עודכן לאחרונה: November 1, 2026

🗺️ מפת דרכים לארבע שנים · שנה 3, סתיו · 🧱 מחשבון מובנה

על הקורס

לקורס החינמי הזה יש 10 יחידות ו-6 מעבדות. אלה המספרים האמיתיים, לא תוכנית ארוכה יותר שקוצרה.

בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד קורס שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר המודפס והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.

זהו מתווה של קורס חינמי ללימוד עצמי שנכתב על ידי Saving Planets. הוא אינו קורס אוניברסיטאי, אינו מעניק נקודות זכות אקדמיות, ואף מוסד לימודים אינו מעורב בו.

היקפו תואם קורס סמסטריאלי במכניקת זורמים לשנה השלישית. הוא מבוסס על הנושאים והעומק של MIT 2.06 Fluid Dynamics ו־MIT 1.060 Engineering Mechanics II (שניהם חינמיים ב־MIT OpenCourseWare), ועל קורסים כמו Purdue ME 309 ו־Georgia Tech CEE 3040, תוך שימוש בפרק הזורמים החינמי של OpenStax University Physics ובסימולציות PhET, שאליהם אנו מקשרים היכן שהם מועילים. אף אחד מהמחברים או המוסדות האלה אינו תומך בדף זה.

מה שאנו מוסיפים: כל יחידה קשורה לעבודה אמיתית עם מקור ציבורי מצוטט (אנרגיה הידרואלקטרית, אגירה שאובה, אנרגיה ימית, דליפות מים ביתיות, מחזור אוקייני וטורבינות רוח), כל מספר בדף מחושב מחדש בסקריפט בדיקה לפני פרסומו, ולכל מעבדה יש סימולציה חינמית או גרסה ביתית בטוחה.

עברו עליו לפי הסדר. בכל יחידה יש מטרות, רעיונות מרכזיים, משוואות, דוגמאות צעד אחר צעד, תרגול עם תשובות מלאות, טעויות נפוצות, כרטיסיות ובוחן. ההתקדמות שלכם נשמרת רק בדפדפן הזה.

איך הקורס הזה עוזר להציל את כדור הארץ

מים ואוויר בתנועה נושאים את רוב האנרגיה המתחדשת בעולם: נהרות דרך טורבינות הידרואלקטריות, רוח על להבי טורבינות, גאות וגלים אל התקני אנרגיה ימית. מכניקת זורמים קובעת גם כמה אנרגיה נדרשת לשאיבת מים לערים ולחוות, וכמה הולכת לאיבוד בדליפות ובחיכוך.

זרמי אוקיינוס מסיעים חום סביב כדור הארץ ומעצבים את האקלים. כל יחידה מסתיימת בקטע קצר עם מקורות. ערכים שאינם ממקור מסומנים כערכים לדוגמה.

למורים

אפשר ללמד את הקורס הזה, או לתת לתלמיד לעבור אותו לבד. הוא חינם. Saving Planets לא נותנת ציון ולא נקודות זכות.

- העמוד הזה הוא כל הקורס: 10 יחידות ו-6 מעבדות (ENGR 330).

- תכננו 15 שבועות, בערך 6 עד 9 שעות בשבוע, כולל שבועות המעבדה.
- עקבו אחרי לוח 15 השבועות. קראו את היחידה, פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה. בשבוע מעבדה עשו את המעבדה או את הגרסה הביתית.
- בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר שרואים והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.
- השתמשו בהדפסת העמוד, או הורידו את מדריך הלימוד ב-PDF. דף הנוסחאות נמצא לקראת הסוף.
- שאלו: איך היחידה הזו עוזרת לאנשים ולכוכב? בכל יחידה יש תיבה ירוקה עם עובדה ומקור.
- העתיקו את תבנית המדריך למורה וכתבו את שם הכיתה, הזמן שיש לכם, והשאלות שתשאלו. פתיחת תבנית המדריך למורה

לפני שמתחילים

ידע מוקדם

- חדו"א III: נגזרות חלקיות, דיברגנץ ואינטגרלים מרובים.
- משוואות דיפרנציאליות: מד"ר מסדר ראשון ושני.
- סטטיקה ודינמיקה: דיאגרמות גוף חופשי, חוקי ניוטון ותנע.
- תרמודינמיקה עוזרת במשוואת האנרגיה אך אינה חובה.

איך ללמוד

- התחילו כל בעיה בשרטוט: נפח בקרה, קו זרם או דיאגרמת גוף חופשי של הזורם.
- כתבו קודם במילים את המשוואה השולטת (מסה, תנע או אנרגיה), ואז בטלו איברים שתוכלו להצדיק.
- עבדו בגבהים (מטרים של זורם) במערכות נוזל; הם מקלים על השוואת משאבות, צינורות וטורבינות.
- חשבו את מספר ריינולדס לפני שבוחרים קורלציה לחיכוך או לגרר.
- בדקו יחידות ומקרי קצה: ספיקה אפס פירושה הפסד אפס; הכפלת המהירות מגדילה פי ארבעה בערך את ההפסדים הטורבולנטיים.
- פתרו כל תרגיל על נייר לפני שאתם פותחים את התשובה, וחזרו על הבחנים כעבור כמה ימים.

מה צריך

- מחשב או טאבלט לסימולציות החינמיות של PhET: Density, Buoyancy, Under Pressure ו־Fluid Pressure and Flow.
- בקבוק פלסטיק שקוף, מסמר או שיפוד, סרגל וסרט הדבקה.
- משקל מטבח, כד מדידה, דלי וסטופר.
- צינור גינה או ברז כיור.
- תוכנת גיליון אלקטרוני למעבדות הצינורות והמשאבות.

לוח זמנים מוצע ל־15 שבועות

כ־6 עד 9 שעות בשבוע: קריאה, תרגילים, ובשבועות המעבדה גם המעבדה.

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
1	תכונות זורמים: צפיפות, צמיגות ומתח פנים	תכונות זורמים, צמיגות, מתח פנים	OpenStax UP1 14.1, 14.7

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
2	סטטיקה של זורמים, מנומטרים וציפה	הידרוסטטיקה ומנומטרים	UP1 14.2
3	סטטיקה של זורמים, מנומטרים וציפה	כוחות על משטחים טבולים, ציפה, יציבות; מעבדה A	UP1 14.4
4	ברנולי, גבהים ומשוואת האנרגיה	רציפות, ברנולי, גבהים, משוואת האנרגיה; מעבדה B	UP1 14.5–14.6
5	תנע אינטגרלי: סילונים, להבים, ברכיים וטורבינות	משפט ההסעה של ריינולדס, תנע, סילונים, להבים, פלטון	MIT 2.06
6	ניתוח דיפרנציאלי: רציפות, נאוויה–סטוקס וזרימות מדויקות	קינמטיקה, רציפות, פונקציית זרם	MIT 2.06
7	ניתוח דיפרנציאלי: רציפות, נאוויה–סטוקס וזרימות מדויקות	נאוויה–סטוקס, קואט ופואזיי; מעבדה C; תרגול לבחינת אמצע	MIT 2.25
8	ניתוח ממדים, דמיון וניסויי מודל	ניתוח ממדים ודמיון	MIT 1.060
9	זרימה בצינורות: חיכוך, דיאגרמת מודי והפסדים מקומיים	זרימה למינרית וטורבולנטית בצינורות, דיאגרמת מודי	MIT 1.060
10	זרימה בצינורות: חיכוך, דיאגרמת מודי והפסדים מקומיים	הפסדים מקומיים, רשתות; מעבדה D	MIT 1.060
11	משאבות, טורבינות ומערכות שאיבה	משאבות, עקומות מערכת, חוקי דמיון, טורבינות; מעבדה F	מערכות שאיבה של DOE
12	זרימה חיצונית: שכבות גבול, גרר ועילוי	שכבות גבול, גרר, זרימת סטוקס	NASA Glenn
13	זרימה חיצונית: שכבות גבול, גרר ועילוי	עילוי, אנרגיית רוח, גבול בץ; מעבדה E	NASA Glenn; DOE wind
14	זרימה בתעלות פתוחות: נהרות, תעלות וקפיצות הידראוליות	תעלות פתוחות, מספר פרוד, מנינג	MIT 1.060
15	זרימה בתעלות פתוחות: נהרות, תעלות וקפיצות הידראוליות	אנרגיה סגולית, קפיצות הידראוליות, גלישים; תרגול לבחינה הסופית	MIT 1.060

ההתקדמות שלכם

סמנו יחידות ומעבדות כשאתם מסיימים אותן, ועשו את הבחנים. ההתקדמות והציונים נשמרים רק בדפדפן הזה ולעולם לא נשלחים אלינו.

יחידות

תכונות זורמים: צפיפות, צמיגות ומתח פנים

מה הופך חומר לזורם, הנחת הרצף, צפיפות וכובד סגולי, לחץ, צמיגות וחוק הצמיגות של ניוטון, צמיגות קינמטית, זורמים לא־ניוטוניים, מתח פנים ועלייה נימית, ולחץ אדים וקוויטציה.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- להגדיר זורם ולהשתמש בהנחת הרצף.
- להשתמש בחוק הצמיגות של ניוטון כדי למצוא מאמץ גזירה.
- לחשב עלייה נימית ממתח הפנים.
- להסביר כיצד הבדלי צפיפות מניעים זרימות.

מושגי מפתח

- זורם מתעוות ברציפות תחת כל מאמץ גזירה, קטן ככל שיהיה. התייחסות אליו כרצף מאפשרת להגדיר צפיפות, מהירות ולחץ בכל נקודה.
- צפיפות ρ (kg/m³) וכובד סגולי SG = ρ/ρ_water. למים ב־20 °C ρ = 998 kg/m³; לאוויר ב־15 °C 1.225 kg/m³.
- חוק הצמיגות של ניוטון: מאמץ גזירה τ = μ du/dy. הצמיגות הדינמית μ מודדת התנגדות לגזירה; הצמיגות הקינמטית ν = μ/ρ. מים צמיגים פי 56 בערך מאוויר, אך ה־ν שלהם נמוך פי 15 בערך.
- לזורמים לא־ניוטוניים (צבע, דם, משחת שיניים) יש צמיגות המשתנה עם קצב הגזירה.
- מתח הפנים σ מותח משטחי נוזל; בצינור דק מים עולים h = 4σ cos θ/(ρgD). אם הלחץ המקומי יורד ללחץ האדים, הנוזל רותח: זוהי קוויטציה, הפוגעת במשאבות ובמדחפים.

משוואות מפתח

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

τ=μdu/dy

חוק הצמיגות של ניוטון

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

ν=(μ)/(ρ)

צמיגות קינמטית

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{water}}$$

SG=ρρ_water

$$h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\rho g D}$$

h=(4σθ)/(ρ gD)

עלייה נימית

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 1.1 מים (μ = 1.002 × 10⁻³ kg/(m·s)) ממלאים מרווח של 1 mm בין לוח קבוע ללוח הנע ב־2 m/s. מצאו את מאמץ הגזירה.

1. du/dy = 2/0.001 = 2000 s⁻¹.
2. τ = 1.002 × 10⁻³ × 2000.

תשובה: τ = 2.00 Pa.

דוגמה 1.2 מצאו את העלייה הנימית של מים (σ = 0.0728 N/m, θ = 0) בצינור זכוכית של 1 mm.

1. h = 4 × 0.0728/(998 × 9.81 × 0.001).

תשובה: h = 29.7 mm.

דוגמה 1.3 מצאו את ν למים ב־20 °C.

1. ν = 1.002 × 10⁻³/998.

תשובה: ν = 1.004 × 10⁻⁶ m²/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את ה־SG של מי ים (1025 kg/m³).

1025/998 = 1.027.

2. מצאו את העלייה הנימית בצינור של 0.5 mm.

פי שניים: 59.5 mm.

3. מצאו את μ_air/μ_water.

   1.002 × 10⁻³/1.789 × 10⁻⁵ = 56.0.

4. איזה חלק של קרחון צף מתחת למי הים?

   917/1025 = 89.5%.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: צמיגות וצפיפות הן אותו דבר.

בפועל: דבש צמיג; כספית צפופה אך אינה צמיגה במיוחד.

מיתוס: זורמים מתנגדים לגזירה כמו מוצקים.

בפועל: הם זורמים תחת כל מאמץ גזירה.

מיתוס: קוויטציה דורשת טמפרטורה גבוהה.

בפועל: לחץ נמוך מספיק.

כרטיסיות

זורם

מתעוות ברציפות תחת גזירה.

צמיגות

τ = μ du/dy.

צמיגות קינמטית

ν = μ/ρ.

כובד סגולי

ρ/ρ_water.

עלייה נימית

4σ cos θ/(ρgD).

קוויטציה

רתיחה בלחץ נמוך.

בוחן לבדיקה עצמית

1. מאמץ הגזירה בזורם ניוטוני הוא…

- μ du/dy
- ρgh
- ρV²

σ/D

du/dy μ. חוק הצמיגות של ניוטון.

2. צמיגות קינמטית היא...

μρ

μ/ρ

ρ/μ

τ/μ

μ/ρ. ν = μ/ρ.

3. העלייה הנימית גדלה כשהצינור...

רחב יותר

צר יותר

ארוך יותר

כבד יותר

צר יותר. h ∝ 1/D.

4. קוויטציה מתרחשת כשהלחץ יורד ל...

אפס מדיד

לחץ האדים

הלחץ האטמוספרי

לחץ העצירה

לחץ האדים. רתיחה מקומית.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NOAA מסבירה שרוחות מניעות את זרמי האוקיינוס ב־100 המטרים העליונים, אך זרמי העומק, באלפי מטרים, מונעים מהבדלי צפיפות של המים הנשלטים על ידי טמפרטורה ומליחות: המחזור התרמוהליני.

באזורי הקטבים נוצר קרח ים המשאיר את המלח מאחור, ולכן המים שמסביב נעשים מלוחים וצפופים יותר ושוקעים; מי פני השטח זורמים פנימה להחליפם, וכך מתחיל המסוע העולמי. הצפיפות, התכונה הראשונה ביחידה זו, מניעה חום סביב כל כדור הארץ.

ב־Saving Planets: אוקיינוסים · תצפית על כדור הארץ

מקורות: NOAA National Ocean Service: Thermohaline circulation (https://oceanservice.noaa.gov/education/tutorial_currents/05conveyor1.html)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP1, 14.1 Fluids, density and pressure (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-1-fluids-density-and-pressure): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 14.7 Viscosity and turbulence (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-7-viscosity-and-turbulence): פרק מספר לימוד חינמי.
- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): רשימות MIT על תכונות זורמים.
- PhET: Density (https://phet.colorado.edu/en/simulations/density): צפיפות באופן אינטראקטיבי.

סיימתי את היחידה הזו

סטטיקה של זורמים, מנומטרים וציפה

לחץ בנקודה, משוואת ההידרוסטטיקה, לחץ מדיד ולחץ מוחלט, מנומטרים, כוחות הידרוסטטיים על משטחים מישוריים טבולים ומרכז הלחץ, כוחות על משטחים מעוקלים, עקרון ארכימדס ויציבות גופים צפים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב לחץ בעומק ולקרוא מנומטרים.
- למצוא את הכוח השקול ואת מרכז הלחץ על שער טבול.
- ליישם את עקרון ארכימדס.
- לשפוט אם גוף צף יציב.

מושגי מפתח

- לחץ בנקודה פועל באופן שווה בכל הכיוונים. בזורם סטטי dp/dz = −ρg, ולכן בצפיפות קבועה p = p₀ + ρgh בעומק h. לחץ מדיד נמדד ביחס לאטמוספרה.
- מנומטרים מאזנים עמודות זורם: עברו לאורך הצינור והוסיפו ρgh בירידה והחסירו בעלייה.
- על משטח מישורי הכוח השקול הוא F = ρg h_c A (= עומק המרכז הגאומטרי). הוא פועל במרכז הלחץ, מתחת למרכז הגאומטרי: y_cp = y_c + I_xc/(y_c A).
- על משטחים מעוקלים, הרכיב האופקי הוא הכוח על ההיטל האנכי, והרכיב האנכי הוא משקל הזורם שמעל.
- ארכימדס: כוח הציפה שווה למשקל הזורם שנדחק, F_B = ρ_fluid g V_displaced. גוף צף יציב אם המטצנטר שלו נמצא מעל מרכז הכובד.

משוואות מפתח

$$p = p_0 + \rho g h$$

p=p_0+ρ gh

לחץ הידרוסטטי

$$F = \rho g h_c A$$

F=ρ g h_cA

כוח על משטח מישורי

$$y_{cp} = y_c + \frac{I_{xc}}{y_c A}$$

y_cp=y_c+_xcy_cA

מרכז הלחץ

$$F_B = \rho_f g V_{disp}$$

```
F_B=ρ_f gV_disp
```

כוח ציפה

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 2.1 מצאו את הלחץ המדיד 10 m מתחת לפני מים מתוקים ($\rho = 998\ \text{kg/m}^3$).

1. $p = 998 \times 9.81 \times 10$.

תשובה: $p = 97.9\ \text{kPa}$ (בערך אטמוספרה אחת).

דוגמה 2.2 לשער מלבני אנכי ברוחב 2 m ובגובה 3 m שפתו העליונה בפני המים. מצאו את הכוח ואת עומק מרכז הלחץ.

1. $h_c = 1.5\ \text{m};\ A = 6\ \text{m}^2$.
2. $F = 998 \times 9.81 \times 1.5 \times 6 = 88.1\ \text{kN}$.
3. $I_{xc} = 2 \times 3^3/12 = 4.5\ \text{m}^4;\ y_{cp} = 1.5 + 4.5/(1.5 \times 6)$.

תשובה: $F = 88.1\ \text{kN}$ הפועל 2.0 m מתחת לפני המים (בשני שלישים מהעומק).

דוגמה 2.3 מנומטר כספית ($\rho = 13600\ \text{kg/m}^3$) המחובר לצינור מים מראה הפרש של 0.1 m. מצאו את הפרש הלחצים.

1. $\Delta p = (13600 - 1000) \times 9.81 \times 0.1$ (מים מעל הכספית, $\rho_{water} \approx 1000\ \text{kg/m}^3$).

תשובה: $\Delta p = 12.4\ \text{kPa}$.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את כוח הציפה על עצם של 2 L הטבול כולו במים ($\rho \approx 1000\ \text{kg/m}^3$).

   $1000 \times 9.81 \times 0.002 = 19.6\ \text{N}$.

2. מהו הלחץ המוחלט בעומק 10 m אם $p_{atm} = 101.3\ \text{kPa}$?

   $199.2\ \text{kPa}$.

3. האם הכוח על סכר תלוי באורך המאגר?

לא; רק בעומק ובשטח הקיר.

4. מדוע מרכז הלחץ נמצא מתחת למרכז הגאומטרי?

הלחץ גדל עם העומק.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: הלחץ תלוי בצורת הכלי.

בפועל: רק בעומק (הפרדוקס ההידרוסטטי).

מיתוס: כוח הציפה תלוי במשקל הגוף.

בפועל: הוא תלוי בנפח שנדחק.

מיתוס: הכוח על שער פועל במרכזו.

בפועל: הוא פועל במרכז הלחץ, נמוך יותר.

כרטיסיות

הידרוסטטיקה

$p = p_0 + \rho g h$.

לחץ מדיד

ביחס לאטמוספרה.

כוח על משטח מישורי

$\rho g\, h_c\, A$.

מרכז הלחץ

$y_c + I/(y_c\, A)$.

ארכימדס

$F_B = \rho g V$.

יציבות

מטצנטר מעל G.

בוחן לבדיקה עצמית

1. הלחץ בעומק h הוא…

ρgh

ρV²/2

μ du/dy

mg/A

pgh. הידרוסטטיקה (מדיד).

2. כוח הציפה שווה ל...

משקל הגוף

משקל הזורם שנדחק

מסת הגוף

אפס

משקל הזורם שנדחק. ארכימדס.

3. בשער אנכי היוצא מפני המים, מרכז הלחץ נמצא ב...

חצי העומק

שני שלישים מהעומק

פני המים

התחתית

שני שלישים מהעומק. עומס משולש.

4. גוף צף יציב אם...

G מעל M

M מעל G

B = G

הוא כבד

M מעל G. מטצנטר.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

משרד האנרגיה של ארה"ב מציין שבארצות הברית יש יותר מ־90000 סכרים, ופחות מ־3% מהם מייצרים חשמל; השאר משמשים לנופש, לבריכות חקלאיות, לבקרת שיטפונות, לאספקת מים ולהשקיה. כל אחד מהם מתוכנן במשוואות של יחידה זו: עומס המים על סכר גדל עם ריבוע העומק ופועל נמוך על הקיר.

משרד האנרגיה מתאר את תחנת הכוח ההידרואלקטרית הנפוצה ביותר, מתקן אגירה, כסכר האוגר מי נהר במאגר; מים המשוחררים דרך טורבינה מסובבים גנרטור, והשחרורים יכולים לשמש גם לבקרת שיטפונות, לנופש, למעבר דגים ולאיכות המים. לחץ המים האגורים על הסכר והגובה שלהם בטורבינה נובעים ישירות מ־$p = \rho g h$.

ב־Saving Planets: סטטיקה · אוקיינוסים

מקורות: U.S. DOE: Types of hydropower plants (https://www.energy.gov/eere/water/types-hydropower-plants)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP1, 14.2 Measuring pressure (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-2-measuring-pressure): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 14.4 Archimedes' principle and buoyancy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-4-archimedes-principle-and-buoyancy): פרק מספר לימוד חינמי.
- PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): הידרוסטטיקה באופן אינטראקטיבי.
- PhET: Buoyancy (https://phet.colorado.edu/en/simulations/buoyancy): ציפה באופן אינטראקטיבי.

צפו בהרצאה

Fluid Dynamics and Statics and Bernoulli's Equation (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-20) (באנגלית)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. רישיון: CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · תנאי שימוש (https://oyc.yale.edu/terms). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

ברנולי, גבהים ומשוואת האנרגיה

קווי זרם והדמיית זרימה, רציפות Q = AV, משוואת ברנולי ומגבלותיה, גובה לחץ, גובה מהירות וגובה טופוגרפי, קו האנרגיה, חוק טוריצ׳לי, משוואת האנרגיה לזרימה יציבה עם גובה משאבה, טורבינה והפסדים, והפקת אנרגיה הידרואלקטרית.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- ליישם רציפות וברנולי לאורך קו זרם.
- לעבוד בגבהים: לחץ, מהירות וגובה.
- להשתמש במשוואת האנרגיה עם גובה משאבה, טורבינה והפסדים.
- לחשב הספק הידרואלקטרי והספק שאיבה.

מושגי מפתח

- בזרימה יציבה בלתי דחיסה, הספיקה הנפחית Q = AV זהה בכל חתך של צינור (רציפות).
- ברנולי לאורך קו זרם (יציב, לא צמיג, בלתי דחיס): p/(ρg) + V²/(2g) + z = קבוע. כל איבר הוא גובה במטרים.
- טוריצ׳לי: לסילון היוצא ממכל בעומק h יש מהירות V = √(2gh).
- מערכות אמיתיות מוסיפות משאבות וטורבינות ומאבדות אנרגיה בחיכוך: $p_1/(\rho g) + V_1^2/(2g) + z_1 + h_{pump} = p_2/(\rho g) + V_2^2/(2g) + z_2 + h_{turbine} + h_L$.
- הספק מגובה: P = ρgQH. טורבינות מספקות P = ηρgQH; משאבות דורשות P = ρgQH/η. משרד האנרגיה מציין שתפוקה הידרואלקטרית תלויה בספיקה ובגובה.

משוואות מפתח

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

```
Q=A_1V_1=A_2V_2
```

רציפות

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{const}$$

```
(p)/(ρ g)+(V^2)/(2g)+z=const
```

ברנולי בגבהים

$$V = \sqrt{2gh}$$

```
V=2gh
```

טוריצ׳לי

$$P = \eta \rho g Q H$$

P=ρ gQH

אנרגיה הידרואלקטרית

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 3.1 מצאו את מהירות הסילון מחור הנמצא 5 m מתחת לפני המים במכל.

1. $V = \sqrt{(2 \times 9.81 \times 5)}$.

תשובה: $V = 9.90$ m/s.

דוגמה 3.2 לתחנה הידרואלקטרית $Q = 50$ m³/s, גובה $H = 100$ m ונצילות כוללת 0.9 (ערכים לדוגמה; $\rho = 1000$ kg/m³). מצאו את ההספק.

1. $P = 0.9 \times 1000 \times 9.81 \times 50 \times 100$.

תשובה: $P = 44.1$ MW, תחנה „גדולה" לפי ההגדרה של משרד האנרגיה (30 MW).

דוגמה 3.3 משאבה מעלה 0.05 m³/s מים לגובה 20 m עם 5 m הפסדי צנרת בנצילות 75%. מצאו את הספק הכניסה.

1. $h_{pump} = 20 + 5 = 25$ m.
2. $P = 1000 \times 9.81 \times 0.05 \times 25 / 0.75$.

תשובה: $P = 16.4$ kW.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. צינור גינה מעביר 0.4 L/s דרך קדח של 20 mm אל נחיר של 10 mm. מצאו את שתי המהירויות.

   1.27 m/s ו־5.09 m/s.

2. המירו 200 kPa למטרים של עמוד מים.

   $200{,}000 / (1000 \times 9.81) = 20.4$ m.

3. מכפילים את הגובה של תחנה הידרואלקטרית באותה Q. מהו ההספק?

הוא מוכפל.

4. מדוע צינור פיטו מראה יותר מפתח לחץ סטטי?

הוא מוסיף את גובה המהירות.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: ברנולי חל לרוחב משאבה.

בפועל: השתמשו במשוואת האנרגיה עם h_pump.

מיתוס: זרימה מהירה יותר פירושה לחץ גבוה יותר.

בפועל: לאורך קו זרם, מהיר יותר פירושו לחץ סטטי נמוך יותר.

מיתוס: גובה הוא לחץ.

בפועל: זוהי אנרגיה ליחידת משקל, במטרים.

כרטיסיות

רציפות

.Q = AV

ברנולי

.p/ρg + V²/2g + z = const

טוריצ'לי

.V = √(2gh)

משוואת האנרגיה

מוסיפה h_pump, h_turbine, h_L.

אנרגיה הידרואלקטרית

.P = ηρgQH

הספק משאבה

.ρgQH/η

בוחן לבדיקה עצמית

1. גובה המהירות הוא...

V²/(2g)

p/ρg

z

ρV²

V²/(2g). אנרגיה קינטית ליחידת משקל.

2. חציית שטח הצינור מכפילה את...

לחץ

המהירות

הספיקה

הפסד הגובה

המהירות. רציפות.

3. הספק הידרואלקטרי פרופורציוני ל...

Q בלבד

H בלבד

Q × H

Q/H

.Q × H. P = ηρgQH

4. מהירות הסילון של טוריצ'לי היא...

gh

√(2gh)

2gh

√(gh)

√(2gh). ברנולי מהמכל לסילון.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

משרד האנרגיה של ארה"ב מסביר שאנרגיה הידרואלקטרית מונעת באנרגיה הקינטית של מים זורמים, ושהאנרגיה הזמינה תלויה הן בנפח הזרימה והן בשינוי הגובה, המפל: ככל שהספיקה גדולה והמפל גבוה יותר, אפשר לייצר יותר חשמל. המים זורמים בצינור לחץ ומסובבים טורבינה המחוברת לגנרטור.

משרד האנרגיה מסווג תחנות לפי גודל: הידרו גדול מעל 30 MW, הידרו קטן מ־100 kW עד 10 MW, ומיקרו־הידרו עד 100 kW, מספיק לבית אחד, לחווה או לכפר. $P = \eta \rho g Q H$ מאפשר לקבוע את גודלה של כל אחת מהן ממדידת ספיקה ומסקר של המפל.

ב־Saving Planets: פתרונות · תרמודינמיקה

מקורות: U.S. DOE: Types of hydropower plants (https://www.energy.gov/eere/water/types-hydropower-plants) · U.S. DOE: How hydropower works (https://www.energy.gov/eere/water/how-hydropower-works)

מקורות לימוד חינמיים

- OpenStax UP1, 14.5 Fluid dynamics (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-5-fluid-dynamics): פרק מספר לימוד חינמי.
- OpenStax UP1, 14.6 Bernoulli's equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): פרק מספר לימוד חינמי.
- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): ברנולי באופן אינטראקטיבי.
- MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mechanics-ii-spring-2006/): רשימות על משוואת האנרגיה.

צפו בהרצאה

Fluid Dynamics and Statics and Bernoulli's Equation (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-20) (באנגלית)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. רישיון: CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · תנאי שימוש (https://oyc.yale.edu/terms). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

תנע אינטגרלי: סילונים, להבים, ברכיים וטורבינות

משפט ההסעה של ריינולדס, משוואת התנע הקווי לנפחי בקרה, כוחות של סילונים על לוחות ולהבים, כוחות על ברכי צינור ונחירים, נפחי בקרה נעים, טורבינות דחף (גלגלי פלטון), ומשוואת התנע הזוויתי למכונות טורבו.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לנסח את משפט ההסעה של ריינולדס.
- ליישם את משוואת התנע על סילונים ולהבים.
- לנתח להב נע וגלגל פלטון.
- להשתמש בתנע זוויתי למומנט של טורבינות ומשאבות.

מושגי מפתח

- משפט ההסעה של ריינולדס: קצב השינוי של תכונה של מערכת זורם = קצב השינוי בתוך נפח בקרה + השטף היוצא נטו דרך שטחו.
- תנע קווי יציב: ΣF = Σṁ_out V_out − Σṁ_in V_in (וקטורים). כללו את כוחות הלחץ על החתכים ואת כוח התמיכה.
- סילון במהירות V ובספיקה Q הפוגע חזיתית בלוח שטוח מפעיל F = ρQV. להב המסיט את הסילון בזווית θ מפעיל F = ρQV(1 − cos θ) (θ לאורך הסילון).
- ללהב הנע במהירות U, השתמשו במהירות היחסית (V − U). הדליים של גלגל פלטון מסיטים את הסילון בכמעט 180°; ההספק F·U מרבי ב־U = V/2.
- תנע זוויתי: מומנט T = ṁ(r₂V_θ2 − r₁V_θ1) = (משוואת אוילר למכונות טורבו), הבסיס לתכנון משאבות וטורבינות.

משוואות מפתח

$$\sum \mathbf{F} = \sum \dot{m}\mathbf{V}_{out} - \sum \dot{m}\mathbf{V}_{in}$$

```
F= m V_out- m V_in
```

תנע יציב

$$F = \rho Q V(1 - \cos\theta)$$

```
F=ρ QV(1-θ)
```

כוח של סילון מוסט

$$F = \rho Q(V - U)(1 - \cos\beta)$$

```
F=ρ Q(V-U)(1-β)
```

להב נע

$$T = \dot{m}(r_2 V_{\theta 2} - r_1 V_{\theta 1})$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 4.1 סילון מים של 50 mm ב־20 m/s פוגע חזיתית בלוח שטוח. מצאו את הכוח.

1. $A = \pi \times 0.05^2/4 = 1.963 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$.
2. $F = \rho A V^2 = 1000 \times 1.963 \times 10^{-3} \times 400$.

תשובה: $F = 785\ \text{N}$.

דוגמה 4.2 אותו סילון מוסט ב־120° על ידי להב קבוע. מצאו את הכוח לאורך הסילון.

1. $F = \rho A V^2 (1 - \cos 120^\circ) = 785 \times 1.5$.

תשובה: $F = 1178\ \text{N}$.

דוגמה 4.3 דלי פלטון הנע ב־15 m/s מקבל סילון של 0.01 m³/s ב־30 m/s ומסיט אותו ב־165°. מצאו את הכוח ואת ההספק.

1. $F = 1000 \times 0.01 \times (30 - 15)(1 - \cos 165^\circ) = 294.9\ \text{N}$.
2. $P = F \times U$.

תשובה: $F = 294.9\ \text{N}$; $P = 4.42\ \text{kW}$ (הסילון נושא $\tfrac{1}{2}\rho Q V^2 = 4.5\ \text{kW}$).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. באיזו מהירות דליים נותן גלגל פלטון הספק מרבי?

   מחצית ממהירות הסילון.

2. מכפילים את מהירות הסילון באותו שטח. מהו הכוח על לוח?

   פי 4.

3. מנו את הכוחות במאזן תנע של ברך צינור.

   כוחות לחץ בכניסה וביציאה, משקל וכוח התמיכה.

4. מדוע דלי פלטון מחולקים באמצע?

כדי להסיט את הסילון בכמעט 180° בלי שיפגע בדלי הבא.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: הכוח על הלוח תלוי בגודל הלוח.

בפועל: בסילון המוסט כולו, רק ב־ρQV.

מיתוס: להב נע רואה את מלוא מהירות הסילון.

בפועל: הוא רואה U − V.

מיתוס: תנע הוא סקלר.

בפועל: הוא וקטור; פרקו לרכיבים.

כרטיסיות

RTT

קצב המערכת = קצב בנפח הבקרה + שטף יוצא נטו.

תנע

ΣF = Σṁ V_out − Σṁ V_in.

לוח

ρQV.

להב

ρQV(1 − cos θ).

פלטון

מיטבי ב־U = V/2.

טורבינת אוילר

T = ṁ Δ(rV_θ).

בוחן לבדיקה עצמית

1. הכוח של סילון על לוח שטוח הוא…

ρQV

ρgQH

½ρV²

QV

ρQV. שטף תנע.

2. הסטת סילון ב־180° נותנת כוח של…

ρQV

2ρQV

0

ρQV/2

2 = °cos 180 − 1 .2ρQV.

3. יחס U/V המיטבי לגלגל פלטון הוא…

0.25

0.5

1

2

0.5. ממקסם את U(U − V).

4. משוואת אוילר נותנת למכונת טורבו את…

מומנט הכוח

גרר

ציפה

הצמיגות

מומנט הכוח. תנע זוויתי.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

משרד האנרגיה של ארה"ב מסביר שאגירה הידרואלקטרית שאובה פועלת כמו סוללה ענקית: כשהביקוש נמוך היא שואבת מים למאגר עליון, וכשהביקוש גבוה המים זורמים חזרה למטה דרך טורבינה. לפי משרד האנרגיה, אגירה שאובה מהווה 88% מכל

אגירת האנרגיה בקנה מידה של רשת בארצות הברית, ב־43 תחנות, ויש מקום ליותר מהכפלת ההספק המותקן.

כל משאבה־טורבינה מתוכננת במשוואות התנע והתנע הזוויתי של יחידה זו: זוויות הלהבים של הרוטור קובעות כמה מומנט המים מוסרים או מקבלים. אגירת אנרגיית שמש ורוח בדרך זו תלויה בתכנון נכון של הלהבים האלה.

ב־Saving Planets: פתרונות · דינמיקה

מקורות: U.S. DOE: Pumped storage hydropower (https://www.energy.gov/eere/water/pumped-storage-hydropower)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): תנע בנפח בקרה.
- MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mechanics-ii-spring-2006/): רשימות על תנע.
- NASA Glenn: Conservation of momentum (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/conmo.html): דף חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 2.25 Advanced Fluid Mechanics (Fall 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/): טיפול מעמיק יותר.

סיימתי את היחידה הזו

ניתוח דיפרנציאלי: רציפות, נאוויה–סטוקס וזרימות מדויקות

קינמטיקה של זורמים (שדה מהירות, תאוצה, ערבוליות, עיבור), משוואת הרציפות הדיפרנציאלית, פונקציית הזרם, משוואות אוילר ונאוויה–סטוקס, תנאי שפה, ופתרונות למיניים מדויקים: זרימת קואט, זרימת פואזיי מישורית וזרימת הגן–פואזיי בצינור.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב את התאוצה החומרית של שדה מהירות.
- לבדוק רציפות ולמצוא פונקציית זרם.
- לנסח את משוואות נאוויה–סטוקס ואת תנאי השפה שלהן.
- לפתור את זרימות קואט והגן–פואזיי.

מושגי מפתח

- בתיאור האוילריאני לתאוצה יש חלק מקומי ∂V/∂t וחלק הסעתי (V·∇)V; סכומם הוא הנגזרת החומרית DV/Dt.
- רציפות בלתי דחיסה: ∇·V = ∂u/∂x + ∂v/∂y + ∂w/∂z = 0. ב־2D, פונקציית זרם ψ עם u = ∂ψ/∂y, v = −∂ψ/∂x מקיימת אותה אוטומטית.
- נאוויה–סטוקס (בלתי דחיס, ניוטוני): ρ DV/Dt = −∇p + ρg + μ∇²V. עם תנאי אי־החלקה בקירות, היא שולטת כמעט בכל זרימה בקורס הזה; רק מקרים מעטים נפתרים במדויק.
- זרימת קואט בין לוח קבוע ללוח נע: פרופיל מהירות לינארי, גזירה τ = μU/h.
- זרימת הגן–פואזיי בצינור: פרופיל פרבולי, u_max = 2V_avg, ו־Q = πR⁴Δp/(8μL). היא תקפה כל עוד הזרימה למינרית (Re מתחת לכ־2300).

משוואות מפתח

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\cdot\nabla)\mathbf{V}$$

```
(D V)/(Dt)=( V)/( t)+( V·) V
```

תאוצה חומרית

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

רציפות לא דחיסה

$$\rho\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla p + \rho\mathbf{g} + \mu\nabla^2\mathbf{V}$$

```
ρ(D V)/(Dt)=- p+ρ g+μ^2 V
```

נאוויה–סטוקס

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \mu L}$$

```
Q=(π R^4Δ p)/(8μ L)
```

הגן–פואזיי

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 5.1 מים זורמים בצינור בקוטר 4 mm עם Δp/L = 100 Pa/m. מצאו את Q, V_avg, u_max ו־Re.

1. $Q = \pi \times 0.002^4 \times 100/(8 \times 1.002 \times 10^{-3}) = 6.27 \times 10^{-7}$ m³/s.
2. $V = Q/(\pi \times 0.002^2) = 0.0499$ m/s; $u_{max} = 2V$.
3. $Re = 998 \times 0.0499 \times 0.004/1.002 \times 10^{-3}$.

תשובה: $Q = 6.27 \times 10^{-7}$ m³/s, $V = 0.0499$ m/s, $u_{max} = 0.0998$ m/s, Re = 199 (למינרית).

דוגמה 5.2 לוח נע ב־1 m/s מעל שכבת מים של 2 mm. מצאו את מאמץ הגזירה.

1. $\tau = \mu U/h = 1.002 \times 10^{-3} \times 1/0.002$.

תשובה: $\tau = 0.501$ Pa.

דוגמה 5.3 האם $V = (2x, -2y)$ בלתי דחיס, ומהי התאוצה שלו ב־(1, 1)?

1. $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 2 - 2 = 0$.
2. $a_x = u\,\partial u/\partial x = 2x \times 2 = 4x$; $a_y = v\,\partial v/\partial y = (-2y)(-2) = 4y$.

תשובה: כן; $a = (4, 4)$ m/s².

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. חוצים את רדיוס הצינור באותו Δp/L. מהי Q?

   1/16 מהקודם.

2. מצאו את ψ עבור $u = 1$, $v = 0$.

   $\psi = y$.

3. היכן הגזירה הגדולה ביותר בזרימת פואזיי?

בקיר.

4. מהו תנאי השפה בקיר מוצק?

אי־החלקה: מהירות הזורם שווה למהירות הקיר.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: לזרימה יציבה יש תאוצה אפס.

בפועל: תאוצה הסעתית יכולה להיות שונה מאפס.

מיתוס: למשוואות נאוויה–סטוקס יש פתרונות מדויקים רבים.

בפועל: רק לגאומטריות פשוטות מעטות.

מיתוס: חוק פואזיי תקף לכל זרימה בצינור.

בפועל: רק לזרימה למינרית.

כרטיסיות

נגזרת חומרית

$\partial/\partial t + V\cdot\nabla$.

רציפות

$\nabla\cdot V = 0$.

פונקציית זרם

$u = \partial\psi/\partial y,\ v = -\partial\psi/\partial x$.

נאוויה–סטוקס

$\rho DV/Dt = -\nabla p + \rho g + \mu\nabla^2 V$.

קואט

$\tau = \mu U/h$.

פואזיי

$Q = \pi R^4 \Delta p/8\mu L$.

בוחן לבדיקה עצמית

1. ה־Q של הגן–פואזיי משתנה עם הרדיוס כמו…

R

R^2

R^3

R^4

$\pi R^4 \Delta p/(8\mu L)$. R^4.

2. בזרימת קואט הפרופיל הוא...

פרבולי

לינארי

אחיד

לוגריתמי

לינארי. אין מפל לחץ.

3. התאוצה ההסעתית היא...

$\partial V/\partial t$

$V(\nabla \cdot V)$

$p\nabla$

$\mu\nabla^2 V$

$V(\nabla \cdot V)$. שינוי במרחב.

4. בזרימה למינרית בצינור הוא... u_max/V_avg

1

1.5

2

4

2. פרבולי.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

ה־EPA מדווחת שדליפות ביתיות עלולות לבזבז כמעט 1 טריליון גלונים של מים בשנה בכל המדינה, שדליפות של משק בית ממוצע עלולות לבזבז יותר מ־9300 גלונים בשנה, ושב־9% מהבתים יש דליפות המבזבזות 50 גלונים או יותר ביום.

דליפות קטנות דרך אטמים ומחברים שחוקים הן לעיתים קרובות זרימות איטיות ולמינריות דרך מרווחים זעירים, שבהן חוק ה־R^4 שלמעלה מראה מדוע הרחבה קטנה של סדק משנה הרבה. לפי ה־EPA, תיקון דליפות ביתיות שקל לתקן יכול לחסוך כ־10% בחשבונות המים.

ב־Saving Planets: משוואות דיפרנציאליות · חשבון אינפיניטסימלי 3

מקורות: U.S. EPA WaterSense: Fix a Leak Week (https://www.epa.gov/watersense/fix-leak-week)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): הרצאות על נאוויה–סטוקס.
- MIT OpenCourseWare 2.25 Advanced Fluid Mechanics (Fall 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/): פתרונות מדויקים.
- OpenStax UP1, 14.7 Viscosity and turbulence (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-7-viscosity-and-turbulence): חוק פואזיי.
- MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mechanics-ii-spring-2006/): רשימות קינמטיקה.

סיימתי את היחידה הזו

ניתוח ממדים, דמיון וניסויי מודל

הומוגניות ממדית, משפט פאי של בקינגהם, קבוצות חסרות ממד נפוצות (ריינולדס, פרוד, מאך, ובר, אוילר), דמיון גאומטרי, קינמטי ודינמי, חוקי מודל ואפקטי קנה מידה, והפיכת המשוואות השולטות לחסרות ממד.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- למצוא קבוצות חסרות ממד בעזרת משפט פאי.
- לומר מה משווים Re, Fr, Ma ו־We.
- להעביר תוצאות ניסויי מודל לגודל מלא בדמיון פרוד או ריינולדס.
- להסביר מדוע דמיון מלא בלתי אפשרי לעיתים קרובות.

מושגי מפתח

- כל משוואה תקפה היא הומוגנית ממדית. משפט פאי של בקינגהם קובע שלבעיה עם n משתנים ו־k ממדי יסוד יש n − k קבוצות חסרות ממד בלתי תלויות.
- קבוצות נפוצות: Re = ρVL/μ (התמדה/צמיגות), Fr = V/√(gL) (התמדה/כובד), Ma = V/a (דחיסות), We = ρV²L/σ (התמדה/מתח פנים), Eu = Δp/(ρV²) (לחץ).
- דמיון דינמי: אם למודל ולאב־הטיפוס אותה גאומטריה ואותן קבוצות חסרות ממד שולטות, התוצאות חסרות הממד שלהם (C_D, C_p, נצילות) זהות.
- זרימות עם פני שטח חופשיים (ספינות, מגלשי שפך, גלים) משתמשות בקנה מידה של פרוד: V_m = V_p√(L_m/L_p); כוחות משתנים כחזקה שלישית של קנה המידה של האורך, והספק כחזקה 3.5 שלו.
- התאמה של Re ו־Fr יחד דורשת בדרך כלל זורם בלתי אפשרי, ולכן מהנדסים מתאימים את הקבוצה הדומיננטית ומתקנים את האחרת (אפקטי קנה מידה).

משוואות מפתח

$$\Pi \text{ groups} = n - k$$

`groups=n-k`

משפט פאי של בקינגהם

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu},\ Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

`Re=(ρ VL)/(μ),\ Fr=`

מספרי ריינולדס ופרוד

$$V_m = V_p \sqrt{L_m / L_p}$$

`V_m=V_p_m/L_p`

קנה מידה של פרוד

$$\frac{F_p}{F_m} = \left(\frac{L_p}{L_m}\right)^3$$

`(F_p)/(F_m)=((L_p)/(L_m))^3`

קנה מידה של כוחות (פרוד, אותו זורם)

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 6.1 הגרר F על כדור תלוי ב־ρ, V, D ו־μ. כמה קבוצות פאי יש, ומהן?

1. n = 5 משתנים, k = 3 ממדים (M, L, T).
2. קבוצות: F/(ρV²D²) ו־ρVD/μ.

תשובה: 2 קבוצות: C_D = f(Re).

דוגמה 6.2 מודל אנרגיית גלים בקנה מידה 1:20 נבחן בקנה מידה של פרוד. מהירות הגל בגודל מלא היא 10 m/s. מצאו את מהירות המודל.

1. V_m = 10/√20.

תשובה: V_m = 2.24 m/s.

דוגמה 6.3 עבור מודל זה, איך משתנים הכוחות וההספק?

1. F_p/F_m = 20³.
2. P_p/P_m = 20^3.5.

תשובה: כוחות ×8000; הספק ×35777.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. איזו קבוצה חשובה ביותר לגלים של ספינה?

   מספר פרוד.

2. ואיזו לזרימה בצינור קטן?

מספר ריינולדס.

3. מודל 1:10 באותו זורם חייב להתאים את Re. מהירות המודל לעומת הגודל המלא?

מהירה פי 10.

4. מה משווה We?

התמדה למתח פנים.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: ניסויי מודל משתמשים באותה מהירות כמו בגודל מלא.

בפועל: הם משתמשים במהירויות מותאמות לקנה המידה.

מיתוס: חסר ממד פירושו לא חשוב.

בפועל: קבוצות חסרות ממד שולטות בפיזיקה.

מיתוס: כל מודל נותן תוצאות מדויקות לגודל מלא.

בפועל: אפקטי קנה מידה נשארים כשלא כל הקבוצות מותאמות.

כרטיסיות

משפט פאי

k – n קבוצות.

ריינולדס

התמדה/צמיגות.

פרוד

התמדה/כובד.

ובר

התמדה/מתח פנים.

דמיון

אותן קבוצות, אותם מקדמים.

קנה מידה של פרוד

$V \propto \sqrt{L}$.

בוחן לבדיקה עצמית

1. מספר פרוד משווה התמדה ל…

הצמיגות

כבידה

מתח פנים

דחיסות

כבידה. √(gL)/V.

2. עם 6 משתנים ו־3 ממדים יש…

2

3

6

9

3. n − k.

3. כוחות בקנה מידה של פרוד (אותו זורם) משתנים עם האורך בחזקת…

1st

2nd

3rd

3.5th

3rd. L³.

4. ה־C_D של כדור חלק תלוי בעיקר ב…

Fr

Re

We

Ma

Re. השפעות צמיגות.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

משרד האנרגיה של ארה"ב מתאר אנרגיה ימית כאנרגיה המופקת מגלים, מגאות ושפל, מזרמי נהרות ואוקיינוסים ומהבדלי טמפרטורה באוקיינוס. לדבריו, סך משאב האנרגיה הימית של ארה"ב שווה לכ־57% מכל ייצור החשמל בארה"ב ב־2019, ומשאבים אלה צפויים מאוד.

משרד האנרגיה מציין שחוקרים בודקים ופורסים טכנולוגיות חדשות לניצול המשאב. ממירי אנרגיית גלים וטורבינות גאות מפותחים בעזרת מודלים מוקטנים במיכלי גלים ובתעלות הרבה לפני שהתקנים בגודל מלא יוצאים לים, תוך שימוש בקנה המידה של פרוד ושל ריינולדס מיחידה זו.

ב־Saving Planets: אוקיינוסים · פתרונות

מקורות: U.S. DOE: Marine energy basics (https://www.energy.gov/eere/water/marine-energy-basics)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): הרצאות על ניתוח ממדים.
- MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mechanics-ii-spring-2006/): רשימות על דמיון.
- NASA Glenn: Similarity parameters (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/airsim.html): דף חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 2.25 Advanced Fluid Mechanics (Fall 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/): קנה מידה.

סיימתי את היחידה הזו

זרימה בצינורות: חיכוך, דיאגרמת מודי והפסדים מקומיים

זרימה למינרית וטורבולנטית בצינורות, אורך כניסה, משוואת דארסי–וייסבך, מקדם חיכוך למינרי 64/Re, דיאגרמת מודי וקורלציות קולברוק והאלנד, הפסדים מקומיים, תעלות לא מעגליות וקוטר הידראולי, וצנרת בטור, במקביל וברשת.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- להחליט אם זרימה בצינור למינרית או טורבולנטית.
- לחשב הפסדי חיכוך בדארסי–וייסבך ובנוסחת האלנד.
- להוסיף הפסדים מקומיים של אביזרים ושסתומים.
- לפתור בעיות פשוטות של צינורות בטור ובמקביל.

מושגי מפתח

- בצינורות הזרימה למינרית מתחת ל־Re ≈ 2300, וטורבולנטית מעל כ־4000. זרימה טורבולנטית מערבבת תנע בחוזקה ובעלת פרופיל שטוח יותר.
- דארסי–וייסבך: h_L = f(L/D)(V²/2g). בזרימה למינרית f = 64/Re.
- בזרימה טורבולנטית f תלוי ב־Re ובחספוס היחסי ε/D (דיאגרמת מודי). נוסחת האלנד מפורשת: 1/√f = −1.8 log₁₀[(ε/D/3.7)^1.11 + 6.9/Re].
- אביזרים, שסתומים, ברכיים וכניסות מוסיפים הפסדים מקומיים h_m = K V²/(2g). בקווי צנרת ארוכים החיכוך שולט; בצנרת ביתית האביזרים חשובים.
- תעלות לא מעגליות משתמשות בקוטר ההידראולי D_h = 4A/P. בצינורות בטור Q משותף וההפסדים מתחברים; במקביל הפסד הגובה משותף והספיקות מתחברות.

משוואות מפתח

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

Re=(ρ VD)/(μ)

מספר ריינולדס בצינור

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

h_L=fL/D(V^2)/(2g)

דארסי–וייסבך

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log_{10}\left[\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7}\right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re}\right]$$

(1)/(f)=-1.8_10[((/D)/(3.7))^1.11+(6.9)/(Re)]

האלנד

$$h_m = K\frac{V^2}{2g}$$

h_m=K(V^2)/(2g)

הפסד מקומי

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 7.1 מים זורמים ב־2 m/s בצינור פלדה מסחרי של (ε = 0.045 mm) 50 mm. מצאו את Re ואת f.

1. Re = 998 × 2 × 0.05/1.002 × 10⁻³ = 99,600.
2. ε/D = 0.0009; האלנד נותן את f.

תשובה: Re = 9.96 × 10⁴ (טורבולנטית); f = 0.0216.

דוגמה 7.2 מצאו את הפסד הגובה בחיכוך לאורך 100 m של אותו צינור.

1. h_L = 0.0216 × (100/0.05) × 2²/(2 × 9.81).

תשובה: h_L = 8.82 m.

דוגמה 7.3 מצאו את מקדם החיכוך הלמינרי ב־Re = 1500, ואת ההפסד של כניסה חדה (K = 0.5) ב־2 m/s.

1. f = 64/1500.
2. h_m = 0.5 × 4/19.62.

תשובה: f = 0.0427; h_m = 0.102 m.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את D_h לתעלה של 0.1 m × 0.2 m.

   4 × 0.02/0.6 = 0.133 m.

2. מכפילים את V בזרימה טורבולנטית מחוספסת לחלוטין. h_L?

בערך פי 4.

3. שני צינורות זהים במקביל מעבירים Q כולל. מהי הספיקה בכל אחד?

Q/2, עם אותו הפסד גובה.

4. האם Re = 3000 למינרי או טורבולנטי?

מעברי.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מקדם החיכוך קבוע.

בפועל: הוא תלוי ב־Re ובחספוס.

מיתוס: הפסדים מקומיים תמיד שוליים.

בפועל: לא בצינורות קצרים עם אביזרים רבים.

מיתוס: לזרימה למינרית הפסדים גבוהים יותר.

בפועל: באותו תחום Re ה־f שלה נמוך יותר, אבל זרימה למינרית מתרחשת רק במהירויות נמוכות.

כרטיסיות

מעבר

Re ≈ 2300–4000.

דארסי–וייסבך

f(L/D)V²/2g.

f למינרי

64/Re.

האלנד

f מפורש.

הפסד מקומי

KV²/2g.

קוטר הידראולי

4A/P.

בוחן לבדיקה עצמית

1. מקדם החיכוך הלמינרי הוא...

64/Re

0.316/Re^0.25

0.02

Re/64

64/Re. פואזיי.

2. הפסד דארסי–וייסבך משתנה עם…

V

V²

V³

1/V

V². ב־f קבוע.

3. הקוטר ההידראולי הוא…

4A/P

A/P

P/A

2A/P

4A/P. הגדרה.

4. לצינורות במקביל משותף/ת אותו/אותה…

ספיקה

הפסד הגובה

קוטר

המהירות

הפסד הגובה. נקודות קצה משותפות.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

ה־EPA מציינת שברז המטפטף פעם בשנייה עלול לבזבז יותר מ־3000 גלונים בשנה, די ליותר מ־180 מקלחות, ושראש מקלחת הדולף 10 טיפות בדקה מבזבז יותר מ־500 גלונים בשנה. דליפת השקיה ברוחב 1/32 אינץ׳ עלולה לבזבז כ־6300 גלונים בחודש.

כל גלון שמסופק צריך גם להישאב דרך קילומטרים של צנרת, נגד הפסדי החיכוך של יחידה זו. תיקון דליפות חוסך גם את המים וגם את אנרגיית השאיבה; 3000 גלונים הם כ־11355 L, או 31.1 L בכל יום.

ב־Saving Planets: פתרונות · חוזק חומרים

מקורות: U.S. EPA WaterSense: Fix a Leak Week (https://www.epa.gov/watersense/fix-leak-week)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mechanics-ii-spring-2006/): רשימות על זרימה בצינורות.
- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): הרצאות על זרימה פנימית.
- OpenStax UP1, 14.7 Viscosity and turbulence (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-7-viscosity-and-turbulence): זרימה למינרית וטורבולנטית.
- MIT OpenCourseWare 2.25 Advanced Fluid Mechanics (Fall 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/): טורבולנציה.

סיימתי את היחידה הזו

משאבות, טורבינות ומערכות שאיבה

משאבות צנטריפוגליות וציריות, עומד המשאבה, הספק ונצילות, עקומות ביצועים של משאבה, עקומות מערכת ונקודת העבודה, משאבות בטור ובמקביל, חוקי דמיון והנעה במהירות משתנה, קוויטציה ו־NPSH, וטורבינות הידראוליות (פלטון, פרנסיס, קפלן).

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לקרוא עקומת משאבה ולמצוא את נקודת העבודה עם עקומת מערכת.
- לחשב הספק ונצילות של משאבה.
- ליישם את חוקי הדמיון על שינויי מהירות.
- להסביר את ה־NPSH ואיך נמנעים מקוויטציה.

מושגי מפתח

- משאבה מוסיפה לזרימה עומד h_p; ההספק ההידראולי הוא ρgQh_p והספק הציר ρgQh_p/η.
- עקומת המשאבה (עומד היורד ככל שהספיקה עולה) פוגשת את עקומת המערכת (הרמה סטטית ועוד הפסדים העולים עם Q²) בנקודת העבודה.
- חוקי דמיון לאותה משאבה במהירות חדשה N: Q ∝ N, H ∝ N², P ∝ N³. האטת משאבה בהנעה במהירות משתנה במקום חניקת שסתום חוסכת אנרגיה רבה.
- קוויטציה מתחילה כשלחץ הכניסה יורד קרוב ללחץ האדים. העומד הנקי החיובי הזמין ביניקה (NPSH_A) חייב לעלות על הנדרש למשאבה (NPSH_R).
- טורבינות הידראוליות הן משאבות הפוכות: פלטון (דחף) למפל גבוה, פרנסיס למפל בינוני, קפלן (מדחף) למפל נמוך וספיקה גדולה; יחידות אגירה שאובה רבות הן משאבות־טורבינות הפיכות.

משוואות מפתח

$$P_{shaft} = \frac{\rho g Q h_p}{\eta}$$

```
P_shaft=(ρ gQh_p)/()
```

הספק משאבה

$$H_{sys} = H_{static} + kQ^2$$

```
H_sys=H_static+kQ^2
```

עקומת מערכת

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{N_2}{N_1},\ \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2,\ \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^3$$

```
(Q_2)/(Q_1)=(N_2)/(N_1),\ (H_2)/(H_1)=((N_2)/(N_1))^2,\ (P_2)/(P_1)=((N_2)/(N_1))^3
```

חוקי דמיון

$$NPSH_A > NPSH_R$$

ללא קוויטציה

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 8.1 עקומת משאבה היא $H = 40 - 7000Q^2$ ועקומת המערכת $H = 10 + 5000Q^2$ (H במטרים, Q ב־m^3/s). מצאו את נקודת העבודה.

1. $40 - 7000Q^2 = 10 + 5000Q^2$, ולכן $Q^2 = 30/12000$.
2. $Q = 0.05\ m^3/s$; $H = 10 + 5000 \times 0.0025$.

תשובה: $Q = 0.05\ m^3/s$, $H = 22.5\ m$.

דוגמה 8.2 מצאו את הספק הציר בנקודה זו עם $\rho = 1000\ kg/m^3$ ו־$\eta = 0.75$.

1. $P = 1000 \times 9.81 \times 0.05 \times 22.5/0.75$.

תשובה: $P = 14.7\ kW$.

דוגמה 8.3 משאבה המספקת $0.05\ m^3/s$ בעומד של $30\ m$ מואטת מ־1800 ל־1500 סל”ד. מצאו את הספיקה החדשה, את העומד החדש ואת יחס ההספקים.

1. $Q = 0.05 \times 1500/1800$.
2. $H = 30 \times (1500/1800)^2$.
3. יחס $P = (1500/1800)^3$.

תשובה: $Q = 0.0417\ m^3/s$, $H = 20.8\ m$, הספק של 57.9% מהמקורי.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. שתי משאבות זהות בטור: מה מתחבר?

   העומדים באותה ספיקה.

2. שתיים במקביל?

הספיקות באותו עומד.

3. מורידים את המהירות ב־20%. מהו ההספק?

.0.8³ = 51.2%

4. איזו טורבינה מתאימה למפל של 500 m?

פלטון.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: חניקת שסתום היא דרך יעילה להקטין ספיקה.

בפועל: היא מבזבזת עומד; עדיף להאט את המשאבה.

מיתוס: משאבה גדולה יותר תמיד עדיפה.

בפועל: משאבות גדולות מדי פועלות רחוק מנקודת הנצילות המיטבית שלהן.

מיתוס: קוויטציה רק עושה רעש.

בפועל: היא שוחקת אימפלרים ופוגעת בביצועים.

כרטיסיות

הספק משאבה

.ρgQh/η

עקומת מערכת

.H_static + kQ²

נקודת עבודה

העקומות נחתכות.

דמיון

.Q ∝ N, H ∝ N², P ∝ N³

NPSH

הימנעות מקוויטציה.

טורבינות

פלטון, פרנסיס, קפלן.

בוחן לבדיקה עצמית

1. הספק משאבה משתנה עם המהירות כמו…

N

N²

N^3

$N\sqrt{}$

N^3. חוקי דמיון.

2. נקודת העבודה היא היכן ש...

עקומת המשאבה פוגשת את עקומת המערכת

הנצילות אפס

$Q = 0$

$H = 0$

עקומת המשאבה פוגשת את עקומת המערכת. איזון.

3. כדי להימנע מקוויטציה...

$NPSH_A > NPSH_R$

$NPSH_A < NPSH_R$

להעלות מהירות

להוריד את לחץ הכניסה

$NPSH_A > NPSH_R$. מרווח.

4. מפל נמוך וספיקה גבוהה מתאימים ל...

פלטון

פרנסיס

קפלן

משאבת בוכנה

קפלן. טורבינת מדחף.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

משרד היעילות התעשייתית של ה־DOE מציין שניתן להשיג חיסכון דרמטי באנרגיה ובעלויות במערכות שאיבה באמצעות יישום שיטות מיטביות לניהול אנרגיה ורכישת ציוד חסכוני, ומציע בחינם את Pumping System Assessment Tool (PSAT) ואת תוכנת MEASUR כדי לאתר אותו.

חוקי הדמיון מראים מאין בא חלק גדול מהחיסכון: משאבה שהואטה ב־20% בהנעה במהירות משתנה צריכה רק כמחצית מההספק. דף ה־DOE על אגירה שאובה מוסיף שמשאבות־טורבינות מעלות מים במעלה כשהחשמל זול ומייצרות חשמל כשצריך.

ב־Saving Planets: פתרונות · מעגלים חשמליים

מקורות: U.S. DOE: Pumped storage hydropower (https://www.energy.gov/eere/water/pumped-storage-hydropower) · U.S. DOE: Pump systems (https://www.energy.gov/eere/iedo/pump-systems)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mechanics-ii-spring-2006/): רשימות על משאבות.
- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): הרצאות על טורבו־מכונות.
- U.S. DOE: Pump systems (https://www.energy.gov/eere/iedo/pump-systems): כלי משאבות חינמיים של ה־DOE.
- MIT OpenCourseWare 2.25 Advanced Fluid Mechanics (Fall 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/): טיפול מעמיק יותר.

סיימתי את היחידה הזו

זרימה חיצונית: שכבות גבול, גרר ועילוי

זרימה סביב גופים, שכבות גבול על לוחות שטוחים, גרר חיכוך וגרר לחץ, מקדמי גרר של כדורים, גלילים וגופים זורמניים, משבר הגרר, זרימת סטוקס ושקיעה, עילוי, וההספק הזמין בזרם רוח או מים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לחשב גרר ממקדם גרר.
- להסביר את תפקידי גרר החיכוך וגרר הלחץ.
- להשתמש בחוק סטוקס לחלקיקים קטנים.
- למצוא את ההספק בזרם רוח ואת גבול בץ.

מושגי מפתח

- גרר F_D = C_D ½ρV²A ועילוי F_L = C_L ½ρV²A, כאשר A שטח ייחוס. C_D תלוי בצורה וב־Re.
- בגופים זורמניים שולט בעיקר גרר החיכוך; בגופים קהים (כדורים, גלילים, משאיות) שולט בעיקר גרר הלחץ מעקבה מנותקת.
- לכדור חלק C_D ≈ 0.47 עבור 10³ < Re < 2 × 10⁵; סביב Re ≈ 3 × 10⁵ שכבת הגבול הופכת לטורבולנטית, מתנתקת מאוחר יותר, ו־C_D צונח בחדות (משבר הגרר).
- ב־Re נמוך מאוד (Re < 1), גרר סטוקס F = 3πμVD; חלקיק קטן שוקע במהירות V = (ρ_p − ρ)gD²/(18μ).
- זרם בשטח A נושא הספק ½ρAV³. שום טורבינה אינה יכולה ללכוד יותר מ־59.3% ≈ 16/27 ממנו (גבול בץ).

משוואות מפתח

$$F_D = C_D \tfrac{1}{2}\rho V^2 A$$

F_D=C_D12ρ V^2A

גרר

$$F = 3\pi\mu V D$$

F=3πμ VD

גרר סטוקס

$$V_s = \frac{(\rho_p - \rho) g D^2}{18\mu}$$

V_s=((ρ_p-ρ)gD^2)/(18μ)

מהירות שקיעה

$$P = \tfrac{1}{2}\rho A V^3,\ \ C_{P,max} = \frac{16}{27}$$

P=12ρ AV^3,\ \ C_P,max=16/27

הספק רוח וגבול בץ

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 9.1 כדור בקוטר 0.22 m נע ב־20 m/s באוויר (C_D = 0.47, ערך לדוגמה). מצאו את Re ואת הגרר.

1. Re = 1.225 × 20 × 0.22/1.789 × 10⁻⁵ = 3.01 × 10⁵.
2. F = 0.47 × ½ × 1.225 × 400 × π × 0.11² = 0.47 × ½ × 1.225 × 400 × π × 0.11².

תשובה: Re = 3.01 × 10⁵ (קרוב למשבר הגרר); F = 4.38 N.

דוגמה 9.2 מצאו את מהירות השקיעה של גרגר חול בקוטר 50 µm (ρ_p = 2500 kg/m³) במים.

1. V = (2500 − 998) × 9.81 × (50 × 10⁻⁶)²/(18 × 1.002 × 10⁻³).
2. בדקו: Re = 998 × 0.00204 × 50 × 10⁻⁶/1.002 × 10⁻³ = 0.102.

תשובה: V = 2.04 mm/s; Re < 1, ולכן חוק סטוקס תקף.

דוגמה 9.3 מצאו את הספק הרוח דרך רוטור בקוטר 100 m ב־10 m/s, ואת מקסימום בץ.

1. A = π × 50² = 7854 m².
2. P = ½ × 1.225 × 7854 × 1000.
3. P_max = P × 16/27.

תשובה: P = 4.81 MW; מקסימום בץ 2.85 MW.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מכפילים את מהירות הרוח. מהו הספק הרוח?

   פי 8.

2. למה למשאיות יש חיפויים אווירודינמיים?

   כדי להקטין את גרר הלחץ מהעקבה.

3. מקטינים בחצי את קוטר החלקיק. מהי מהירות השקיעה לפי סטוקס?

.1/4

4. מהו משבר הגרר?

הצניחה הפתאומית של C_D כששכבת הגבול הופכת לטורבולנטית.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: הגרר תמיד פרופורציוני ל־V².

בפועל: ב־Re נמוך מאוד הוא פרופורציוני ל־V.

מיתוס: טורבינה יכולה להפיק את כל הספק הרוח.

בפועל: גבול בץ מגביל זאת ל־59.3%.

מיתוס: משטחים מחוספסים תמיד מגדילים גרר.

בפועל: בכדורים הם יכולים לעורר את משבר הגרר מוקדם יותר.

כרטיסיות

גרר

½ρV²A C_D.

גרר לחץ

עקבה מאחורי גופים קהים.

משבר הגרר

C_D צונח סביב Re 3 × 10⁵.

סטוקס

F = 3πμVD.

הספק רוח

½ρAV³.

בץ

59.3%.

בוחן לבדיקה עצמית

1. הספק הרוח משתנה עם V כמו…

V

V²

V³

V^4

$.V^3$. $\frac{1}{2}\rho AV^3$

2. גבול בץ הוא בערך...

30%

45%

59%

100%

.59%. 16/27

3. גרר סטוקס חל כאשר Re...

< 1

$\approx 10^3$

$> 10^5$

כלשהו

< 1. זרימה זוחלת.

4. גרר של גוף קהה הוא בעיקר...

חיכוך

לחץ

מושרה

גלי

לחץ. עקבה מנותקת.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

ה־DOE מסביר שלהבי טורבינת רוח פועלים כמו כנף מטוס או רוטור מסוק: הפרש הלחצים משני צידי הלהב יוצר עילוי וגרר, ומכיוון שהעילוי חזק מהגרר הרוטור מסובב גנרטור. ה־DOE מציין שטורבינות יבשתיות נעות בין 100 קילוואט לכמה מגוואט.

החוק ½ρAV³ מסביר מדוע טורבינות נעשות גבוהות ורחבות יותר: הכפלת קוטר הרוטור מכפילה פי ארבעה את השטח, וטבורים גבוהים יותר מגיעים לרוחות מהירות יותר, וההספק עולה כחזקה שלישית של המהירות. גבול בץ קובע את היעד שכל מתכנן להבים שואף אליו.

ב־Saving Planets: אווירודינמיקה 1 · פתרונות

מקורות: משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: Drag of a sphere (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/dragsphere.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html): דף חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): הרצאות על זרימה חיצונית.
- OpenStax UP1, 14.7 Viscosity and turbulence (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-7-viscosity-and-turbulence): פרק מספר לימוד חינמי.

סיימתי את היחידה הזו

זרימה בתעלות פתוחות: נהרות, תעלות וקפיצות הידראוליות

תעלות פתוחות, רדיוס הידראולי, מספר פרוד וזרימה תת־קריטית, קריטית ועל־קריטית, אנרגיה סגולית ועומק קריטי, זרימה אחידה ומשוואת מאנינג, קפיצות הידראוליות ופיזור אנרגיה, וגלשנים למדידת ספיקה.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- לסווג זרימה בתעלה לפי מספר פרוד.
- למצוא עומק קריטי ואנרגיה סגולית.
- להשתמש במשוואת מאנינג לזרימה אחידה.
- לחשב את העומק אחרי קפיצה הידראולית ואת האנרגיה שאובדת בה.

מושגי מפתח

- בתעלות פתוחות הכבידה מניעה את הזרימה והמשטח החופשי נמצא בלחץ האטמוספרי. הרדיוס ההידראולי הוא R_h = A/P (היקף רטוב).
- מספר פרוד Fr = V/√(gy): Fr < 1 תת־קריטית (איטית, עמוקה), Fr = 1 קריטית, Fr > 1 על־קריטית (מהירה, רדודה). גלי שטח יכולים לנוע במעלה הזרם רק בזרימה תת־קריטית.
- אנרגיה סגולית E = y + V²/(2g). עבור ספיקה ליחידת רוחב q, המינימום של E מתקבל בעומק הקריטי y_c = (q²/g)^(1/3).
- זרימה אחידה (מאנינג, SI): V = (1/n) R_h^(2/3) S^(1/2), עם חספוס n (כ־0.013 לבטון מוחלק) ושיפוע קרקעית S.
- קפיצה הידראולית הופכת זרימה על־קריטית לתת־קריטית: y₂/y₁ = ½(√(1 + 8Fr₁²) − 1), ומפזרת עומד h_L = (y₂ − y₁)³/(4y₁y₂).

מגלשי שפך משתמשים בקפיצות כדי להגן על אפיקי נהרות מתחת לסכרים.

משוואות מפתח

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}}$$

מספר פרוד

$$E = y + \frac{V^2}{2g}, \;\; y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

```
E=y+(V^2)/(2g),\ \ y_c=((q^2)/(g))^1/3
```

אנרגיה סגולית ועומק קריטי

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

```
V=1n R_h^2/3S^1/2
```

משוואת מאנינג (SI)

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1\right)$$

(y_2)/(y_1)=12(1+8Fr_1^2-1)

קפיצה הידראולית

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 10.1 בתעלת בטון ברוחב 2 m (n = 0.013) זורמים מים בעומק 1 m בשיפוע 0.001. מצאו את V ואת Q.

1. A = 2 m², P = 4 m, R_h = 0.5 m.
2. V = (1/0.013) × 0.5^(2/3) × 0.001^0.5.
3. Q = VA.

תשובה: V = 1.53 m/s; Q = 3.06 m³/s.

דוגמה 10.2 מים זורמים בעומק 0.5 m ב־6 m/s מתחת למגלש שפך. מצאו את Fr, את העומק אחרי קפיצה הידראולית ואת העומד שאבד.

1. Fr = 6/√(9.81 × 0.5) = 2.71.
2. $y_2 = 0.25 \times (\sqrt{1 + 8 \times 2.71^2} - 1)$.
3. $h_L = (y_2 - y_1)^3/(4y_1y_2)$.

תשובה: Fr = 2.71; y_2 = 1.68 m; h_L = 0.491 m.

דוגמה 10.3 מצאו את העומק הקריטי עבור q = 2 m²/s.

1. y_c = (4/9.81)^(1/3).

תשובה: y_c = 0.742 m.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. האם V = 3 m/s בעומק 1 m היא זרימה תת־קריטית או על־קריטית?

   Fr = 0.958, תת־קריטית.

2. מצאו את E עבור y = 1 m, V = 3 m/s.

.1 + 9/19.62 = 1.459 m

3. איזה עומק יוביל q = 2 m²/s ב־V = 1.53 m/s?

.2/1.532 = 1.31 m

4. למה בונים אגן הרגעה מתחת לסכר?

כדי לכפות קפיצה שמפזרת אנרגיה.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: זרימה מהירה היא תמיד על־קריטית.

בפועל: השוו את V ל־√(gy).

מיתוס: קפיצה מרוויחה אנרגיה.

בפועל: היא מאבדת אנרגיה.

מיתוס: מקדם n של מאנינג זהה בכל מקום.

בפועל: הוא תלוי במשטח.

כרטיסיות

פרוד

.V/√(gy)

רדיוס הידראולי

.A/P

אנרגיה סגולית

.y + V²/2g

עומק קריטי

.(q²/g)^(1/3)

מאנינג

.(1/n)R^(2/3)S^(1/2)

קפיצה

.$y_2/y_1 = ½(√(1 + 8Fr²) − 1)$

בוחן לבדיקה עצמית

1. זרימה על־קריטית היא…

Fr < 1

Fr = 1

Fr > 1

Fr = 0

Fr < 1. מהירה, רדודה.

2. הרדיוס ההידראולי הוא...

A/P

P/A

4A/P

y

A/P. הגדרה.

3. האנרגיה הסגולית מינימלית ב...

עומק קריטי

עומק אפס

עומק נורמלי

כל עומק

עומק קריטי. dE/dy = 0.

4. קפיצה הידראולית...

מפזרת אנרגיה

מוסיפה אנרגיה

הפיכה

מאיצה את הזרימה

מפזרת אנרגיה. ערבול טורבולנטי.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

ה־DOE מתאר תחנת כוח הידרו־אלקטרית מסוג הסטה, או זרימת נהר, כמתקן המוליך חלק מהנהר דרך תעלה ו/או צינור לחץ, ומנצל את השיפוע הטבעי של אפיק הנהר להפקת אנרגיה, לעיתים בלי סכר. תכנון התעלה הזו הוא בעיה של תעלה פתוחה: משוואת מאנינג קובעת את מידותיה לפי הספיקה, והירידה קובעת את המפל.

ה־DOE מוסיף ששחרורי מים ממאגרים יכולים לשרת מעבר דגים ואיכות מים. מהנדסים משתמשים במספר פרוד ובקפיצות הידראוליות כדי לעצב מגלשי שפך ותעלות שמגנים על אפיקי נהרות ושומרים על זרימות בטוחות לחיות הבר.

ב־Saving Planets: אוקיינוסים · תצפית על כדור הארץ

מקורות: U.S. DOE: How hydropower works (https://www.energy.gov/eere/water/how-hydropower-works) · U.S. DOE: Types of hydropower plants (https://www.energy.gov/eere/water/types-hydropower-plants)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mechanics-ii-spring-2006/): רשימות על תעלות פתוחות.
- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): זרימות עם משטח חופשי.
- NOAA: Currents tutorial (https://oceanservice.noaa.gov/education/tutorial_currents/05conveyor1.html): מדריך חינמי של NOAA.
- MIT OpenCourseWare 2.25 Advanced Fluid Mechanics (Fall 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/): טיפול מעמיק יותר.

סיימתי את היחידה הזו

תרגילים

התרגילים האלה נמצאים בתוך כל יחידה. פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה.

1. תכונות זורמים: צפיפות, צמיגות ומתח פנים
   4 תרגילים
2. סטטיקה של זורמים, מנומטרים וציפה
   4 תרגילים
3. ברנולי, גבהים ומשוואת האנרגיה
   4 תרגילים
4. תנע אינטגרלי: סילונים, להבים, ברכיים וטורבינות
   4 תרגילים
5. ניתוח דיפרנציאלי: רציפות, נאוויה–סטוקס וזרימות מדויקות
   4 תרגילים
6. ניתוח ממדים, דמיון וניסויי מודל
   4 תרגילים

7. זרימה בצינורות: חיכוך, דיאגרמת מודי והפסדים מקומיים
   4 תרגילים
8. משאבות, טורבינות ומערכות שאיבה
   4 תרגילים
9. זרימה חיצונית: שכבות גבול, גרר ועילוי
   4 תרגילים
10. זרימה בתעלות פתוחות: נהרות, תעלות וקפיצות הידראוליות
    4 תרגילים

המעבדה (Fluid mechanics lab)

המעבדה היא החלק המעשי של הקורס. כאן היא חינמית ולתרגול בלבד, ללא נקודות זכות.

כל מעבדה אפשר לבצע בסימולציה חינמית או בעזרת חפצים מהמטבח ומהגינה. עבדו מעל כיור או בחוץ, נגבו מיד כל שפיכה כדי למנוע החלקה, השתמשו רק במי ברז קרים, והרחיקו מים משקעים וממכשירים חשמליים.

מקור בטיחות: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

מעבדה A: צפיפות וציפה בשקילה

שבוע 3

מטרה: למצוא נפח וצפיפות של עצם ממשקלו באוויר וממשקלו הנראה במים, בעזרת עקרון ארכימדס.

$$V = \frac{m_{air} - m_{water}}{\rho_w}, \quad \rho = \frac{m_{air}}{V}$$

V=_air-m_waterρ_w,\ \ ρ=_airV

עקרון ארכימדס

מהלך הניסוי

1. חקרו את PhET Buoyancy: שנו את צפיפות העצם ואת צפיפות הנוזל וצפו בכוחות.
2. בבית: שקלו עצם קטן וצפוף (אבן או כפית מתכת) במשקל מטבח.
3. תלו אותו בחוט כשהוא שקוע כולו במים בקנקן המונח על המשקל (אפסו קודם), או השתמשו במשקל מזוודות תלוי; רשמו את המסה הנראית.
4. חשבו את הנפח ואת הצפיפות.

טבלת נתונים

גודל	ערך
מסה באוויר	200 g
מסה נראית במים	120 g
נפח	80 cm³
צפיפות	2500 kg/m³

ערכים לדוגמה (אופייניים לאבן או לזכוכית).

חישוב לדוגמה

1. V = (200 − 120)/1.00 = 80 cm³.
2. ρ = 200/80 = 2.50 g/cm³ = 2500 kg/m³.

בטיחות

- נגבו מיד כל שפיכה.

חלופה ביתית או וירטואלית

- זוהי מעבדה ביתית.

PhET: Buoyancy (https://phet.colorado.edu/en/simulations/buoyancy) · PhET: Density (https://phet.colorado.edu/en/simulations/density)

הקשר לכדור הארץ: NOAA מסבירה שהבדלי צפיפות הנובעים מטמפרטורה וממליחות מניעים את "המסוע" של מעמקי האוקיינוס. NOAA National Ocean Service: Thermohaline circulation (https://oceanservice.noaa.gov/education/tutorial_currents/05conveyor1.html)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה B: הבקבוק של טוריצ׳לי

שבוע 4

מטרה: לבדוק את חוק טוריצ׳לי על ידי מדידת המרחק שסילון מים מחור בבקבוק מגיע אליו.

$$V = \sqrt{2gh}, \;\; x = 2\sqrt{hY}$$

V=2gh,\ \ x=2

מהירות הסילון וטווחו מגובה Y

מהלך הניסוי

1. נקבו חור קטן בדופן בקבוק פלסטיק סמוך לתחתית; כסו אותו בסרט הדבקה.
2. מלאו את הבקבוק והניחו אותו על קופסה מעל כיור או בחוץ, כשהחור בגובה Y = 0.3 m מעל משטח הנחיתה.
3. הסירו את הסרט; כשמפלס המים h = 0.2 m מעל החור, סמנו היכן הסילון נוחת.
4. השוו לחיזוי; חזרו בעומקים אחרים.

טבלת נתונים

גודל	ערך
עומד h	0.20 m
מהירות הסילון	1.98 m/s
גובה נפילה Y	0.30 m
טווח חזוי	0.49 m

ערכים חזויים; סילונים אמיתיים נוחתים מעט קרוב יותר בגלל הפסדים בחור.

חישוב לדוגמה

1. V = √(2 × 9.81 × 0.2) = 1.98 m/s.
2. x = 2√(0.2 × 0.3) = 0.49 m.

בטיחות

- עשו זאת מעל כיור או בחוץ; נגבו מים כדי למנוע החלקה.
- השתמשו בשיפוד בזהירות, כשהוא מופנה הרחק מהיד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- זוהי מעבדה ביתית.

PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow) · PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure)

הקשר לכדור הארץ: ה־DOE מציין שתפוקת ההידרו־חשמל גדלה עם המפל; מהירות הסילון מהבקבוק גדלה עם √h מאותה סיבה. U.S. DOE: How hydropower works (https://www.energy.gov/eere/water/how-hydropower-works)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה C: מדידת ספיקה ומספר ריינולדס

שבוע 7

מטרה: למדוד ספיקה של ברז או צינור גינה בעזרת דלי ושעון עצר, ולקבוע אם הזרימה בתוכו למינרית או טורבולנטית.

$$Q = \frac{V_{bucket}}{t}, \quad Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

```
Q=_buckett,\ \ Re=(ρ VD)/(μ)
```

ספיקה ומספר ריינולדס

מהלך הניסוי

1. מדדו כמה זמן לוקח לצינור או לברז למלא 10 L.
2. מדדו את הקוטר הפנימי של הצינור או של פתח הברז.
3. חשבו את Q, את המהירות הממוצעת ואת Re.
4. סגרו את הברז עד שהזרם נראה חלק וזגוגי, וחזרו.

טבלת נתונים

גודל	ערך
10 L ב־	25 s
Q	0.4 L/s
קוטר פנימי של הצינור	16 mm
V	1.99 m/s
Re	31,700

ערכים לדוגמה; Re גבוה בהרבה מ־4000 פירושו זרימה טורבולנטית בתוך הצינור.

חישוב לדוגמה

1. $V = 0.0004 / (\pi \times 0.008^2) = 1.99$ m/s.
2. $Re = 998 \times 1.99 \times 0.016 / 1.002 \times 10^{-3} = 31{,}700$.

בטיחות

- סגרו את הברז בסיום; היזהרו מרצפה חלקה.

חלופה ביתית או וירטואלית

- זוהי מעבדה ביתית.

PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow)

הקשר לכדור הארץ: ה־EPA מציעה לבדוק את מד המים במשך שעתיים בלי שימוש במים; כל שינוי מעיד על דליפה. U.S. EPA WaterSense: Fix a Leak Week (https://www.epa.gov/watersense/fix-leak-week)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה D: גיליון אלקטרוני של חיכוך בצינורות

שבוע 10

מטרה: לבנות גיליון אלקטרוני של מספר ריינולדס, מקדם החיכוך והפסד העומד כפונקציה של המהירות, ולראות כיצד ההפסדים גדלים.

$$h_L = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

`h_L=fL/D(V^2)/(2g)`

דארסי–וייסבך

מהלך הניסוי

1. קבעו D = 50 mm, L = 100 m, ε = 0.045 mm, מים ב־20 °C.
2. חשבו את Re ואת f של הלנד עבור V מ־0.5 עד 3 m/s.
3. חשבו את h_L ושרטטו אותו כפונקציה של V.
4. התאימו h_L ∝ V^n ומצאו את n.

טבלת נתונים

V (m/s)	Re	f	h_L (m)
1	49,800	0.0235	2.39
2	99,600	0.0216	8.82
3	149,400	0.0209	19.2

ערכים מחושבים; n יוצא מעט מתחת ל־2 כי f יורד לאט כש־Re עולה.

חישוב לדוגמה

1. h_L(2 m/s) = 0.0216 × 2000 × 4/19.62 = 8.82 m.
2. שילוש V מגדיל את h_L פי 8.0 = 19.2/2.39.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני מתאים.

MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mecha/nics-ii-spring-2006/)

הקשר לכדור הארץ: ה־DOE אומר ששיטות מיטביות במערכות שאיבה חוסכות אנרגיה רבה מאוד; פחות הפסדים פירושם משאבות קטנות יותר. U.S. DOE: Pump systems (https://www.energy.gov/eere/iedo/pump-systems)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה E: שקיעת חול במים

שבוע 13

מטרה: לצפות בשקיעת חול דק וחול גס בכוס גבוהה של מים ולהשוות לחוק סטוקס.

$$V_s = \frac{(\rho_p - \rho) g D^2}{18 \mu}$$

`V_s=((ρ_p-ρ)gD^2)/(18μ)`

שקיעת סטוקס

מהלך הניסוי

1. מלאו במים כוס גבוהה או בקבוק שקוף.
2. הפילו קורט חול דק ומדדו כמה זמן לוקח לגרגרים לרדת 0.2 m.
3. חזרו עם חול גס יותר.
4. השוו את המהירויות לחוק סטוקס ושימו לב מתי הוא מפסיק לחול.

טבלת נתונים

קוטר הגרגר	מהירות סטוקס	Re
50 µm	2.04 mm/s	0.102
100 µm	8.17 mm/s	0.81

חושב לגרגרים דמויי קוורץ (ρ = 2500 kg/m³); גרגרים גסים יותר, עם Re מעל כ־1, נופלים לאט יותר משסטוקס חוזה.

חישוב לדוגמה

1. $V(50\ \mu m) = 1502 \times 9.81 \times 2.5 \times 10^{-9} / (18 \times 1.002 \times 10^{-3}) = 2.04\ mm/s$.
2. הכפלת D נותנת פי 4 במהירות.

בטיחות

- השתמשו בחול משחק נקי; רחצו ידיים אחר כך.

חלופה ביתית או וירטואלית

- זוהי מעבדה ביתית.

NASA Glenn: Drag of a sphere (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/dragsphere.html)

הקשר לכדור הארץ: ה־DOE מציין ששחרורי מים ממאגרים משרתים את איכות המים; שקיעת סחף קובעת כיצד מאגרים מתמלאים וכיצד נהרות נושאים טין. U.S. DOE: Types of hydropower plants (https://www.energy.gov/eere/water/types-hydropower-plants)

- [ ] השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)

מעבדה F: מערכת שאיבה ומהירות משתנה

שבוע 11

מטרה: למצוא את נקודת העבודה של משאבה ולהשתמש בחוקי הדמיון כדי להשוות חניקה להאטת המשאבה.

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^3$$

```
(P_2)/(P_1)=((N_2)/(N_1))^3
```

חוק דמיון להספק

מהלך הניסוי

1. הזינו את עקומת המשאבה $H = 40 - 7000Q^2$ ואת עקומת המערכת $H = 10 + 5000Q^2$.
2. מצאו את נקודת העבודה ואת הספק הציר.
3. יישמו את חוקי הדמיון ב־1500 וב־1200 סל״ד על הנקודה ב־1800 סל״ד (0.05 m³/s, 30 m).
4. השוו את ההספקים הנדרשים.

טבלת נתונים

N (סל״ד)	Q (m³/s)	H (m)	יחס הספקים
1800	0.050	30.0	1.000
1500	0.0417	20.8	0.579
1200	0.0333	13.3	0.296

קנה מידה דמיון אידיאלי; ההרמה הסטטית במערכת מגבילה עד כמה אפשר להאט משאבה אמיתית.

חישוב לדוגמה

1. $Q(1200) = 0.05 \times 2/3 = 0.0333$ m³/s.
2. יחס הספקים $= (2/3)^3 = 0.296$.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני מתאים.

U.S. DOE: Pump systems (https://www.energy.gov/eere/iedo/pump-systems)

הקשר לכדור הארץ: הכלים החינמיים PSAT ו־MEASUR של ה־DOE עוזרים למפעלים למצוא בדיוק את החיסכון הזה במשאבות. U.S. DOE: Pump systems (https://www.energy.gov/eere/iedo/pump-systems)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מערכי תרגול למבחן

מדדו זמן: כ־10 דקות לבעיה. אחר כך השוו לפתרונות המלאים.

סט תרגול לבחינת אמצע (יחידות 5–1)

1. מצאו את מאמץ הגזירה במים בין לוחות במרחק 0.5 mm זה מזה כשאחד נע ב־1 m/s.

   1. $\tau = 1.002 \times 10^{-3} \times 1/0.0005$.

   תשובה: 2.00 Pa.

2. מצאו את הלחץ היחסי בעומק 25 m במי ים (1025 kg/m³).

   1. $1025 \times 9.81 \times 25$.

   תשובה: 251.4 kPa.

3. מצאו את ההספק של תחנת הידרו עם $Q = 20\ m^3/s$, $H = 40\ m$, $\eta = 0.88$ ($\rho = 1000$).

   1. $0.88 \times 1000 \times 9.81 \times 20 \times 40$.

   תשובה: 6.91 MW.

4. סילון מים של 0.01 m³/s ב־25 m/s מוסט ב־180° על ידי להב קבוע. מהו הכוח?

   1. $2\rho QV = 2 \times 1000 \times 0.01 \times 25$.

   תשובה: 500 N.

5. מצאו את Q הלמינרי בצינורית ברדיוס 2 mm, $\Delta p/L = 200\ Pa/m$, מים.

   1. $\pi \times 0.002^4 \times 200/(8 \times 1.002 \times 10^{-3})$.

   תשובה: $1.25 \times 10^{-6}\ m^3/s$.

מערך תרגול מסכם (כל היחידות)

1. דגם ספינה בקנה מידה 1:25 מוקטן לפי פרוד. מהירות מלאה 10 m/s. מהי מהירות הדגם?

   1. $10/5$.

   תשובה: 2 m/s.

2. מצאו את h_L ב־200 m של צינור בקוטר 0.1 m עם f = 0.02 ב־1.5 m/s.

   .1. 2.25/19.62 × 2000 × 0.02

   תשובה: 4.59 m.

3. משאבה ב־1200 סל״ד נותנת עומד של 25 m. מהו העומד ב־1500 סל״ד?

   .1. 25 × (1.25)²

   תשובה: 39.1 m.

4. מצאו את הספק הרוח דרך רוטור של 80 m ב־8 m/s (ρ = 1.225).

   .1. ½ × 1.225 × π × 40² × 512

   תשובה: 1.58 MW.

5. מצאו את Fr לזרימה של 4 m/s בעומק 0.4 m.

   .1. 4/√(9.81 × 0.4)

   תשובה: 2.02, על־קריטית.

6. מצאו את y_c עבור q = 3 m²/s.

   .1. (9/9.81)^(1/3)

   תשובה: 0.972 m.

דף נוסחאות

$$\tau = \mu\, du/dy,\ \nu = \mu/\rho$$

$$p = p_0 + \rho g h,\ F = \rho g h_c A,\ F_B = \rho g V$$

$$Q = AV,\ p/\rho g + V^2/2g + z = \text{const}$$

$$P = \eta \rho g Q H,\ V = \sqrt{2gh}$$

$$\sum F = \sum \dot{m} V_{out} - \sum \dot{m} V_{in},\ F = \rho Q V(1 - \cos$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0,\ Q = \pi R^4 \Delta p/(8\mu L)$$

$$Re = \rho V L/\mu,\ Fr = V/\sqrt{gL}$$

$$h_L = f(L/D)V^2/2g,\ f_{lam} = 64/Re$$

$$h_m = K V^2/2g,\ D_h = 4A/P$$

$$P = \rho g Q h/\eta,\ Q \propto N,\ H \propto N^2,\ P \propto N^3$$

$$F_D = C_D \tfrac{1}{2}\rho V^2 A,\ P_{wind} = \tfrac{1}{2}\rho A V^3$$

$$V = (1/n) R_h^{2/3} S^{1/2},\ y_c = (q^2/g)^{1/3}$$

$$y_2/y_1 = \tfrac{1}{2}(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1)$$

קבועים

קבוע	ערך
מים ב־20 °C (ערכי ספר לימוד)	ρ = 998 kg/m³, μ = 1.002 × 10⁻³ kg/(m·s), ν = 1.004 × 10⁻⁶ m²/s, מתח פנים σ = 0.0728 N/m
אוויר ב־15 °C (ערכי ספר לימוד)	ρ = 1.225 kg/m³, μ = 1.789 × 10⁻⁵ kg/(m·s)
מי ים וקרח (ערכי ספר לימוד)	ρ_sea = 1025 kg/m³, ρ_ice = 917 kg/m³
כספית (ערך ספר לימוד)	ρ = 13,600 kg/m³
הכבידה	g = 9.81 m/s²
1 גלון אמריקאי	3.785 L

מקור: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

טקסטים וסימולציות בחינם

השתמשו בהרצאות, בפרקי ספרי הלימוד ובסימולציות החינמיים האלה לצד הקורס.

- MIT OpenCourseWare 2.06 Fluid Dynamics (Spring 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-06-fluid-dynamics-spring-2013/): רשימות הרצאות ומערכי תרגילים חינמיים של MIT.
- MIT OpenCourseWare 1.060 Engineering Mechanics II (Spring 2006) (https://ocw.mit.edu/courses/1-060-engineering-mechanics-ii-spring-2006/): קורס MIT חינמי בזורמים להנדסה אזרחית.
- MIT OpenCourseWare 2.25 Advanced Fluid Mechanics (Fall 2013) (https://ocw.mit.edu/courses/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/): טיפול מעמיק יותר של MIT.
- OpenStax University Physics Volume 1, Chapter 14: Fluid mechanics (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-1-fluids-density-and-pressure): פרק מספר לימוד חינמי.
- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): לחץ וזרימה באופן אינטראקטיבי.
- PhET: Buoyancy (https://phet.colorado.edu/en/simulations/buoyancy): ציפה באופן אינטראקטיבי.

מילון מונחים

שכבת גבול

שכבה דקה ליד דופן שבה הצמיגות משמעותית.

ציפה

כוח כלפי מעלה השווה למשקל הנוזל שנדחק.

קוויטציה

בועות אדים הנוצרות במקום שבו הלחץ יורד ללחץ האדים.

רציפות

שימור מסה בזרימה.

מקדם גרר

גרר מחולק ב־½ρV²A.

מספר פרוד

V/√(gL), אינרציה חלקי כבידה.

עומד

אנרגיה ליחידת משקל של נוזל, במטרים.

הפסד עומד

אנרגיה מכנית שאובדת לחיכוך, ליחידת משקל.

קפיצה הידראולית

מעבר פתאומי מזרימה על־קריטית לתת־קריטית.

רדיוס הידראולי

שטח הזרימה חלקי ההיקף הרטוב.

זרימה למינרית

זרימה חלקה בשכבות במספר ריינולדס נמוך.

מנומטר

צינור נוזל המשמש למדידת הפרשי לחצים.

משוואות נאוויה–סטוקס

משוואות התנע לנוזל צמיג.

נקודת עבודה

המקום שבו עקומת המשאבה פוגשת את עקומת המערכת.

מספר ריינולדס

ρVL/μ, אינרציה חלקי כוחות צמיגות.

כובד סגולי

צפיפות ביחס למים.

זרימת סטוקס

זרימה זוחלת ב־Re קטן בהרבה מ־1.

מתח פנים

כוח ליחידת אורך לאורך משטח נוזל.

זרימה טורבולנטית

זרימה כאוטית ומערבלת במספר ריינולדס גבוה.

צמיגות

התנגדות של נוזל לגזירה.

מחוון להערכה עצמית

לא ניתנים ציון או נקודות זכות. השתמשו בזה כדי להעריך בכנות איפה אתם עומדים בכל יחידה.

רמה	איך זה נראה
4 · שליטה מלאה	משרטט נפחי בקרה, בוחר את החוק הנכון (הידרוסטטיקה, ברנולי, אנרגיה, תנע, נאוויה–סטוקס), בודק Re ו־Fr, שומר על יחידות עקביות ומבצע מעבדות בבטחה.
3 · מיומן	פותר את תרגילי התרגול עם טעויות מזדמנות ביחידות או בסימנים.
2 · מתפתח	עוקב אחר דוגמאות פתורות אך מיישם את ברנולי לרוחב משאבות או מתעלם מהפסדים.
1 · מתחיל	מציב/ה מספרים בנוסחאות בלי שרטוט; צריך/ה לחזור על היחידה.

שקלול מוצע אם רוצים ציון

חלק	משקל
תרגילים	20%
מעבדות	25%
מערך תרגול לאמצע הקורס	25%
מערך תרגול מסכם	30%

שאפו לרמה 3 ומעלה בכל יחידה לפני שעוברים לקורס הבא.

קורסים קשורים

- תרמודינמיקה ENGR 320
- ביצועי מטוסים AERO 320
- אווירודינמיקה 1 AERO 310
- כל הקורסים