آخر تحديث: November 1, 2026

🗺️ خريطة طريق لأربع سنوات · السنة 2, الربيع

عن هذه الدورة

يتضمن هذا المقرر المجاني 10 وحدات و6 مختبرات. هذه الأعداد الحقيقية وليست منهجًا أطول جرى اختصاره.

التحقق هو رقم أو نتيجة برمجية في صفحة مقرر يعيد سكربت حسابها قبل النشر. يجب أن يطابق الرقم المعروض الرقم المعاد حسابه.

هذا مخطط دورة مجانية للتعلّم الذاتي كتبته Saving Planets. وهو ليس مقررًا جامعيًا، ولا يمنح ساعات معتمدة، ولا تشارك فيه أي مؤسسة تعليمية.

يتبع نطاقه مقررًا في ميكانيكا المواد (مقاومة المواد) مدته فصل دراسي واحد للسنة الثانية. وهو مبني على موضوعات وعمق MIT 2.001 Mechanics and Materials I (على MIT OpenCourseWare)، وPurdue ME 323 Mechanics of Materials، وGeorgia Tech COE 3001 Mechanics of Deformable Bodies، وعلى الكتاب المجاني OpenStax University Physics الذي نربط إليه حيث يفيد. لا يؤيد أي من هؤلاء المؤلفين أو المؤسسات هذه الصفحة.

ما نضيفه: كل وحدة مرتبطة بعمل حقيقي في الطاقة النظيفة أو البنية التحتية أو الفضاء مع مصدر عام موثّق (الجسور، والسيارات الأخف، وأبراج توربينات الرياح وأعمدتها وشفراتها، والخشب الكتلي، وخزانات الهيدروجين، وهياكل صواريخ ناسا)، وكل رقم في الصفحة يُعاد حسابه بنص تحقق برمجي قبل النشر، ولكل مختبر محاكاة مجانية أو نسخة منزلية رخيصة.

تابعها بالترتيب. في كل وحدة أهداف وأفكار أساسية ومعادلات وأمثلة خطوة بخطوة وتمارين بإجابات كاملة وأخطاء شائعة وبطاقات تعليمية واختبار قصير. يُحفظ تقدّمك في هذا المتصفح فقط.

كيف تساعد هذه الدورة في إنقاذ الكوكب

ميكانيكا المواد تحدد كمية المادة التي يحتاجها الهيكل. استخدام ما يكفي فقط من الفولاذ أو الألومنيوم أو المواد المركبة أو الخشب، دون زيادة، يجعل السيارات أخف وأكفأ، وتوربينات الرياح أطول، والمباني أقل كربونًا، والصواريخ قادرة على حمل المزيد إلى المدار.

وهي أيضًا الطريقة التي نحافظ بها على سلامة ما بنيناه: يجب أن تحمل الجسور والأبراج والخزانات أحمالها لعقود دون خضوع أو تشقق بالكلال أو انبعاج. تنتهي كل وحدة بقسم قصير موثّق. القيم غير المأخوذة من مصدر موسومة بأنها قيم توضيحية، وخواص المواد قيم نموذجية من الكتب الدراسية.

للمعلمين

يمكنك تدريس هذا المقرر، أو أن يتابعه الطالب وحده. إنه مجاني. Saving Planets لا تمنح درجة ولا ساعات معتمدة.

- هذه الصفحة هي المقرر كاملًا: 10 وحدات و6 مختبرات (ENGR 213).
- خطّط لخمسة عشر أسبوعًا، نحو 6 إلى 9 ساعات في الأسبوع، بما في ذلك أسابيع المختبر.

- اتبع جدول الخمسة عشر أسبوعًا. اقرأ الوحدة، حلّ التمارين على الورق، ثم افتح الإجابة. في أسبوع المختبر، نفّذ المختبر أو نسخته المنزلية.
- التحقق هو رقم أو نتيجة برمجية في الصفحة يعيد سكربت حسابها قبل النشر. يجب أن يطابق الرقم الظاهر الرقم المعاد حسابه.
- استخدم طباعة هذه الصفحة، أو نزّل دليل الدراسة PDF. ورقة القوانين قرب النهاية.
- اسأل: كيف تساعد هذه الوحدة الناس والكوكب؟ في كل وحدة مربع أخضر فيه حقيقة مع مصدرها.
- انسخ نموذج دليل المعلم واكتب اسم صفك والوقت المتاح والأسئلة التي ستطرحها. افتح نموذج دليل المعلم

قبل أن تبدأ

المتطلبات السابقة

- الاستاتيكا: مخططات الجسم الحر، والاتزان، والمراكز الهندسية، وعزوم القصور الذاتي للمساحات.
- التفاضل والتكامل I وII: المشتقات والتكاملات؛ وتكامل الوحدة 9 معادلة الكمرة مرتين.
- الفيزياء I تساعد في النوابض والطاقة والوحدات.
- الديناميكا غير مطلوبة.

كيف تذاكر

- ابدأ كل مسألة بالاستاتيكا: مخطط جسم حر والقوة أو عزم اللي أو العزم الداخلي عند القطع.
- ثم اسأل كيف يتشوه الجزء: يتمدد أو يلتوي أو ينحني، وأي معادلة تناسب ذلك التشوه.
- تحقق من انطباق المعادلة: مرونة خطية، وتشوهات صغيرة، وجدران رقيقة أو عناصر طويلة نحيفة حيثما يلزم.
- احلّ بالرموز أولًا، ثم عوّض بأرقام SI (N، m، Pa)، وتحقق من الوحدات: 1 MPa = 1 N/mm².
- قارن الإجهاد بالإجهاد المسموح للمادة واذكر معامل أمان.
- حل كل تمرين على الورق قبل فتح الإجابة، وأعد الاختبارات القصيرة بعد بضعة أيام.

ماذا تحتاج

- حاسوب أو جهاز لوحي لمحاكاة PhET المجانية (تعمل في المتصفح).
- أشرطة مطاطية، وكيس للعملات أو الحلقات المعدنية، وميزان مطبخ (لمعرفة كل كتلة).
- مسطرة بلاستيكية طولها 30 cm، ومسطرة ثانية أو شريط قياس، وشريط لاصق أو ملزمة لتثبيتها على حافة طاولة.
- قضيب إسفنجي أو قطعة من عصا السباحة وقلم تحديد لخطوط اللي.
- معكرونة سباغيتي جافة وأثقال صغيرة لمختبر الانبعاج.
- نظارات أمان، وكاميرا هاتف ذكي، وبرنامج جداول بيانات للرسوم والتوفيق.

جدول مقترح من 15 أسبوعًا

نحو 6 إلى 9 ساعات أسبوعيًا: قراءة وتمارين، وفي أسابيع المختبر، المختبر.

الأسبوع	الوحدة	الموضوعات	القراءة
1	الإجهاد: العمودي والقصي والتحميلي؛ الإجهاد المسموح ومعامل الأمان	القوى الداخلية والإجهاد العمودي والقصي	MIT 2.001; OpenStax UP1 12.3

الأسبوع	الوحدة	الموضوعات	القراءة
2	الإجهاد: العمودي والقصي والتحميلي؛ الإجهاد المسموح ومعامل الأمان	الإجهاد التحميلي، والإجهاد المسموح، ومعامل الأمان؛ المختبر A	MIT 2.001
3	الانفعال وسلوك المادة: قانون هوك ونسبة بواسون ومنحنى الإجهاد–الانفعال	الانفعال، ومنحنى الإجهاد–الانفعال، وقانون هوك، ونسبة بواسون؛ المختبر B	UP1 12.3–12.4
4	العناصر المحمّلة محوريًا: التشوه والقضبان غير المحددة استاتيكيًا والإجهاد الحراري	التشوه المحوري، والقضبان غير المحددة استاتيكيًا، والإجهاد الحراري	UP2 1.3
5	لي الأعمدة الدائرية ونقل القدرة	معادلة اللي، والعزم القطبي، وزاوية اللي	MIT 2.001
6	لي الأعمدة الدائرية ونقل القدرة	نقل القدرة وتصميم الأعمدة؛ المختبر C	MIT 2.001
7	مخططات القص والعزم وإجهاد الانحناء	مخططات القص والعزم	MIT 2.001; UP1 12.2
8	مخططات القص والعزم وإجهاد الانحناء	معادلة الانحناء ومعامل المقطع؛ المختبر D؛ تدريب منتصف الفصل	MIT 2.001
9	القص المستعرض في الكمرات وتدفق القص والمقاطع المركبة	القص المستعرض، وتدفق القص، والكمرات المجمّعة	MIT 2.001
10	تحويل الإجهادات ودائرة مور ونظريات الانهيار والكلال	تحويل الإجهادات، ودائرة مور، ونظريات الانهيار، والكلال	MIT 2.001, 2.002
11	أوعية الضغط رقيقة الجدران والأحمال المركبة	أوعية الضغط والأحمال المركبة	MIT 2.001
12	انحراف الكمرات	المنحنى المرن، والتكامل، والمعادلات القياسية؛ المختبر E	MIT 2.001
13	انحراف الكمرات	التراكب والكمرات غير المحددة استاتيكيًا	MIT 2.001
14	انبعاج الأعمدة	انبعاج الأعمدة ومعاملات التخفيض؛ المختبر F	MIT 2.001
15	المراجعة	مراجعة ومجموعة تمارين نهائية	كل الوحدات

تقدّمك

ضع علامة على الوحدات والمختبرات عند إنهائها، وخص الاختبارات. يُحفظ التقدم ونتائج الاختبارات في هذا المتصفح فقط، ولا تُرسل إلينا أبدًا.

الوحدات

الإجهاد: العمودي والقصي والتحميلي؛ الإجهاد المسموح ومعامل الأمان

القوى الداخلية المستخرجة بقطع العنصر، ومتوسط الإجهاد العمودي في القضبان، ومتوسط إجهاد القص في المسامير والبراغي (القص المفرد والمزدوج)، والإجهاد التحميلي، والتصميم بالإجهاد المسموح، ومعامل الأمان.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- أوجد القوى الداخلية بمخطط جسم حر لمقطع مقطوع.
- احسب متوسط الإجهادات العمودية والقصية والتحميلية.
- ميّز القص المفرد من القص المزدوج في الوصلات.
- حدد أبعاد عنصر من إجهاد مسموح ومعامل أمان.

المفاهيم الأساسية

- الإجهاد هو القوة الداخلية لكل وحدة مساحة. ووحدته في SI هي الباسكال (1 Pa = 1 N/m²)؛ ويستخدم المهندسون MPa، و1 MPa = 1 N/mm².
- الإجهاد العمودي σ = P/A يؤثر عموديًا على القطع؛ الشد موجب والضغط سالب.
- متوسط إجهاد القص τ = V/A يؤثر في مستوى القطع. المسمار في القص المزدوج له مستويا قطع، لذا يحمل كل منهما V = P/2.
- الإجهاد التحميلي σ_b = P/(td) هو ضغط التلامس بين البرغي والثقب في لوح سمكه t.
- معامل الأمان FS = حمل الانهيار/الحمل المسموح (أو إجهاد الانهيار/الإجهاد المسموح). يُبقي التصميم إجهاد التشغيل عند σ_allow = σ_fail/FS أو أقل.

المعادلات الأساسية

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

متوسط الإجهاد العمودي

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A}$$

```
τ_avg=V/A
```

متوسط إجهاد القص

$$\sigma_b = \frac{P}{t\,d}$$

```
σ_b=(P)/(t d)
```

الإجهاد التحميلي

$$FS = \frac{\sigma_{\text{fail}}}{\sigma_{\text{allow}}}$$

FS=σ_failσ_allow

معامل الأمان

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 1.1 قضيب فولاذي قطره 20 mm يحمل حمل شد قدره 50 kN. أوجد الإجهاد العمودي.

1. $A = \pi d^2/4 = \pi \times 20^2/4 = 314.2$ mm².
2. $\sigma = P/A = 50{,}000$ N/314.2 mm².

الإجابة: 159.2 MPa (شد).

مثال 1.2 مسمار قطره 12 mm في قص مزدوج يحمل حملًا قدره 20 kN. أوجد متوسط إجهاد القص في المسمار.

1. يحمل كل من مستويي القص $V = 10$ kN.
2. $A = \pi \times 12^2/4 = 113.1$ mm²; $\tau = 10{,}000/113.1$.

الإجابة: 88.4 MPa.

مثال 1.3 علّاقة فولاذية دائرية يجب أن تحمل 100 kN. يخضع الفولاذ عند 250 MPa ومعامل الأمان 2. أوجد أصغر قطر.

1. $\sigma_{allow} = 250/2 = 125$ MPa.
2. $A = P/\sigma_{allow} = 100000/125 = 800$ mm².
3. $d = \sqrt{(4A/\pi)}$.

الإجابة: $d = 31.9$ mm (استخدم 32 mm).

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. عمود مربع مقاسه 100 mm × 100 mm يحمل 200 kN ضغطًا. أوجد الإجهاد.

   $\sigma = 200000/10000 = 20$ MPa (ضغط).

2. برغي قطره 10 mm في قص مفرد يحمل 8 kN. أوجد متوسط إجهاد القص.

   $A = 78.54$ mm²; $\tau = 101.9$ MPa.

3. البرغي نفسه ذو 10 mm يمر عبر لوح سمكه 6 mm. أوجد الإجهاد التحميلي.

$\sigma_b = 8000/(6 \times 10) = 133$ MPa.

4. وصلة تنهار عند 90 kN وتعمل عند 30 kN. أوجد معامل الأمان.

$FS = 90/30 = 3$.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: الإجهاد هو نفسه القوة.
في الحقيقة: الإجهاد قوة لكل مساحة؛ سلك رفيع وقضيب سميك تحت القوة نفسها لهما إجهادان مختلفان جدًا.

خرافة: المسمار في القص المزدوج يحمل الحمل كاملًا على كل مستوى.
في الحقيقة: كل من المستويين يحمل النصف.

خرافة: معامل الأمان الأعلى أفضل دائمًا.
في الحقيقة: وهو يعني أيضًا أجزاء أثقل وأغلى؛ يختار المصممون FS وفق المواصفات وعدم اليقين في الأحمال والمواد.

بطاقات تعليمية

الإجهاد العمودي

$\sigma = P/A$.

إجهاد القص

$\tau = V/A$.

القص المزدوج

كل مستوى يحمل $P/2$.

الإجهاد التحميلي

$\sigma_b = P/(td)$.

معامل الأمان

FS = الانهيار/المسموح.

MPa

$1\ \text{MPa} = 1\ \text{N/mm}^2$.

اختبار ذاتي

1. 1 MPa يساوي...

- $1\ \text{N/m}^2$
- $1\ \text{N/mm}^2$
- $1\ \text{kN/m}^2$

1 N/cm²

1 N/mm². 10^6 N/m² = 1 N/mm².

2. كم مستوى قص للمسمار في القص المزدوج؟

1

2

3

4

2. مستويا القطع يتقاسمان الحمل.

3. مضاعفة قطر القضيب تغير إجهاده المحوري (بالحمل نفسه) بمعامل...

½

¼

2

4

¼. A تزداد مع d^2.

4. الإجهاد التحميلي هو...

P/(td)

P/A للبرغي

V/A

Mc/I

P/(td). ضغط التلامس على المساحة المسقطة td.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

حدود الإجهاد تقرر أي الجسور يمكن للشاحنات عبورها. يحصي ASCE Report Card for America’s Infrastructure 623218 جسرًا في الولايات المتحدة، منها 63085 جسرًا خضعت لقيود حمل في 2024، أي أنها تقيد وزن المركبات التي يمكنها العبور بأمان، وهو نحو 10.1% من جميع الجسور. وتحذر ASCE من أن الشاحنات الأثقل مما صُممت له الجسور تهدد بإجهاد عناصرها فوق الحد وتسبب كلال المعدن وتشققه. وإبقاء إجهاد التشغيل دون الإجهاد المسموح، كما في هذه الوحدة، هو طريقة المهندسين في تقييمها وإصلاحها، والحفاظ على الجسر أقل تكلفة من استبداله.

على Saving Planets: الاستاتيكا

المصادر: ASCE Report Card for America’s Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/) · OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus)

مصادر تعلّم مجانية

- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): قسم من كتاب مدرسي مجاني.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): ملاحظات محاضرات MIT عن الإجهاد.
- PhET: Hooke’s Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): تفاعلي.

أنهيت هذه الوحدة

الانفعال وسلوك المادة: قانون هوك ونسبة بواسون ومنحنى الإجهاد–الانفعال

الانفعال العمودي والقصي، واختبار الشد ومخطط الإجهاد–الانفعال، ومعامل يونغ، ومقاومة الخضوع والمقاومة القصوى، والمطيلية، ونسبة بواسون، ومعامل القص، وطاقة الانفعال، والجساءة النوعية.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب الانفعال العمودي والقصي من التشوهات.
- اقرأ E ومقاومة الخضوع والمقاومة القصوى والمطيلية من منحنى الإجهاد–الانفعال.
- استخدم قانون هوك ونسبة بواسون و((ν + 1)2/E = G.
- قارن المواد بالجساءة والمقاومة لكل وحدة كتلة.

المفاهيم الأساسية

- الانفعال العمودي ε = δ/L هو استطالة لكل وحدة طول (بلا أبعاد، غالبًا بوحدة μm/m). والانفعال القصي γ هو التغير في زاوية قائمة، بالراديان.
- في المدى المرن الخطي يتحقق قانون هوك: σ = Eε و τ = Gγ. وE هو معامل يونغ، ميل منحنى الإجهاد–الانفعال.
- بعد مقاومة الخضوع تتشوه المادة تشوهًا لدنًا ولا تعود؛ والمقاومة القصوى هي أعلى إجهاد هندسي، والمعادن المطيلية تتخصر قبل أن تنكسر.
- شد القضيب يجعله أرفع: الانفعال الجانبي = −ν × الانفعال المحوري، ونسبة بواسون ν نحو 0.3 للمعادن. وللمواد المتماثلة الخواص G = E/(2(1 + ν)).
- الجساءة النوعية E/ρ والمقاومة النوعية σ/ρ تقارنان المواد لكل كيلوغرام؛ ولهذا يمكن للألومنيوم والمغنيسيوم وألياف الكربون أن تحل محل الفولاذ في الهياكل الخفيفة.

المعادلات الأساسية

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}, \quad \sigma = E\varepsilon$$

الانفعال وقانون هوك

$$\varepsilon_{\text{lat}} = -\nu\, \varepsilon_{\text{axial}}$$

```
_lat=-ν _axial
```

نسبة بواسون

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

```
G=(E)/(2(1+ν))
```

معامل القص

$$u_r = \frac{\sigma_Y^2}{2E}$$

u_r=(σ_Y^2)/(2E)

معامل المرونة الرجوعية

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 2.1 قضيب فولاذي طوله 2 m يستطيل 1.2 mm عند إجهاد 120 MPa. أوجد الانفعال ومعامل يونغ.

1. $\varepsilon = 1.2/2000 = 6 \times 10^{-4}$.
2. $E = \sigma/\varepsilon = 120\ \text{MPa}/0.0006$.

الإجابة: $\varepsilon = 600\ \mu\text{m/m}$; $E = 200\ \text{GPa}$.

مثال 2.2 سبيكة ألومنيوم لها $E = 70\ \text{GPa}$ و$\nu = 0.33$. أوجد معامل القص لها.

1. $G = E/(2(1+\nu)) = 70/2.66$.

الإجابة: $G = 26.3\ \text{GPa}$.

مثال 2.3 قضيب فولاذي قطره 20 mm ($\nu = 0.3$) انفعاله المحوري 0.001. كم يتغير قطره؟

1. الانفعال الجانبي $= -0.3 \times 0.001 = -0.0003$.
2. $\Delta d = -0.0003 \times 20\ \text{mm}$.

الإجابة: يتقلص بمقدار 0.006 mm.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. قيم نموذجية: للفولاذ $E = 200\ \text{GPa}$ و$\rho = 7850\ \text{kg/m}^3$؛ وللألومنيوم $E = 70\ \text{GPa}$ و$\rho = 2700\ \text{kg/m}^3$. قارن E/ρ.

   الفولاذ $25.5 \times 10^6\ \text{m}^2/\text{s}^2$، والألومنيوم $25.9 \times 10^6\ \text{m}^2/\text{s}^2$: الجساءة لكل كيلوغرام متقاربة جدًا.

2. عينة شد طول قياسها 50 mm تبلغ 62 mm عند الكسر. أوجد الاستطالة عند الكسر.

   $(62 - 50)/50 = 24\%$: معدن مطيلي.

3. أوجد معامل المرونة الرجوعية لفولاذ له $\sigma_Y = 250\ \text{MPa}$ و$E = 200\ \text{GPa}$.

$u_r = 250^2/(2 \times 200{,}000) = 0.156$ MPa $= 156$ kJ/m³.

4. قيم توضيحية: سيارة تقطع 30 mpg جُعلت أخف بنسبة 10%. باستخدام رقم DOE من 6% إلى 8%، قدّر استهلاكها الجديد للوقود.

31.8 = 1.06 × 30 إلى 32.4 mpg = 1.08 × 30 (سيارة توضيحية).

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: الأقوى يعني الأكثر جساءة.
في الحقيقة: المقاومة (الخضوع) والجساءة (E) مختلفتان؛ معظم أنواع الفولاذ لها E = 200 GPa مهما كانت مقاومتها.

خرافة: للانفعال وحدات طول.
في الحقيقة: إنه طول على طول، بلا أبعاد.

خرافة: تنكسر المادة عند مقاومة الخضوع.
في الحقيقة: الخضوع يبدأ التشوه الدائم؛ والمعادن المطيلية تحمل أكثر حتى المقاومة القصوى.

بطاقات تعليمية

الانفعال العمودي

$\varepsilon = \delta/L$.

قانون هوك

$\sigma = E\varepsilon$, $\tau = G\gamma$.

نسبة بواسون

$\varepsilon_{lat} = -\nu\varepsilon$.

معامل القص

$G = E/(2(1+\nu))$.

الخضوع مقابل المقاومة القصوى

بداية الجريان اللدن مقابل أعلى إجهاد.

الجساءة النوعية

E/ρ.

اختبار ذاتي

1. معامل يونغ هو ميل...

الحمل مقابل الزمن

الإجهاد مقابل الانفعال (الجزء المرن)

الانفعال مقابل درجة الحرارة

القوة مقابل المساحة

الإجهاد مقابل الانفعال (الجزء المرن)σ = Eε ..

2. نسبة بواسون لمعظم المعادن نحو...

0.03

0.3

3

30

0.3. نحو 0.3.

3. قيمة G عند E = 200 GPa وν = 0.25 هي...

50 GPa

80 GPa

100 GPa

160 GPa

80 GPa. 200/2.5 = 80 GPa.

4. يبدأ التشوه الدائم عند...

المقاومة القصوى

مقاومة الخضوع

نقطة الكسر

حد التناسب للخشب فقط

مقاومة الخضوع. الخضوع.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

اختيار المواد حسب الجساءة والمقاومة لكل كيلوغرام يوفر الوقود. تقول وزارة الطاقة الأمريكية إن خفض وزن المركبة بنسبة 10% يمكن أن يحسّن الاقتصاد في الوقود بنسبة 6% إلى 8%، وإن استبدال الحديد الزهر والفولاذ التقليدي بالفولاذ عالي المقاومة وسبائك المغنيسيوم والألومنيوم وألياف الكربون والمواد المركبة البوليمرية يمكن أن يخفض وزن الهيكل والشاسيه بنسبة تصل إلى 50 في المئة. وتضيف DOE أن المواد الخفيفة مهمة بشكل خاص للسيارات الكهربائية، إذ تعوّض وزن البطاريات والمحركات ويمكن أن تزيد مدى القيادة الكهربائية.

على Saving Planets: الكيمياء العامة I

المصادر: U.S. DOE: Lightweight materials for cars and trucks (https://www.energy.gov/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks) · OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity)

مصادر تعلّم مجانية

- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): قسم من كتاب مدرسي مجاني.
- OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity): منحنيات الإجهاد–الانفعال.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT.

أنهيت هذه الوحدة

العناصر المحمّلة محوريًا: التشوه والقضبان غير المحددة استاتيكيًا والإجهاد الحراري

استطالة القضبان δ = PL/(AE)، والقضبان متعددة المقاطع، والقضبان غير المحددة استاتيكيًا المحلولة بشرط التوافق، والانفعال والإجهاد الحراريان، وتركّز الإجهاد.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب استطالة القضبان المنتظمة والمدرّجة.
- حل المسائل المحورية غير المحددة استاتيكيًا بالاتزان مع التوافق.
- احسب التمدد الحراري والإجهاد في قضيب مقيّد.
- اشرح تركّز الإجهاد عند الثقوب والتقويرات.

المفاهيم الأساسية

- القضيب المنتظم تحت حمل محوري يستطيل δ = PL/(AE). ولعدة مقاطع اجمع δ لكل منها: δ = Σ PᵢLᵢ/(AᵢEᵢ).
- إذا لم يكفِ الاتزان وحده لإيجاد القوى (غير محدد استاتيكيًا)، أضف معادلة توافق: كيف يجب أن تتلاءم التشوهات.
- تغيّر درجة الحرارة يجعل القضيب الحر يطول δ_T = αΔT L دون إجهاد. وإذا كان القضيب مثبتًا، يُمنع هذا النمو ويظهر σ = −EαΔT.
- لهذا تحتاج القضبان الحديدية وخطوط الأنابيب والجسور والأرصفة إلى فواصل تمدد.
- الثقوب والحزوز والزوايا الحادة ترفع الإجهاد الموضعي: σ_max = K σ_avg، حيث K معامل تركّز الإجهاد (غالبًا من 2 إلى 3 لثقب صغير).

المعادلات الأساسية

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

=PL/AE

التشوه المحوري

$$\delta = \sum \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

=(P_iL_i)/(A_iE_i)

قضيب مدرّج

$$\delta_T = \alpha \, \Delta T \, L$$

_T=α Δ T L

التمدد الحراري

$$\sigma = -E\alpha\,\Delta T$$

قضيب مقيّد كليًا

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 3.1 قضيب فولاذي طوله 3 m (E = 200 GPa) وA = 500 mm² يحمل 60 kN. أوجد استطالته.

1. δ = PL/(AE) = 60000 × 3000/(500 × 200000) بوحدتي N وmm.

الإجابة: 1.8 mm.

مثال 3.2 قضيب فولاذي (E = 200 GPa، α = 12 × 10⁻⁶/°C) مثبت بين جدارين صلبين ويُسخَّن 40 °C. أوجد الإجهاد.

1. النمو الحر سيكون αΔT L؛ والجداران يدفعانه للخلف.
2. σ = −EαΔT = −200,000 × 12 × 10⁻⁶ × 40 MPa.

الإجابة: 96 MPa ضغطًا.

مثال 3.3 قضيب منتظم مثبت من طرفيه يحمل حملًا محوريًا P = 30 kN عند نقطة تبعد 1 m عن الطرف A و2 m عن الطرف B. أوجد ردّي الفعل.

1. الاتزان: R_A + R_B = 30 kN.
2. التوافق: استطالة المقطع A تساوي تقصير المقطع B، إذن R_A × 1 = R_B × 2.

الإجابة: R_A = 20 kN, R_B = 10 kN.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. قضيب سكة فولاذي طوله 25 m يسخن 30 °C دون أي تقييد. كم يطول؟

   δ = 12 × 10⁻⁶ × 30 × 25,000 = 9 mm.

2. قضيب فيه مقطع ألومنيوم (E = 70 GPa، A = 400 mm²، L = 1 m) ومقطع فولاذ (A = 200 mm²، L = 0.5 m) على التوالي، ويحمل 20 kN. أوجد الاستطالة الكلية.

   0.714 + 0.250 = 0.964 mm.

3. أوجد انفعال الألومنيوم عند (E = 70 GPa) 100 MPa.

$\varepsilon = 100/70{,}000 = 1.43 \times 10^{-3}$.

4. تقول DOE إن ارتفاع المحور للتوربينات البرية بلغ نحو 103.4 m في 2023 بعد نمو 83% منذ 1998–1999. ما المتوسط السابق؟

103.4/1.83 = 56.5 m.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: التمدد الحراري يسبب إجهادًا دائمًا.
في الحقيقة: فقط حين يكون التمدد مقيّدًا.

خرافة: يمكن حل القضيب غير المحدد استاتيكيًا بالاتزان وحده.
في الحقيقة: تحتاج أيضًا إلى معادلات التوافق (التشوه).

خرافة: الثقب الصغير لا يكاد يهم.
في الحقيقة: قد يضاعف الإجهاد الموضعي ثلاث مرات، وهناك تبدأ شقوق الكلال.

بطاقات تعليمية

التشوه المحوري

$\delta = PL/(AE)$.

قضيب مدرّج

اجمع PL/(AE) لكل مقطع.

التوافق

يجب أن تتلاءم التشوهات.

الانفعال الحراري

$\alpha\Delta T$.

الإجهاد الحراري

$\sigma = -E\alpha\Delta T$ إذا كان مقيّدًا كليًا.

تركّز الإجهاد

$\sigma_{max} = K\sigma_{avg}$.

اختبار ذاتي

1. مضاعفة طول القضيب (بالحمل والمساحة نفسيهما) تجعل δ...

النصف

كما هي

الضعف

أربعة أضعاف

الضعف. $\delta \propto L$.

2. القضيب المقيّد الذي يُسخَّن يكون في حالة...

شد

ضغط

لا إجهاد

قص فقط

ضغط. المساند تدفعه للخلف.

3. المسائل غير المحددة استاتيكيًا تحتاج إلى...

الاتزان فقط

توافق التشوهات

الديناميكا

لا مخطط جسم حر

توافق التشوهات. مجاهيل أكثر من معادلات الاتزان.

4. الإجهاد الحراري في قضيب مقيّد كليًا لا يعتمد على...

E

α

ΔT

طوله

طوله. $\sigma = -E\alpha\Delta T$.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

توربينات الرياح الأطول تلتقط رياحًا أقوى لكنها تحتاج أبراجًا أطول. تفيد وزارة الطاقة الأمريكية بأن ارتفاع المحور لتوربينات المرافق البرية نما 83% منذ 1998–1999 ليبلغ نحو 103.4 مترًا في 2023، أطول من تمثال الحرية، وأن ارتفاع المحور البحري يُتوقع أن يصل إلى نحو 150 مترًا بحلول 2035. الرياح عمومًا أقوى في الأعلى. وتشير DOE إلى صعوبة نقل الأبراج بأقطارها بالشاحنات تحت الجسور، لذا تدعم الأبراج المبنية في الموقع، ومنها اللحام الحلزوني لتقليل الفولاذ المكلف. وكل برج عمود محمّل محوريًا يجب أن يحمل الوزن فوقه ضمن إجهاده المسموح.

على Saving Planets: الفيزياء 2

المصادر: · U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better) · OpenStax UP2, 1.3 Thermal expansion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-2/pages/1-3-thermal-expansion)

مصادر تعلّم مجانية

- OpenStax UP2, 1.3 Thermal expansion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-2/pages/1-3-thermal-expansion): قسم من كتاب مدرسي مجاني.
- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): التشوه المحوري.
- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT.

أنهيت هذه الوحدة

لي الأعمدة الدائرية ونقل القدرة

انفعال وإجهاد القص في الأعمدة الدائرية الملتوية، وعزم القصور الذاتي القطبي للأعمدة المصمتة والمجوفة، وزاوية اللي، والقدرة وعزم اللي، وتصميم الأعمدة، والأعمدة غير المحددة استاتيكيًا.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب إجهاد القص بـ τ = Tρ/J.
- احسب زاوية اللي ϕ = TL/(GJ).
- حوّل القدرة والسرعة إلى عزم لي بـ P = Tω.
- حدد أبعاد الأعمدة المصمتة والمجوفة واشرح لماذا توفر المجوفة المادة.

المفاهيم الأساسية

- في العمود الدائري الملتوي تبقى المقاطع المستوية مستوية، وينمو انفعال القص خطيًا من المركز: γ = ρϕ/L.
- إجهاد القص τ = Tρ/J، وهو أكبر ما يكون عند السطح الخارجي: τ_max = Tc/J.
- عزم القصور الذاتي القطبي: J = πd⁴/32 للعمود المصمت وJ = π(d_o⁴ − d_i⁴)/32 للمجوف.
- زاوية اللي ϕ = TL/(GJ) بالراديان؛ ولعدة مقاطع اجمعها.
- القدرة P = Tω. الأعمدة البطيئة تنقل عزوم لي هائلة للقدرة نفسها، ولهذا يرفع صندوق التروس سرعة دوران توربين الرياح قبل المولد.

المعادلات الأساسية

$$\tau = \frac{T\rho}{J}, \quad \tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$

τ=(Tρ)/(J), τ_=Tc/J

معادلة اللي

$$J = \frac{\pi d^4}{32}, \quad J = \frac{\pi (d_o^4 - d_i^4)}{32}$$

J=(π d^4)/(32), J=(π(d_o^4-d_i^4))/(32)

عزم القصور الذاتي القطبي

$$\phi = \frac{TL}{GJ}$$

=TL/GJ

زاوية اللي

$$P = T\omega$$

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 4.1 عمود فولاذي مصمت قطره 50 mm ينقل عزم لي 1.5 kN·m. أوجد أقصى إجهاد قص.

1. $J = \pi \times 0.05^4/32 = 6.136 \times 10^{-7}\ \text{m}^4$.
2. $\tau_{max} = Tc/J = 1500 \times 0.025/6.136 \times 10^{-7}$.

الإجابة: 61.1 MPa.

مثال 4.2 العمود نفسه طوله 2 m وG = 80 GPa. أوجد زاوية اللي.

1. $\phi = TL/(GJ) = 1500 \times 2/(80 \times 10^9 \times 6.136 \times 10^{-7})$.

الإجابة: $3.50^\circ = 0.0611$ rad.

مثال 4.3 محرك يعطي 50 kW عند 1500 rpm. حدد قطر عمود مصمت لإجهاد قص مسموح 40 MPa.

1. $\omega = 1500 \times 2\pi/60 = 157.1$ rad/s؛ $T = P/\omega = 318.3$ N·m.
2. $\tau = 16T/(\pi d^3)$ يعطي $d = (16T/(\pi\tau))^{(1/3)}$.

الإجابة: d = 34.3 mm (استخدم 35 mm).

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. عمود مجوف (d_o = 60 mm، d_i = 40 mm) ينقل 2 kN·m. أوجد τ_{max}.

   $J = 1.021 \times 10^{-6}\ \text{m}^4$; $\tau = 2000 \times 0.03/J = 58.8$ MPa.

2. قارن هذا العمود المجوف بعمود مصمت قطره 60 mm: ما نسبة المادة والجساءة J التي يحتفظ بها؟

   المساحة $1 - (40/60)^2 = 55.6\%$؛ وJ $1 - (40/60)^4 = 80.2\%$.

3. عمود مصمت قطره 30 mm ينقل 500 N·m. أوجد τ_{max}.

   $\tau = 16T/(\pi d^3) = 94.3$ MPa.

4. قيم توضيحية: دوّار توربين رياح قدرته 3.4 MW يدور بسرعة توضيحية 12 rpm. أوجد عزم اللي على عموده الرئيسي.

   $\omega = 1.257$ rad/s؛ $T = P/\omega = 2.71$ MN·m (سرعة توضيحية).

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: إجهاد القص منتظم عبر العمود.

في الحقيقة: إنه صفر في المركز وأكبر ما يكون عند السطح.

خرافة: عزم اللي والقدرة شيء واحد.

في الحقيقة: P = Tω: القدرة نفسها عند سرعة منخفضة تحتاج عزم لي أكبر بكثير.

خرافة: العمود المجوف أضعف بكثير.

في الحقيقة: المادة قرب المركز تتحمل إجهادًا قليلًا؛ وإزالتها توفر الوزن مقابل خسارة صغيرة في J.

بطاقات تعليمية

معادلة اللي

τ = Tρ/J.

J المصمت

πd⁴/32.

J المجوف

π(d_o⁴ − d_i⁴)/32.

زاوية اللي

ϕ = TL/(GJ).

القدرة

P = Tω.

تحديد أبعاد العمود

d = (16T/(πτ))^(1/3).

اختبار ذاتي

1. في العمود المصمت يحدث أقصى إجهاد قص...

في المركز

عند السطح الخارجي

في منتصف نصف القطر

بالتساوي في كل مكان

عند السطح الخارجي. τ ∝ ρ.

2. مضاعفة قطر عمود مصمت تضرب J في...

2

4

8

16

16. $J \propto d^4$.

3. زاوية اللي تتناسب مع...

G

J

L

1/L

$\phi = TL/(GJ)$. L.

4. صندوق تروس يرفع سرعة عمود 100 مرة (دون فقد) يغير عزم اللي بمعامل...

100

1/100

1

10

$P = T\omega$. 1/100 ثابت.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

توربين الرياح يرسل قدرته عبر عمود ملتوٍ. تشرح وزارة الطاقة الأمريكية أن الدوّار يتصل بالمولد إما مباشرة، في توربين الدفع المباشر، أو عبر عمود وسلسلة من التروس ترفع سرعة الدوران وتسمح بمولد أصغر حجمًا. وتفيد DOE أيضًا بأن متوسط قدرة توربينات الرياح

المركّبة حديثًا في الولايات المتحدة بلغ 3.4 MW في 2023. ولأن القدرة هي عزم اللي مضروبًا في السرعة، فإن دوّارًا كبيرًا بطيئًا يضع ملايين النيوتن-متر على عموده الرئيسي، ومعادلات اللي في هذه الوحدة تحدد أبعاده.

على Saving Planets: الديناميكا

المصادر: وزارة الطاقة الأمريكية: كيف تعمل توربينات الرياح؟ (بالإنجليزية) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT عن اللي.
- OpenStax UP1, 10.6 Torque (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-6-torque): قسم من كتاب مجاني عن عزم الدوران.
- PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque): تفاعلي.

أنهيت هذه الوحدة

مخططات القص والعزم وإجهاد الانحناء

القص الداخلي وعزم الانحناء في الكمرات، والعلاقتان dV/dx = −w وdM/dx = V، ومخططات القص والعزم، ومعادلة الانحناء σ = My/I، ومعاملات المقطع، وأشكال الكمرات الكفؤة.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- ارسم مخططات القص والعزم للأحمال الشائعة.
- استخدم dV/dx = −w وdM/dx = V للتحقق من المخططات.
- احسب إجهاد الانحناء بـ σ = My/I.
- اختر مقاطع كفؤة باستخدام معامل المقطع S = I/c.

المفاهيم الأساسية

- اقطع كمرة، فيحفظ القص الداخلي V والعزم M القطعة في اتزان. الميول تتبع dV/dx = −w وdM/dx = V، لذا يكون M أكبر ما يكون حيث يمر V بالصفر.
- الانحناء الخالص يبقي المقاطع المستوية مستوية؛ وينمو الانفعال والإجهاد خطيًا من المحور المحايد الذي يمر بالمركز الهندسي.
- معادلة الانحناء σ = −My/I؛ وأكبر إجهاد σ_max = Mc/I = M/S، حيث S = I/c معامل المقطع.
- للمستطيل I = bh³/12، لذا يهم العمق أكثر بكثير من العرض: اللوح الموضوع على حافته أكثر جساءة ومقاومة بكثير من الموضوع مسطحًا.
- الكمرات على شكل I والأنابيب المجوفة تضع المادة بعيدًا عن المحور المحايد، فتعطي I كبيرًا بكتلة قليلة.

المعادلات الأساسية

$$\frac{dV}{dx} = -w, \quad \frac{dM}{dx} = V$$

dV/dx=-w, dM/dx=V

الحمل والقص والعزم

$$\sigma = -\frac{My}{I}, \quad \sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{S}$$

σ=-My/I, σ_=Mc/I=M/S

معادلة الانحناء

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

I=(bh^3)/(12), I=(π d^4)/(64)

المستطيل والدائرة

$$M_{\max} = \frac{PL}{4}, \quad M_{\max} = \frac{wL^2}{8}$$

M_=PL/4, M_=(wL^2)/(8)

بسيطة الارتكاز: حمل مركزي، حمل منتظم

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 5.1 كمرة بسيطة الارتكاز طولها 4 m تحمل 10 kN في منتصف البحر. أوجد ردود الفعل وأقصى عزم.

1. بالتماثل كل رد فعل 5 kN؛ V = ±5 kN.
2. M_max = PL/4 في منتصف البحر.

الإجابة: 10 kN·m.

مثال 5.2 الكمرة مستطيل عرضه 100 mm × 200 mm عمقه. أوجد أقصى إجهاد انحناء.

1. I = 0.1 × 0.2³/12 = 6.667 × 10⁻⁵ m⁴; c = 0.1 m.
2. σ = Mc/I = 10,000 × 0.1/6.667 × 10⁻⁵.

الإجابة: 15 MPa (شد في الأسفل، ضغط في الأعلى).

مثال 5.3 كمرة بسيطة الارتكاز طولها 6 m تحمل 5 kN/m على طولها. أوجد V_max وM_max.

1. ردود الفعل wL/2 = 15 kN لكل منها.
2. M_max = wL²/8 في منتصف البحر، حيث V = 0.

الإجابة: V_max = 15 kN؛ M_max = 22.5 kN·m.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. كابولي طوله 2 m يحمل 3 kN عند طرفه. أوجد أكبر عزم وموضعه.

   M = 3 × 2 = 6 kN·m عند الجدار.

2. لوح 50 mm × 200 mm يُستخدم على حافته بدل وضعه مسطحًا. بأي معامل يزداد I؟

   (200/50)² = 16 مرة.

3. قضيب دائري مصمت قطره 40 mm يحمل M = 500 N·m. أوجد σ_max.

σ = 32M/(πd³) = 79.6 MPa.

4. قيم توضيحية: مركز اختبار NREL يمكنه تطبيق 84 MN·m على جذر الشفرة. لو كان لمقطع الجذر S توضيحي قدره 0.4 m³، فما إجهاد الانحناء الناتج؟

σ = M/S = 84/0.4 = 210 MPa (مقطع توضيحي).

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: أقصى عزم يقع دائمًا تحت أكبر حمل.
في الحقيقة: يقع حيث يمر V بالصفر، وقد يكون في موضع آخر.

خرافة: إجهاد الانحناء منتظم عبر المقطع.
في الحقيقة: إنه صفر عند المحور المحايد وأكبر ما يكون في الأعلى والأسفل.

خرافة: العرض والعمق يساعدان بالتساوي.
في الحقيقة: I يزداد مع h³ لكن مع b فقط.

بطاقات تعليمية

القص–العزم

dM/dx = V; dV/dx = −w.

معادلة الانحناء

σ = My/I.

معامل المقطع

S = I/c; σ = M/S.

I للمستطيل

bh³/12.

حمل مركزي

M_max = PL/4.

حمل منتظم

M_max = wL²/8.

اختبار ذاتي

1. dM/dx يساوي...

w

V

σ

EI

V. ميل مخطط العزم هو القص.

2. المحور المحايد يمر بـ...

الليف العلوي

المركز الهندسي

الركيزة

مركز القص دائمًا

المركز الهندسي. للانحناء الخالص لكمرة مرنة خطيًا.

3. مضاعفة عمق كمرة مستطيلة تضرب I في...

2

4

8

16

.8. h^3

4. M_{max} لكمرة بسيطة الارتكاز بحمل منتظم w هو...

$wL/2$

$wL^2/8$

$wL^2/2$

$PL/4$

$wL^2/8$. نتيجة قياسية.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

شفرات توربينات الرياح كمرات كابولية ضخمة، وتُثنى عمدًا قبل أن تدور. تصف نشرة NREL عن Wind Technology Testing Center في بوسطن، الذي بُني مع وزارة الطاقة الأمريكية وMassachusetts Clean Energy Center، المنشأة الأمريكية الوحيدة القادرة حينها على اختبار شفرات يصل طولها إلى 90 مترًا. الاختبارات الاستاتيكية تسحب الشفرات أفقيًا ورأسيًا لقياس الانحراف والانفعالات، مطبّقةً عزم انحناء يصل إلى 84 ميغانيوتن-متر. ومعادلة الانحناء في هذه الوحدة تحوّل ذلك العزم إلى الإجهاد الذي يقرر اجتياز الشفرة للاعتماد.

على Saving Planets: الاستاتيكا

المصادر: NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT عن الكمرات.
- OpenStax UP1, 12.2 Examples of static equilibrium (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-2-examples-of-static-equilibrium): قسم من كتاب مجاني عن الاتزان.
- PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act): العزوم، تفاعلي.

أنهيت هذه الوحدة

القص المستعرض في الكمرات وتدفق القص والمقاطع المركبة

إجهاد القص الناتج عن الأحمال المستعرضة، ومعادلة القص τ = VQ/(It)، وإجهاد القص في المقاطع المستطيلة والدائرية، وتدفق القص في الكمرات المجمّعة والملصقة، وتباعد المثبتات، والكمرات من مادتين.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب Q وإجهاد القص τ = VQ/(It).
- استخدم τ_max = 1.5V/A للمستطيلات و4V/(3A) للدوائر.
- أوجد تدفق القص q = VQ/I وتباعد المسامير أو البراغي أو مقاومة الغراء في الكمرات المجمّعة.
- اشرح كيف تعمل الكمرات الطبقية معًا.

المفاهيم الأساسية

- الكمرة ذات العزم المتغير تحمل أيضًا إجهاد قص على المستويات الأفقية؛ لهذا تنزلق كومة ألواح سائبة وتنحني أكثر بكثير من كتلة واحدة ملصقة.
- معادلة القص τ = VQ/(It) تستخدم Q = A'ȳ'، العزم الأول حول المحور المحايد للمساحة الواقعة خلف القطع.
- في المستطيل يكون إجهاد القص قطعيًا مكافئًا، صفرًا في الأعلى والأسفل و1.5V/A عند المحور المحايد.
- تدفق القص q = VQ/I هو القوة لكل وحدة طول التي يجب أن يحملها خط الغراء أو صف المثبتات؛ وتباعد المثبتات s = F_fastener/q.
- في معظم الكمرات الطويلة يحكم الانحناء؛ وفي الكمرات القصيرة العميقة وفي الخشب قد يحكم القص.

المعادلات الأساسية

$$\tau = \frac{VQ}{It}, \quad Q = A' \bar{y}'$$

τ=VQ/It, Q=A' y'

معادلة القص

$$\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$$

τ_=3V/2A

المستطيل

$$\tau_{\max} = \frac{4V}{3A}$$

τ_=4V/3A

الدائرة المصمتة

$$q = \frac{VQ}{I}, \quad s = \frac{F}{q}$$

q=VQ/I, s=F/q

تدفق القص وتباعد المثبتات

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 6.1 كمرة مستطيلة 100 mm × 200 mm تحمل V = 15 kN. أوجد أقصى إجهاد قص.

1. A = 0.02 m².
2. τ_max = 1.5V/A = 1.5 × 15000/0.02.

الإجابة: 1.125 MPa عند المحور المحايد.

مثال 6.2 لوحان 50 mm × 150 mm ملصقان مسطحين أحدهما فوق الآخر لتكوين كمرة عرضها 150 mm × عمقها 100 mm تحمل V = 10 kN. أوجد إجهاد القص الذي يجب أن يحمله الغراء.

1. $I = 0.15 \times 0.1^3/12 = 1.25 \times 10^{-5}$ m⁴.
2. $Q = 0.15 \times 0.05 \times 0.025 = 1.875 \times 10^{-4}$ m³.
3. q = VQ/I = 150 N/mm; τ = q/b = 150/150.

الإجابة: τ = 1.0 MPa (يساوي 1.5V/A).

مثال 6.3 اللوحان نفسهما مثبتان بالمسامير بدلًا من ذلك، تحت V = 2 kN، وكل مسمار يحمل 900 N. أوجد تباعد المسامير.

1. $q = VQ/I = 2000 \times 1.875 \times 10^{-4}/1.25 \times 10^{-5} = 30$ N/mm.
2. s = F/q = 900/30.

الإجابة: 30 mm.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. عمود مصمت قطره 50 mm يحمل V = 10 kN. أوجد τ_max.

   A = 1963 mm²; τ = 4V/(3A) = 6.79 MPa.

2. مستطيل 50 mm × 100 mm يحمل V = 5 kN. أوجد τ_max.

1.5 × 5000/5000 = 1.5 MPa.

3. لكمرة مستطيلة بسيطة الارتكاز بحمل مركزي، بيّن أن σ_max/τ_max = 2L/h، واحسبها عند L/h = 10.

σ = 1.5PL/(bh²)، τ = 0.75P/(bh)، والنسبة 2L/h = 20: الانحناء يحكم الكمرات الطويلة.

4. قيم توضيحية: مواد مبنى متوسط الارتفاع تحمل 1000 t CO_2e من الانبعاثات المتضمنة. باستخدام المدى من 13% إلى 26.5% من ورقة Forest Service، قدّر التوفير باستخدام الخشب الكتلي.

من 130 إلى 265 t CO_2e (مبنى توضيحي).

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: إجهاد القص أكبر ما يكون في الأعلى والأسفل، مثل إجهاد الانحناء.
في الحقيقة: إنه صفر هناك وأكبر ما يكون عند المحور المحايد.

خرافة: Q هو عزم القصور الذاتي.
في الحقيقة: Q عزم أول للمساحة (m³)؛ وا عزم ثانٍ (m⁴).

خرافة: الغراء يكفيه أن يمسك الألواح معًا رأسيًا.
في الحقيقة: يجب أن يحمل تدفق القص الأفقي q.

بطاقات تعليمية

معادلة القص

τ = VQ/(It).

العزم الأول Q

A'ȳ' خلف القطع.

المستطيل

τ_max = 1.5V/A.

الدائرة

τ_max = 4V/(3A).

تدفق القص

q = VQ/I.

تباعد المثبتات

s = F/q.

اختبار ذاتي

1. للمستطيل، τ_max يساوي...

V/A

1.5V/A

2V/A

4V/(3A)

1.5V/A. توزيع قطعي مكافئ.

2. وحدات تدفق القص هي...

N/m^2

N/m

N·m

m^3

N/m. قوة لكل طول.

3. Q هو...

$A'\bar{y}'$

$bh^3/12$

VQ/I

Mc/I

$A'\bar{y}'$. العزم الأول للمساحة خلف القطع.

4. تنصيف تباعد المسامير يسمح للكمرة بحمل كم ضعفًا من القص؟

كما هي

الضعف

أربعة أضعاف

النصف

الضعف. q = F/s يتضاعف.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

طبقات الخشب الملصقة التي تحمل تدفق القص تبني أفقًا عمرانيًا أقل كربونًا. تشرح ورقة صدرت في 2022 عبر Forest Products Laboratory التابع لـ USDA Forest Service أن الخشب المتقاطع الطبقات في طليعة حركة الخشب الكتلي التي تتيح بناء مبانٍ خشبية أطول، وأن عدة دراسات تُظهر أن استبدال الفولاذ والخرسانة بالخشب الكتلي في المباني متوسطة الارتفاع يمكن أن يخفض انبعاثات تصنيع مواد البناء ونقلها وتركيبها بنسبة 13% إلى 26.5%. ويؤكد المؤلفون أيضًا على ضمانات كي لا يضر الطلب المتزايد على الخشب بكربون الغابات وصحتها. وخطوط الغراء بين الطبقات يجب أن تحمل تدفق القص من هذه الوحدة.

على Saving Planets: الغابات

المصادر: USDA Forest Service: What is the impact of mass timber utilization on climate and forests? (2022) (https://research.fs.usda.gov/treesearch/63853)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT عن الكمرات.
- OpenStax UP1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): إجهاد القص ومعامل القص.

أنهيت هذه الوحدة

تحويل الإجهادات ودائرة مور ونظريات الانهيار والكلال

الإجهاد المستوي على مستويات مدوّرة، والإجهادات الرئيسية وأقصى قص، ودائرة مور، ومعيارا الخضوع لتريسكا وفون ميزس، ومقدمة عن الكلال تحت الأحمال المتكررة.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- حوّل الإجهاد المستوي إلى أي زاوية وأوجد الإجهادات والمستويات الرئيسية.
- ارسم دائرة مور واستخدمها.
- طبّق معياري تريسكا وفون ميزس لإيجاد معامل الأمان.
- اشرح الكلال ولماذا قد تنهار الأجزاء عند إجهادات أقل بكثير من مقاومتها الاستاتيكية.

المفاهيم الأساسية

- حالة الإجهاد نفسها تبدو مختلفة على مستويات مختلفة. التدوير بزاوية θ يغير σ وτ، لكن بعض المستويات لا قص عليها: المستويات الرئيسية.
- الإجهادات الرئيسية σ₁,₂ = (σx + σy)/2 ± R، حيث R = √(((σx − σy)/2)² + τxy²). وأقصى قص في المستوى هو R، على مستويات تميل 45° عن المستويات الرئيسية.
- دائرة مور ترسم (σ، τ) لكل مستوى: المركز عند (σx + σy)/2 ونصف القطر R. والزاوية θ على العنصر تقابل 2θ على الدائرة.
- المعادن المطيلية تخضع بالقص. تريسكا: أكبر إجهاد قص يبلغ σ_Y/2. فون ميزس: σ_vm = √(σ₁² − σ₁σ₂ + σ₂²) يبلغ σ_Y (وهو يطابق بيانات الاختبار أفضل قليلًا).
- الأحمال المتكررة تنمّي الشقوق من عيوب صغيرة، فقد تنكسر الأجزاء بعد ملايين الدورات عند إجهادات أقل بكثير من الخضوع. ويستخدم المصممون منحنيات S–N ويختبرون أجزاء كاملة طوال عمرها من الدورات.

المعادلات الأساسية

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

σ_1,2=(σ_x+σ_y)/(2)((σ_x-σ_y)/(2))^2+τ_xy^2

الإجهادات الرئيسية

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

2θ_p=2τ_xyσ_x-σ_y

الزاوية الرئيسية

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

σ_vm=σ_1^2-σ_1σ_2+σ_2^2

فون ميزس (إجهاد مستوٍ)

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

σ_vm=σ^2+3τ^2

عمودي مع قص (أعمدة دوارة، كمرات)

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 7.1 نقطة فيها σx = 80 MPa وσy = −40 MPa وτxy = 30 MPa. أوجد الإجهادات الرئيسية والزاوية الرئيسية وأقصى قص في المستوى.

1. المركز = 20 MPa؛ R = √(60² + 30²) = 67.1 MPa.
2. σ₁ = 20 + 67.1; σ₂ = 20 − 67.1.
3. tan 2θ_p = 60/120 = 0.5.

الإجابة: σ₁ = 87.1 MPa، σ₂ = −47.1 MPa، θ_p = 13.3°، τ_max = 67.1 MPa.

مثال 7.2 لحالة الإجهاد تلك، أوجد إجهاد فون ميزس ومعامل الأمان لفولاذ σ_Y = 250 MPa.

1. σ_vm = √(87.1² − (87.1)(−47.1) + 47.1²).
2. FS = 250/σ_vm.

الإجابة: σ_vm = 117.9 MPa; FS = 2.12.

مثال 7.3 استخدم تريسكا للنقطة نفسها.

1. σ₁ وσ₂ مختلفتا الإشارة، لذا τ_abs max = (σ₁ − σ₂)/2 = 67.1 MPa.
2. FS = (σ_Y/2)/τ_max = 125/67.1.

الإجابة: FS = 1.86 (تريسكا أكثر تحفظًا قليلًا).

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. سطح عمود في قص خالص، τ = 50 MPa. أوجد الإجهادات الرئيسية ومستوياتها.

σ₁ = 50 MPa، σ₂ = −50 MPa، على مستويات بزاوية 45°.

2. قضيب في شد أحادي المحور عند 100 MPa. أوجد أقصى إجهاد قص ومستواه.

$\tau_{max} = 50$ MPa على مستويات بزاوية 45°.

3. عمود يحمل $\sigma = 60$ MPa من الانحناء و$\tau = 40$ MPa من اللي. أوجد إجهاد فون ميزس.

$\sigma_{vm} = \sqrt{(60^2 + 3 \times 40^2)} = 91.7$ MPa.

4. قيم توضيحية: جزء يكمل دورة واحدة كل ثانية لمدة 20 سنة. كم دورة حمل هذه؟

$20 \times 365.25 \times 86400 = 6.31 \times 10^8$ دورة.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: أكبر إجهاد هو دائمًا σx أو σy.
في الحقيقة: الإجهادات الرئيسية على المستويات المدوّرة قد تكون أكبر.

خرافة: الزاوية θ على العنصر هي θ على دائرة مور.
في الحقيقة: إنها 2θ على الدائرة.

خرافة: إذا صمد جزء أمام حمل مرة، يصمد أمامه إلى الأبد.
في الحقيقة: الأحمال المتكررة قد تنمّي شقوق الكلال عند إجهادات أقل بكثير من المقاومة الاستاتيكية.

بطاقات تعليمية

الإجهادات الرئيسية

المركز ± R.

نصف قطر دائرة مور

$R = \sqrt{(((\sigma x - \sigma y)/2)^2 + \tau^2)}$.

أقصى قص في المستوى

$\tau_{max} = R$، عند 45°.

تريسكا

$\tau_{max} = \sigma_Y/2$ عند الخضوع.

فون ميزس

$\sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)}$.

الكلال

انهيار بعد دورات كثيرة دون الخضوع.

اختبار ذاتي

1. على المستويات الرئيسية يكون إجهاد القص...

أقصى ما يمكن

صفر

مساويًا لـ σ_1

R

صفر. التعريف.

2. بأي زاوية تميل مستويات أقصى قص في المستوى عن المستويات الرئيسية؟

30°

45°

60°

90°

90° .°45 على الدائرة.

3. فون ميزس لإجهاد أحادي المحور σ يساوي...

σ/2

σ

√3σ

2σ

.σ. $\sigma_2 = 0$

4. انهيار الكلال يحركه...

حمل واحد كبير

دورات حمل متكررة

درجة الحرارة وحدها

اللون

دورات حمل متكررة. الشقوق تنمو دورة بعد دورة.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

يجب أن تصمد شفرة توربين الرياح لعقود من الانحناء ذهابًا وإيابًا. تشرح نشرة NREL عن Wind Technology Testing Center أن اختبارات الكلال تُدير الشفرات ملايين الدورات لمحاكاة ما تمر به الشفرة طوال عمرها على التوربين، باستخدام نظام الإثارة الرنينية لدى NREL بحركة تصل إلى 21 مترًا من طرف إلى طرف عند الرأس، لتوليد ما يزيد على 20 سنة من الأحمال الدورية الميدانية في غضون أشهر. والإجهاد المركب ونظريات الانهيار والكلال، وكلها في هذه الوحدة، تقرر اجتياز الشفرة.

على Saving Planets: الاستاتيكا

المصادر: NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT عن تحويل الإجهادات.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): محاضرات MIT عن الخضوع والكسر والكلال.

أنهيت هذه الوحدة

أوعية الضغط رقيقة الجدران والأحمال المركبة

الإجهاد الطوقي والمحوري في الأسطوانات الرقيقة، والإجهاد في الكرات الرقيقة، وسمك الجدار المطلوب، وجمع إجهادات المحوري والانحناء واللي والضغط عند نقطة.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- احسب الإجهادين الطوقي والمحوري في الأسطوانات والكرات رقيقة الجدران.
- أوجد سمك الجدار المطلوب لضغط وإجهاد مسموح معينين.
- اجمع عند نقطة إجهادات المحوري والانحناء واللي والضغط.
- أوجد الإجهادات الرئيسية وإجهاد فون ميزس للأحمال المركبة.

المفاهيم الأساسية

- يكون الوعاء رقيق الجدار حين تكون r/t نحو 10 أو أكثر؛ وعندها يكون إجهاد الجدار شبه منتظم عبر السمك.
- الأسطوانة: الإجهاد الطوقي σ_h = pr/t، والإجهاد المحوري σ_a = pr/(2t). الطوقي ضعف المحوري، ولهذا تنشق الأنابيب المفرطة الضغط طوليًا.
- الكرة: σ = pr/(2t) في كل اتجاه، لذا تحتاج الكرة نصف جدار أسطوانة لها نصف القطر نفسه.
- تحت الأحمال المركبة، اجمع عند نقطة الإجهادات الناتجة عن كل حمل (التراكب)، ثم استخدم دائرة مور أو معيار انهيار.
- الوحدات مهمة: 1 bar = 0.1 MPa و1 psi = 6894.757 Pa (NIST).

المعادلات الأساسية

$$\sigma_h = \frac{pr}{t}, \quad \sigma_a = \frac{pr}{2t}$$

σ_h=pr/t, σ_a=pr/2t

أسطوانة رقيقة

$$\sigma = \frac{pr}{2t}$$

σ=pr/2t

كرة رقيقة

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$$

σ=P/AMc/I

محوري مع انحناء

$$t = \frac{pr}{\sigma_{\text{allow}}}$$

`t=σ_allow`

جدار الأسطوانة المطلوب

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 8.1 قيم توضيحية: أسطوانة هيدروجين نصف قطرها الداخلي 150 mm وجدارها 15 mm تحمل 700 bar (70 MPa). أوجد الإجهادين الطوقي والمحوري.

1. r/t = 10، تقدير الجدار الرقيق.
2. σ_h = pr/t = 70 × 10; σ_a = σ_h/2.

الإجابة: σ_h = 700 MPa، σ_a = 350 MPa (خزان توضيحي، ولهذا تستخدم هذه الخزانات مواد مركبة من ألياف الكربون).

مثال 8.2 كرة بنصف القطر والجدار والضغط نفسها: أوجد الإجهاد.

1. σ = pr/(2t).

الإجابة: 350 MPa، نصف الإجهاد الطوقي للأسطوانة.

مثال 8.3 عمود مصمت قطره 100 mm يحمل حمل ضغط 10 kN وعزم انحناء 3 kN·m. أوجد أكبر إجهادي ضغط وشد.

1. P/A = 10000/7854 mm² = 1.27 MPa ضغطًا.
2. Mc/I = 32M/(πd³) = 30.6 MPa.

الإجابة: 31.8 MPa ضغطًا على وجه؛ و29.3 MPa شدًا على الآخر.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. تغيّر تصميم خزان من 350 bar إلى 700 bar بنصف القطر والإجهاد المسموح نفسيهما. كيف يجب أن يتغير سمك الجدار؟

   t = pr/σ: يتضاعف.

2. قيم توضيحية: أسطوانة غاز لها r = 150 mm وt = 3 mm وp = 2 MPa. أوجد σ_h وσ_a.

   σ_h = 100 MPa; σ_a = 50 MPa.

3. أوجد سمك جدار أسطوانة لها p = 35 MPa وr = 200 mm وσ_allow = 600 MPa.

$t = 35 \times 200/600 = 11.7$ mm.

4. حوّل 10000 psi الواردة من DOE إلى MPa بمعامل NIST.

$10000 \times 6894.757\ \text{Pa} = 68.9$ MPa، أي نحو 700 bar.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: الإجهادان الطوقي والمحوري متساويان في الأسطوانة.
في الحقيقة: الإجهاد الطوقي ضعف الإجهاد المحوري.

خرافة: معادلات الجدار الرقيق تصلح لأي وعاء.
في الحقيقة: فقط حين تكون r/t نحو 10 أو أكثر.

خرافة: يمكنك جمع إجهادات أحمال مختلفة عند نقاط مختلفة.
في الحقيقة: اجمع عند النقطة نفسها وفي الاتجاه نفسه.

بطاقات تعليمية

الإجهاد الطوقي

$\sigma_h = pr/t$.

الإجهاد المحوري

$\sigma_a = pr/(2t)$.

الكرة

$\sigma = pr/(2t)$.

الجدار الرقيق

$r/t \lesssim 10$.

التراكب

اجمع الإجهادات عند نقطة.

bar وpsi

1 bar = 0.1 MPa؛ 1 psi = 6894.757 Pa.

اختبار ذاتي

1. الإجهاد الطوقي في أسطوانة رقيقة هو…

pr/(2t)

pr/t

pt/r

2pr/t

pr/t. اتزان نصف حلقة.

2. إجهاد جدار الكرة مقارنة بالإجهاد الطوقي للأسطوانة (بنفس p وr وt) هو...

الضعف

متساويان

النصف

الربع

النصف. pr/(2t).

3. الأنبوب المفرط الضغط ينشق عادةً...

حول محيطه

طوليًا

عند الطرفين فقط

أبدًا

طوليًا. الإجهاد الطوقي هو الأكبر.

4. 700 bar تساوي نحو...

7 MPa

70 MPa

700 MPa

0.7 MPa

70 MPa. 1 bar = 0.1 MPa.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

يمكن للهيدروجين تشغيل الشاحنات والحافلات والصناعة دون انبعاثات كربونية عند نقطة الاستخدام، لكن يجب تخزينه. تشرح وزارة الطاقة الأمريكية أن للهيدروجين أعلى طاقة لكل كتلة بين الأنواع كلها من الوقود لكن طاقته لكل حجم منخفضة جدًا، لذا يتطلب تخزينه غازًا عادةً خزانات عالية الضغط عند 350–700 bar (5000–10000 psi)، بينما يتطلب تخزينه سائلًا درجات حرارة مبرّدة جدًا لأنه يغلي عند 252.8 °C− تحت الضغط الجوي. ومعادلة الإجهاد الطوقي في هذه الوحدة تبيّن لماذا تحتاج تلك الخزانات جدرانًا قوية جدًا وخفيفة.

على Saving Planets: الكيمياء العامة I

المصادر: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9) · U.S. DOE: Hydrogen storage (https://www.energy.gov/eere/fuelcells/hydrogen-storage)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT عن أوعية الضغط.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): مقرر MIT التالي.

أنهيت هذه الوحدة

انحراف الكمرات

المنحنى المرن وv" EI M = ، والتكامل مع الشروط الحدية، ومعادلات الانحراف القياسية، والتراكب، وحدود الصلاحية للاستخدام، والكمرات غير المحددة استاتيكيًا.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- كامل v" EI M = مع الشروط الحدية لإيجاد الميل والانحراف.
- استخدم معادلات الانحراف القياسية والتراكب.
- تحقق من الانحراف مقابل حد صلاحية مثل L/360.
- حل الكوابيل المسندودة وغيرها من الكمرات غير المحددة استاتيكيًا.

المفاهيم الأساسية

- للميول الصغيرة يخضع المنحنى المرن لـ EI d²v/dx² = M(x). كامل مرتين واستخدم الركائز لتحديد الثوابت (v = 0 عند المفاصل؛ وv' = 0 عند الطرف المثبت).
- EI هي جساءة الانحناء: مادة أكثر جساءة (E) أو مقطع أعمق (I) يعطي انحرافات أصغر.
- نتائج قياسية: كابولي بحمل طرفي δ = PL³/(3EI)؛ وبسيط الارتكاز بحمل مركزي PL³/(48EI)؛ وبحمل منتظم 5wL⁴/(384EI).
- الانحرافات الناتجة عن أحمال منفصلة تُجمع (التراكب) ما دامت الكمرة مرنة خطيًا.
- الركيزة الإضافية تجعل الكمرة غير محددة استاتيكيًا؛ أزلها، واحسب الانحراف عندها، واختر رد الفعل الذي يلغيه.

المعادلات الأساسية

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

EI(d^2v)/(dx^2)=M(x)

المنحنى المرن

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \delta = \frac{wL^4}{8EI}$$

=(PL^3)/(3EI), =(wL^4)/(8EI)

الكابولي: حمل طرفي، حمل منتظم

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}, \quad \delta = \frac{5wL^4}{384EI}$$

=(PL^3)/(48EI), =(5wL^4)/(384EI)

بسيطة الارتكاز: حمل مركزي، حمل منتظم

$$R_B = \frac{3wL}{8}$$

R_B=3wL/8

كابولي مسنود، حمل منتظم

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 9.1 كابولي فولاذي طوله 2 m (E = 200 GPa، I = 8 × 10⁻⁶ m⁴) يحمل 1 kN عند طرفه. أوجد انحراف الطرف.

1. δ = PL³/(3EI) = 1000 × 8/(3 × 200 × 10⁹ × 8 × 10⁻⁶).

الإجابة: 1.67 mm.

مثال 9.2 كمرة فولاذية بسيطة الارتكاز طولها 6 m (I = 1 × 10⁻⁴ m⁴) تحمل 10 kN/m. أوجد الانحراف في منتصف البحر وقارنه بـ L/360.

1. δ = 5wL⁴/(384EI) = 5 × 10,000 × 1296/(384 × 200 × 10⁹ × 10⁻⁴).
2. L/360 = 16.7 mm.

الإجابة: 8.44 mm، ضمن الحد.

مثال 9.3 الكمرة نفسها مثبتة عند A ومسنودة عند B. أوجد رد فعل السند.

1. أزل السند: انحراف طرف الكابولي wL⁴/(8EI).
2. قوة السند R_B تعطي R_BL³/(3EI) إلى الأعلى؛ ساوِ بينهما.

الإجابة: R_B = 3wL/8 = 22.5 kN.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. يُضاعف طول كابولي بالحمل الطرفي نفسه. بأي معامل يزداد انحراف الطرف؟

   8 = 2³ مرات.

2. كمرة خشبية بسيطة الارتكاز (E = 10 GPa، I = 5 × 10⁻⁵ m⁴، L = 4 m) تحمل 5 kN في منتصف البحر. أوجد δ.

   PL³/(48EI) = 13.3 mm.

3. كابولي فولاذي طوله 3 m (I = 1 × 10⁻⁵ m⁴) يحمل 2 kN/m. أوجد انحراف الطرف.

.wL⁴/(8EI) = 10.1 mm

4. تقول DOE إن مساحات مسح الدوّارات نمت نحو 670% منذ 1998–1999. إذا كانت مساحة المسح تنمو مع مربع القطر، فبأي معامل نما متوسط القطر؟

مساحة المسح 7.7×، إذن القطر √7.7 = 2.77 ×.

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: الانحراف ينمو بالتناسب مع الطول.
في الحقيقة: إنه ينمو مع L³ أو L⁴.

خرافة: الفولاذ الأقوى ينحرف أقل.
في الحقيقة: الانحراف يعتمد على E، وهو متقارب لجميع أنواع الفولاذ.

خرافة: إذا كانت الكمرة قوية بما يكفي فهي جيدة بما يكفي.
في الحقيقة: يجب أن تكون أيضًا جاسئة بما يكفي: الأرضيات التي تهتز أو الشفرات التي تصطدم بالبرج تخفق في الخدمة.

بطاقات تعليمية

المنحنى المرن

.= M "EIv

كابولي بحمل طرفي

.PL³/(3EI)

بسيطة الارتكاز بحمل مركزي

.PL³/(48EI)

بسيطة الارتكاز بحمل منتظم

.5wL⁴/(384EI)

التراكب

اجمع الانحرافات من كل حمل.

صلاحية الاستخدام

حد مثل L/360.

اختبار ذاتي

1. انحراف طرف كابولي بحمل عند طرفه:

PL³/(3EI)

PL³/(48EI)

PL²/(2EI)

$5wL^4/(384EI)$

$PL^3/(3EI)$. نتيجة قياسية.

2. يُسمى EI...

معامل المقطع

جساءة الانحناء

العزم القطبي

تدفق القص

جساءة الانحناء. مقاومة تشوه الانحناء.

3. عند الركيزة المثبتة...

$v = 0$ فقط

$v = 0$ و $v' = 0$

$M = 0$

$V = 0$

$v = 0$ و$v' = 0$. لا انحراف ولا دوران.

4. مضاعفة بحر كمرة بسيطة الارتكاز بحمل منتظم تضرب δ في...

4

8

16

2

L^4. 16.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

الشفرات الأطول تلتقط رياحًا أكثر لكنها تنحرف أكثر أيضًا. تفيد وزارة الطاقة الأمريكية بأن متوسط قطر دوّار التوربينات المركّبة حديثًا في الولايات المتحدة تجاوز 133.8 مترًا في 2023، وأن 98% من التوربينات الجديدة في ذلك العام كانت دواراتها 115 مترًا أو أكثر، وأن مساحات مسح الدوّارات نمت نحو 670% منذ 1999–1998، مما يتيح إنتاج كهرباء أكثر حتى حيث تكون الرياح أضعف. وتشير DOE إلى أن الشفرات لا يمكن طيها أو ثنيها بعد تصنيعها، مما يحد من نقلها بالشاحنات، وهي تبحث في شفرات أنحف وأكثر مرونة. ونظرية انحراف الكمرات هي ما يمنع به المصممون الشفرة المرنة من الاصطدام بالبرج.

على Saving Planets: الفيزياء 2

المصادر: U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT عن انحراف الكمرات.
- OpenStax Calculus Volume 1, 5.5 Substitution (https://openstax.org/books/calculus-volume-1/pages/5-5-substitution): مراجعة مجانية للتفاضل والتكامل لتكامل المنحنى المرن.

أنهيت هذه الوحدة

انبعاج الأعمدة

الاستقرار والحمل الحرج، ومعادلة أويلر للأعمدة المفصلية، والطول الفعّال لشروط الأطراف الأخرى، ونسبة النحافة والإجهاد الحرج، والانبعاج غير المرن، والعيوب، والقشريات الرقيقة مع معاملات التخفيض.

أهداف التعلّم

في نهاية هذه الوحدة ستستطيع أن:

- اشرح الاتزان المستقر والمحايد وغير المستقر في الأعمدة.
- احسب أحمال أويلر الحرجة بمعاملات الطول الفعّال.
- استخدم نسبة النحافة للتمييز بين الانبعاج والخضوع.
- اشرح لماذا تهم العيوب ومعاملات التخفيض في القشريات الرقيقة مثل خزانات الصواريخ.

المفاهيم الأساسية

- قد ينهار العمود النحيف فجأة بالانحناء جانبيًا عند حمل أقل بكثير من حمل السحق. هذا الحمل هو الحمل الحرج P_cr.
- أويلر: P_cr = π²EI/(KL)². K = 1 لمفصلي–مفصلي، و2 لمثبت–حر، و0.5 لمثبت–مثبت، ونحو 0.7 لمثبت–مفصلي.
- الانبعاج يستخدم أصغر I للمقطع: ينبعج العمود حول محوره الضعيف.
- الإجهاد الحرج σ_cr = π²E/(KL/r)²، مع نصف قطر التدويم r = √(I/A). إذا تجاوز σ_cr مقاومة الخضوع، يخضع العمود القصير أولًا؛ وبينهما ينطبق الانبعاج غير المرن.
- القشريات الأسطوانية الرقيقة، مثل خزانات الصواريخ، شديدة الحساسية للعيوب الدقيقة، لذا يضرب المصممون حمل الانبعاج المثالي في معامل تخفيض مأخوذ من الاختبارات.

المعادلات الأساسية

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{(K L)^2}$$

P_cr=(π^2EI)/((KL)^2)

حمل أويلر الحرج

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}, \quad r = \sqrt{I/A}$$

σ_cr=(π^2E)/((KL/r)^2), r=/A

الإجهاد الحرج

$$K = 1,\ 2,\ 0.5,\ 0.7$$

K=1,\ 2,\ 0.5,\ 0.7

مفصلي، مثبت–حر، مثبت–مثبت، مثبت–مفصلي

أمثلة محلولة خطوة بخطوة

مثال 10.1 عمود فولاذي مفصلي الطرفين ($E = 200$ GPa) طوله 3 m و$I = 2 \times 10^{-6}$ m^4. أوجد P_{cr}.

1. $P_{cr} = \pi^2 \times 200 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} / 3^2$.

الإجابة: 438.6 kN.

مثال 10.2 العمود نفسه مثبت عند القاعدة وحر في الأعلى. أوجد P_{cr}.

1. $K = 2$، إذن $KL = 6$ m وتنخفض P_{cr} بمعامل 4.

الإجابة: 109.7 kN.

مثال 10.3 قضيب فولاذي مصمت قطره 50 mm وطوله 2 m مفصلي الطرفين، و$\sigma_Y = 250$ MPa. هل ينبعج أم يخضع أولًا؟

1. $r = d/4 = 12.5$ mm; $KL/r = 2000/12.5 = 160$.
2. $\sigma_{cr} = \pi^2 \times 200{,}000 / 160^2$ MPa.

الإجابة: $\sigma_{cr} = 77.1$ MPa < 250 MPa: ينبعج أولًا.

تمارين

حلّ كلًّا منها على الورق أولًا، ثم تحقق.

1. يُضاعف طول عمود. ماذا يحدث لـ P_{cr}؟

   تنخفض إلى الربع.

2. كيف يقارن عمود مثبت–مثبت بعمود مفصلي–مفصلي له الطول نفسه؟

   $K = 0.5$، إذن P_{cr} أكبر 4 مرات.

3. تصف ناسا حمل اختبار يصل إلى 750000 رطل. حوّله إلى ميغانيوتن بمعامل NIST.

   $750{,}000 \times 4.448222$ N $= 3.34$ MN.

4. قيم توضيحية: وجدت ناسا أن إزالة سماكات اللحام قد ترفع سعة التحميل حتى 28%. ماذا تحمل أسطوانة توضيحية سعتها 10 MN؟

   $10 \times 1.28 = 12.8$ MN (أسطوانة توضيحية).

مفاهيم خاطئة شائعة

خرافة: تنهار الأعمدة حين يبلغ الإجهاد الخضوع.

في الحقيقة: الأعمدة النحيفة تنبعج عند إجهاد أقل بكثير.

خرافة: ينبعج العمود حول محوره القوي.

في الحقيقة: ينبعج حول المحور ذي أصغر I.

خرافة: حمل أويلر هو ما سيحمله العمود الحقيقي.

في الحقيقة: العيوب والأحمال اللامركزية تخفضه، وخاصة للقشريات الرقيقة.

بطاقات تعليمية

حمل أويلر

$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$.

الطول الفعّال

$K = 1, 2, 0.5, 0.7$.

نصف قطر التدويم

$r = \sqrt{(I/A)}$.

الإجهاد الحرج

$\pi^2 E/(KL/r)^2$.

المحور الضعيف

أصغر I هو الحاكم.

معامل التخفيض

تخفيض مبني على الاختبارات للقشريات الرقيقة.

اختبار ذاتي

1. P_{cr} لأويلر تتناسب مع...

L

1/L

$1/L^2$

L^2

$1/L^2$. $\pi^2 EI/(KL)^2$.

2. K لعمود مثبت–حر (سارية علم):

0.5

0.7

1

2

2. الطول الفعّال 2L.

3. نسبة النحافة هي…

KL/r

r/L

I/A

E/σ_Y

KL/r. الطول الفعّال مقسومًا على نصف قطر التدويم.

4. معامل التخفيض يأخذ في الحسبان…

درجة الحرارة

حساسية القشريات الرقيقة للعيوب

طلاء

الجاذبية

حساسية القشريات الرقيقة للعيوب. القشريات الحقيقية تنبعج دون النظرية المثالية.

أعد هذا الاختبار

كيف يساعد هذا في إنقاذ الكوكب

الصواريخ الأخف تطلق الأقمار الصناعية التي ترصد مناخ الأرض، والانبعاج يحدد مدى خفة خزاناتها. يفيد NASA Engineering and Safety Center بأن فريق Shell Buckling Knockdown Factor التابع له أعاد فحص معاملات تخفيض لم تُحدَّث منذ حقبة أبولو في ستينيات القرن العشرين (1960). وأدت ثمانية اختبارات مصغرة واختباران بالحجم الكامل على أسطوانات معدنية إلى معاملات تخفيض جديدة تُستخدم في المرحلة الأساسية لـ Space Launch System، محققةً وفورات في الكتلة والتكلفة. وفي

أحد الاختبارات انبعجت أسطوانة قطرها 8 أقدام محمّلة حتى 750000 رطل في حدود 2.5% من تنبؤ المهندس، وأظهرت النتائج الأولى أن إزالة سماكات اللحام قد ترفع سعة التحميل حتى 28%.

على Saving Planets: مقدمة في هندسة الطيران والفضاء

المصادر: NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/)

مصادر تعلّم مجانية

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): محاضرات MIT عن الانبعاج.
- NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/): كيف تختبر ناسا انبعاج أسطوانات الصواريخ.

أنهيت هذه الوحدة

مجموعات المسائل

هذه التمارين داخل كل وحدة. حلّها على الورق أولًا، ثم افتح الإجابة.

1. الإجهاد: العمودي والقصي والتحميلي؛ الإجهاد المسموح ومعامل الأمان
   4 مسائل
2. الانفعال وسلوك المادة: قانون هوك ونسبة بواسون ومنحنى الإجهاد–الانفعال
   4 مسائل
3. العناصر المحمّلة محوريًا: التشوه والقضبان غير المحددة استاتيكيًا والإجهاد الحراري
   4 مسائل
4. لي الأعمدة الدائرية ونقل القدرة
   4 مسائل
5. مخططات القص والعزم وإجهاد الانحناء
   4 مسائل
6. القص المستعرض في الكمرات وتدفق القص والمقاطع المركبة
   4 مسائل
7. تحويل الإجهادات ودائرة مور ونظريات الانهيار والكلال
   4 مسائل
8. أوعية الضغط رقيقة الجدران والأحمال المركبة
   4 مسائل
9. انحراف الكمرات
   4 مسائل
10. انبعاج الأعمدة
    4 مسائل

المختبر (Materials lab)

المختبر هو الجزء العملي من المقرر. وهو هنا مجاني وللتدريب فقط، دون ساعات معتمدة.

يمكن إجراء كل مختبر في محاكاة مجانية أو بأدوات منزلية. الأشرطة المطاطية المشدودة والسباغيتي المنكسرة قد تتطاير: ارتدِ نظارات، وأبقِ الأحمال صغيرة، وأبعد وجهك عن الأجزاء المحمّلة.

مرجع السلامة: OSHA: Hand and power tools (https://www.osha.gov/hand-power-tools)

المختبر A: قانون هوك والجساءة

الأسبوع 2

الهدف: حمّل نابضًا (أو شريطًا مطاطيًا) على مراحل، وبيّن أن الاستطالة تزداد بالتناسب مع القوة، وأوجد الجساءة k.

$$F = kx, \quad U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

F=kx, U=12kx^2

النابض الخطي والطاقة المخزنة

الإجراء

1. افتح PhET Hooke’s Law، واختر نابضًا واضبط ثابته؛ وطبّق قوى بخطوات متساوية وسجّل الإزاحة.
2. في المنزل: علّق كيسًا بشريط مطاطي وأضف عملات معلومة الكتلة (F = mg)، وقِس الاستطالة بالمسطرة في كل مرة.
3. ارسم F مقابل x ووفّق خطًا يمر بنقطة الأصل؛ الميل هو k.
4. أزل الحمل خطوة خطوة ولاحظ هل يعود الشريط المطاطي إلى طوله الأصلي.

جدول البيانات

F (N)	x (mm) عند k = 50 N/m
0.5	10
1.0	20
1.5	30
2.0	40

قيم توضيحية لنابض k = 50 N/m؛ نابضك يحدد ميلك.

مثال حسابي

1. k = F/x = 0.5 N/0.010 m = 50 N/m في كل صف.
2. الطاقة المخزنة عند 2 N: U = ½ × 50 × 0.04² = 0.04 J.

السلامة

- ارتدِ نظارات؛ فالشريط المطاطي المشدود قد يرتد فجأة.

بديل منزلي أو افتراضي

- خطوة الشريط المطاطي هي النسخة المنزلية.

PhET: Hooke’s Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law)

الصلة بالكوكب: اختبارات الجساءة مثل هذا، بحجم أكبر، هي طريقة المهندسين لاعتماد كل برغي وكابل وعنصر جسر. ASCE Report Card for America's Infrastructure: Bridges (https://infrastructurereportcard.org/cat-item/bridges-infrastructure/)

☐ **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

المختبر B: الإجهاد والانفعال ومعامل الشريط المطاطي

الأسبوع 3

الهدف: حوّل القوة والاستطالة إلى إجهاد وانفعال، وقدّر معاملًا، ولاحظ أين تتوقف الاستجابة عن كونها خطية.

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad \varepsilon = \frac{\delta}{L_0}, \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

σ=F/A, =()/(L_0), E=(σ)/()

الإجهاد والانفعال الهندسيان

الإجراء

1. قِس عرض شريط مطاطي مسطح وسمكه بمسطرة (أو عدّ طبقات معلومة السمك) وطوله غير المشدود L_0.
2. علّق كتلًا معلومة وسجّل الاستطالة δ لكل منها.
3. احسب σ وε وارسم σ مقابل ε. وفّق الجزء المستقيم الأول لتقدير E.
4. واصل إضافة كتل صغيرة ولاحظ أين ينحني المنحنى: المطاط ليس خطيًا عند الانفعالات الكبيرة.

جدول البيانات

F (N)	δ (mm)	σ (MPa)	ε
1	8	0.667	0.10
2	16	1.333	0.20
3	24	2.000	0.30

قيم توضيحية لشريط له $A = 1.5\ mm^2$ و$L_0 = 80\ mm$ في مداه شبه الخطي.

مثال حسابي

1. σ = 1 N/1.5 mm² = 0.667 MPa; ε = 8/80 = 0.10.
2. E = 0.667/0.10 = 6.67 MPa. أي أقل جساءة من الفولاذ (200 GPa) بنحو 30000 مرة.

السلامة

- ارتدِ نظارات ووجّه الشريط بعيدًا عن الوجوه؛ وتوقف قبل أن ينقطع.

بديل منزلي أو افتراضي

- المختبر كله منزلي.

PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs)

الصلة بالكوكب: معرفة الجساءة والمقاومة لكل كيلوغرام هي طريقة اختيار هياكل سيارات أخف، وتربط DOE خفض الوزن بنسبة 10% بتحسن 6% إلى 8% في الاقتصاد في الوقود. U.S. DOE: Lightweight materials for cars and trucks (https://ww

w.energy.gov/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks)

- [ ] **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

المختبر C: لي قضيب إسفنجي

الأسبوع 6

الهدف: اِلوِ قضيبًا إسفنجيًا بعزم لي معلوم، وقِس زاوية اللي، وتحقق من أن ϕ تزداد بالتناسب مع T كما في ϕ = TL/(GJ).

$$\phi = \frac{TL}{GJ}, \quad J = \frac{\pi d^4}{32}$$

=TL/GJ, J=(π d^4)/(32)

زاوية لي قضيب مصمت

الإجراء

1. ارسم خطًا مستقيمًا على طول قضيب إسفنجي مصمت وعلّم حلقتين المسافة بينهما 0.5 m.
2. ثبّت أحد الطرفين وطبّق عزم لي بذراع رافعة وثقل معلوم (T = F × الذراع).
3. صوّر الخط واقرأ زاوية اللي بين الحلقتين؛ وكرر لثلاثة عزوم لي.
4. ارسم ϕ مقابل T؛ الميل هو L/(GJ). لاحظ الحلزون الذي يصبح عليه الخط المستقيم: هذا هو انفعال القص.

جدول البيانات

T (N·m)	ϕ (°)
0.1	4.67
0.2	9.34
0.3	14.0

قيم محسوبة لقضيب توضيحي له d = 50 mm وL = 0.5 m وG = 1 MPa.

مثال حسابي

1. $J = \pi \times 0.05^4/32 = 6.136 \times 10^{-7}$ m⁴.
2. $\phi = 0.2 \times 0.5/(10^6 \times 6.136 \times 10^{-7}) = 0.163$ rad = 9.34°.
3. انفعال القص السطحي $\gamma = c\phi/L = 0.025 \times 0.163/0.5 = 0.00815$.

السلامة

- أبقِ الأثقال صغيرة ومنخفضة فوق سطح لين.

بديل منزلي أو افتراضي

- المختبر كله منزلي.

PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque)

الصلة بالكوكب: أعمدة توربينات الرياح تحمل النوع نفسه من حمل اللي، بأضعاف تبلغ الملايين. وزارة الطاقة الأمريكية: كيف تعمل توربينات الرياح؟ (بالإنجليزية) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

☐ **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

المختبر D: الشكل مهم، مسطرة مسطحة وعلى حافتها

الأسبوع 8

الهدف: حمّل مسطرة ككابولي مسطحة ثم على حافتها، وقارن الانحراف والإجهاد مع $I = bh^3/12$.

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad \delta = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \sigma = \frac{Mc}{I}$$

`I=(bh^3)/(12), =(PL^3)/(3EI), σ=Mc/I`

شكل المقطع وانحناء الكابولي

الإجراء

1. ثبّت مسطرة بلاستيكية 30 mm × 3 mm مسطحة على طاولة مع بروز 250 mm.
2. علّق حملًا 0.5 N (نحو 51 g) من الطرف وقِس الانحراف بمسطرة ثانية.
3. أدر المسطرة على حافتها (اضغطها بين كتابين) وكرر بالحمل نفسه.
4. قارن نسبة الانحرافات بنسبة قيم I.

جدول البيانات

الاتجاه	I (m^4)	δ عند 0.5 N (mm)	σ_max (MPa)
مسطحة (h = 3 mm)	6.75×10^{-11}	12.9	2.78
على الحافة (h = 30 mm)	6.75×10^{-9}	0.129	0.278

قيم محسوبة لمسطرة بلاستيكية توضيحية لها E = 3 GPa.

مثال حسابي

1. نسبة $I = (30/3)^2 = 100$، إذن الانحراف على الحافة أصغر 100 مرة.
2. $M = 0.5 \times 0.25 = 0.125$ N·m؛ وللمسطحة $\sigma = 0.125 \times 0.0015/6.75 \times 10^{-11} = 2.78$ MPa.

السلامة

- لا تُفرط في تحميل المسطرة؛ فالبلاستيك قد ينكسر.

بديل منزلي أو افتراضي

- المختبر كله منزلي.

PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act)

الصلة بالكوكب: وضع المادة بعيدًا عن المحور المحايد هو طريقة الشفرات والكمرات والأبراج في توفير المادة. NREL: Building state-of-the-art wind technology testing facilities (fact sheet) (https://docs.nlr.gov/docs/fy12osti/53581.pdf)

- [ ] أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)

المختبر E: انحراف الكابولي ومعامل يونغ

الأسبوع 12

الهدف: قِس انحراف الطرف مقابل الحمل لمسطرة مسطحة ككابولي، واستخرج معامل يونغ من δ = PL³/(3EI).

$$E = \frac{L^3}{3I\,(\delta / P)}$$

```
E=(L^3)/(3I (/P))
```

من ميل δ مقابل P

الإجراء

1. استخدم المسطرة المسطحة من المختبر D مع بروز 250 mm.
2. علّق 0.25 و0.5 و1.0 N عند الطرف وسجّل الانحراف في كل مرة.
3. ارسم δ مقابل P ووفّق خطًا يمر بنقطة الأصل.
4. احسب E من الميل وقارنه بقيمة نموذجية للبلاستيك.

جدول البيانات

P (N)	δ (mm)
0.25	6.43
0.50	12.9
1.00	25.7

قيم محسوبة لمسطرة بلاستيكية توضيحية لها E = 3 GPa وb = 30 mm وh = 3 mm.

مثال حسابي

1. الميل δ/P = 25.7 mm/N.
2. $E = 0.25^3 / (3 \times 6.75 \times 10^{-11} \times 0.0257) = 3.0$ GPa.

السلامة

- أبقِ الأحمال صغيرة والتقطها إن انزلقت.

بديل منزلي أو افتراضي

- المختبر كله منزلي.

PhET: Hooke’s Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law)

الصلة بالكوكب: شفرات الرياح الأطول والأكثر مرونة تُصمَّم بمعادلة الانحراف نفسها. U.S. DOE: Wind turbines, the bigger the better (https://www.energy.gov/eere/articles/wind-turbines-bigger-better)

☐ **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

المختبر F: انبعاج السباغيتي

الأسبوع 14

الهدف: أوجد الحمل الذي يبعج أعواد سباغيتي جافة بأطوال مختلفة، وتحقق من أن P_cr تنخفض مثل 1/L².

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

```
P_cr=(π^2EI)/(L^2), I=(π d^4)/(64)
```

عمود مفصلي–مفصلي

الإجراء

1. اقطع أعوادًا بأطوال 100 و150 و200 mm. أوقف كل عود رأسيًا على ميزان مطبخ واضغط ببطء من الأعلى بجسم مسطح.
2. سجّل أعلى قراءة للميزان لحظة انحناء العود جانبيًا (حوّل الغرامات إلى نيوتن).
3. كرر ثلاث مرات لكل طول وخذ المتوسط.
4. ارسم P_cr مقابل 1/L²؛ يجب أن يمر الخط قرب نقطة الأصل.

جدول البيانات

L (mm)	P_cr (N)
100	1.526
150	0.678
200	0.381

قيم محسوبة لعود توضيحي له d = 1.8 mm وE = 3 GPa؛ والسباغيتي الحقيقية تتفاوت.

مثال حسابي

1. $I = \pi \times 1.8^4/64 = 0.515\ \text{mm}^4 = 5.153 \times 10^{-13}\ \text{m}^4$.
2. P_{cr} عند $\pi^2 \times 3 \times 10^9 \times 5.153 \times 10^{-13}/0.01 = 1.526\ \text{N}$ = 0.1 m (نحو 156 g على الميزان).
3. مضاعفة L من 100 إلى 200 mm تقسم P_cr على 4.

السلامة

- ارتدِ نظارات؛ فالسباغيتي تنكسر إلى قطع حادة.

بديل منزلي أو افتراضي

- المختبر كله منزلي.

OpenStax UP1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity)

الصلة بالكوكب: تختبر ناسا أسطوانات صواريخ بالحجم الكامل حتى الانبعاج لتحديد معاملات تخفيض توفر الكتلة. NASA NESC: Shell Buckling Knockdown Factor project (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/nesc/proving-management-skills-on-the-shell-buckling-knockdown-factor-project/)

☐ **أكملت هذا المختبر (عمليًا أو افتراضيًا)**

مجموعات تدريب للامتحان

وقّت نفسك: نحو 10 دقائق لكل مسألة. ثم قارن بالحلول الكاملة.

مجموعة تمارين منتصف الفصل (الوحدات 1–5)

1. قضيب فولاذي قطره 16 mm يحمل 30 kN شدًا. أوجد الإجهاد.

.1 $A = \pi \times 16^2/4 = 201.1\ \text{mm}^2$.

الإجابة: 149.2 MPa.

2. قضيب ألومنيوم ($E = 70\ \text{GPa}$) طوله 1.5 m و$A = 300\ \text{mm}^2$ يحمل 12 kN. أوجد استطالته.

.1 $\delta = PL/(AE)$.

الإجابة: 0.857 mm.

3. قضيب فولاذي ($E = 200\ \text{GPa}$، $\alpha = 12 \times 10^{-6}/°\text{C}$) مثبت بين جدارين صلبين ويُسخَّن 25 °C. أوجد الإجهاد.

.1 $\sigma = E\alpha\Delta T$.

الإجابة: 60 MPa ضغطًا.

4. عمود مصمت قطره 40 mm ينقل 800 N·m. أوجد τ_{max}.

.1 $\tau = 16T/(\pi d^3)$.

الإجابة: 63.7 MPa.

5. كمرة بسيطة الارتكاز طولها 5 m، عرضها 120 mm × 240 mm عمقها، تحمل 4 kN/m. أوجد σ_{max}.

.1 $M = wL^2/8 = 12.5\ \text{kN·m}$; $I = 1.382 \times 10^{-4}\ \text{m}^4$.

الإجابة: 10.9 MPa.

مجموعة التدريب النهائية (كل الوحدات)

1. كمرة مستطيلة 160 mm × 80 mm تحمل $V = 12\ \text{kN}$. أوجد τ_{max}.

.1 $\tau = 1.5V/A$.

الإجابة: 1.41 MPa.

2. أوجد الإجهادات الرئيسية لـ σx = 50 MPa وσy = 10 MPa وτxy = 15 MPa.

   1. المركز 30 MPa؛ R = √(20² + 15²) = 25 MPa.

الإجابة: σ₁ = 55 MPa, σ₂ = 5 MPa.

3. أسطوانة رقيقة لها r = 0.5 m وt = 10 mm وp = 2 MPa. أوجد σ_h وσ_a.

   1. pr/t وpr/(2t).

الإجابة: 100 MPa و50 MPa.

4. كابولي فولاذي طوله 1.5 m (I = 4 × 10⁻⁶ m⁴) يحمل 2 kN عند طرفه. أوجد انحراف الطرف.

   1. δ = PL³/(3EI).

الإجابة: 2.81 mm.

5. عمود فولاذي مفصلي طوله 4 m و I = 5 × 10⁻⁶ m⁴. أوجد P_cr.

   1. π²EI/L².

الإجابة: 616.9 kN.

6. نقطة في عمود دوار فيها σ = 80 MPa وτ = 30 MPa. أوجد إجهاد فون ميزس.

   1. √(σ² + 3τ²).

الإجابة: 95.4 MPa.

ورقة الصيغ

$$\sigma = P/A,\ \tau = V/A,\ \sigma_b = P/(td)$$

$$\varepsilon = \delta/L,\ \sigma = E\varepsilon,\ G = E/(2(1+\nu))$$

$$\delta = PL/(AE),\ \delta_T = \alpha \Delta T L$$

$$\tau = T\rho/J,\ \phi = TL/(GJ),\ J = \pi d^4/32$$

$$P = T\omega$$

$$dM/dx = V,\ dV/dx = -w$$

$$\sigma = My/I,\ I = bh^3/12$$

$$\tau = VQ/(It),\ q = VQ/I$$

$$\sigma_{1,2} = \tfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\tfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_h = pr/t,\ \sigma_a = pr/(2t)$$

$$EIv'' = M$$

$$\delta = PL^3/(3EI),\ PL^3/(48EI),\ 5wL^4/(384EI)$$

$$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$$

الثوابت

الثابت	القيمة
1 ميغاباسكال (MPa)	10^6 Pa = 1 N/mm²
1 bar	10^5 Pa = 0.1 MPa
1 psi (lbf/in²)	6894.757 Pa
1 رطل-قوة (lbf)	4.448222 N
1 دورة في الدقيقة	0.1047198 rad/s
فولاذ نموذجي (قيم من الكتب الدراسية)	E = 200 GPa، G = 80 GPa، ν = 0.3، α = 12 × 10^{-6}/°C، والخضوع نحو 250 MPa
سبيكة ألومنيوم نموذجية (قيم من الكتب الدراسية)	E = 70 GPa, G = 26 GPa, ν = 0.33, α = 23 × 10^{-6}/°C

المصدر: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

نصوص ومحاكاة مجانية

استخدم هذه الكتب والمحاكاة المجانية إلى جانب المقرر.

- MIT OpenCourseWare 2.001 Mechanics and Materials I (https://ocw.mit.edu/courses/2-001-mechanics-materials-i-fall-2006/): ملاحظات محاضرات ومسائل وامتحانات مجانية من MIT.
- MIT OpenCourseWare 2.002 Mechanics and Materials II (https://ocw.mit.edu/courses/2-002-mechanics-and-materials-ii-spring-2004/): مقرر MIT التالي المجاني: اللدونة والكسر والكلال.
- OpenStax University Physics Volume 1, 12.3 Stress, strain and elastic modulus (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-3-stress-strain-and-elastic-modulus): مقدمة مجانية من كتاب دراسي عن الإجهاد والانفعال.
- OpenStax University Physics Volume 1, 12.4 Elasticity and plasticity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/12-4-elasticity-and-plasticity): الخضوع والجريان اللدن والكسر.
- PhET: Hooke’s Law (https://phet.colorado.edu/en/simulations/hookes-law): النوابض والجساءة والطاقة.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): الجساءة والاستطالة.

مسرد المصطلحات

الإجهاد التحميلي
ضغط التلامس بين المثبّت واللوح، P/(td).

المنحنى المرن
الشكل المنحرف للمحور المحايد للكمرة.

معامل الأمان
حمل الانهيار مقسومًا على الحمل المسموح.

الكلال
انهيار بسبب الأحمال المتكررة، غالبًا دون الخضوع.

جساءة الانحناء
EI، مقاومة الكمرة لتشوه الانحناء.

الإجهاد الطوقي
الإجهاد المحيطي pr/t في أسطوانة مضغوطة.

معامل التخفيض
تخفيض مبني على الاختبارات لحمل الانبعاج المثالي للقشريات الرقيقة.

المحور المحايد
خط إجهاد الانحناء الصفري المار بالمركز الهندسي.

نسبة بواسون
نسبة الانفعال الجانبي إلى المحوري، بإشارة سالبة.

عزم القصور الذاتي القطبي
J، مقاومة العمود الدوار للّي.

الإجهادات الرئيسية
الإجهادات العمودية على المستويات عديمة القص.

معامل المقطع
S = I/c.

تدفق القص
قوة القص لكل وحدة طول، VQ/I.

نسبة النحافة
KL/r للعمود.

الانفعال
التشوه لكل وحدة طول.

الإجهاد
القوة الداخلية لكل وحدة مساحة.

إجهاد فون ميزس
إجهاد مكافئ يُقارن بمقاومة الخضوع.

مقاومة الخضوع
الإجهاد الذي يبدأ عنده التشوه الدائم.

معامل يونغ
E، ميل خط الإجهاد–الانفعال المرن.

معايير التقييم الذاتي

لا تُمنح درجة ولا ساعات معتمدة. استخدم هذا لتقيّم بصدق أين أنت في كل وحدة.

المستوى	كيف يبدو
4 · إتقان	يجد الأحمال الداخلية بمخطط جسم حر، ويختار نموذج التشوه المناسب، ويتحقق من الافتراضات (مرن، رقيق الجدار، نحيف)، ويعرض الإجهادات مع معامل أمان.
3 · متمكن	يحل مسائل التدريب مع أخطاء عرضية في الوحدات أو الإشارات.
2 · قيد التطور	يتبع الأمثلة المحلولة لكنه يخلط بين I وJ وQ أو ينسى التوافق.
1 · مبتدئ	يعوّض الأرقام في المعادلات دون مخططات؛ ويحتاج إلى مراجعة الوحدة.

الأوزان المقترحة إذا أردت درجة

الجزء	الوزن
تمارين	25%
المختبرات	20%
مجموعة تدريب منتصف الفصل	25%
مجموعة التدريب النهائية	30%

استهدف المستوى 3 أو أعلى في كل وحدة قبل الانتقال إلى الدورة التالية.

دورات ذات صلة

- الديناميكا ENGR 212
- الجبر الخطي MATH 230
- التفاضل والتكامل 3 MATH 210
- كل الدورات