Ultimo aggiornamento: November 1, 2026

🗺️ Percorso di quattro anni · Anno 3, Primavera · 🧱 Calcolatore integrato

# Informazioni sul corso

Questo corso gratuito ha 10 unità e 6 laboratori. Sono i totali reali, non un programma più lungo accorciato.

Un controllo è un numero o un risultato di codice in una pagina del corso che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero stampato e quello ricalcolato devono coincidere.

> Questo è lo schema di un corso gratuito di autoapprendimento scritto da Saving Planets. Non è un corso universitario, non dà crediti accademici e nessuna scuola è coinvolta.
>
> Il programma segue un corso semestrale dell'ultimo anno di dinamica del volo e controlli per ingegneri aerospaziali. Riprende argomenti e livello di MIT 16.333 Aircraft Stability and Control, MIT 16.06 Principles of Automatic Control e MIT 16.30 Feedback Control Systems (gratuiti su MIT OpenCourseWare), e usa la Beginner's Guide to Aeronautics gratuita di NASA Glenn, che colleghiamo dove è utile. Nessuno di questi autori, atenei o enti approva questa pagina.
>
> Cosa aggiungiamo: ogni unità è legata a un lavoro reale con una fonte pubblica citata (i test di volo dell'X-59 della NASA, il sistema di puntamento di Hubble e il giroplano Dragonfly), ogni numero della pagina viene ricalcolato da uno script di verifica prima della pubblicazione, e ogni laboratorio ha una simulazione gratuita o un foglio di calcolo.
>
> Seguilo in ordine. Ogni unità ha obiettivi, idee chiave, equazioni, esempi passo per passo, esercizi con soluzioni complete, errori comuni, flashcard e un quiz. I tuoi progressi sono salvati solo in questo browser.

## Come questo corso aiuta a salvare il pianeta

Veicoli stabili e ben controllati volano su traiettorie efficienti, e le stesse idee di controllo puntano satelliti di osservazione della Terra e telescopi con precisione sufficiente a misurare il nostro pianeta e l'universo.

L'ingegneria dei controlli rende possibili anche aeromobili nuovi, più silenziosi e più autonomi. Ogni unità termina con una breve sezione con fonti. I valori che non provengono da una fonte sono indicati come valori di esempio o da manuale.

## Per gli insegnanti

Puoi insegnare questo corso, oppure lasciare che uno studente lo faccia da solo. È gratis. Saving Planets non dà un voto né crediti scolastici.

- Questa pagina è l'intero corso: 10 unità e 6 laboratori (AERO 420).
- Prevedi 15 settimane, circa 6–9 ore a settimana, comprese le settimane di laboratorio.
- Segui il calendario di 15 settimane. Leggi l'unità, fai la pratica su carta, poi apri la risposta. Nella settimana di laboratorio, fai il laboratorio o la versione a casa.
- Un controllo è un numero o un risultato di codice nella pagina che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero che vedi e quello ricalcolato devono coincidere.
- Usa Stampa questa pagina, oppure scarica la guida di studio PDF. Il formulario è verso la fine.
- Chiedi: in che modo questa unità aiuta le persone e il pianeta? Ogni unità ha un riquadro verde con un fatto e la sua fonte.
- Copia il modello di guida per insegnanti e scrivi il nome della classe, il tempo che hai e le domande che farai. Apri il modello di guida per insegnanti

# Prima di iniziare

### Prerequisiti

- Dinamica: rotazione dei corpi rigidi, momenti d'inerzia e momento angolare.
- Equazioni differenziali: EDO lineari e trasformata di Laplace.
- Algebra lineare: matrici e autovalori.
- Aerodinamica I e Prestazioni degli aeromobili: portanza, resistenza, momenti e volo in virata.

### Come studiare

- Disegna gli assi corpo e il baricentro prima di scrivere qualsiasi equazione dei momenti.
- Tieni gli angoli in radianti nelle formule; converti in gradi solo per la risposta.
- Distingui la stabilità statica (la prima tendenza dopo un disturbo) dalla stabilità dinamica (ciò che accade nel tempo).
- Disegna i poli nel piano s per ogni sistema che incontri.
- Verifica ogni risposta con il buon senso fisico: i sistemi stabili si assestano, quelli instabili crescono.
- Fai ogni esercizio su carta prima di aprire la risposta e ripeti i quiz qualche giorno dopo.

### Che cosa ti serve

- Un computer o un tablet per le simulazioni PhET gratuite Balancing Act e Masses and Springs.
- Un foglio di calcolo (va bene qualsiasi gratuito), oppure Python.
- Le pagine della Beginner's Guide to Aeronautics di NASA Glenn in un browser web.
- Una calcolatrice.

# Programma suggerito di 15 settimane

Circa 6-9 ore a settimana: lettura, esercizi e, nelle settimane di laboratorio, il laboratorio.

| Settimana | Unità | Argomenti | Lettura |
|---|---|---|---|
| 1 | Assi, rotazioni e momenti | Assi, cg e momenti; Laboratorio A | NASA Glenn |
| 2 | Stabilità statica longitudinale | Stabilità statica longitudinale | MIT 16.333 |
| 3 | Equilibratura e comando dell’equilibratore | Equilibratura ed equilibratore; Laboratorio B | NASA Glenn |
| 4 | Stabilità latero-direzionale e virate | Stabilità latero-direzionale e virate | MIT 16.333 |
| 5 | Equazioni del moto e modi dinamici | Equazioni del moto e linearizzazione | MIT 16.333 |
| 6 | Equazioni del moto e modi dinamici | Modi dinamici; Laboratorio C | MIT 16.333 |
| 7 | Trasformate di Laplace e funzioni di trasferimento | Funzioni di trasferimento; esercitazione per il parziale | MIT 16.06 |
| 8 | Risposta nel tempo del secondo ordine | Risposta del secondo ordine; Laboratorio D | MIT 16.06 |
| 9 | Retroazione e controllo PID | Retroazione e PID | MIT 16.06 |
| 10 | Retroazione e controllo PID | Progetto di autopilota; Laboratorio E | MIT 16.30 |
| 11 | Analisi di stabilità: Routh, luogo delle radici e margini | Routh, luogo delle radici e margini | MIT 16.06 |
| 12 | Determinazione e controllo d’assetto dei veicoli spaziali | Dinamica d’assetto e sensori | MIT 16.30 |
| 13 | Determinazione e controllo d’assetto dei veicoli spaziali | Ruote di reazione e manovre di slew; Laboratorio F | NASA Hubble |
| 14 | Determinazione e controllo d’assetto dei veicoli spaziali | Autonomia e risposta ai guasti | NASA Dragonfly |
| 15 | Determinazione e controllo d’assetto dei veicoli spaziali | Ripasso; esercitazione per l’esame finale | MIT 16.06 |

# I tuoi progressi

Spunta unità e laboratori man mano che li finisci, e fai i quiz. Progressi e punteggi sono salvati solo in questo browser e non ci vengono mai inviati.

## Unità

# Assi, rotazioni e momenti

Assi corpo passanti per il baricentro, rollio, beccheggio e imbardata, superfici di comando e i momenti che generano, calcolo del baricentro e angoli di Eulero.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Definire gli assi di rollio, beccheggio e imbardata.
- Individuare un baricentro dalle masse dei componenti.
- Calcolare il momento di una forza di comando.
- Associare ogni superficie di comando al suo momento.

## Concetti chiave

- In volo un aeromobile ruota attorno al suo baricentro (cg), la posizione media della sua massa.
- Assi corpo: rollio verso il muso, beccheggio verso l'estremità dell'ala destra, imbardata verso il ventre dell'aeromobile.
- Le superfici di comando generano forze aerodinamiche a distanza dal cg, producendo momenti: l'equilibratore beccheggia, il timone imbarda, gli alettoni rollano.
- Il cg di più masse è x_cg = Σm_ix_i/Σm_i; spostarlo cambia stabilità e controllo.
- Gli angoli di Eulero (imbardata ψ, beccheggio θ, rollio φ, applicati in quest'ordine) descrivono l'assetto rispetto alla Terra.

## Equazioni chiave

$$x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

```
x_cg=( m_ix_i)/( m_i)
```

Baricentro

$$M = Fd$$

```
M=Fd
```

Momento di una forza

$$L,\ M,\ N$$

Momenti di rollio, beccheggio e imbardata

$$\psi \to \theta \to \phi$$

Ordine degli angoli di Eulero

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 1.1** Una forza di coda di 2000 N agisce 6 m dietro il cg (valori di esempio). Trova il momento di beccheggio.

1. M = 2000 × 6.

**Risposta:** 12,000 N·m.

**Esempio 1.2** Masse di 1000 kg a 2 m, 500 kg a 6 m e 300 kg a 10 m dal muso (valori di esempio). Trova il cg.

1. Σm = 1800 kg.
2. Σmx = 2000 + 3000 + 3000 = 8000 kg·m.

**Risposta:** x_cg = 4.44 m.

**Esempio 1.3** Quale superficie fa rollare l’aeromobile?

1. Gli alettoni si deflettono in versi opposti su ciascuna ala.

**Risposta:** Gli alettoni producono un momento di rollio.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Momento di 500 N a 4 m?

   2000 N·m.

2. Quale superficie fa imbardare il muso?

   Il timone.

3. Aggiungi 200 kg a 10 m all’esempio. Nuovo cg?

   10,000/2000 = 5.0 m.

4. Attorno a quale punto ruota un aquilone?

   Il suo punto di briglia.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Gli aeromobili ruotano attorno al muso.
**In realtà:** Ruotano attorno al cg.

**Mito:** L'equilibratore fa rollare l'aeromobile.
**In realtà:** Lo fa beccheggiare.

**Mito:** L'ordine degli angoli di Eulero non conta.
**In realtà:** Le rotazioni non commutano.

## Flashcard

**cg**

Posizione media della massa.

**Rollio**

Rotazione attorno all'asse del muso.

**Beccheggio**

Muso su o giù.

**Yaw**

Muso da un lato all'altro.

**Momento**

Forza × distanza.

**Angoli di Eulero**

ψ, θ, φ.

## Quiz di autoverifica

**1. Gli aeromobili ruotano attorno...**

al cg

al muso

alla coda

all'estremità alare

al cg. NASA Glenn.

**2. Il timone produce...**

l’imbardata

il rollio

il beccheggio

solo portanza

l’imbardata. Momento di imbardata.

**3. cg dell’esempio...**

4.44 m

6 m

2 m

10 m

4.44 m. 8000/1800.

**4. L’asse di beccheggio punta verso...**

l’estremità dell’ala destra

al muso

il basso

l’alto

l’estremità dell’ala destra. Definizione.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

NASA Glenn spiega che le superfici di comando producono forze nei loro centri di pressione, a una certa distanza dal cg, creando coppie attorno agli assi principali: l'equilibratore beccheggia, il timone imbarda e gli alettoni rollano. Il primo aeromobile a mostrare un controllo attivo su tutti e tre gli assi fu l'aliante dei Wright del 1902.

Ogni moderno aereo di linea efficiente e ogni aereo di osservazione della Terra usa ancora questi tre momenti, oggi spesso comandati da computer di controllo del volo.

Su Saving Planets: Aerodinamica I · Dinamica

Fonti: NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/) · NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/): Spiegazione gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Lezioni gratuite del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

# Stabilità statica longitudinale

Coefficiente di momento di beccheggio, la derivata di stabilità C_mα, il punto neutro, il margine statico e come posizione del cg e dimensione della coda fissano la stabilità.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Enunciare la condizione di stabilità statica in beccheggio.
- Calcolare il margine statico.
- Collegare il margine statico a C_mα.
- Spiegare l'effetto dello spostamento del cg.

## Concetti chiave

- La stabilità statica è la prima tendenza dopo un disturbo: un aeromobile staticamente stabile genera un momento che lo riporta indietro.
- In beccheggio serve C_mα < 0: più angolo d'attacco produce un momento picchiante.
- Il punto neutro è la posizione del cg in cui C_mα = 0.
- Margine statico SM = (x_np − x_cg)/c̄; positivo significa stabile. Approssimativamente C_mα = −C_Lα × SM.
- Arretrare il cg riduce stabilità e forze di comando; troppo indietro rende l'aeromobile instabile a meno che un computer non lo stabilizzi.

## Equazioni chiave

$$C_{m_\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} < 0$$

`C_m_α=( C_m)/(α)<0`

Stabilità in beccheggio

$$SM = \frac{x_{np} - x_{cg}}{\bar{c}}$$

`SM=_np-x_cg c`

Margine statico

$$C_{m_\alpha} = -C_{L_\alpha} SM$$

`C_m_α=-C_L_αSM`

Derivata di stabilità

$$M = \frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c} C_m$$

`M=12ρ V^2S cC_m`

Momento di beccheggio

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 2.1** Il punto neutro è a 0.35c̄ e il cg a 0.25c̄ (valori di esempio). Trova il margine statico.

1. SM = 0.35 − 0.25.

**Risposta:** SM = 0.10 (10%).

**Esempio 2.2** Con C_Lα = 5.5 per radiante, trova C_mα.

1. C_mα = −5.5 × 0.10.

**Risposta:** C_mα = −0.55 per radiante: stabile.

**Esempio 2.3** Sposta il cg a 0.30c̄. Trova il nuovo C_mα.

1. SM = 0.05; −5.5 × 0.05.

**Risposta:** −0.275 per radiante: rigido la metà.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. SM con il cg a 0.35c̄?

   0: stabilità neutra.

2. Segno di C_mα con il cg a 0.40c̄?

   Positivo: instabile.

3. Una coda più grande sposta il punto neutro in avanti o indietro?

   Indietro, aumentando il margine statico.

4. Perché volare con margini piccoli?

Meno resistenza di equilibratura e comandi più leggeri.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** La stabilità statica garantisce la stabilità dinamica.

**In realtà:** È solo la prima tendenza.

**Mito:** Un cg arretrato è sempre più sicuro.

**In realtà:** Riduce la stabilità.

**Mito:** $C_{m\alpha}$ deve essere positivo.

**In realtà:** Negativo è stabile.

## Flashcard

**Stabilità statica**

Prima tendenza a ritornare.

**$C_{m\alpha}$**

Rigidezza in beccheggio.

**Punto neutro**

cg in cui $C_{m\alpha} = 0$.

**Margine statico**

$(x_{np} - x_{cg})/\bar{c}$.

**Corda media $\bar{c}$**

Lunghezza di riferimento.

**Stabilità rilassata**

Margine piccolo o negativo con l'aiuto di un computer.

## Quiz di autoverifica

**1. Stabile in beccheggio se $C_{m\alpha}$...**

$< 0$

$> 0$

$= 1$

$= 0$

< 0. Di richiamo.

**2. Esempio di SM…**

0.10

0.35

0.25

0.60

0.10. 0.35 − 0.25.

**3. Punto neutro: C_mα = …**

0

1

−1

∞

0. Definizione.

**4. Arretrare il cg…**

riduce SM

aumenta SM

nessun cambiamento

aggiunge portanza

riduce SM. Il margine si riduce.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA riferisce che dopo 25 voli le caratteristiche di volo reali dell'X-59 corrispondono da vicino alle simulazioni, comprese le qualità di volo e il margine di stabilità, che la NASA descrive come quanto l'aeromobile è vicino a diventare instabile in certe condizioni.

L'X-59 è sagomato per trasformare un forte bang sonico in un tonfo sommesso, e confermarne in volo il margine di stabilità fa parte della dimostrazione che un volo supersonico più silenzioso è praticabile.

Su Saving Planets: Aerodinamica I · Prestazioni dei velivoli

Fonti: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Lezioni gratuite del MIT.
- NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/): Spiegazione gratuita della NASA.

☐ **Ho finito questa unità**

# Equilibratura e comando dell’equilibratore

L’equilibratura come momento di beccheggio netto nullo, l’efficacia dell’equilibratore, l’angolo dell’equilibratore per equilibrare, la deportanza della coda e la resistenza di equilibratura, e la stabilità a comandi bloccati o liberi.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Scrivere la condizione di equilibratura.
- Ricavare l’angolo dell’equilibratore per equilibrare.
- Spiegare perché le code spesso spingono verso il basso.
- Descrivere la resistenza di equilibratura.

## Concetti chiave

- Equilibrare significa momento di beccheggio netto nullo: C_m = C_m0 + C_mα α + C_mδe δ_e = 0.
- L’efficacia dell’equilibratore C_mδe è negativa per un equilibratore di coda: bordo d’uscita giù dà muso giù.
- La portanza dell’equilibratore agisce a una certa distanza dal cg, quindi genera una coppia e l’aeromobile ruota attorno al suo cg.
- Le code moderne spesso generano portanza negativa per tenere il muso su, che l’ala deve compensare con portanza aggiuntiva.
- Quella portanza aggiuntiva costa resistenza indotta, detta resistenza di equilibratura; un margine statico minore la riduce.

## Equazioni chiave

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_e}}\delta_e = 0$$

`C_m=C_m_0+C_m_αα+C_m__e_e=0`

Condizione di equilibratura

$$\delta_e = -\frac{C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha}{C_{m_{\delta_e}}}$$

`_e=-_m_0+C_m_ααC_m__e`

Equilibratore per equilibrare

$$C_L = C_{L_\alpha}\alpha$$

`C_L=C_L_αα`

Pendenza della portanza

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$$

L=12ρ V^2SC_L

Portanza

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 3.1** C_m0 = 0.05, C_mα = −0.55, C_mδe = −1.2 per radiante (valori di esempio). Trova δ_e per equilibrare ad α = 0.05 rad.

1. 0.05 − 0.0275 − 1.2δ_e = 0.
2. δ_e = 0.0225/1.2.

**Risposta:** δ_e = 0.01875 rad = 1.07°.

**Esempio 3.2** Quale angolo d’attacco equilibra con equilibratore nullo?

1. α = 0.05/0.55.

**Risposta:** α = 0.0909 rad = 5.21°.

**Esempio 3.3** Trova C_L in quell’equilibrio con C_Lα = 5.5.

1. 5.5 × 0.0909.

**Risposta:** C_L = 0.50.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. δ_e per equilibrare ad α = 0.1 rad?

   −0.00417 rad (−0.24°).

2. Convenzione di segno per δ_e?

   Bordo d’uscita giù positivo.

3. Perché la deportanza della coda costa carburante?

   L’ala genera più portanza, aggiungendo resistenza indotta.

4. Dov’era l’equilibratore del Wright Flyer?

   Davanti.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Equilibrare significa volo livellato.
**In realtà:** Significa momento netto nullo in qualsiasi condizione stazionaria.

**Mito:** Le code generano sempre portanza verso l’alto.
**In realtà:** Molte spingono verso il basso.

**Mito:** L’equilibratore cambia solo l’angolo di beccheggio.
**In realtà:** Fissa l’angolo d’attacco e la velocità di equilibrio.

## Flashcard

**Trim**

Momento netto nullo.

**$C_{m\delta e}$**

Efficacia dell’equilibratore.

**Equilibratore**

Superficie di comando del beccheggio.

**Deportanza della coda**

Portanza negativa della coda.

**Resistenza di equilibratura**

Resistenza dovuta all’equilibratura.

**Canard**

Superficie di equilibratore anteriore.

## Quiz di autoverifica

**1. Equilibratura: $C_m$ = ...**

0

1

$C_L$

C_mα

0. Nessun momento netto.

**2. δ_e dell'esempio...**

1.07°

10°

0°

−5°

1.07°. Svolto.

**3. La resistenza di equilibratura deriva da...**

portanza alare aggiuntiva

solo attrito

motori

carrello

portanza alare aggiuntiva. Indotta.

**4. C_mδe per una coda è...**

negativo

positivo

zero

infinita

negativo. Muso giù.

**Rifai questo quiz**

### Come questo aiuta a salvare il pianeta

NASA Glenn spiega che lo stabilizzatore orizzontale degli aeromobili moderni è di solito calettato a un angolo negativo, generando una forza verso il basso che tiene giù la coda e l'aereo equilibrato, e che questa forza negativa va vinta con una maggiore portanza dell'ala.

Ogni portanza aggiuntiva aggiunge resistenza e consumo di carburante, quindi un'equilibratura accurata e la gestione del cg sono modi piccoli ma reali per ridurre le emissioni dell'aviazione.

Su Saving Planets: Prestazioni dei velivoli · Soluzioni

Fonti: NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/): Strumento interattivo gratuito della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Lezioni gratuite del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

# Stabilità latero-direzionale e virate

Stabilità a banderuola (direzionale), effetto diedro, comando di rollio con gli alettoni, smorzamento di rollio e modo di rollio, imbardata inversa e virata coordinata.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Enunciare le condizioni di stabilità direzionale e di rollio.
- Calcolare la costante di tempo del modo di rollio e la velocità di rollio a regime.
- Trovare angolo di inclinazione e fattore di carico di una virata coordinata.
- Spiegare l'imbardata inversa.

## Concetti chiave

- La stabilità direzionale (a banderuola) richiede C_nβ > 0: una derapata riporta il muso nel vento.
- L'effetto diedro richiede C_lβ < 0: una derapata fa rollare l'aeromobile in verso opposto alla derapata.
- Gli alettoni si deflettono in versi opposti per generare un momento di rollio; lo smorzamento di rollio L_p si oppone alla velocità di rollio, dando il modo di rollio con τ = 1/|L_p|.
- L'alettone abbassato genera più portanza e resistenza, facendo imbardare il muso in verso opposto alla virata (imbardata inversa); il timone la corregge.
- In una virata coordinata livellata tan φ = V²/(gR) e il fattore di carico n = 1/cos φ.

## Equazioni chiave

$$C_{n_\beta} > 0,\ C_{l_\beta} < 0$$

Stabilità latero-direzionale

$$p_{ss} = -\frac{L_{\delta_a}}{L_p}\delta_a$$

```
p_ss=-__aL_p_a
```

Velocità di rollio a regime

$$\tan\phi = \frac{V^2}{gR}$$

```
=(V^2)/(gR)
```

Virata coordinata

$$n = \frac{1}{\cos \phi}$$

Fattore di carico

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 4.1** Una virata a 100 m/s con raggio 2000 m (valori di esempio). Trova l'angolo di inclinazione.

1. tan φ = 100²/(9.80665 × 2000) = 0.510.

**Risposta:** φ = 27.0°.

**Esempio 4.2** Trova il fattore di carico.

1. n = 1/cos 27.0°.

**Risposta:** n = 1.122.

**Esempio 4.3** L_δa = 2.0 s⁻², L_p = −4.0 s⁻¹ (valori di esempio), δ_a = 0.1 rad. Trova τ e la velocità di rollio a regime.

1. τ = 1/4.
2. p = 2.0 × 0.1/4.0.

**Risposta:** τ = 0.25 s; p = 0.05 rad/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Fattore di carico a 60° di inclinazione?

   2.0.

2. Raggio a 100 m/s e 45° di inclinazione?

   1020 m.

3. Che cosa fa il diedro?

Rimette l’aeromobile a livello dopo una derapata.

4. Perché usare il timone in virata?

   Per annullare l’imbardata inversa.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Gli alettoni da soli fanno una virata pulita.
**In realtà:** L’imbardata inversa richiede il timone.

**Mito:** L’angolo di inclinazione non dipende dalla velocità.
**In realtà:** Cresce con $V^2$ a raggio fisso.

**Mito:** $C_{n\beta}$ deve essere negativo.
**In realtà:** Positivo è stabile.

## Flashcard

**Derapata β**

Angolo del vento laterale.

**$C_{n\beta}$**

Stabilità direzionale.

**$C_{l\beta}$**

Effetto diedro.

**Smorzamento di rollio**

$L_p$.

**Imbardata inversa**

Imbardata opposta al rollio.

**Fattore di carico**

Portanza/peso.

## Quiz di autoverifica

**1. Stabile a banderuola se...**

$C_{n\beta} > 0$

$C_{n\beta} < 0$

$C_{l\beta} > 0$

$L_p > 0$

$C_{n\beta} > 0$. Imbardata di richiamo.

**2. Inclinazione dell'esempio...**

27.0°

45°

10°

60°

27.0°. $\tan^{-1}$ 0.51.

**3. n a 60° di inclinazione...**

2

1

1.5

3

2. 1/cos.

**4. τ del modo di rollio...**

$1/|L_p|$

$L_p$

$L_{\delta a}$

$2\pi$

$1/|L_p|$. Primo ordine.

**Rifai questo quiz**

### Come questo aiuta a salvare il pianeta

La guida di NASA Glenn spiega che gli alettoni di solito lavorano in opposizione, uno su e uno giù, per variare la portanza di ciascuna ala, e che gli aerei virano per l'inclinazione creata dagli alettoni, non per un comando di timone: l'inclinazione inclina la portanza dell'ala e curva la traiettoria.

L'equazione della virata di questa unità è quell'idea in numeri. Virate coordinate ed efficienti mantengono piccole la resistenza aggiuntiva e quindi il consumo aggiuntivo di carburante.

Su Saving Planets: Prestazioni dei velivoli · Aerodinamica I

Fonti: NASA Glenn Beginner's Guide: Ailerons (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/ailerons/) · NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn Beginner's Guide: Ailerons (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/ailerons/): Spiegazione gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Lezioni gratuite del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

# Equazioni del moto e modi dinamici

Equazioni a sei gradi di libertà, linearizzazione per piccoli disturbi, forma nello spazio degli stati, autovalori, e i modi di corto periodo, fugoide, rollio, spirale e dutch roll.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Linearizzare le equazioni attorno all'equilibrio.
- Scrivere la forma nello spazio degli stati.
- Trovare pulsazione naturale e smorzamento da un'equazione caratteristica.
- Stimare il periodo fugoide.

## Concetti chiave

- Le leggi di Newton in assi corpo danno sei equazioni non lineari accoppiate; per piccoli disturbi attorno all'equilibrio diventano lineari.
- Forma nello spazio degli stati ẋ = Ax + Bu; gli autovalori di A sono i modi.
- Modi longitudinali: un corto periodo rapido e ben smorzato (beccheggio) e un fugoide lento e poco smorzato (scambio velocità–quota).
- Modi laterali: un modo di rollio rapido, un modo a spirale lento e il dutch roll oscillante.
- Un modo del secondo ordine s² + 2ζω_n s + ω_n² ha pulsazione naturale ω_n e coefficiente di smorzamento ζ. L'approssimazione del fugoide è ω_n ≈ √2 g/V.

## Equazioni chiave

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

x=Ax+Bu

Spazio degli stati

$$\det(sI - A) = 0$$

(sI-A)=0

Equazione caratteristica

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

s^2+2ω_ns+ω_n^2=0

Modo del secondo ordine

$$\omega_{ph} \approx \frac{\sqrt{2}g}{V}$$

Approssimazione del fugoide

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 5.1** Un modo di corto periodo ha $s^2 + 2.8s + 16 = 0$ (valori di esempio). Trova $\omega_n$ e $\zeta$.

1. $\omega_n = \sqrt{16}$.
2. $\zeta = 2.8/(2 \times 4)$.

**Risposta:** $\omega_n = 4$ rad/s; $\zeta = 0.35$.

**Esempio 5.2** Stima pulsazione e periodo del fugoide a 100 m/s.

1. $\omega = 1.4142 \times 9.80665/100$.
2. $T = 2\pi/\omega$.

**Risposta:** $\omega = 0.1387$ rad/s; $T = 45.3$ s.

**Esempio 5.3** Trova la pulsazione smorzata del corto periodo.

1. $\omega_d = 4\sqrt{(1 - 0.35^2)}$.

**Risposta:** $\omega_d = 3.75$ rad/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Periodo fugoide a 200 m/s?

   90.6 s.

2. $\zeta$ per $s^2 + 4s + 16$?

   0.5.

3. Quale modo scambia velocità con quota?

   Il fugoide.

4. Quale modo laterale oscilla?

   Il dutch roll.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** I modelli lineari valgono in ogni condizione.
**In realtà:** Solo vicino al punto di equilibrio.

**Mito:** Tutti i modi oscillano.
**In realtà:** Rollio e spirale non sono oscillatori.

**Mito:** Il fugoide è rapido.
**In realtà:** Dura decine di secondi.

## Flashcard

**Corto periodo**

Modo rapido di beccheggio.

**Fugoide**

Modo lento velocità–quota.

**Dutch roll**

Oscillazione imbardata–rollio.

**Modo a spirale**

Divergenza o convergenza lenta dell’inclinazione.

**ω_n**

Pulsazione naturale.

**ζ**

Coefficiente di smorzamento.

## Quiz di autoverifica

**1. ζ dell’esempio...**

0.35

0.7

4

2.8

0.35. 2.8/8.

**2. Periodo fugoide a 100 m/s...**

45.3 s

4.5 s

453 s

1 s

45.3 s. Appross.

**3. I modi sono...**

gli autovalori di A

elementi di B

ingressi

guadagni

gli autovalori di A. Spazio degli stati.

**4. Il corto periodo è...**

beccheggio rapido

velocità lenta

il rollio

l'imbardata

beccheggio rapido. Definizione.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA afferma che il team dell'X-59 usa un gemello digitale in tempo reale che confronta i dati di volo con le previsioni simulate, e che l'aeromobile non ha mostrato fenomeni inattesi come instabilità o vibrazioni eccessive in risposta alle forze aerodinamiche.

La NASA riferisce che l'X-59 ha raggiunto la crociera obiettivo di Mach 1.4 (924 mph) a 55000 piedi relativamente presto nei test. I modelli costruiti dalle equazioni lineari di questa unità sono il riferimento con cui un gemello digitale si confronta.

Su Saving Planets: Equazioni differenziali · Algebra lineare

Fonti: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Lezioni gratuite del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Corso gratuito del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

# Trasformate di Laplace e funzioni di trasferimento

Funzioni di trasferimento, poli e zeri, schemi a blocchi, sistemi del primo ordine, costanti di tempo, guadagno statico e teorema del valore finale.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Scrivere una funzione di trasferimento da un'EDO.
- Trovare poli, guadagno statico e costante di tempo.
- Usare il teorema del valore finale.
- Ridurre semplici schemi a blocchi.

## Concetti chiave

- Con condizioni iniziali nulle, la trasformata di Laplace trasforma un'EDO lineare in algebra: Y(s) = G(s)U(s).
- I poli (radici del denominatore) fissano la risposta libera; i poli nel semipiano sinistro decadono, quelli nel semipiano destro crescono.
- Un sistema del primo ordine K/(τs + 1) raggiunge il 63.2% del valore finale a t = τ e circa il 98% a 4τ.
- Il teorema del valore finale: y(∞) = lim s→0 di sY(s), se il sistema è stabile. Per un gradino unitario, y(∞) = G(0).
- I blocchi in serie si moltiplicano; un anello di retroazione negativa dà G/(1 + GH).

## Equazioni chiave

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

```
G(s)=(Y(s))/(U(s))
```

Funzione di trasferimento

$$y(t) = K(1 - e^{-t/\tau})$$

```
y(t)=K(1-e^-t/τ)
```

Risposta al gradino del primo ordine

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0} sY(s)$$

```
y(∞)=_s0sY(s)
```

Teorema del valore finale

$$T = \frac{G}{1 + GH}$$

`T=(G)/(1+GH)`

Anello chiuso

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 6.1** Trova il polo, la costante di tempo e il guadagno statico di G(s) = 5/(s + 2).

1. Polo in s = −2.
2. τ = 1/2.
3. G(0) = 5/2.

**Risposta:** Polo −2; τ = 0.5 s; guadagno 2.5.

**Esempio 6.2** Trova la risposta al gradino unitario a t = 0.5 s e 1 s.

1. y = 2.5(1 − e^(−2t)).

**Risposta:** y(0.5) = 1.580; y(1) = 2.162.

**Esempio 6.3** Chiudi un anello a retroazione unitaria attorno a G. Trova il guadagno statico ad anello chiuso.

1. T = 5/(s + 7).

**Risposta:** T(0) = 0.714.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Tempo di assestamento al 2% di G?

   Circa 4τ = 2 s.

2. Frazione raggiunta a t = τ?

   63.2%.

3. Un polo in +1 è stabile?

   No; cresce come e^t.

4. Due blocchi 2 e 3/(s+1) in serie?

   6/(s+1).

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Il teorema del valore finale vale sempre.
**In realtà:** Solo per sistemi stabili.

**Mito:** Gli zeri fissano la stabilità.
**In realtà:** La fissano i poli.

**Mito:** τ è il tempo di assestamento.
**In realtà:** L'assestamento è circa 4τ.

## Flashcard

**Funzione di trasferimento**

Uscita/ingresso in s.

**Polo**

Radice del denominatore.

**Zero**

Radice del numeratore.

**Costante di tempo**

τ.

**Guadagno statico**

G(0).

**Teorema del valore finale**

lim sY(s).

## Quiz di autoverifica

**1. G(0) per 5/(s+2)...**

2.5

5

2

0.4

2.5. Guadagno statico.

**2. At t = τ...**

63.2%

50%

100%

98%

63.2%. $1 - e^{-1}$.

**3. I poli stabili si trovano...**

nel semipiano sinistro

nel semipiano destro

solo sull'asse reale

all'infinito

nel semipiano sinistro. Decadimento.

**4. Anello chiuso...**

G/(1+GH)

GH

G − H

1/G

G/(1+GH). Retroazione.

**Rifai questo quiz**

### Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA spiega che i giroscopi di Hubble misurano le velocità di rotazione del telescopio e fanno parte del sistema che determina e controlla la direzione di puntamento del telescopio.

Sensori come questi sono i blocchi di misura degli schemi di questa unità: un controllore può essere buono solo quanto le velocità e gli angoli che misura.

Su Saving Planets: Equazioni differenziali · Osservazione della Terra

Fonti: NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Lezioni gratuite del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Corso gratuito del MIT.

## Guarda la lezione

Lecture 6 laplace transform (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-6-laplace-transform/) (in inglese)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licenza: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condizioni d’uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

☐ **Ho finito questa unità**

# Risposta nel tempo del secondo ordine

Risposta al gradino sottosmorzata, sovraelongazione, tempo di picco, tempo di assestamento, coefficiente di smorzamento e pulsazione naturale, e obiettivi di qualità di volo.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare la sovraelongazione percentuale da ζ.
- Calcolare i tempi di picco e di assestamento.
- Leggere ζ e ω_n dalla posizione dei poli.
- Scegliere lo smorzamento per una buona risposta.

## Concetti chiave

- Poli in −ζω_n ± jω_n√(1 − ζ²) per 0 < ζ < 1 danno una risposta oscillante che decade.
- La sovraelongazione percentuale dipende solo da ζ: M_p = exp(−ζπ/√(1 − ζ²)).
- Tempo di picco t_p = π/ω_d, con ω_d = ω_n√(1 − ζ²).
- Il tempo di assestamento (2%) è circa t_s = 4/(ζω_n), fissato dalla parte reale dei poli.
- Uno smorzamento vicino a 0.7 dà una piccola sovraelongazione (circa 4.6%) con una salita rapida; ai piloti non piacciono né le risposte lente né quelle oscillanti.

## Equazioni chiave

$$M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

`M_p=e^-π/1-^2`

Sovraelongazione

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

`t_p=πω_n1-^2`

Tempo di picco

$$t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

Tempo di assestamento

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

s=-ω_n jω_n1-^2

Poli

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 7.1** Per il corto periodo dell’unità 5 (ω_n = 4, ζ = 0.35), trova la sovraelongazione.

1. M_p = exp(−0.35π/√(1 − 0.1225)).

**Risposta:** 30.9%.

**Esempio 7.2** Trova i suoi tempi di picco e di assestamento.

1. t_p = π/3.747.
2. t_s = 4/(0.35 × 4).

**Risposta:** t_p = 0.838 s; t_s = 2.86 s.

**Esempio 7.3** Trova la sovraelongazione per ζ = 0.7.

1. exp(−0.7π/√0.51).

**Risposta:** 4.6%.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Sovraelongazione con ζ = 0.25?

   44.4%.

2. Poli per ω_n = 4, ζ = 0.35?

   −1.4 ± 3.75j.

3. Sovraelongazione con ζ = 1?

   Nessuna (smorzamento critico).

4. Che cosa fissa il tempo di assestamento?

   La parte reale ζω_n.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Più smorzamento è sempre meglio.

**In realtà:** Troppo rende la risposta lenta.

**Mito:** La sovraelongazione dipende da ω_n.

**In realtà:** Solo da ζ.

**Mito:** Il tempo di picco usa ω_n.

**In realtà:** Usa ω_d.

## Flashcard

**Sovraelongazione**

Picco sopra il valore finale.

**Tempo di picco**

π/ω_d.

**Tempo di assestamento**

≈4/(ζω_n).

**ω_d**

Pulsazione smorzata.

**Smorzamento critico**

ζ = 1.

**Qualità di volo**

Quanto facilmente i piloti pilotano un veicolo.

## Quiz di autoverifica

**1. M_p con ζ = 0.35...**

30.9%

4.6%

50%

0%

30.9%. Formula.

**2. $t_s \approx \ldots$**

$4/(\zeta\omega_n)$

$\pi/\omega_n$

$\zeta/\omega_n$

$1/\omega_n$

$4/(\zeta\omega_n)$. Regola del 2%.

**3. Sovraelongazione con $\zeta = 0.7$...**

4.6%

30%

0%

70%

4.6%. Formula.

**4. La sovraelongazione dipende da...**

solo $\zeta$

solo $\omega_n$

il guadagno

l'ingresso

solo $\zeta$. Formula.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA riferisce che tra un volo di prova e l'altro dell'X-59 gli ingegneri hanno apportato piccole modifiche al software di controllo dell'aeromobile, e che le sue qualità di volo, o controllabilità,

corrispondevano da vicino alle simulazioni.

Regolare rapidità di risposta e smorzamento, le grandezze di questa unità, è il modo in cui il software di controllo trasforma una forma supersonica silenziosa radicale in un aeromobile che i piloti descrivono come «emozionante ma senza sorprese».

Su Saving Planets: Equazioni differenziali · Prestazioni dei velivoli

Fonti: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Lezioni gratuite del MIT.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): Oscillazione smorzata.

## Guarda la lezione

Lecture 11 continuous time ct frequency response and bode plot (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-11-continuous-time-ct-frequency-response-and-bode-plot/) (in inglese)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licenza: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condizioni d’uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

☐ **Ho finito questa unità**

# Retroazione e controllo PID

Perché la retroazione, azioni proporzionale, integrale e derivativa, errore a regime e tipo del sistema, scelta del guadagno per lo smorzamento, e un esempio di autopilota d'assetto di beccheggio.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Chiudere un anello e trovare l'equazione caratteristica.
- Scegliere un guadagno per uno smorzamento obiettivo.
- Calcolare l'errore a regime.
- Spiegare cosa aggiungono i termini D e I.

## Concetti chiave

- La retroazione confronta l'uscita misurata con il riferimento e agisce sull'errore, riducendo la sensibilità a disturbi ed errori di modello.
- Il guadagno proporzionale velocizza la risposta ma può ridurre lo smorzamento; l'azione derivativa aggiunge smorzamento; l'azione integrale elimina l'errore a regime.
- Per un impianto 1/(s(s + 2)) con guadagno K, l'anello chiuso è s² + 2s + K = 0, quindi ω_n = √K e ζ = 1/√K.
- Il tipo del sistema (integratori nell'anello) fissa l'errore a regime: un anello di tipo 1 ha errore nullo al gradino ed errore alla rampa a/K per questo impianto.
- PID: u = K_p e + K_i∫e dt + K_d de/dt.

## Equazioni chiave

$$u = K_p e + K_i \int e\,dt + K_d \dot{e}$$

`u=K_pe+K_i e dt+K_d e`

Legge PID

$$1 + KG(s) = 0$$

`1+KG(s)=0`

Equazione caratteristica ad anello chiuso

$$s^2 + (2 + K_d)s + K_p = 0$$

`s^2+(2+K_d)s+K_p=0`

PD su 1/(s(s+2))

$$e_{ss,ramp} = \frac{2}{K}$$

`e_ss,ramp=2/K`

Errore alla rampa (questo impianto)

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 8.1** Con K = 16 su 1/(s(s + 2)), trova ω_n e ζ.

1. $s^2 + 2s + 16$.
2. ω_n = 4; ζ = 2/8.

**Risposta:** ω_n = 4 rad/s; ζ = 0.25 (sovraelongazione del 44%).

**Esempio 8.2** Quale K dà ζ = 0.7?

1. 2ζω_n = 2 ⇒ ω_n = 1/0.7 = 1.429.
2. K = $\omega_n^2$.

**Risposta:** K = 2.04 (risposta più lenta).

**Esempio 8.3** Mantieni K_p = 16 e aggiungi guadagno derivativo per ζ = 0.7.

1. 2 + K_d = 2 × 0.7 × 4.

**Risposta:** K_d = 3.6: rapido e ben smorzato.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Errore alla rampa con K = 16?

   0.125.

2. Errore al gradino di questo anello di tipo 1?

   Zero.

3. Che cosa corregge l’azione integrale?

   L’errore a regime.

4. Rischio di troppo guadagno derivativo?

   Amplificazione del rumore.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Più guadagno aiuta sempre.
**In realtà:** Può ridurre smorzamento e margini.

**Mito:** La derivativa elimina l’errore.
**In realtà:** Lo fa l’integrale.

**Mito:** La retroazione richiede un modello perfetto.
**In realtà:** Tollera errori di modello.

## Flashcard

**Retroazione**

Agire sull’errore misurato.

**K_p**

Guadagno proporzionale.

**K_i**

Guadagno integrale.

**K_d**

Guadagno derivativo.

**Tipo del sistema**

Numero di integratori nell’anello.

**Errore a regime**

Errore dopo i transitori.

## Quiz di autoverifica

**1. ζ con K = 16…**

0.25

0.7

4

1

0.25. 1/√K.

**2. L’azione integrale...**

elimina l’errore a regime

aggiunge smorzamento

aggiunge solo rumore

niente

elimina l’errore a regime. PID.

**3. K_d per ζ = 0.7 con K_p = 16...**

3.6

16

0.7

2

3.6. Svolto.

**4. Errore alla rampa K = 16...**

0.125

0

1

2

0.125. 2/K.

**Rifai questo quiz**

### Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA riferisce che Dragonfly ha di recente completato il suo «primo volo» simulato più completo su avionica rappresentativa del volo presso il Johns Hopkins APL, con software di volo che usa dati simulati di telecamera di navigazione, unità di misura inerziale e lidar; il giroplano deve arrivare su Titano, la luna di Saturno, nel 2034.

Il responsabile della mobilità della NASA osserva che tutto ciò che Dragonfly fa su Titano deve avvenire in autonomia, senza aiuto in tempo reale dalla Terra. Una retroazione ad anello chiuso come quella di questa unità è ciò che lo rende possibile.

Su Saving Planets: Soluzioni · Meccanica orbitale

Fonti: NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Lezioni gratuite del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Corso gratuito del MIT.

## Guarda la lezione

Lecture 10 feedback and control (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-10-feedback-and-control/) (in inglese)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licenza: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condizioni d’uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

☐ **Ho finito questa unità**

# Analisi di stabilità: Routh, luogo delle radici e margini

Il criterio di Routh–Hurwitz, il tracciamento del luogo delle radici, la risposta in frequenza e i diagrammi di Bode, i margini di guadagno e di fase, e il legame tra margine di fase e smorzamento.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Applicare il criterio di Routh per trovare un limite di guadagno.
- Abbozzare come si spostano i poli con il guadagno.
- Calcolare un margine di fase.
- Collegare il margine di fase allo smorzamento.

## Concetti chiave

- Routh–Hurwitz trova quanti poli sono nel semipiano destro senza risolvere il polinomio.
- Il luogo delle radici mostra i percorsi dei poli ad anello chiuso al crescere del guadagno da 0 a ∞.
- I diagrammi di Bode mostrano guadagno e fase d'anello in funzione della frequenza; i margini di guadagno e di fase misurano la distanza dall'instabilità.
- Margine di fase PM = 180° + ∠G(jω_c) alla pulsazione di attraversamento in cui |G| = 1.
- Una regola pratica per anelli del secondo ordine: ζ ≈ PM/100 (PM in gradi).

## Equazioni chiave

$$s^3 + 6s^2 + 11s + (6 + K) = 0$$

```
s^3+6s^2+11s+(6+K)=0
```

Esempio di equazione caratteristica

$$66 > 6 + K$$

Condizione di Routh

$$PM = 180^\circ + \angle G(j\omega_c)$$

```
PM=180^+ G(jω_c)
```

Margine di fase

$$\zeta \approx PM/100$$

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 9.1** Retroazione unitaria attorno a $K/((s + 1)(s + 2)(s + 3))$. Trova il limite di $K$.

1. Caratteristica: $s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + K$.
2. Routh: $6 \times 11 > 6 + K$.

**Risposta:** Stabile per $K < 60$.

**Esempio 9.2** Con $K = 60$, a quale pulsazione oscilla?

1. Ausiliaria $6s^2 + 66 = 0$.

**Risposta:** $\omega = \sqrt{11} = 3.317$ rad/s.

**Esempio 9.3** Trova il margine di fase di $16/(s(s + 2))$.

1. $|G| = 1$ a $\omega_c = 3.758$ rad/s.
2. PM $= 90° - \tan^{-1}(3.758/2)$.

**Risposta:** PM = 28.0°, quindi $\zeta \approx 0.28$ (esatto 0.25).

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. $K = 30$ è stabile nell'esempio?

   Yes.

2. Margine di guadagno con $K = 30$?

   2 (60/30).

3. Che cosa succede al luogo per $K \to \infty$ qui?

   Due rami passano nel semipiano destro.

4. Obiettivo tipico di PM?

   Circa 45°–60°.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Stabile per un guadagno significa stabile per tutti.

**In realtà:** I limiti di guadagno sono comuni.

**Mito:** Il margine di fase si misura all'attraversamento di 180°.

**In realtà:** All'attraversamento del guadagno.

**Mito:** Routh dà la posizione dei poli.

**In realtà:** Li conta soltanto.

## Flashcard

**Criterio di Routh**

Conta i poli nel semipiano destro.

**Luogo delle radici**

Percorsi dei poli con il guadagno.

**Diagramma di Bode**

Guadagno e fase in funzione della frequenza.

**Margine di guadagno**

Fattore di guadagno fino all'instabilità.

**Margine di fase**

Fase fino all'instabilità.

**Attraversamento**

$|G| = 1$.

## Quiz di autoverifica

**1. Esempio di limite di K...**

60

6

11

66

60. Routh.

**2. Oscillazione con K = 60…**

3.317 rad/s

6 rad/s

1 rad/s

60 rad/s

3.317 rad/s. √11.

**3. Esempio di PM…**

28°

45°

90°

0°

28°. Svolto.

**4. ζ ≈ …**

PM/100

PM

1/PM

GM

PM/100. Regola.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA afferma che gli ingegneri di Dragonfly proveranno altri profili di volo e introdurranno deliberatamente guasti per assicurarsi che il giroplano possa reagire in autonomia se qualcosa va

storto.

I margini sono la risposta dell'ingegneria al «e se»: un anello con buoni margini di guadagno e di fase continua a funzionare quando i componenti invecchiano, i sensori derivano o l'ambiente lo sorprende.

Su Saving Planets: Algebra lineare · Soluzioni

Fonti: NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Lezioni gratuite del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Corso gratuito del MIT.

☐ **Ho finito questa unità**

# Determinazione e controllo d’assetto dei veicoli spaziali

Rotazione dei corpi rigidi, sensori d’assetto (giroscopi, sensori stellari), ruote di reazione e momento angolare, manovre bang-bang, modi di sicurezza, e puntamento per le scienze della Terra e dello spazio.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Usare τ = Iα per manovre su un asse.
- Calcolare una manovra a tempo minimo.
- Calcolare il momento angolare di una ruota.
- Spiegare il ruolo dei giroscopi e dei modi di sicurezza.

## Concetti chiave

- Rotazione su un asse: coppia τ = Iα; momento angolare H = Iω.
- Una manovra bang-bang accelera per metà dell’angolo e frena per l’altra metà: t = 2√(θ/α).
- Le ruote di reazione scambiano momento angolare con il veicolo; saturano e vanno desaturate con propulsori o attuatori magnetici.
- I giroscopi misurano le velocità e i sensori stellari misurano l’assetto; i filtri li combinano.
- I modi di sicurezza portano il veicolo spaziale in un assetto semplice e a bilancio energetico positivo quando qualcosa sembra non andare.

## Equazioni chiave

$$\tau = I\alpha$$

Legge di Newton per la rotazione

$$t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

Durata della manovra bang-bang

$$H = I\omega$$

Momento angolare

$$\omega_{max} = \alpha t/2$$

```
ω_max=α t/2
```

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 10.1** Un veicolo spaziale con I = 1000 kg·m² ha 0.5 N·m di coppia delle ruote (valori di esempio). Trova α e la durata di una manovra di 90°.

1. $\alpha = 0.5/1000 = 5 \times 10^{-4}$ rad/s².
2. $t = 2\sqrt{(1.5708/0.0005)}$.

**Risposta:** t = 112.1 s.

**Esempio 10.2** Trova la velocità massima durante quella manovra.

1. $\omega = 0.0005 \times 112.1/2$.

**Risposta:** 0.0280 rad/s (1.61°/s).

**Esempio 10.3** Una ruota ha I = 0.1 kg·m² e gira a 600 rad/s (valori di esempio). Trova il suo momento angolare.

1. $H = 0.1 \times 600$.

**Risposta:** 60 N·m·s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Durata di una manovra di 45°?

   79.3 s.

2. Tempo perché 0.5 N·m accumuli 60 N·m·s?

   120 s.

3. Che cosa misurano i giroscopi?

   Le velocità di rotazione.

4. Perché desaturare le ruote?

Saturano alla velocità massima.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** La durata della manovra è proporzionale all'angolo.

**In realtà:** Cresce con √θ nel bang-bang.

**Mito:** Le ruote accumulano momento angolare all'infinito.

**In realtà:** Saturano.

**Mito:** I giroscopi danno l'assetto assoluto.

**In realtà:** Danno velocità; i sensori stellari danno l'assetto.

## Flashcard

**Ruota di reazione**

Attuatore a scambio di momento angolare.

**Sensore stellare**

Assetto dalle stelle.

**Giroscopio**

Sensore di velocità angolare.

**Bang-bang**

Coppia massima, poi inversione completa.

**Saturazione**

Ruota alla velocità massima.

**Modo di sicurezza**

Stato di ripiego protettivo.

## Quiz di autoverifica

**1. Esempio di manovra di 90°...**

112.1 s

11 s

1000 s

56 s

112.1 s. $2\sqrt{(\theta/\alpha)}$.

**2. H = …**

Iω

Iα

τt²

m v

Iω. Momento angolare.

**3. Esempio di H della ruota…**

60 N·m·s

6

600

0.1

60 N·m·s. 0.1 × 600.

**4. Hubble ora punta con…**

un giroscopio

sei giroscopi

nessun giroscopio

solo propulsori

un giroscopio. NASA 2024.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA ha comunicato nel giugno 2024 che Hubble sarebbe passato a operare con un solo giroscopio, tenendone un altro di riserva, dopo che un giroscopio aveva iniziato a «saturare»

(indicare la velocità massima di rotazione indipendentemente dal moto reale) e aveva ripetutamente mandato il telescopio in modo di sicurezza. La NASA ha detto che la maggior parte delle osservazioni non ne avrebbe risentito, con manovre più lunghe, minore flessibilità di puntamento e nessun inseguimento di oggetti in movimento più vicini di Marte.

Le stesse idee di controllo d'assetto puntano satelliti di osservazione della Terra come GOES-19 e Landsat verso il pianeta che misurano.

Su Saving Planets: GOES-19 · Meccanica orbitale

Fonti: NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

### Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Corso gratuito del MIT.
- NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/): Articolo della NASA.

☐ **Ho finito questa unità**

## Esercizi

Questi esercizi stanno dentro ogni unità. Falli su carta, poi apri la risposta.

1. Assi, rotazioni e momenti
   4 esercizi
2. Stabilità statica longitudinale
   4 esercizi
3. Equilibratura e comando dell'equilibratore
   4 esercizi
4. Stabilità latero-direzionale e virate
   4 esercizi
5. Equazioni del moto e modi dinamici
   4 esercizi
6. Trasformate di Laplace e funzioni di trasferimento
   4 esercizi
7. Risposta nel tempo del secondo ordine
   4 esercizi
8. Retroazione e controllo PID
   4 esercizi
9. Analisi di stabilità: Routh, luogo delle radici e margini
   4 esercizi
10. Determinazione e controllo d'assetto dei veicoli spaziali
    4 esercizi

# Il laboratorio (Flight dynamics and controls lab)

Il laboratorio è la parte pratica del corso. Qui è gratuito e solo per esercitarsi, senza crediti.

Ogni laboratorio si svolge in una simulazione gratuita o in un foglio di calcolo, quindi non ci sono rischi fisici. Non costruire né far volare droni o modelli per questo corso. Fai pause dallo schermo, siediti con una buona postura e tieni i cavi lontani dai passaggi.

Riferimento per la sicurezza: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

## Laboratorio A: Bilanciare i momenti e trovare il cg

SETTIMANA 1

**Obiettivo:** Bilancia masse su un'asse in PhET Balancing Act, poi calcola un baricentro di tipo aeronautico in un foglio di calcolo.

$$x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

`x_cg=( m_ix_i)/( m_i)`

Baricentro

**Procedimento**

1. In PhET Balancing Act, metti 10 kg a 1 m da un lato e trova dove 5 kg lo bilanciano.
2. Registra momento = massa × distanza su ciascun lato.
3. In un foglio di calcolo, elenca le masse e le distanze dell'unità 1 e calcola x_cg.
4. Aggiungi 200 kg a 10 m e ricalcola.

**Tabella dei dati**

| Caso | Σm (kg) | x_cg (m) |
|---|---|---|
| Base | 1800 | 4.44 |
| +200 kg a 10 m | 2000 | 5.00 |

*Valori d'esempio calcolati.*

**Calcolo di esempio**

1. 8000/1800 = 4.44 m.
2. 10,000/2000 = 5.00 m.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi browser e foglio di calcolo.

PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act) · NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

**Legame con il pianeta:** NASA Glenn: in volo aerei e razzi ruotano attorno al loro baricentro. NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio B: Margine statico e scansione dell’equilibratura

SETTIMANA 3

**Obiettivo:** Fai variare la posizione del cg e calcola margine statico, C_mα e angolo di equilibrio con equilibratore nullo.

$$\alpha_{trim} = \frac{C_{m_0}}{C_{L_\alpha} SM}$$

`α_trim=_m_0C_L_αSM`

Angolo di equilibrio con equilibratore nullo

**Procedimento**

1. Usa x_np = 0.35c̄, C_Lα = 5.5 /rad, C_m0 = 0.05 (valori di esempio).
2. Fai variare x_cg da 0.20 a 0.40 c̄.
3. Calcola SM, C_mα e α_trim.
4. Nota cosa succede al punto neutro e oltre.

**Tabella dei dati**

| x_cg/c̄ | SM | C_mα (/rad) | α_trim (rad) |
|---|---|---|---|
| 0.20 | 0.15 | −0.825 | 0.0606 |
| 0.25 | 0.10 | −0.55 | 0.0909 |
| 0.30 | 0.05 | −0.275 | 0.182 |

*Valori di esempio calcolati; nessun equilibrio stabile al punto neutro o dietro di esso.*

**Calcolo di esempio**

1. C_mα = −5.5 × 0.15 = −0.825.
2. α = 0.05/0.275 = 0.182 rad.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

NASA Glenn Beginner’s Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/)

**Legame con il pianeta:** La NASA riferisce che il margine di stabilità dell'X-59 ha corrisposto alle previsioni in volo. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio C: Oscillazione smorzata come modo del secondo ordine

SETTIMANA 6

**Obiettivo:** Osserva un'oscillazione smorzata in PhET Masses and Springs e confrontala con le formule del secondo ordine.

$$\omega_n = \sqrt{k/m},\ \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

ω_n=/m,\ =2

Massa-molla-smorzatore

**Procedimento**

1. In PhET Masses and Springs, appendi una massa, aggiungi un po' di smorzamento e tirala verso il basso.
2. Cronometra diversi cicli e stima periodo e decadimento.
3. In un foglio di calcolo, calcola ω_n, ζ, periodo e sovraelongazione per m = 0.5 kg, k = 20 N/m, c = 1 N·s/m (valori di esempio).
4. Spiega come questo corrisponde al modo di corto periodo.

**Tabella dei dati**

| Grandezza | Valore |
|---|---|
| ω_n | 6.32 rad/s |
| ζ | 0.158 |
| Periodo smorzato | 1.006 s |
| Sovraelongazione | 60.5% |

*Valori di esempio calcolati; le letture della simulazione saranno diverse.*

**Calcolo di esempio**

1. ω_n = √40 = 6.32.
2. ζ = 1/(2√10) = 0.158.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi browser e foglio di calcolo.

PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs)

**Legame con il pianeta:** La NASA afferma che l'X-59 non ha mostrato instabilità inattese né vibrazioni eccessive. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

☐ **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio D: Risposte al gradino per passi temporali

SETTIMANA 8

**Obiettivo:** Simula risposte al gradino del primo e del secondo ordine con piccoli passi di Eulero e confrontale con le formule.

$$x_{k+1} = x_k + \Delta t\, \dot{x}_k$$

```
x_k+1=x_k+Δ t x_k
```

Passo di Eulero

**Procedimento**

1. Simula ẏ = −2y + 5 da y = 0 con Δt = 0.001 s.
2. Simula ÿ + 2.8ẏ + 16y = 16 da fermo.
3. Trova y(0.5) per il primo, e picco e tempo di picco per il secondo.
4. Confronta con le formule esatte.

**Tabella dei dati**

| Grandezza | Esatta |
|---|---|
| Primo ordine y(0.5) | 1.580 |
| Picco del secondo ordine | 1.309 |
| Tempo di picco | 0.838 s |
| Assestamento (2%) | 2.86 s |

*Valori calcolati; passi piccoli concordano strettamente.*

**Calcolo di esempio**

1. 2.5(1 − $e^{-1}$) = 1.580.
2. 1 + 0.309 = 1.309.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo o Python.

MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/)

**Legame con il pianeta:** Il team dell'X-59 della NASA confronta i dati di volo con un gemello digitale in tempo reale. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio E: Taratura di un autopilota d’assetto di beccheggio

SETTIMANA 10

**Obiettivo:** Confronta per simulazione il controllo P e PD dell’impianto 1/(s(s + 2)).

$$s^2 + (2 + K_d)s + K_p = 0$$

s^2+(2+K_d)s+K_p=0

Anello chiuso con PD

**Procedimento**

1. Simula θ̈ + 2θ̇ = u con u = K_p(θ_cmd − θ) − K_dθ̇.
2. Prova K_p = 16, K_d = 0; poi K_p = 2.04; poi K_p = 16, K_d = 3.6.
3. Registra sovraelongazione e tempo di assestamento.
4. Scegli il progetto migliore e spiega perché.

**Tabella dei dati**

| Progetto | Sovraelongazione | Assestamento (s) |
|---|---|---|
| K_p = 16 | 44.4% | 4.0 |
| K_p = 2.04 | 4.6% | 4.0 |
| K_p = 16, K_d = 3.6 | 4.6% | 1.43 |

*Calcolato dalle formule del secondo ordine.*

**Calcolo di esempio**

1. ζ = 0.25 ⇒ 44.4%; t_s = 4/(0.25 × 4) = 4.0 s.
2. PD: t_s = 4/(0.7 × 4) = 1.43 s.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo o Python.

MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/)

**Legame con il pianeta:** NASA: Dragonfly deve volare in autonomia su Titano senza aiuto in tempo reale dalla Terra. NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio F: Pianificatore di manovre con ruote di reazione

SETTIMANA 13

**Obiettivo:** Pianifica manovre bang-bang per un veicolo spaziale e controlla velocità massime e momento angolare delle ruote.

$$t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

Durata della manovra bang-bang

**Procedimento**

1. Imposta I = 1000 kg·m² e τ = 0.5 N·m (valori di esempio).
2. Calcola le durate di manovra per 30°, 90° e 180°.
3. Calcola la velocità massima e il momento angolare che le ruote devono assorbire.
4. Discuti come la perdita di un sensore cambierebbe la pianificazione.

**Tabella dei dati**

| Manovra | Tempo (s) |
|---|---|
| 30° | 64.7 |
| 90° | 112.1 |
| 180° | 158.5 |

*Valori d'esempio calcolati.*

**Calcolo di esempio**

1. t = 2√(0.5236/0.0005) = 64.7 s.
2. t = 2√(3.1416/0.0005) = 158.5 s.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

**Legame con il pianeta:** NASA: in modalità a un giroscopio Hubble ha bisogno di più tempo per ruotare e agganciare i bersagli. NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

# Serie di esercizi per gli esami

Cronometrati: circa 10 minuti per problema. Poi confronta con le soluzioni complete.

## Esercizi di preparazione all'esame intermedio (unità 1–5)

1. Masse di 600 kg a 3 m e 400 kg a 8 m. Trova il cg.

    1. (1800 + 3200)/1000.

    **Risposta:** 5.0 m.

2. $x_{np} = 0.40\bar{c}$, $x_{cg} = 0.28\bar{c}$, $C_{L\alpha} = 5$ /rad. Trova SM e $C_{m\alpha}$.

    1. SM = 0.12.
    2. −5 × 0.12.

    **Risposta:** SM = 0.12; $C_{m\alpha} = -0.60$ /rad.

3. $C_{m0} = 0.04$, $C_{m\alpha} = -0.6$, $C_{m\delta e} = -1.0$. Trova $\delta_e$ per equilibrare ad $\alpha = 0.05$ rad.

    1. $0.04 - 0.03 - \delta_e = 0$.

    **Risposta:** $\delta_e = 0.01$ rad (0.57°).

4. Angolo di inclinazione per una virata di raggio 1500 m a 80 m/s?

    1. $\tan\varphi = 6400/14710$.

    **Risposta:** 23.5°.

5. Trova $\omega_n$ e $\zeta$ per $s^2 + 3s + 25$.

    1. $\omega_n = 5$; $\zeta = 3/10$.

    **Risposta:** $\omega_n = 5$ rad/s; $\zeta = 0.3$.

## Serie finale di esercizi (unità 1–10)

1. Risposta al gradino di $4/(s + 4)$ a $t = 0.25$ s?

1. $1 - e^{-1}$.

**Risposta:** 0.632.

2. Sovraelongazione e tempo di assestamento per $\omega_n = 5$, $\zeta = 0.3$?

    1. $\exp(-0.3\pi/\sqrt{0.91})$.
    2. $4/1.5$.

    **Risposta:** 37.2%; 2.67 s.

3. K su $1/(s(s + 4))$ per $\zeta = 0.5$?

    1. $2\zeta\omega_n = 4 \Rightarrow \omega_n = 4$.

    **Risposta:** K = 16.

4. K massimo per $s^3 + 3s^2 + 2s + K$?

    1. $3 \times 2 > K$.

    **Risposta:** K < 6.

5. Durata di una manovra di 60° con $\alpha = 0.001$ rad/s²?

    1. $2\sqrt{(1.0472/0.001)}$.

    **Risposta:** 64.7 s.

6. Momento angolare di una ruota da 0.05 kg·m² a 400 rad/s?

    1. $0.05 \times 400$.

    **Risposta:** 20 N·m·s.

# Formulario

$$x_{cg} = \sum m_i x_i / \sum m_i,\ M = Fd$$

$$SM = (x_{np} - x_{cg})/\bar{c},\ C_{m_\alpha} = -C_{L_\alpha} SM$$

$$\delta_e = -(C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha)/C_{m_{\delta_e}}$$

$$\tan\phi = V^2/(gR),\ n = 1/\cos\phi,\ \tau_r = 1/|L_p|$$

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2,\ \omega_{ph} \approx \sqrt{2}g/V$$

$$y = K(1 - e^{-t/\tau}),\ y(\infty) = G(0)$$

$$M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}},\ t_p = \pi/\omega_d,\ t_s \approx 4/(\zeta\omega_n)$$

$$u = K_p e + K_i \int e + K_d \dot{e},\ T = G/(1 + GH)$$

$$PM = 180^\circ + \angle G(j\omega_c),\ \zeta \approx PM/100 \qquad \tau = I\alpha,\ H = I\omega,\ t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

### Costanti

| Costante | Valore |
|---|---|
| Gravità standard | $g_0$ = 9.80665 m/s² |
| 1 radiante | 57.2958° |
| 1 ft | 0.3048 m |
| Regola del tempo di assestamento (manuale) | t_s ≈ 4/(ζω_n) per assestamento al 2% |
| Gradino del primo ordine | 63.2% del valore finale a t = τ |
| Densità dell'aria al livello del mare (atmosfera standard) | 1.225 kg/m³ |

Fonte: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

## Testi e simulazioni gratuiti

Usa queste lezioni gratuite, guide NASA e simulazioni insieme al corso.

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Lezioni gratuite del MIT su stabilità e controllo.
- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Lezioni ed esercizi gratuiti del MIT sui controlli.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Corso gratuito del MIT sul controllo in retroazione.
- NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/): Spiegazione gratuita della NASA.
- NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/): Spiegazione gratuita della NASA.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): Oscillazione smorzata in modo interattivo.

## Glossario

**Alettone**
Superficie di comando del rollio.

**Baricentro**
Posizione media della massa.

**Rapporto di smorzamento**

ζ, quanto rapidamente decadono le oscillazioni.

**Dutch roll**
Oscillazione accoppiata imbardata–rollio.

**Equilibratore**
Superficie di comando del beccheggio.

**Margine di guadagno**
Aumento di guadagno fino all’instabilità.

**Giroscopio**
Sensore che misura la velocità di rotazione.

**Pulsazione naturale**
ω_n di un modo non smorzato.

**Punto neutro**
Posizione del cg con stabilità neutra in beccheggio.

**Sovraelongazione**
Picco sopra il valore finale.

**Controllore PID**
Controllo proporzionale-integrale-derivativo.

**Margine di fase**
Ritardo di fase aggiuntivo fino all’instabilità.

**Fugoide**
Modo lento velocità–quota.

**Ruota di reazione**
Ruota rotante per il controllo d’assetto.

**Luogo delle radici**
Percorsi dei poli ad anello chiuso con il guadagno.

**Timone**
Superficie di comando dell’imbardata.

**Corto periodo**
Modo rapido di beccheggio.

**Margine statico**
Distanza dal cg al punto neutro divisa per la corda.

**Funzione di trasferimento**
Uscita su ingresso nel dominio di Laplace.

**Trim**
Momento netto nullo.

## Griglia di autovalutazione

Non si assegnano voti né crediti. Usala per valutare onestamente a che punto sei in ogni unità.

| Livello | Come si presenta |
|---|---|
| 4 · Padronanza | Disegna assi e schemi a blocchi, sceglie il modello giusto, controlla poli, smorzamento e margini, e spiega con parole semplici i compromessi di pilotabilità e sicurezza. |
| 3 · Competente | Risolve gli esercizi con errori occasionali di segno o di unità. |
| 2 · In sviluppo | Segue gli esempi svolti ma confonde stabilità statica e dinamica, o ω_n e ω_d. |
| 1 · Principiante | Inserisce numeri nelle formule senza diagramma; deve rivedere l'unità. |

### Pesi suggeriti se vuoi un punteggio

| Parte | Peso |
|---|---|
| Esercizi | 20% |
| Laboratori | 25% |
| Serie di esercizi di metà corso | 25% |
| Serie di esercizi finale | 30% |

Punta al livello 3 o superiore in ogni unità prima di passare al corso successivo.

## Corsi correlati

- Propulsione AERO 410
- Progettazione di veicoli spaziali AERO 430
- Trasmissione del calore AERO 440
- Tutti i corsi