/A del perno

V/A

Mc/I

P/(td). La presión de contacto sobre el área proyectada td.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Los límites de esfuerzo deciden qué puentes pueden cruzar los camiones. El ASCE Report Card for America's Infrastructure cuenta 623218 puentes en Estados Unidos, y 63085 de ellos tenían limitación de carga en 2024, es decir, restringen el peso de los vehículos que pueden cruzarlos con seguridad, alrededor del 10.1 % de todos los puentes. La ASCE advierte que los camiones más pesados que aquellos para los que se diseñaron los puentes amenazan con sobrecargar sus elementos y causar fatiga y agrietamiento del metal. Mantener el esfuerzo de trabajo por debajo del admisible, como en esta unidad, es como los ingenieros los evalúan y reparan, y conservar un puente cuesta menos que reemplazarlo.

En Saving Planets: Estática

Fuentes: ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/) · OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Sección de libro de texto gratuita.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Apuntes del MIT sobre esfuerzo.
- PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): Interactivo.

☐ **Terminé esta unidad**

Deformación y comportamiento del material: ley de Hooke, coeficiente de Poisson y curva esfuerzo–deformación

Deformación normal y cortante, el ensayo de tracción y el diagrama esfuerzo–deformación, módulo de Young, límite de fluencia y resistencia última, ductilidad, coeficiente de Poisson, módulo de cortante, energía de deformación y rigidez específica.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular la deformación normal y cortante a partir de los desplazamientos.
- Leer E, el límite de fluencia, la resistencia última y la ductilidad en una curva esfuerzo–deformación.
- Usar la ley de Hooke, el coeficiente de Poisson y G = E/(2(1 + ν)).
- Comparar materiales por rigidez y resistencia por unidad de masa.

Conceptos clave

- La deformación normal ε = δ/L es un alargamiento por unidad de longitud (adimensional, a menudo en μm/m). La deformación cortante γ es el cambio de un ángulo recto, en radianes.
- En el rango elástico lineal se cumple la ley de Hooke: σ = Eε y τ = Gγ. E es el módulo de Young, la pendiente de la curva esfuerzo–deformación.
- Más allá del límite de fluencia, el material se deforma plásticamente y no recupera su forma; la resistencia última es el esfuerzo ingenieril máximo, y los metales dúctiles sufren estricción antes de romperse.
- Estirar una barra la adelgaza: deformación lateral = −ν × deformación axial, con un coeficiente de Poisson ν de aproximadamente 0.3 para metales. Para materiales isótropos, G = E/(2(1 + ν)).
- La rigidez específica E/ρ y la resistencia específica σ/ρ comparan materiales por kilogramo; por eso el aluminio, el magnesio y la fibra de carbono pueden sustituir al acero en estructuras ligeras.

Ecuaciones clave

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}, \quad \sigma = E\varepsilon$$

Deformación y ley de Hooke

$$\varepsilon_{\text{lat}} = -\nu\,\varepsilon_{\text{axial}}$$

`_lat=-ν _axial`

Coeficiente de Poisson

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

`G=(E)/(2(1+ν))`

Módulo de cortante

$$u_r = \frac{\sigma_Y^2}{2E}$$

`u_r=(σ_Y^2)/(2E)`

Módulo de resiliencia

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 2.1 Una barra de acero de 2 m se alarga 1.2 mm cuando el esfuerzo es 120 MPa. Halla la deformación y el módulo de Young.

1. ε = 1.2/2000 = 6 × 10⁻⁴.
2. E = σ/ε = 120 MPa/0.0006.

Respuesta: ε = 600 μm/m; E = 200 GPa.

Ejemplo 2.2 Una aleación de aluminio tiene E = 70 GPa y ν = 0.33. Halla su módulo de cortante.

1. G = E/(2(1 + ν)) = 70/2.66.

Respuesta: G = 26.3 GPa.

Ejemplo 2.3 Una barra de acero de 20 mm (ν = 0.3) tiene una deformación axial de 0.001. ¿Cuánto cambia su diámetro?

1. Deformación lateral = −0.3 × 0.001 = −0.0003.
2. Δd = −0.0003 × 20 mm.

Respuesta: Se reduce 0.006 mm.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Valores típicos: el acero tiene E = 200 GPa y ρ = 7850 kg/m³; el aluminio tiene E = 70 GPa y ρ = 2700 kg/m³. Compara E/ρ.

   Acero 25.5 × 10⁶ m²/s², aluminio 25.9 × 10⁶ m²/s²: casi la misma rigidez por kilogramo.

2. Una probeta de tracción con longitud calibrada de 50 mm mide 62 mm en la rotura. Halla el alargamiento a la rotura.

   (62 − 50)/50 = 24 %: un metal dúctil.

3. Halla el módulo de resiliencia de un acero con σ_Y = 250 MPa y E = 200 GPa.

   u_r = 250²/(2 × 200,000) = 0.156 MPa = 156 kJ/m³.

4. Valores de ejemplo: un coche que rinde 30 mpg se aligera un 10 %. Con la cifra del 6 % al 8 % del DOE, estima su nuevo rendimiento.

   30 × 1.06 = 31.8 a 30 × 1.08 = 32.4 mpg (coche de ejemplo).

Ideas erróneas comunes

Mito: Más resistente significa más rígido.

En realidad: Resistencia (fluencia) y rigidez (E) son distintas; la mayoría de los aceros tienen E = 200 GPa sea cual sea su resistencia.

Mito: La deformación tiene unidades de longitud.

En realidad: Es longitud entre longitud, adimensional.

Mito: Un material se rompe en su límite de fluencia.

En realidad: La fluencia inicia la deformación permanente; los metales dúctiles soportan más carga hasta la resistencia última.

Tarjetas de estudio

Deformación normal

ε = δ/L.

Ley de Hooke

σ = Eε, τ = Gγ.

Coeficiente de Poisson

ε_lat = −νε.

Módulo de cortante

G = E/(2(1 + ν)).

Fluencia frente a resistencia última

Rigidez específica

Inicio del flujo plástico frente a esfuerzo máximo.	E/ρ.

Cuestionario de autoevaluación

1. El módulo de Young es la pendiente de...

carga frente a tiempo

esfuerzo frente a deformación (parte elástica)

deformación frente a temperatura

fuerza frente a área

esfuerzo frente a deformación (parte elástica). $\sigma = E\varepsilon$.

2. El coeficiente de Poisson de la mayoría de los metales es aproximadamente...

0.03

0.3

3

30

0.3. Aproximadamente 0.3.

3. G para E = 200 GPa y ν = 0.25 es...

50 GPa

80 GPa

100 GPa

160 GPa

80 GPa. 200/2.5 = 80 GPa.

4. La deformación permanente comienza en el...

resistencia última

límite de fluencia

punto de fractura

límite de proporcionalidad solo para la madera

límite de fluencia. Fluencia.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Elegir materiales por rigidez y resistencia por kilogramo ahorra combustible. El Departamento de Energía de EE. UU. dice que una reducción del 10 % en el peso del vehículo puede mejorar el rendimiento de combustible entre un 6 % y un 8 %, y que sustituir el hierro fundido y el acero tradicional por acero de alta resistencia, aleaciones de magnesio y aluminio, fibra de carbono y compuestos poliméricos puede reducir hasta un 50 por ciento el peso de la carrocería y el chasis. El DOE añade que los materiales ligeros son especialmente importantes en los vehículos eléctricos, donde compensan el peso de baterías y motores y pueden aumentar la autonomía eléctrica.

En Saving Planets: Química General I

Fuentes: U.S. DOE: Lightweight materials for cars and trucks (https://www.energy.gov/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks) · OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity): Curvas esfuerzo–deformación.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT.

Terminé esta unidad

Elementos con carga axial: deformación, barras hiperestáticas y esfuerzo térmico

Alargamiento de barras δ = PL/(AE), barras con varios tramos, barras hiperestáticas resueltas con compatibilidad, deformación y esfuerzo térmicos, y concentraciones de esfuerzo.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el alargamiento de barras uniformes y escalonadas.
- Resolver problemas axiales hiperestáticos con equilibrio más compatibilidad.
- Calcular la dilatación térmica y el esfuerzo en una barra restringida.
- Explicar las concentraciones de esfuerzo en agujeros y acuerdos.

Conceptos clave

- Una barra uniforme con carga axial se alarga δ = PL/(AE). Para varios tramos, suma el δ de cada uno: δ = Σ $P_i L_i/(A_i E_i)$.
- Si el equilibrio por sí solo no da las fuerzas (hiperestático), añade una ecuación de compatibilidad: cómo deben encajar las deformaciones.
- Un cambio de temperatura hace crecer una barra libre δ_T = αΔT L sin esfuerzo. Si la barra está sujeta, el crecimiento se impide y aparece σ = −EαΔT.
- Por eso rieles, tuberías, puentes y pavimentos necesitan juntas de dilatación.
- Agujeros, entallas y esquinas vivas elevan el esfuerzo local: σ_max = K σ_avg, donde K es el factor de concentración de esfuerzos (a menudo de 2 a 3 para un agujero pequeño).

Ecuaciones clave

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

`=PL/AE`

Deformación axial

$$\delta = \sum \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

`=(P_iL_i)/(A_iE_i)`

Barra escalonada

$$\delta_T = \alpha \, \Delta T \, L$$

_T=α Δ T L

Dilatación térmica

$$\sigma = -E\alpha\,\Delta T$$

Barra totalmente restringida

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 3.1 Una barra de acero de 3 m (E = 200 GPa) con A = 500 mm² soporta 60 kN. Halla su alargamiento.

1. δ = PL/(AE) = 60000 × 3000/(500 × 200000) en N y mm.

Respuesta: 1.8 mm.

Ejemplo 3.2 Una barra de acero (E = 200 GPa, α = 12 × 10⁻⁶/°C) está fija entre dos muros rígidos y se calienta 40 °C. Halla el esfuerzo.

1. El crecimiento libre sería αΔT L; los muros lo impiden.
2. σ = −EαΔT = −200,000 × 12 × 10⁻⁶ × 40 MPa.

Respuesta: 96 MPa de compresión.

Ejemplo 3.3 Una barra uniforme empotrada en ambos extremos soporta una carga axial P = 30 kN en un punto a 1 m del extremo A y a 2 m del extremo B. Halla las dos reacciones.

1. Equilibrio: R_A + R_B = 30 kN.
2. Compatibilidad: el alargamiento del tramo A es igual al acortamiento del tramo B, así que R_A × 1 = R_B × 2.

Respuesta: R_A = 20 kN, R_B = 10 kN.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Un riel de acero de 25 m se calienta 30 °C sin nada que lo sujete. ¿Cuánto crece?

   δ = 12 × 10⁻⁶ × 30 × 25,000 = 9 mm.

2. Una barra tiene un tramo de aluminio (E = 70 GPa, A = 400 mm², L = 1 m) y uno de acero (A = 200 mm², L = 0.5 m) en serie, y soporta 20 kN. Halla el alargamiento total.

   0.714 + 0.250 = 0.964 mm.

3. Halla la deformación del aluminio a 100 MPa (E = 70 GPa).

   $\varepsilon = 100/70{,}000 = 1.43 \times 10^{-3}$.

4. El DOE dice que la altura de buje terrestre llegó a unos 103.4 m en 2023 tras crecer un 83 % desde 1998–1999. ¿Cuál era la media anterior?

   103.4/1.83 = 56.5 m.

Ideas erróneas comunes

Mito: La dilatación térmica siempre causa esfuerzo.

En realidad: Solo cuando la dilatación está restringida.

Mito: Una barra hiperestática se puede resolver solo con equilibrio.

En realidad: También necesitas ecuaciones de compatibilidad (deformación).

Mito: Un agujero pequeño apenas importa.

En realidad: Puede triplicar el esfuerzo local, que es donde empiezan las grietas por fatiga.

Tarjetas de estudio

Deformación axial

$\delta = PL/(AE)$.

Barra escalonada

Suma $PL/(AE)$ de cada tramo.

Compatibilidad

Las deformaciones deben encajar.

Deformación térmica

$\alpha \Delta T$.

Esfuerzo térmico

$\sigma = -E\alpha\Delta T$ si está totalmente sujeta.

Concentración de esfuerzos

$\sigma_{max} = K\sigma_{avg}$.

Cuestionario de autoevaluación

1. Duplicar la longitud de una barra (misma carga y área) hace que δ...

la mitad

igual

el doble

cuatro veces mayor

el doble. $\delta \propto L$.

2. Una barra restringida que se calienta está en...

tracción

compresión

sin esfuerzo

solo cortante

compresión. Los apoyos la empujan de vuelta.

3. Los problemas hiperestáticos necesitan...

solo equilibrio

compatibilidad de deformaciones

dinámica

ningún diagrama de cuerpo libre

compatibilidad de deformaciones. Más incógnitas que ecuaciones de equilibrio.

4. El esfuerzo térmico en una barra totalmente restringida no depende de...

E

α

ΔT

su longitud

su longitud. $\sigma = -E\alpha\Delta T$.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Los aerogeneradores más altos captan vientos más fuertes, pero necesitan torres más altas. El Departamento de Energía de EE. UU. informa que la altura de buje de los aerogeneradores terrestres a gran escala creció un 83 % desde 1998–1999 hasta unos 103.4 metros en 2023, más alta que la Estatua de la Libertad, y que se prevé que la altura de buje marina alcance unos 150 metros para 2035. El viento suele ser más fuerte en altura. El DOE señala que los diámetros de las torres son difíciles de transportar en camión bajo los puentes, por lo que apoya torres construidas en obra, incluida la soldadura en espiral para minimizar el costoso acero. Cada torre es una columna con carga axial que debe soportar el peso de encima sin superar su esfuerzo admisible.

En Saving Planets: Física II

Fuentes: U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better) · OpenStax UP2, 1.3 Thermal expansion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-2/pages/1-3-thermal-expansion)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP2, 1.3 Thermal expansion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-2/pages/1-3-thermal-expansion): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Deformación axial.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

Torsión de ejes circulares y transmisión de potencia

Deformación y esfuerzo cortante en ejes circulares sometidos a torsión, momento polar de inercia de ejes macizos y huecos, ángulo de giro, potencia y par, diseño de ejes y ejes hiperestáticos.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el esfuerzo cortante con τ = Tρ/J.
- Calcular el ángulo de giro φ = TL/(GJ).
- Convertir potencia y velocidad en par con P = Tω.
- Dimensionar ejes macizos y huecos y explicar por qué los huecos ahorran material.

Conceptos clave

- En un eje circular sometido a torsión, las secciones planas siguen planas y la deformación cortante crece linealmente desde el centro: γ = ρφ/L.
- El esfuerzo cortante es τ = Tρ/J, máximo en la superficie exterior: τ_max = Tc/J.
- Momento polar de inercia: J = πd⁴/32 para un eje macizo y J = π(d_o⁴ − d_i⁴)/32 para uno hueco.
- Ángulo de giro φ = TL/(GJ) en radianes; para varios tramos, súmalos.
- Potencia P = Tω. Los ejes lentos transmiten pares enormes para la misma potencia, por eso una caja multiplicadora acelera el giro de un aerogenerador antes del generador.

Ecuaciones clave

$$\tau = \frac{T\rho}{J}, \quad \tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$

`τ=(Tρ)/(J), τ_=Tc/J`

Fórmula de torsión

$$J = \frac{\pi d^4}{32}, \quad J = \frac{\pi\left(d_o^4 - d_i^4\right)}{32}$$

`J=(π d^4)/(32), J=(π(d_o^4-d_i^4))/(32)`

Momento polar de inercia

$$\phi = \frac{TL}{GJ}$$

`=TL/GJ`

Ángulo de giro

$$P = T\omega$$

Potencia

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 4.1 Un eje macizo de acero de 50 mm transmite un par de 1.5 kN·m. Halla el esfuerzo cortante máximo.

1. $J = \pi \times 0.05^4/32 = 6.136 \times 10^{-7}$ m⁴.
2. $\tau_{max} = Tc/J = 1500 \times 0.025/6.136 \times 10^{-7}$.

Respuesta: 61.1 MPa.

Ejemplo 4.2 El mismo eje mide 2 m con G = 80 GPa. Halla el ángulo de giro.

1. $\varphi = TL/(GJ) = 1500 \times 2/(80 \times 10^9 \times 6.136 \times 10^{-7})$.

Respuesta: 0.0611 rad = 3.50°.

Ejemplo 4.3 Un motor entrega 50 kW a 1500 rpm. Dimensiona un eje macizo para un esfuerzo cortante admisible de 40 MPa.

1. $\omega = 1500 \times 2\pi/60 = 157.1$ rad/s; $T = P/\omega = 318.3$ N·m.
2. $\tau = 16T/(\pi d^3)$ da $d = (16T/(\pi\tau))^{\wedge}(1/3)$.

Respuesta: d = 34.3 mm (usar 35 mm).

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Un eje hueco (d_o = 60 mm, d_i = 40 mm) transmite 2 kN·m. Halla τ_{max}.

   $J = 1.021 \times 10^{-6}$ m⁴; $\tau = 2000 \times 0.03/J = 58.8$ MPa.

2. Compara ese eje hueco con uno macizo de 60 mm: ¿qué fracción del material y de la rigidez J conserva?

Área 1 − (40/60)² = 55.6 %; J 1 − (40/60)⁴ = 80.2 %.

3. Un eje macizo de 30 mm transmite 500 N·m. Halla τ_max.

   τ = 16T/(πd³) = 94.3 MPa.

4. Valores de ejemplo: el rotor de un aerogenerador de 3.4 MW gira a 12 rpm (valor de ejemplo). Halla el par en su eje principal.

   ω = 1.257 rad/s; T = P/ω = 2.71 MN·m (velocidad de ejemplo).

Ideas erróneas comunes

Mito: El esfuerzo cortante es uniforme en un eje.

En realidad: Es cero en el centro y máximo en la superficie.

Mito: Par y potencia son lo mismo.

En realidad: P = Tω: la misma potencia a baja velocidad requiere mucho más par.

Mito: Un eje hueco es mucho más débil.

En realidad: El material cerca del centro soporta poco esfuerzo; quitarlo ahorra peso con una pequeña pérdida de J.

Tarjetas de estudio

Fórmula de torsión

τ = Tρ/J.

J macizo

πd⁴/32.

J hueco

π(d_o⁴ − d_i⁴)/32.

Ángulo de giro

φ = TL/(GJ).

Potencia

P = Tω.

Dimensionado de ejes

d = (16T/(πτ))^(1/3).

Cuestionario de autoevaluación

1. En un eje macizo, el esfuerzo cortante máximo ocurre…

en el centro

en la superficie exterior

a mitad del radio

igual en todas partes

en la superficie exterior. $\tau \propto \rho$.

2. Duplicar el diámetro de un eje macizo multiplica J por...

2

4

8

16

16. $J \propto d^4$.

3. El ángulo de giro es proporcional a...

G

J

L

1/L

L. $\varphi = TL/(GJ)$.

4. Una caja multiplicadora que acelera un eje 100 veces (sin pérdidas) cambia el par en un factor de...

100

1/100

1

10

1/100. P = Tω es constante.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Un aerogenerador envía su potencia a través de un eje torsionado. El Departamento de Energía de EE. UU. explica que el rotor se conecta al generador directamente, en una turbina de accionamiento directo, o mediante un eje y una serie de engranajes que aceleran el giro y permiten un generador físicamente más pequeño. El DOE también informa que la capacidad media de los aerogeneradores recién instalados en EE. UU. alcanzó 3.4 MW en 2023. Como la potencia es par por velocidad, un rotor grande y lento impone millones de newton-metro a su eje principal, y las fórmulas de torsión de esta unidad lo dimensionan.

En Saving Planets: Dinámica

Fuentes: DOE de EE. UU.: ¿cómo funcionan los aerogeneradores? (en inglés) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT sobre torsión.
- OpenStax UP1, 10.6 Torque (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-6-torque): Sección de libro de texto gratuito sobre el momento de fuerza.
- PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque): Interactivo.

Terminé esta unidad

UNIDAD 5 · SEMANAS 7–8

Diagramas de cortante y momento y esfuerzo de flexión

Cortante y momento flector internos en vigas, las relaciones dV/dx = −w y dM/dx = V, diagramas de cortante y momento, la fórmula de flexión σ = My/I, el módulo de sección y formas de viga eficientes.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Dibujar diagramas de cortante y momento para cargas comunes.
- Usar dV/dx = −w y dM/dx = V para comprobar los diagramas.
- Calcular el esfuerzo de flexión con σ = My/I.
- Elegir secciones eficientes con el módulo de sección S = I/c.

Conceptos clave

- Corta una viga y el cortante V y el momento M internos mantienen la pieza en equilibrio. Las pendientes siguen dV/dx = −w y dM/dx = V, así que M es máximo donde V pasa por cero.
- La flexión pura mantiene planas las secciones planas; la deformación y el esfuerzo crecen linealmente desde el eje neutro, que pasa por el centroide.
- La fórmula de flexión es σ = −My/I; el mayor esfuerzo es σ_max = Mc/I = M/S, donde S = I/c es el módulo de sección.
- Para un rectángulo, I = bh³/12, así que el canto importa mucho más que el ancho: una tabla de canto es mucho más rígida y resistente que una tumbada.
- Las vigas en I y los tubos huecos colocan el material lejos del eje neutro, lo que da un I grande con poca masa.

Ecuaciones clave

$$\frac{dV}{dx} = -w, \quad \frac{dM}{dx} = V$$

`dV/dx=-w, dM/dx=V`

Carga, cortante y momento

$$\sigma = -\frac{My}{I}, \quad \sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{S}$$

`σ=-My/I, σ_=Mc/I=M/S`

Fórmula de flexión

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

`I=(bh^3)/(12), I=(π d^4)/(64)`

Rectángulo y círculo

$$M_{\max} = \frac{PL}{4}, \quad M_{\max} = \frac{wL^2}{8}$$

`M_=PL/4, M_=(wL^2)/(8)`

Simplemente apoyada: carga central, carga uniforme

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 5.1 Una viga simplemente apoyada de 4 m soporta una carga de 10 kN en el centro del vano. Halla las reacciones y el momento máximo.

1. Por simetría, cada reacción es 5 kN; V = ±5 kN.
2. M_max = PL/4 en el centro del vano.

Respuesta: 10 kN·m.

Ejemplo 5.2 La viga es un rectángulo de 100 mm de ancho × 200 mm de canto. Halla el esfuerzo de flexión máximo.

1. I = 0.1 × 0.2³/12 = 6.667 × 10⁻⁵ m⁴; c = 0.1 m.
2. σ = Mc/I = 10,000 × 0.1/6.667 × 10⁻⁵.

Respuesta: 15 MPa (tracción abajo, compresión arriba).

Ejemplo 5.3 Una viga simplemente apoyada de 6 m soporta 5 kN/m en toda su longitud. Halla V_max y M_max.

1. Reacciones wL/2 = 15 kN cada una.
2. M_max = wL²/8 en el centro del vano, donde V = 0.

Respuesta: V_max = 15 kN; M_max = 22.5 kN·m.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Un voladizo de 2 m soporta 3 kN en su extremo. Halla el mayor momento y dónde actúa.

   M = 3 × 2 = 6 kN·m en el empotramiento.

2. Una tabla de 200 mm × 50 mm se usa de canto en vez de tumbada. ¿En qué factor crece I?

   $(200/50)^2 = 16$ veces.

3. Una barra circular maciza de 40 mm soporta M = 500 N·m. Halla σ_max.

   $\sigma = 32M/(\pi d^3) = 79.6$ MPa.

4. Valores de ejemplo: el centro de ensayos del NREL puede aplicar 84 MN·m a la raíz de una pala. Si una sección de raíz tuviera un S de ejemplo de 0.4 m^3, ¿qué esfuerzo de flexión causaría?

   $\sigma = M/S = 84/0.4 = 210$ MPa (sección de ejemplo).

Ideas erróneas comunes

Mito: El momento máximo siempre está bajo la carga mayor.
En realidad: Está donde V pasa por cero, que puede estar en otro sitio.

Mito: El esfuerzo de flexión es uniforme en la sección.
En realidad: Es cero en el eje neutro y máximo arriba y abajo.

Mito: El ancho y el canto ayudan por igual.
En realidad: I crece con h^3 pero solo con b.

Tarjetas de estudio

Cortante–momento

$dM/dx = V$; $dV/dx = -w$.

Fórmula de flexión

$\sigma = My/I$.

Módulo de sección

$S = I/c$; $\sigma = M/S$.

I del rectángulo

$bh^3/12$.

Carga central

$M_{max} = PL/4$.

Carga uniforme

$M_{max} = wL^2/8$.

Cuestionario de autoevaluación

1. dM/dx es igual a...

w

V

σ

EI

V. La pendiente del diagrama de momentos es el cortante.

2. El eje neutro pasa por el...

fibra superior

centroide

apoyo

siempre el centro de cortante

centroide. Para flexión pura de una viga elástica lineal.

3. Duplicar el canto de una viga rectangular multiplica I por...

2

4

8

16

8. h^3.

4. M_max para una viga simplemente apoyada con carga uniforme w es...

wL/2

$wL^2/8$

$wL^2/2$

$PL/4$

$wL^2/8$. Resultado estándar.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Las palas de los aerogeneradores son enormes vigas en voladizo, y se flexionan a propósito antes de volar. La ficha del NREL sobre el Wind Technology Testing Center de Boston, construido con el Departamento de Energía de EE. UU. y el Massachusetts Clean Energy Center, describe la única instalación de EE. UU. capaz entonces de ensayar palas de hasta 90 metros de largo. Los ensayos estáticos tiran de las palas horizontal y verticalmente para medir deflexiones y deformaciones, aplicando un momento flector de hasta 84 meganewton-metro. La fórmula de flexión de esta unidad convierte ese momento en el esfuerzo que decide si una pala obtiene la certificación.

En Saving Planets: Estática

Fuentes: NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT sobre vigas.
- OpenStax UP1, 12.2 Examples of static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-2-examples-of-static-equilibrium): Sección de libro de texto gratuito sobre equilibrio.
- PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): Momentos, interactivo.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 6 · SEMANA 9

Cortante transversal en vigas, flujo de cortante y secciones compuestas

Esfuerzo cortante por cargas transversales, la fórmula del cortante τ = VQ/(It), esfuerzo cortante en secciones rectangulares y circulares, flujo de cortante en vigas armadas y encoladas, separación de conectores y vigas de dos materiales.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular Q y el esfuerzo cortante τ = VQ/(It).
- Usar τ_max = 1.5V/A para rectángulos y 4V/(3A) para círculos.
- Hallar el flujo de cortante q = VQ/I y la separación de clavos, pernos o la resistencia del adhesivo en vigas armadas.
- Explicar cómo actúan juntas las vigas por capas.

Conceptos clave

- Una viga con momento variable también soporta esfuerzo cortante en planos horizontales; por eso una pila de tablas sueltas desliza y se flexiona mucho más que un bloque encolado.
- La fórmula del cortante τ = VQ/(It) usa Q = A'ȳ', el primer momento respecto al eje neutro del área más allá del corte.
- En un rectángulo el esfuerzo cortante es parabólico, cero arriba y abajo y 1.5V/A en el eje neutro.
- El flujo de cortante q = VQ/I es la fuerza por unidad de longitud que debe soportar una línea de adhesivo o una fila de conectores; separación de conectores s = F_fastener/q.
- En la mayoría de las vigas largas gobierna la flexión; en vigas cortas y de gran canto y en la madera puede gobernar el cortante.

Ecuaciones clave

$$\tau = \frac{VQ}{It}, \quad Q = A'\bar{y}'$$

`τ=VQ/It, Q=A' y'`

Fórmula del cortante

$$\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$$

`τ_=3V/2A`

Rectángulo

$$\tau_{\max} = \frac{4V}{3A}$$

τ_=4V/3A

Círculo macizo

$$q = \frac{VQ}{I}, \quad s = \frac{F}{q}$$

q=VQ/I, s=F/q

Flujo de cortante y separación de conectores

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 6.1 Una viga rectangular de 100 mm × 200 mm soporta V = 15 kN. Halla el esfuerzo cortante máximo.

1. A = 0.02 m².
2. τ_max = 1.5V/A = 1.5 × 15000/0.02.

Respuesta: 1.125 MPa en el eje neutro.

Ejemplo 6.2 Dos tablas de 150 mm × 50 mm se encolan planas una sobre otra para formar una viga de 150 mm de ancho × 100 mm de canto que soporta V = 10 kN. Halla el esfuerzo cortante que debe soportar el adhesivo.

1. I = 0.15 × 0.1³/12 = 1.25 × 10⁻⁵ m⁴.
2. Q = 0.15 × 0.05 × 0.025 = 1.875 × 10⁻⁴ m³.
3. q = VQ/I = 150 N/mm; τ = q/b = 150/150.

Respuesta: τ = 1.0 MPa (igual que 1.5V/A).

Ejemplo 6.3 Las mismas dos tablas se clavan en su lugar, con V = 2 kN, y cada clavo soporta 900 N. Halla la separación de los clavos.

1. q = VQ/I = 2000 × 1.875 × 10⁻⁴/1.25 × 10⁻⁵ = 30 N/mm.
2. s = F/q = 900/30.

Respuesta: 30 mm.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Un eje macizo de 50 mm soporta V = 10 kN. Halla τ_{max}.

   $A = 1963\ mm^2$; $\tau = 4V/(3A) = 6.79$ MPa.

2. Un rectángulo de 50 mm × 100 mm soporta V = 5 kN. Halla τ_{max}.

   $1.5 \times 5000/5000 = 1.5$ MPa.

3. Para una viga rectangular simplemente apoyada con carga central, demuestra que $\sigma_{max}/\tau_{max} = 2L/h$ y evalúalo para L/h = 10.

   $\sigma = 1.5PL/(bh^2)$, $\tau = 0.75P/(bh)$, razón $2L/h = 20$: la flexión gobierna las vigas largas.

4. Valores de ejemplo: los materiales de un edificio de altura media suman 1000 t CO_2e de emisiones incorporadas. Con el rango del 13 % al 26.5 % del artículo del Forest Service, estima el ahorro con madera maciza.

   130 a 265 t CO_2e (edificio de ejemplo).

Ideas erróneas comunes

Mito: El esfuerzo cortante es máximo arriba y abajo, como el de flexión.
En realidad: Allí es cero y es máximo en el eje neutro.

Mito: Q es el momento de inercia.
En realidad: Q es un primer momento de área (m^3); I es un segundo momento (m^4).

Mito: El adhesivo solo tiene que mantener las tablas unidas verticalmente.
En realidad: Debe soportar el flujo de cortante horizontal q.

Tarjetas de estudio

Fórmula del cortante

$\tau = VQ/(It)$.

Primer momento Q

$A'\bar{y}'$ más allá del corte.

Rectángulo

$\tau_{max} = 1.5V/A$.

Círculo

$\tau_{max} = 4V/(3A)$.

Flujo de cortante

$q = VQ/I$.

Separación de conectores

$s = F/q$.

Cuestionario de autoevaluación

1. Para un rectángulo, τ_max es...

V/A

1.5V/A

2V/A

4V/(3A)

1.5V/A. Distribución parabólica.

2. El flujo de cortante tiene unidades de...

N/m^2

N/m

N·m

m^3

N/m. Fuerza por longitud.

3. Q es...

$A'\bar{y}'$

$bh^3/12$

VQ/I

Mc/I

$A'\bar{y}'$. El primer momento del área más allá del corte.

4. Reducir a la mitad la separación de los clavos permite a la viga soportar ¿cuánto más cortante?

igual

el doble

cuatro veces mayor

la mitad

el doble. q = F/s se duplica.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Las capas de madera encoladas que soportan flujo de cortante están construyendo un horizonte urbano con menos carbono. Un artículo de 2022 publicado por el Forest Products Laboratory del USDA Forest Service explica que la madera contralaminada está a la vanguardia del movimiento de la madera maciza, que permite construir edificios de madera más altos, y que varios estudios muestran que sustituir acero y hormigón por madera maciza en edificios de altura media puede reducir entre un 13 % y un 26.5 % las emisiones de fabricar, transportar e instalar los materiales. Los autores también insisten en salvaguardas para que una mayor demanda de madera no dañe el carbono ni la salud de los bosques. Las líneas de adhesivo entre capas deben soportar el flujo de cortante de esta unidad.

En Saving Planets: Bosques

Fuentes: USDA Forest Service: What is the impact of mass timber utilization on climate and forests? (2022) (https://research.fs.usda.gov/treesearch/63853)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT sobre vigas.
- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Esfuerzo cortante y módulo de cortante.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 7 · SEMANA 10

Transformación de esfuerzos, círculo de Mohr, teorías de falla y fatiga

Esfuerzo plano en planos girados, esfuerzos principales y cortante máximo, círculo de Mohr, criterios de fluencia de Tresca y von Mises, e introducción a la fatiga bajo carga repetida.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Transformar el esfuerzo plano a cualquier ángulo y hallar los esfuerzos y planos principales.
- Dibujar y usar el círculo de Mohr.
- Aplicar los criterios de Tresca y von Mises para hallar un factor de seguridad.
- Explicar la fatiga y por qué las piezas pueden fallar muy por debajo de su resistencia estática.

Conceptos clave

- El mismo estado de esfuerzos se ve distinto en distintos planos. Girar θ cambia σ y τ, pero algunos planos tienen cortante cero: los planos principales.
- Los esfuerzos principales son $\sigma_{1,2}$ = (σx + σy)/2 ± R, con R = √(((σx − σy)/2)² + τxy²). El cortante máximo en el plano es R, en planos a 45° de los principales.
- El círculo de Mohr representa (σ, τ) para cada plano: centro en (σx + σy)/2, radio R. Un ángulo θ en el elemento es 2θ en el círculo.
- Los metales dúctiles fluyen por cortante. Tresca: el mayor esfuerzo cortante alcanza σ_Y/2. Von Mises: σ_vm = √(σ_1^2 − $\sigma_1\sigma_2$ + σ_2^2) alcanza σ_Y (se ajusta un poco mejor a los ensayos).
- La carga repetida hace crecer grietas a partir de pequeños defectos, así que las piezas pueden romperse tras millones de ciclos con esfuerzos muy por debajo de la fluencia. Los diseñadores usan curvas S–N y ensayan piezas completas durante su vida útil en ciclos.

Ecuaciones clave

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

σ_1,2=(σ_x+σ_y)/(2)((σ_x-σ_y)/(2))^2+τ_xy^2

Esfuerzos principales

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

2θ_p=2τ_xyσ_x-σ_y

Ángulo principal

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

σ_vm=σ_1^2-σ_1σ_2+σ_2^2

Von Mises (esfuerzo plano)

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

σ_vm=σ^2+3τ^2

Normal más cortante (ejes, vigas)

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 7.1 Un punto tiene σx = 80 MPa, σy = −40 MPa y τxy = 30 MPa. Halla los esfuerzos principales, el ángulo principal y el cortante máximo en el plano.

1. Centro = 20 MPa; R = √(60² + 30²) = 67.1 MPa.
2. σ_1 = 20 + 67.1; σ_2 = 20 − 67.1.
3. tan 2θ_p = 60/120 = 0.5.

Respuesta: σ_1 = 87.1 MPa, σ_2 = −47.1 MPa, θ_p = 13.3°, τ_max = 67.1 MPa.

Ejemplo 7.2 Para ese estado de esfuerzos, halla el esfuerzo de von Mises y el factor de seguridad para un acero con σ_Y = 250 MPa.

1. σ_vm = √(87.1² − (87.1)(−47.1) + 47.1²).
2. FS = 250/σ_vm.

Respuesta: σ_vm = 117.9 MPa; FS = 2.12.

Ejemplo 7.3 Usa Tresca para el mismo punto.

1. σ_1 y σ_2 tienen signos opuestos, así que τ_abs max = (σ_1 − σ_2)/2 = 67.1 MPa.
2. FS = (σ_Y/2)/τ_max = 125/67.1.

Respuesta: FS = 1.86 (Tresca es algo más conservador).

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. La superficie de un eje está en cortante puro, $\tau = 50$ MPa. Halla los esfuerzos principales y sus planos.

   $\sigma_1 = 50$ MPa, $\sigma_2 = -50$ MPa, en planos a 45°.

2. Una barra está en tracción uniaxial a 100 MPa. Halla el esfuerzo cortante máximo y su plano.

   $\tau_{max} = 50$ MPa en planos a 45°.

3. Un eje soporta $\sigma = 60$ MPa por flexión y $\tau = 40$ MPa por torsión. Halla el esfuerzo de von Mises.

   $\sigma_{vm} = \sqrt{(60^2 + 3 \times 40^2)} = 91.7$ MPa.

4. Valores de ejemplo: una pieza realiza un ciclo por segundo durante 20 años. ¿Cuántos ciclos de carga son?

   $20 \times 365.25 \times 86400 = 6.31 \times 10^8$ ciclos.

Ideas erróneas comunes

Mito: El mayor esfuerzo siempre es σx o σy.

En realidad: Los esfuerzos principales en planos girados pueden ser mayores.

Mito: Un ángulo θ en el elemento es θ en el círculo de Mohr.

En realidad: Es 2θ en el círculo.

Mito: Si una pieza resiste una carga una vez, la resiste para siempre.

En realidad: Las cargas repetidas pueden hacer crecer grietas de fatiga muy por debajo de la resistencia estática.

Tarjetas de estudio

Esfuerzos principales

Centro ± R.

Radio del círculo de Mohr

$R = \sqrt{(((\sigma x - \sigma y)/2)^2 + \tau^2)}$.

Cortante máximo en el plano

$\tau_{max} = R$, a 45°.

Tresca

$\tau_{max} = \sigma_Y/2$ en la fluencia.

Von Mises

Fatiga

$\sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)}$.

Falla tras muchos ciclos por debajo de la fluencia.

Cuestionario de autoevaluación

1. En los planos principales el esfuerzo cortante es...

máximo

cero

igual a σ_1

R

cero. Definición.

2. ¿A qué ángulo de los planos principales están los planos de cortante máximo en el plano?

30°

45°

60°

90°

45°. 90° en el círculo.

3. Von Mises para un esfuerzo uniaxial σ es igual a...

σ/2

σ

√3σ

2σ

σ. $\sigma_2 = 0$.

4. La falla por fatiga se debe a...

una sola carga grande

ciclos repetidos de carga

solo la temperatura

el color

ciclos repetidos de carga. Las grietas crecen ciclo a ciclo.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Una pala de aerogenerador debe sobrevivir décadas de flexión alterna. La ficha del NREL sobre el Wind Technology Testing Center explica que los ensayos de fatiga someten las palas a millones de ciclos para simular lo que una pala sufre durante su vida en una turbina, usando el sistema de excitación resonante del NREL, con hasta 21 metros de recorrido de la punta de extremo a extremo, para generar en cuestión de meses más de 20 años de cargas cíclicas de campo. El esfuerzo combinado, las teorías de falla y la fatiga, todo en esta unidad, deciden si una pala aprueba.

En Saving Planets: Estática

Fuentes: NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT sobre transformación de esfuerzos.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): Clases del MIT sobre fluencia, fractura y fatiga.

☐ **Terminé esta unidad**

Recipientes a presión de pared delgada y cargas combinadas

Esfuerzo circunferencial y axial en cilindros delgados, esfuerzo en esferas delgadas, espesor de pared requerido y combinación de esfuerzos axiales, de flexión, de torsión y de presión en un punto.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular los esfuerzos circunferencial y axial en cilindros y esferas de pared delgada.
- Hallar el espesor de pared requerido para una presión y un esfuerzo admisible.
- Superponer en un punto esfuerzos axiales, de flexión, de torsión y de presión.
- Hallar esfuerzos principales y de von Mises para cargas combinadas.

Conceptos clave

- Un recipiente es de pared delgada cuando r/t es aproximadamente 10 o más; entonces el esfuerzo en la pared es casi uniforme en el espesor.
- Cilindro: esfuerzo circunferencial σ_h = pr/t, esfuerzo axial σ_a = pr/(2t). El circunferencial es el doble del axial, por eso las tuberías con sobrepresión se abren a lo largo.
- Esfera: σ = pr/(2t) en todas las direcciones, así que una esfera necesita la mitad de pared que un cilindro del mismo radio.
- Con cargas combinadas, suma en un punto los esfuerzos de cada carga (superposición) y luego usa el círculo de Mohr o un criterio de falla.
- Las unidades importan: 1 bar = 0.1 MPa y 1 psi = 6894.757 Pa (NIST).

Ecuaciones clave

$$\sigma_h = \frac{pr}{t}, \quad \sigma_a = \frac{pr}{2t}$$

`σ_h=pr/t, σ_a=pr/2t`

Cilindro delgado

$$\sigma = \frac{pr}{2t}$$

`σ=pr/2t`

Esfera delgada

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$$

σ=P/AMc/I

Axial más flexión

$$t = \frac{pr}{\sigma_{\text{allow}}}$$

t=σ_allow

Pared de cilindro requerida

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 8.1 Valores de ejemplo: un cilindro de hidrógeno con radio interior de 150 mm y pared de 15 mm contiene 700 bar (70 MPa). Halla los esfuerzos circunferencial y axial.

1. r/t = 10, estimación de pared delgada.
2. σ_h = pr/t = 70 × 10; σ_a = σ_h/2.

Respuesta: σ_h = 700 MPa, σ_a = 350 MPa (tanque de ejemplo; por eso estos tanques usan compuesto de fibra de carbono).

Ejemplo 8.2 Una esfera con el mismo radio, pared y presión: halla el esfuerzo.

1. σ = pr/(2t).

Respuesta: 350 MPa, la mitad del esfuerzo circunferencial del cilindro.

Ejemplo 8.3 Un poste macizo de 100 mm soporta una carga de compresión de 10 kN y un momento flector de 3 kN·m. Halla los mayores esfuerzos de compresión y de tracción.

1. P/A = 10000/7854 mm² = 1.27 MPa de compresión.
2. Mc/I = 32M/(πd³) = 30.6 MPa.

Respuesta: 31.8 MPa de compresión en una cara; 29.3 MPa de tracción en la otra.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. El diseño de un tanque pasa de 350 bar a 700 bar con el mismo radio y esfuerzo admisible. ¿Cómo debe cambiar el espesor de pared?

   t = pr/σ: se duplica.

2. Valores de ejemplo: un cilindro de gas tiene r = 150 mm, t = 3 mm y p = 2 MPa. Halla σ_h y σ_a.

   σ_h = 100 MPa; σ_a = 50 MPa.

3. Halla el espesor de pared de un cilindro con p = 35 MPa, r = 200 mm y σ_allow = 600 MPa.

   t = 35 × 200/600 = 11.7 mm.

4. Convierte los 10000 psi del DOE a MPa con el factor del NIST.

   10000 × 6894.757 Pa = 68.9 MPa, unos 700 bar.

Ideas erróneas comunes

Mito: Los esfuerzos circunferencial y axial son iguales en un cilindro.
En realidad: El esfuerzo circunferencial es el doble del axial.

Mito: Las fórmulas de pared delgada sirven para cualquier recipiente.
En realidad: Solo cuando r/t es aproximadamente 10 o más.

Mito: Puedes sumar esfuerzos de cargas distintas en puntos distintos.
En realidad: Superpón en el mismo punto y en la misma dirección.

Tarjetas de estudio

Esfuerzo circunferencial

σ_h = pr/t.

Esfuerzo axial

σ_a = pr/(2t).

Esfera

σ = pr/(2t).

Pared delgada

r/t ≳ 10.

Superposición

Suma los esfuerzos en un punto.

bar y psi

1 bar = 0.1 MPa; 1 psi = 6894.757 Pa.

Cuestionario de autoevaluación

1. El esfuerzo circunferencial en un cilindro delgado es...

pr/(2t)

pr/t

pt/r

2pr/t

pr/t. Equilibrio de medio anillo.

2. El esfuerzo en la pared de una esfera comparado con el circunferencial de un cilindro (mismos p, r, t) es...

el doble

iguales

la mitad

un cuarto

la mitad. pr/(2t).

3. Una tubería con sobrepresión suele abrirse...

alrededor de su circunferencia

a lo largo

solo en los extremos

nunca

a lo largo. El esfuerzo circunferencial es el mayor.

4. 700 bar son aproximadamente...

7 MPa

70 MPa

700 MPa

0.7 MPa

70 MPa. 1 bar = 0.1 MPa.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El hidrógeno puede propulsar camiones, autobuses e industria sin emisiones de carbono en el punto de uso, pero hay que almacenarlo. El Departamento de Energía de EE. UU. explica que el hidrógeno tiene la mayor energía por masa de cualquier combustible pero muy poca energía por volumen, así que almacenarlo como gas suele requerir tanques de alta presión a 350–700 bar (5000–10000 psi), mientras que almacenarlo como líquido requiere temperaturas criogénicas, porque hierve a −252.8 °C a presión ambiente. La fórmula del esfuerzo circunferencial de esta unidad muestra por qué esos tanques necesitan paredes muy resistentes y ligeras.

En Saving Planets: Química General I

Fuentes: U.S. DOE: Hydrogen storage (https://www.energy.gov/eere/fuelcells/hydrogen-storage) · NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT sobre recipientes a presión.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): Curso de continuación del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 9 · SEMANAS 12–13

Deflexión de vigas

La curva elástica y EI v'' = M, integración con condiciones de contorno, fórmulas estándar de deflexión, superposición, límites de servicio y vigas hiperestáticas.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Integrar EI v'' = M con condiciones de contorno para hallar pendiente y deflexión.
- Usar fórmulas estándar de deflexión y superposición.
- Comprobar la deflexión frente a un límite de servicio como L/360.
- Resolver voladizos apuntalados y otras vigas hiperestáticas.

Conceptos clave

- Para pendientes pequeñas, la curva elástica cumple EI d^2v/dx^2 = M(x). Integra dos veces y usa los apoyos para fijar las constantes (v = 0 en articulaciones; v = 0 y v' = 0 en un empotramiento).
- EI es la rigidez a flexión: un material más rígido (E) o una sección de mayor canto (I) da deflexiones menores.
- Resultados estándar: voladizo con carga en el extremo $\delta = PL^3/(3EI)$; simplemente apoyada con carga central $PL^3/(48EI)$; con carga uniforme $5wL^4/(384EI)$.
- Las deflexiones de cargas separadas se suman (superposición) mientras la viga siga siendo elástica lineal.
- Un apoyo extra hace la viga hiperestática; quítalo, calcula la deflexión allí y elige la reacción que la anula.

Ecuaciones clave

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

`EI(d^2v)/(dx^2)=M(x)`

Curva elástica

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \delta = \frac{wL^4}{8EI}$$

`=(PL^3)/(3EI), =(wL^4)/(8EI)`

Voladizo: carga en el extremo, carga uniforme

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}, \quad \delta = \frac{5wL^4}{384EI}$$

=(PL^3)/(48EI), =(5wL^4)/(384EI)

Simplemente apoyada: carga central, carga uniforme

$$R_B = \frac{3wL}{8}$$

R_B=3wL/8

Voladizo apuntalado, carga uniforme

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 9.1 Un voladizo de acero de 2 m (E = 200 GPa, I = 8 × 10⁻⁶ m⁴) soporta 1 kN en su extremo. Halla la deflexión en el extremo.

1. δ = PL³/(3EI) = 1000 × 8/(3 × 200 × 10⁹ × 8 × 10⁻⁶).

Respuesta: 1.67 mm.

Ejemplo 9.2 Una viga de acero simplemente apoyada de 6 m (I = 1 × 10⁻⁴ m⁴) soporta 10 kN/m. Halla la deflexión en el centro del vano y compárala con L/360.

1. δ = 5wL⁴/(384EI) = 5 × 10,000 × 1296/(384 × 200 × 10⁹ × 10⁻⁴).
2. L/360 = 16.7 mm.

Respuesta: 8.44 mm, dentro del límite.

Ejemplo 9.3 La misma viga está empotrada en A y apuntalada en B. Halla la reacción del puntal.

1. Quita el puntal: deflexión en el extremo del voladizo wL⁴/(8EI).
2. La fuerza del puntal R_B da R_BL³/(3EI) hacia arriba; iguálalas.

Respuesta: R_B = 3wL/8 = 22.5 kN.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Se duplica la longitud de un voladizo con la misma carga en el extremo. ¿En qué factor crece la deflexión en el extremo?

   2³ = 8 veces.

2. Una viga de madera simplemente apoyada ($E = 10$ GPa, $I = 5 \times 10^{-5}$ m^4, $L = 4$ m) soporta 5 kN en el centro del vano. Halla δ.

   $PL^3/(48EI) = 13.3$ mm.

3. Un voladizo de acero de 3 m ($I = 1 \times 10^{-5}$ m^4) soporta 2 kN/m. Halla la deflexión en el extremo.

   $wL^4/(8EI) = 10.1$ mm.

4. El DOE dice que el área barrida por los rotores ha crecido alrededor de un 670 % desde 1998–1999. Si el área barrida crece con el cuadrado del diámetro, ¿en qué factor creció el diámetro medio?

   Área barrida ×7.7, así que diámetro × $\sqrt{7.7} = 2.77$.

Ideas erróneas comunes

Mito: La deflexión crece al mismo ritmo que la longitud.

En realidad: Crece con L^3 o L^4.

Mito: Un acero más resistente se deflecta menos.

En realidad: La deflexión depende de E, que es casi igual para todos los aceros.

Mito: Si una viga es lo bastante resistente, es suficiente.

En realidad: También debe ser lo bastante rígida: los forjados que vibran o las palas que golpean la torre fallan en servicio.

Tarjetas de estudio

Curva elástica

$EIv'' = M$.

Voladizo con carga en el extremo

$PL^3/(3EI)$.

Simplemente apoyada con carga central

$PL^3/(48EI)$.

Simplemente apoyada con carga uniforme

$5wL^4/(384EI)$.

Superposición

Suma las deflexiones de cada carga.

Estado límite de servicio

Límite como $L/360$.

Cuestionario de autoevaluación

1. Deflexión en el extremo de un voladizo con carga en el extremo:

$PL^3/(3EI)$

$PL^3/(48EI)$

$PL^2/(2EI)$

$5wL^4/(384EI)$

$PL^3/(3EI)$. Resultado estándar.

2. EI se llama...

módulo de sección

rigidez a flexión

momento polar

flujo de cortante

rigidez a flexión. Resistencia a la deformación por flexión.

3. En un empotramiento...

solo v = 0

v = 0 y v' = 0

M = 0

V = 0

v = 0 y v' = 0. Sin deflexión ni giro.

4. Duplicar la luz de una viga simplemente apoyada con carga uniforme multiplica δ por...

4

8

16

2

16. L^4.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Las palas más largas captan más viento, pero también se deflectan más. El Departamento de Energía de EE. UU. informa que el diámetro medio de rotor de los aerogeneradores recién instalados en EE. UU. superó los 133.8 metros en 2023, que el 98 % de las turbinas nuevas de ese año tenían rotores de 115 metros o más, y que el área barrida por los rotores ha crecido alrededor de un 670 % desde 1998–1999, lo que permite producir más electricidad incluso donde el viento es más débil. El DOE señala que las palas no se pueden plegar ni doblar una vez fabricadas, lo que limita el transporte por carretera, e investiga palas más esbeltas y flexibles. La teoría de deflexión de vigas es lo que permite a los diseñadores evitar que una pala flexible golpee la torre.

En Saving Planets: Física II

Fuentes: U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT sobre deflexión de vigas.
- OpenStax Calculus Volume 1, 5.5 Substitution (https://openstax.org/books/calculus-volume-1/pages/5-5-substitution): Repaso gratuito de cálculo para integrar la curva elástica.

Terminé esta unidad

Pandeo de columnas

Estabilidad y carga crítica, fórmula de Euler para columnas biarticuladas, longitud efectiva para otras condiciones de apoyo, esbeltez y esfuerzo crítico, pandeo inelástico, imperfecciones y láminas delgadas con factores de reducción.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Explicar el equilibrio estable, neutro e inestable en columnas.
- Calcular cargas críticas de Euler con factores de longitud efectiva.
- Usar la esbeltez para distinguir pandeo de fluencia.
- Explicar por qué las imperfecciones y los factores de reducción importan en láminas delgadas como los tanques de cohetes.

Conceptos clave

- Una columna esbelta puede fallar de repente flexionándose lateralmente con una carga muy inferior a la de aplastamiento. Esa carga es la carga crítica P_cr.
- Euler: P_cr = π²EI/(KL)². K = 1 para articulada–articulada, 2 para empotrada–libre, 0.5 para empotrada–empotrada y aproximadamente 0.7 para empotrada–articulada.
- El pandeo usa el menor I de la sección: una columna pandea respecto a su eje débil.
- Esfuerzo crítico σ_cr = π²E/(KL/r)², con radio de giro r = √(I/A). Si σ_cr supera el límite de fluencia, la columna corta fluye primero; entre ambos casos se aplica el pandeo inelástico.
- Las láminas cilíndricas delgadas, como los tanques de cohetes, son muy sensibles a imperfecciones diminutas, así que los diseñadores multiplican la carga de pandeo ideal por un factor de reducción obtenido de ensayos.

Ecuaciones clave

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

`P_cr=(π^2EI)/((KL)^2)`

Carga crítica de Euler

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}, \quad r = \sqrt{I/A}$$

`σ_cr=(π^2E)/((KL/r)^2), r=/A`

Esfuerzo crítico

$$K = 1,\ 2,\ 0.5,\ 0.7$$

```
K=1,\ 2,\ 0.5,\ 0.7
```

Biarticulada, empotrada–libre, empotrada–empotrada, empotrada–articulada

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 10.1 Una columna de acero biarticulada (E = 200 GPa) mide 3 m con I = 2 × 10^{-6} m^4. Halla P_cr.

1. P_cr = π^2 × 200 × 10^9 × 2 × 10^{-6}/3^2.

Respuesta: 438.6 kN.

Ejemplo 10.2 La misma columna está empotrada en la base y libre arriba. Halla P_cr.

1. K = 2, así que KL = 6 m y P_cr se divide entre 4.

Respuesta: 109.7 kN.

Ejemplo 10.3 Una barra maciza de acero de 50 mm, de 2 m de largo y articulada en ambos extremos, tiene σ_Y = 250 MPa. ¿Pandea o fluye primero?

1. r = d/4 = 12.5 mm; KL/r = 2000/12.5 = 160.
2. σ_cr = π^2 × 200,000/160^2 MPa.

Respuesta: σ_cr = 77.1 MPa < 250 MPa: pandea primero.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Se duplica la longitud de una columna. ¿Qué le pasa a P_cr?

   Baja a la cuarta parte.

2. ¿Cómo se compara una columna empotrada–empotrada con una biarticulada de la misma longitud?

   K = 0.5, así que P_cr es 4 veces mayor.

3. La NASA describe una carga de ensayo de hasta 750000 libras. Conviértela a meganewtons con el factor del NIST.

   750,000 × 4.448222 N = 3.34 MN.

4. Valores de ejemplo: la NASA halló que eliminar los refuerzos de soldadura puede aumentar la capacidad de carga hasta un 28 %. ¿Qué soportaría un cilindro de ejemplo de 10 MN?

   10 × 1.28 = 12.8 MN (cilindro de ejemplo).

Ideas erróneas comunes

Mito: Las columnas fallan cuando el esfuerzo alcanza la fluencia.

En realidad: Las columnas esbeltas pandean con un esfuerzo mucho menor.

Mito: Una columna pandea respecto a su eje fuerte.

En realidad: Pandea respecto al eje de menor I.

Mito: La carga de Euler es lo que soportará una columna real.

En realidad: Las imperfecciones y las cargas excéntricas la reducen, sobre todo en láminas delgadas.

Tarjetas de estudio

Carga de Euler

$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$.

Longitud efectiva

K = 1, 2, 0.5, 0.7.

Radio de giro

$r = \sqrt{(I/A)}$.

Esfuerzo crítico

$\pi^2 E/(KL/r)^2$.

Eje débil

Gobierna el menor I.

Factor de reducción

Reducción basada en ensayos para láminas delgadas.

Cuestionario de autoevaluación

1. La P_{cr} de Euler es proporcional a...

L

1/L

1/L^2

L^2

1/L^2. $\pi^2 EI/(KL)^2$.

2. K para una columna empotrada–libre (mástil):

0.5

0.7

1

2

2. Longitud efectiva 2L.

3. La esbeltez es...

KL/r

r/L

I/A

E/σ_Y

KL/r. La longitud efectiva entre el radio de giro.

4. Un factor de reducción tiene en cuenta...

la temperatura

la sensibilidad a imperfecciones de las láminas delgadas

pintura

la gravedad

la sensibilidad a imperfecciones de las láminas delgadas. Las láminas reales pandean por debajo de la teoría ideal.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Los cohetes más ligeros lanzan los satélites que vigilan el clima de la Tierra, y el pandeo fija lo ligeros que pueden ser sus tanques. El NASA Engineering and Safety Center informa que su equipo Shell Buckling Knockdown Factor reexaminó factores de reducción que no se habían actualizado desde la era Apolo de los años 1960. Ocho ensayos a escala reducida y dos a escala real con cilindros metálicos llevaron a nuevos factores de reducción que se usan en la etapa central del Space Launch System, con ahorros de masa y de coste. En un ensayo, un cilindro de 8 pies de diámetro cargado con hasta 750000 libras pandeó a menos del 2.5 % de la predicción del ingeniero, y los primeros resultados mostraron que eliminar los refuerzos de soldadura puede aumentar la capacidad de carga hasta un 28 %.

En Saving Planets: Introducción a la ingeniería aeroespacial

Fuentes: NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Clases del MIT sobre pandeo.
- NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/): Cómo ensaya la NASA el pandeo de cilindros de cohetes.

☐ **Terminé esta unidad**

Problemas

Estos problemas están dentro de cada unidad. Hazlos en papel y luego abre la respuesta.

1. Esfuerzo: normal, cortante y de aplastamiento; esfuerzo admisible y factor de seguridad
   4 problemas
2. Deformación y comportamiento del material: ley de Hooke, coeficiente de Poisson y curva esfuerzo–deformación
   4 problemas
3. Elementos con carga axial: deformación, barras hiperestáticas y esfuerzo térmico
   4 problemas

4. Torsión de ejes circulares y transmisión de potencia
   4 problemas
5. Diagramas de cortante y momento y esfuerzo de flexión
   4 problemas
6. Cortante transversal en vigas, flujo de cortante y secciones compuestas
   4 problemas
7. Transformación de esfuerzos, círculo de Mohr, teorías de falla y fatiga
   4 problemas
8. Recipientes a presión de pared delgada y cargas combinadas
   4 problemas
9. Deflexión de vigas
   4 problemas
10. Pandeo de columnas
    4 problemas

El laboratorio (Materials lab)

El laboratorio es la parte práctica del curso. Aquí es gratuito y solo para practicar, sin créditos.

Cada práctica puede hacerse en una simulación gratuita o con objetos caseros. Las gomas estiradas y los espaguetis que se rompen pueden salir disparados: usa gafas, mantén cargas pequeñas y aleja la cara de las piezas cargadas.

Referencia de seguridad: OSHA: Hand and power tools (https://www.osha.gov/hand-power-tools)

Práctica A: Ley de Hooke y rigidez

SEMANA 2

Objetivo: Carga un resorte (o una goma elástica) por etapas, demuestra que el alargamiento crece en proporción a la fuerza y halla la rigidez k.

$$F = kx, \quad U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

F=kx, U=12kx^2

Resorte lineal y energía almacenada

Procedimiento

1. Abre PhET Hooke's Law, elige un resorte y fija su constante; aplica fuerzas en pasos iguales y anota el desplazamiento.
2. En casa: cuelga una bolsa de una goma elástica y añade monedas de masa conocida (F = mg), midiendo el alargamiento con una regla cada vez.
3. Grafica F frente a x y ajusta una recta por el origen; la pendiente es k.
4. Descarga paso a paso y observa si la goma vuelve a su longitud inicial.

Tabla de datos

F (N)	x (mm) para k = 50 N/m
0.5	10
1.0	20
1.5	30
2.0	40

Valores de ejemplo para un resorte con k = 50 N/m; tu propio resorte fija tu pendiente.

Cálculo de ejemplo

1. k = F/x = 0.5 N/0.010 m = 50 N/m en cada fila.
2. Energía almacenada a 2 N: U = ½ × 50 × 0.04² = 0.04 J.

> **Seguridad**
>
> - Usa gafas; una goma estirada puede soltarse de golpe.

Alternativa en casa o virtual

- El paso de la goma elástica es la versión casera.

PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law)

Vínculo con el planeta: Ensayos de rigidez como este, a mayor escala, son como los ingenieros califican cada perno, cable y elemento de un puente. ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica B: Esfuerzo, deformación y módulo de una goma elástica

SEMANA 3

Objetivo: Convierte fuerza y alargamiento en esfuerzo y deformación, estima un módulo y observa dónde la respuesta deja de ser lineal.

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad \varepsilon = \frac{\delta}{L_0}, \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

σ=F/A, =()/(L_0), E=(σ)/()

Esfuerzo y deformación ingenieriles

Procedimiento

1. Mide con una regla el ancho y el espesor de una goma plana (o cuenta capas de espesor conocido) y su longitud sin estirar L_0.
2. Cuelga masas conocidas y anota el alargamiento δ de cada una.
3. Calcula σ y ε y grafica σ frente a ε. Ajusta la parte recta inicial para estimar E.
4. Sigue añadiendo masas pequeñas y anota dónde se curva la gráfica: el caucho no es lineal a grandes deformaciones.

Tabla de datos

F (N)	δ (mm)	σ (MPa)	ε
1	8	0.667	0.10
2	16	1.333	0.20
3	24	2.000	0.30

Valores de ejemplo para una goma con A = 1.5 mm² y L_0 = 80 mm en su rango casi lineal.

Cálculo de ejemplo

1. σ = 1 N/1.5 mm² = 0.667 MPa; ε = 8/80 = 0.10.
2. E = 0.667/0.10 = 6.67 MPa, unas 30000 veces menos rígida que el acero (200 GPa).

> **Seguridad**
>
> - Usa gafas y apunta la goma lejos de las caras; detente antes de que se rompa.

Alternativa en casa o virtual

- Todo el laboratorio es casero.

PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs)

Vínculo con el planeta: Conocer la rigidez y la resistencia por kilogramo es como se eligen carrocerías más ligeras, y el DOE vincula una reducción de peso del 10 % con una mejora del 6 % al 8 % en el rendimiento de combustible. U.S. DOE: Lightweight materials for cars and trucks (https://www.energy.gov/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica C: Torsión de una varilla de espuma

SEMANA 6

Objetivo: Tuerce una varilla de espuma con un par conocido, mide el ángulo de giro y comprueba que φ crece en proporción a T como en φ = TL/(GJ).

$$\phi = \frac{TL}{GJ}, \quad J = \frac{\pi d^4}{32}$$

=TL/GJ, J=(π d^4)/(32)

Ángulo de giro de una varilla maciza

Procedimiento

1. Dibuja una línea recta a lo largo de una varilla maciza de espuma y marca dos anillos separados 0.5 m.
2. Sujeta un extremo y aplica un par con un brazo de palanca y un peso conocido (T = F × brazo).
3. Fotografía la línea y lee el ángulo de giro entre los anillos; repite con tres pares.
4. Grafica φ frente a T; la pendiente es L/(GJ). Observa la espiral en que se convierte la línea recta: eso es deformación cortante.

Tabla de datos

T (N·m)	φ (°)
0.1	4.67
0.2	9.34
0.3	14.0

Valores calculados para una varilla de ejemplo con d = 50 mm, L = 0.5 m y G = 1 MPa.

Cálculo de ejemplo

1. J = π × 0.05⁴/32 = 6.136 × 10⁻⁷ m⁴.
2. φ = 0.2 × 0.5/(10⁶ × 6.136 × 10⁻⁷) = 0.163 rad = 9.34°.
3. Deformación cortante superficial γ = cφ/L = 0.025 × 0.163/0.5 = 0.00815.

> **Seguridad**
>
> - Usa pesos pequeños y bajos, sobre una superficie blanda.

Alternativa en casa o virtual

- Todo el laboratorio es casero.

PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque)

Vínculo con el planeta: Los ejes de los aerogeneradores soportan el mismo tipo de torsión, millones de veces mayor. DOE de EE. UU.: ¿cómo funcionan los aerogeneradores? (en inglés) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica D: La forma importa, una regla plana y de canto

SEMANA 8

Objetivo: Carga una regla como voladizo en plano y luego de canto y compara la deflexión y el esfuerzo con I = bh³/12.

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad \delta = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \sigma = \frac{Mc}{I}$$

`I=(bh^3)/(12), =(PL^3)/(3EI), σ=Mc/I`

Forma de la sección y flexión en voladizo

Procedimiento

1. Sujeta una regla de plástico de 30 mm × 3 mm plana a una mesa con 250 mm en voladizo.
2. Cuelga una carga de 0.5 N (unos 51 g) del extremo y mide la deflexión con una segunda regla.
3. Gira la regla de canto (sujétala entre dos libros) y repite con la misma carga.
4. Compara la razón de deflexiones con la razón de los valores de I.

Tabla de datos

Orientación	I (m⁴)	δ a 0.5 N (mm)	σ_max (MPa)
Plana (h = 3 mm)	6.75×10^{-11}	12.9	2.78
De canto (h = 30 mm)	6.75×10^{-9}	0.129	0.278

Valores calculados para una regla de plástico de ejemplo con E = 3 GPa.

Cálculo de ejemplo

1. Razón de I = $(30/3)^2 = 100$, así que la deflexión de canto es 100 veces menor.
2. M = 0.5 × 0.25 = 0.125 N·m; plana $\sigma = 0.125 \times 0.0015/6.75 \times 10^{-11} = 2.78$ MPa.

> **Seguridad**
>
> - No sobrecargues la regla; el plástico puede romperse.

Alternativa en casa o virtual

- Todo el laboratorio es casero.

PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act)

Vínculo con el planeta: Colocar el material lejos del eje neutro es como palas, vigas y torres ahorran material. NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.

gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica E: Deflexión de un voladizo y módulo de Young

SEMANA 12

Objetivo: Mide la deflexión en el extremo frente a la carga para una regla plana en voladizo y obtén el módulo de Young de $\delta = PL^3/(3EI)$.

$$E = \frac{L^3}{3I\,(\delta/P)}$$

E=(L^3)/(3I (/P))

A partir de la pendiente de δ frente a P

Procedimiento

1. Usa la regla plana de la Práctica D con 250 mm en voladizo.
2. Cuelga 0.25, 0.5 y 1.0 N del extremo y anota la deflexión cada vez.
3. Grafica δ frente a P y ajusta una recta por el origen.
4. Calcula E a partir de la pendiente y compáralo con un valor típico del plástico.

Tabla de datos

P (N)	δ (mm)
0.25	6.43
0.50	12.9
1.00	25.7

Valores calculados para una regla de plástico de ejemplo con E = 3 GPa, b = 30 mm, h = 3 mm.

Cálculo de ejemplo

1. Pendiente δ/P = 25.7 mm/N.
2. $E = 0.25^3/(3 \times 6.75 \times 10^{-11} \times 0.0257) = 3.0$ GPa.

> **Seguridad**
>
> - Usa cargas pequeñas y atrápalas si se deslizan.

Alternativa en casa o virtual

- Todo el laboratorio es casero.

PhET: Hooke’s Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law)

Vínculo con el planeta: Las palas eólicas más largas y flexibles se diseñan con la misma fórmula de deflexión. U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica F: Pandeo de espaguetis

SEMANA 14

Objetivo: Halla la carga que pandea hebras de espagueti seco de distintas longitudes y comprueba que P_cr disminuye como 1/L².

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

`P_cr=(π^2EI)/(L^2), I=(π d^4)/(64)`

Columna biarticulada

Procedimiento

1. Corta hebras de 100, 150 y 200 mm. Coloca cada una de pie sobre una báscula de cocina y presiona lentamente desde arriba con un objeto plano.
2. Anota la lectura más alta de la báscula justo cuando la hebra se curva hacia un lado (convierte gramos a newtons).
3. Repite tres veces por longitud y promedia.
4. Grafica P_cr frente a 1/L²; la recta debería pasar cerca del origen.

Tabla de datos

L (mm)	P_cr (N)
100	1.526
150	0.678
200	0.381

Valores calculados para una hebra de ejemplo con d = 1.8 mm y E = 3 GPa; los espaguetis reales varían.

Cálculo de ejemplo

1. I = π × 1.8⁴/64 = 0.515 mm⁴ = 5.153 × 10⁻¹³ m⁴.
2. P_cr a 0.1 m = π² × 3 × 10⁹ × 5.153 × 10⁻¹³/0.01 = 1.526 N (unos 156 g en la báscula).
3. Duplicar L de 100 a 200 mm divide P_cr entre 4.

> **Seguridad**
>
> - Usa gafas; los espaguetis se rompen en trozos afilados.

Alternativa en casa o virtual

- Todo el laboratorio es casero.

OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity)

Vínculo con el planeta: La NASA ensaya hasta el pandeo cilindros de cohete a tamaño real para fijar factores de reducción que ahorran masa. NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Series de práctica para exámenes

Cronométrate: unos 10 minutos por problema. Luego compara con las soluciones completas.

Ejercicios de práctica para el parcial (unidades 1–5)

1. Una barra de acero de 16 mm soporta 30 kN en tracción. Halla el esfuerzo.
    1. $A = \pi \times 16^2/4 = 201.1\ mm^2$.

    Respuesta: 149.2 MPa.
2. Una barra de aluminio (E = 70 GPa) de 1.5 m con A = 300 mm^2 soporta 12 kN. Halla su alargamiento.
    1. $\delta = PL/(AE)$.

    Respuesta: 0.857 mm.
3. Una barra de acero (E = 200 GPa, $\alpha = 12 \times 10^{-6}/°C$) está sujeta entre muros rígidos y se calienta 25 °C. Halla el esfuerzo.
    1. $\sigma = E\alpha\Delta T$.

    Respuesta: 60 MPa de compresión.
4. Un eje macizo de 40 mm transmite 800 N·m. Halla τ_max.
    1. $\tau = 16T/(\pi d^3)$.

    Respuesta: 63.7 MPa.
5. Una viga simplemente apoyada de 5 m, de 120 mm de ancho × 240 mm de canto, soporta 4 kN/m. Halla σ_max.
    1. $M = wL^2/8 = 12.5\ kN{\cdot}m$; $I = 1.382 \times 10^{-4}\ m^4$.

    Respuesta: 10.9 MPa.

Serie de práctica final (todas las unidades)

1. Una viga rectangular de 80 mm × 160 mm soporta V = 12 kN. Halla τ_max.

    1. τ = 1.5V/A.

    Respuesta: 1.41 MPa.

2. Halla los esfuerzos principales para σx = 50 MPa, σy = 10 MPa, τxy = 15 MPa.

    1. Centro 30 MPa; R = √(20² + 15²) = 25 MPa.

    Respuesta: σ_1 = 55 MPa, σ_2 = 5 MPa.

3. Un cilindro delgado tiene r = 0.5 m, t = 10 mm y p = 2 MPa. Halla σ_h y σ_a.

    1. pr/t y pr/(2t).

    Respuesta: 100 MPa y 50 MPa.

4. Un voladizo de acero de 1.5 m (I = 4 × 10⁻⁶ m⁴) soporta 2 kN en su extremo. Halla la deflexión en el extremo.

    1. δ = PL³/(3EI).

    Respuesta: 2.81 mm.

5. Una columna de acero biarticulada de 4 m tiene I = 5 × 10⁻⁶ m⁴. Halla P_cr.

    1. π²EI/L².

    Respuesta: 616.9 kN.

6. Un punto de un eje tiene σ = 80 MPa y τ = 30 MPa. Halla el esfuerzo de von Mises.

    1. √(σ² + 3τ²).

    Respuesta: 95.4 MPa.

Hoja de fórmulas

$$\sigma = P/A,\ \tau = V/A,\ \sigma_b = P/(td)$$

$$\varepsilon = \delta/L,\ \sigma = E\varepsilon,\ G = E/(2(1+\nu))$$

$$\delta = PL/(AE),\ \delta_T = \alpha \Delta T L$$

$$\tau = T\rho/J,\ \phi = TL/(GJ),\ J = \pi d^4/32$$

$$P = T\omega$$

$$dM/dx = V,\ dV/dx = -w$$

$$\sigma = My/I,\ I = bh^3/12$$

$$\tau = VQ/(It),\ q = VQ/I$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_h = pr/t,\ \sigma_a = pr/(2t)$$

$$EIv'' = M$$

$$\delta = PL^3/(3EI),\ PL^3/(48EI),\ 5wL^4/(384EI)$$

$$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$$

Constantes

Constante	Valor
1 megapascal (MPa)	10^6 Pa = 1 N/mm²
1 bar	10^5 Pa = 0.1 MPa
1 psi (lbf/in²)	6894.757 Pa
1 libra-fuerza (lbf)	4.448222 N
1 revolución por minuto	0.1047198 rad/s
Acero típico (valores de libro de texto)	E = 200 GPa, G = 80 GPa, ν = 0.3, α = 12 × 10^{-6}/°C, fluencia de unos 250 MPa
Aleación de aluminio típica (valores de libro de texto)	E = 70 GPa, G = 26 GPa, ν = 0.33, α = 23 × 10^{-6}/°C

Fuente: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

Textos y simulaciones gratuitos

Usa estos libros, clases y simulaciones gratuitos junto con el curso.

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): Apuntes, problemas y exámenes gratuitos del MIT.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): Curso de continuación gratuito del MIT: plasticidad, fractura y fatiga.
- OpenStax University Physics Volume 1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): Introducción gratuita de libro de texto a esfuerzo y deformación.
- OpenStax University Physics Volume 1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity): Fluencia, flujo plástico y fractura.

- PhET: Hooke's Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): Resortes, rigidez y energía.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): Rigidez y alargamiento.

Glosario

Esfuerzo de aplastamiento
Presión de contacto entre un conector y una placa, P/(td).

Curva elástica
Forma deformada del eje neutro de una viga.

Factor de seguridad
Carga de falla dividida entre la carga admisible.

Fatiga
Falla por carga repetida, a menudo por debajo de la fluencia.

Rigidez a flexión
EI, la resistencia de una viga a la deformación por flexión.

Esfuerzo circunferencial
Esfuerzo circunferencial pr/t en un cilindro a presión.

Factor de reducción
Reducción basada en ensayos de la carga de pandeo ideal de láminas delgadas.

Eje neutro
Línea de esfuerzo de flexión nulo que pasa por el centroide.

Coeficiente de Poisson
Razón entre la deformación lateral y la axial, con signo menos.

Momento polar de inercia
J, la resistencia de un eje a la torsión.

Esfuerzos principales
Esfuerzos normales en planos con cortante cero.

Módulo de sección
S = I/c.

Flujo de cortante
Fuerza cortante por unidad de longitud, VQ/I.

Esbeltez
KL/r de una columna.

Deformación
Cambio de longitud por unidad de longitud.

Esfuerzo
Fuerza interna por unidad de área.

Esfuerzo de von Mises
Esfuerzo equivalente que se compara con el límite de fluencia.

Límite de fluencia
Esfuerzo al que empieza la deformación permanente.

Módulo de Young
E, pendiente de la recta elástica esfuerzo–deformación.

Rúbrica de autoevaluación

No se otorga nota ni crédito. Úsala para valorar con honestidad dónde estás en cada unidad.

Nivel	Cómo se ve
4 · Dominio	Halla las cargas internas con un diagrama de cuerpo libre, elige el modelo de deformación adecuado, comprueba las hipótesis (elástico, pared delgada, esbelto) e informa los esfuerzos con un factor de seguridad.
3 · Competente	Resuelve los problemas de práctica con errores ocasionales de unidades o signos.
2 · En desarrollo	Sigue los ejemplos resueltos pero confunde I, J y Q u olvida la compatibilidad.
1 · Inicial	Sustituye números en fórmulas sin diagramas; necesita repasar la unidad.

Ponderación sugerida si quieres una nota

Parte	Peso
Problemas de práctica	25%
Prácticas	20%
Serie de práctica de mitad de curso	25%
Serie de práctica final	30%

Apunta al nivel 3 o superior en cada unidad antes de pasar al siguiente curso.

Cursos relacionados

- Dinámica ENGR 212
- Álgebra lineal MATH 230
- Cálculo III MATH 210

- Todos los cursos