עודכן לאחרונה: November 1, 2026

🗺️ מפת דרכים לארבע שנים · שנה 3, אביב · 🧱 מחשבון מובנה

על הקורס

לקורס החינמי הזה יש 10 יחידות ו-6 מעבדות. אלה המספרים האמיתיים, לא תוכנית ארוכה יותר שקוצרה.

בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד קורס שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר המודפס והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.

זהו מתווה של קורס חינמי ללימוד עצמי שנכתב על ידי Saving Planets. הוא אינו קורס אוניברסיטאי, אינו מעניק נקודות זכות אקדמיות, ואף מוסד לימודים אינו מעורב בו.

היקפו תואם קורס סמסטריאלי לשנה האחרונה בדינמיקת טיסה ובקרה למהנדסי אווירונאוטיקה וחלל. הוא בנוי לפי הנושאים והעומק של MIT 16.333 Aircraft Stability and Control, MIT 16.06 Principles of Automatic Control ו־MIT 16.30 Feedback Control Systems (בחינם ב־MIT OpenCourseWare), ומשתמש ב־Beginner’s Guide to Aeronautics החינמי של NASA Glenn, שאליו אנו מקשרים כשהוא עוזר. אף אחד מהמחברים, המוסדות או הסוכנויות האלה אינו תומך בדף זה.

מה שאנו מוסיפים: כל יחידה קשורה לעבודה אמיתית עם מקור ציבורי מצוטט (ניסויי הטיסה של X-59 של נאס"א, מערכת ההצבעה של האבל ורב־המדחף דרגונפליי), כל מספר בדף מחושב מחדש בסקריפט בדיקה לפני פרסומו, ולכל מעבדה יש סימולציה חינמית או גיליון אלקטרוני.

עברו עליו לפי הסדר. בכל יחידה יש מטרות, רעיונות מרכזיים, משוואות, דוגמאות צעד אחר צעד, תרגול עם תשובות מלאות, טעויות נפוצות, כרטיסיות ובוחן. ההתקדמות שלכם נשמרת רק בדפדפן הזה.

איך הקורס הזה עוזר להציל את כדור הארץ

כלים יציבים ומבוקרים היטב טסים במסלולים יעילים, ואותם רעיונות בקרה מכוונים לווייני תצפית על כדור הארץ וטלסקופים בדיוק מספיק כדי למדוד את כוכב הלכת שלנו ואת היקום.

הנדסת בקרה מאפשרת גם כלי טיס חדשים, שקטים ואוטונומיים יותר. כל יחידה מסתיימת בסעיף קצר עם מקורות. ערכים שאינם ממקור מסומנים כערכי דוגמה או ערכי ספר לימוד.

למורים

אפשר ללמד את הקורס הזה, או לתת לתלמיד לעבור אותו לבד. הוא חינם. Saving Planets לא נותנת ציון ולא נקודות זכות.

- העמוד הזה הוא כל הקורס: 10 יחידות ו-6 מעבדות (AERO 420).
- תכננו 15 שבועות, בערך 6 עד 9 שעות בשבוע, כולל שבועות המעבדה.

- עקבו אחרי לוח 15 השבועות. קראו את היחידה, פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה. בשבוע מעבדה עשו את המעבדה או את הגרסה הביתית.
- בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר שרואים והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.
- השתמשו בהדפסת העמוד, או הורידו את מדריך הלימוד ב-PDF. דף הנוסחאות נמצא לקראת הסוף.
- שאלו: איך היחידה הזו עוזרת לאנשים ולכוכב? בכל יחידה יש תיבה ירוקה עם עובדה ומקור.
- העתיקו את תבנית המדריך למורה וכתבו את שם הכיתה, הזמן שיש לכם, והשאלות שתשאלו. פתיחת תבנית המדריך למורה

לפני שמתחילים

ידע מוקדם

- דינמיקה: סיבוב גוף קשיח, מומנטי התמד ותנע זוויתי.
- משוואות דיפרנציאליות: מד"ר ליניאריות והתמרת לפלס.
- אלגברה ליניארית: מטריצות וערכים עצמיים.
- אווירודינמיקה I וביצועי כלי טיס: עילוי, גרר, מומנטים וטיסה בפנייה.

איך ללמוד

- שרטטו את צירי הגוף ואת מרכז הכובד לפני כתיבת משוואת מומנטים כלשהי.
- השאירו זוויות ברדיאנים בתוך נוסחאות; המירו למעלות רק בתשובה.
- הפרידו בין יציבות סטטית (הנטייה הראשונה אחרי הפרעה) ליציבות דינמית (מה שקורה לאורך זמן).
- שרטטו את הקטבים במישור s לכל מערכת שאתם פוגשים.
- בדקו כל תשובה מול היגיון פיזיקלי: מערכות יציבות מתייצבות, ובלתי יציבות גדלות.
- פתרו כל תרגיל על נייר לפני שאתם פותחים את התשובה, וחזרו על הבחנים כעבור כמה ימים.

מה צריך

- מחשב או טאבלט לסימולציות PhET החינמיות Balancing Act ו־Masses and Springs.
- תוכנת גיליון אלקטרוני (כל תוכנה חינמית מתאימה), או Python.
- דפי Beginner's Guide to Aeronautics של NASA Glenn בדפדפן אינטרנט.
- מחשבון.

לוח זמנים מוצע ל־15 שבועות

כ־6 עד 9 שעות בשבוע: קריאה, תרגילים, ובשבועות המעבדה גם המעבדה.

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
1	צירים, סיבובים ומומנטים	צירים, מרכז כובד ומומנטים; מעבדה A	NASA Glenn
2	יציבות סטטית אורכית	יציבות סטטית אורכית	MIT 16.333
3	איזון ובקרת הגובהי	איזון וגובהי; מעבדה B	NASA Glenn

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
4	יציבות רוחבית-כיוונית ופניות	יציבות רוחבית-כיוונית ופניות	MIT 16.333
5	משוואות התנועה ואופנים דינמיים	משוואות התנועה וליניאריזציה	MIT 16.333
6	משוואות התנועה ואופנים דינמיים	אופנים דינמיים; מעבדה C	MIT 16.333
7	התמרות לפלס ופונקציות תמסורת	פונקציות תמסורת; תרגול לבוחן אמצע	MIT 16.06
8	תגובת זמן מסדר שני	תגובה מסדר שני; מעבדה D	MIT 16.06
9	משוב ובקרת PID	משוב ו־PID	MIT 16.06
10	משוב ובקרת PID	תכנון טייס אוטומטי; מעבדה E	MIT 16.30
11	ניתוח יציבות: ראות', מקום גיאומטרי של השורשים ומרווחים	ראות', מקום גיאומטרי של השורשים ומרווחים	MIT 16.06
12	קביעת מצב ובקרת מצב של חלליות	דינמיקת מצב וחיישנים	MIT 16.30
13	קביעת מצב ובקרת מצב של חלליות	גלגלי תגובה ותמרוני סיבוב; מעבדה F	NASA Hubble
14	קביעת מצב ובקרת מצב של חלליות	אוטונומיה ותגובה לתקלות	NASA Dragonfly
15	קביעת מצב ובקרת מצב של חלליות	חזרה; תרגול למבחן הסופי	MIT 16.06

ההתקדמות שלכם

סמנו יחידות ומעבדות כשאתם מסיימים אותן, ועשו את הבחנים. ההתקדמות והציונים נשמרים רק בדפדפן הזה ולעולם לא נשלחים אלינו.

יחידות

צירים, סיבובים ומומנטים

צירי גוף דרך מרכז הכובד, גלגול, עלרוד וסבסוב, משטחי היגוי והמומנטים שהם יוצרים, מציאת מרכז הכובד וזוויות אוילר.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- הגדירו את צירי הגלגול, העלרוד והסבסוב.
- מצאו מרכז כובד ממסות הרכיבים.
- חשבו את המומנט של כוח בקרה.
- התאימו כל משטח היגוי למומנט שלו.

מושגי מפתח

- בטיסה כלי טיס מסתובב סביב מרכז הכובד שלו (cg), המיקום הממוצע של המסה שלו.
- צירי גוף: גלגול לכיוון החרטום, עלרוד לכיוון קצה הכנף הימנית, סבסוב לכיוון תחתית כלי הטיס.
- משטחי ההיגוי יוצרים כוחות אווירודינמיים במרחק ממרכז הכובד ומפיקים מומנטים: הגובהי לעלרוד, ההגה לסבסוב, המאזנות לגלגול.
- מרכז הכובד של כמה מסות הוא x_cg = Σm_ix_i/Σm_i; הזזתו משנה יציבות ובקרה.
- זוויות אוילר (סבסוב ψ, עלרוד θ, גלגול φ, בסדר זה) מתארות מצב ביחס לכדור הארץ.

משוואות מפתח

$$x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

```
x_cg=( m_ix_i)/( m_i)
```

מרכז כובד

$$M = Fd$$

```
M=Fd
```

מומנט של כוח

$$L,\ M,\ N$$

מומנטי גלגול, עלרוד וסבסוב

$$\psi \to \theta \to \phi$$

סדר זוויות אוילר

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 1.1 כוח זנב של 2000 N פועל 6 m מאחורי מרכז הכובד (ערכי דוגמה). מצאו את מומנט העלרוד.

1. $M = 2000 \times 6$.

תשובה: 12,000 N·m.

דוגמה 1.2 מסות של 1000 kg ב־2 m, 500 kg ב־6 m ו־300 kg ב־10 m מהחרטום (ערכי דוגמה). מצאו את מרכז הכובד.

1. $\Sigma m = 1800$ kg.
2. $\Sigma mx = 2000 + 3000 + 3000 = 8000$ kg·m.

תשובה: $x_{cg} = 4.44$ m.

דוגמה 1.3 איזה משטח מגלגל את כלי הטיס?

1. המאזנות מוסטות בכיוונים מנוגדים בכל כנף.

תשובה: המאזנות מפיקות מומנט גלגול.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מומנט של 500 N ב־4 m?

   2000 N·m.

2. איזה משטח מסבסב את החרטום?

   ההגה.

3. הוסיפו 200 kg ב־10 m לדוגמה. מרכז כובד חדש?

   10,000/2000 = 5.0 m.

4. סביב איזו נקודה מסתובב עפיפון?

   נקודת הרתמה שלו.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: כלי טיס מסתובבים סביב החרטום.

בפועל: הם מסתובבים סביב מרכז הכובד.

מיתוס: הגובהי מגלגל את כלי הטיס.

בפועל: הוא מעלרד אותו.

מיתוס: סדר זוויות אוילר אינו משנה.

בפועל: סיבובים אינם חילופיים.

כרטיסיות

cg

המיקום הממוצע של המסה.

גלגול

סיבוב סביב ציר החרטום.

עלרוד

חרטום למעלה או למטה.

Yaw

חרטום מצד לצד.

מומנט

כוח × מרחק.

זוויות אוילר

ψ, θ, φ.

בוחן לבדיקה עצמית

1. כלי טיס מסתובבים סביב...

מרכז הכובד

החרטום

הזנב

קצה הכנף

מרכז הכובד. NASA Glenn.

2. ההגה יוצר...

סבסוב

גלגול

עלרוד

עילוי בלבד

סבסוב. מומנט סבסוב.

3. מרכז הכובד בדוגמה...

4.44 m

6 m

2 m

10 m

.4.44 m. 8000/1800

4. ציר העלרוד מצביע לכיוון...

קצה הכנף הימנית

החרטום

מטה

מעלה

קצה הכנף הימנית. הגדרה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA Glenn מסבירה שמשטחי היגוי יוצרים כוחות במרכזי הלחץ שלהם, במרחק מסוים ממרכז הכובד, ויוצרים מומנטים סביב הצירים הראשיים: הגובהי לעלרוד, ההגה לסבסוב והמאזנות לגלגול. כלי הטיס הראשון שהדגים בקרה פעילה בשלושת הצירים היה הדאון של האחים רייט משנת 1902.

כל מטוס נוסעים יעיל מודרני וכל מטוס לתצפית על כדור הארץ עדיין משתמש בשלושת המומנטים האלה, וכיום הם לרוב מופעלים באמצעות מחשבי בקרת טיסה.

ב־Saving Planets: אווירודינמיקה 1 · דינמיקה

מקורות: · NASA Glenn Beginner’s Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/)
NASA Glenn Beginner’s Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn Beginner’s Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/): הסבר חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): הרצאות MIT חינמיות.

סיימתי את היחידה הזו

יציבות סטטית אורכית

מקדם מומנט העלרוד, נגזרת היציבות C_mα, הנקודה הניטרלית, המרווח הסטטי, וכיצד מיקום מרכז הכובד וגודל הזנב קובעים את היציבות.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- נסחו את תנאי היציבות הסטטית בעלרוד.
- חשבו את המרווח הסטטי.
- קשרו בין המרווח הסטטי ל־C_mα.
- הסבירו את ההשפעה של הזזת מרכז הכובד.

מושגי מפתח

- יציבות סטטית היא הנטייה הראשונה אחרי הפרעה: כלי טיס יציב סטטית יוצר מומנט שמחזיר אותו.
- בעלרוד נדרש C_mα < 0: יותר זווית התקפה יוצרת מומנט חרטום־מטה.
- הנקודה הניטרלית היא מיקום מרכז הכובד שבו C_mα = 0.
- מרווח סטטי SM = (x_np − x_cg)/c; ערך חיובי פירושו יציב. בקירוב C_mα = −C_Lα × SM.
- הזזת מרכז הכובד אחורה מקטינה יציבות וכוחות היגוי; רחוק מדי אחורה הופך את כלי הטיס לבלתי יציב, אלא אם מחשב מייצב אותו.

משוואות מפתח

$$C_{m_\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} < 0$$

C_m_α=(C_m)/(α)<0

יציבות בעלרוד

$$SM = \frac{x_{np} - x_{cg}}{\bar{c}}$$

SM=_np-x_cg c

שוליים סטטיים

$$C_{m_\alpha} = -C_{L_\alpha} SM$$

C_m_α=-C_L_αSM

נגזרת יציבות

$$M = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c} C_m$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 2.1 הנקודה הניטרלית ב־0.35c ומרכז הכובד ב־0.25c (ערכי דוגמה). מצאו את המרווח הסטטי.

1. SM = 0.35 − 0.25.

תשובה: SM = 0.10 (10%).

דוגמה 2.2 עם C_Lα = 5.5 לרדיאן, מצאו את C_mα.

1. C_mα = −5.5 × 0.10.

תשובה: C_mα = −0.55 לרדיאן: יציב.

דוגמה 2.3 הזיזו את מרכז הכובד ל־0.30c. מצאו את C_mα החדש.

1. SM = 0.05; −5.5 × 0.05.

תשובה: −0.275 לרדיאן: חצי מהקשיחות.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. SM כשמרכז הכובד ב־0.35c?

0: יציבות ניטרלית.

2. הסימן של C_mα כשמרכז הכובד ב־0.40c?

חיובי: בלתי יציב.

3. האם זנב גדול יותר מזיז את הנקודה הניטרלית קדימה או אחורה?

אחורה, מה שמגדיל את המרווח הסטטי.

4. למה לטוס עם מרווחים קטנים?

פחות גרר איזון והיגוי קל יותר.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: יציבות סטטית מבטיחה יציבות דינמית.

בפועל: זו רק הנטייה הראשונה.

מיתוס: מרכז כובד אחורי תמיד בטוח יותר.

בפועל: הוא מקטין יציבות.

מיתוס: $C_{m\alpha}$ צריך להיות חיובי.

בפועל: שלילי הוא יציב.

כרטיסיות

יציבות סטטית

נטייה ראשונה לחזור.

$C_{m\alpha}$

קשיחות עלרוד.

נקודה ניטרלית

מרכז הכובד שבו $C_{m\alpha} = 0$.

שוליים סטטיים

$(x_{np} - x_{cg})/c$.

מיתר ממוצע $\bar{c}$

אורך ייחוס.

יציבות מרופה

מרווח קטן או שלילי בעזרת מחשב.

בוחן לבדיקה עצמית

1. יציב בעלרוד אם $C_{m\alpha}$...

- < 0
- > 0
- $= 1$
- $= 0$
- < 0. מחזיר.

2. דוגמת SM...

0.10

0.35

0.25

0.60

0.25 – 0.35 .0.10.

3. נקודה ניטרלית: C_mα = ...

0

1

−1

∞

0. הגדרה.

4. הזזת מרכז הכובד אחורה...

מקטינה את SM

מגדילה את SM

אין שינוי

מוסיפה עילוי

מקטינה את SM. המרווח מצטמצם.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

נאס"א מדווחת שאחרי 25 טיסות, מאפייני הטיסה בפועל של X-59 תואמים היטב את הסימולציות, כולל איכויות הטיסה ומרווח היציבות, שנאס"א מתארת כמידת הקרבה של כלי הטיס לאובדן יציבות בתנאים מסוימים.

צורת X-59 נועדה להפוך בום על־קולי רועש לחבטה שקטה, ואימות מרווח היציבות בטיסה הוא חלק מההוכחה שטיסה על־קולית שקטה יותר מעשית.

ב־Saving Planets: אווירודינמיקה 1 · ביצועי מטוסים

מקורות: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): הרצאות MIT חינמיות.
- NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/): הסבר חינמי של NASA.

סיימתי את היחידה הזו

איזון ובקרת הגובהי

איזון כמומנט עלרוד נטו אפס, יעילות הגובהי, זווית הגובהי לאיזון, עומס כלפי מטה של הזנב וגרר איזון, ויציבות עם מוט קבוע לעומת מוט חופשי.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- כתבו את תנאי האיזון.
- פתרו את זווית הגובהי לאיזון.
- הסבירו מדוע זנבות דוחפים לעיתים קרובות כלפי מטה.
- תארו את גרר האיזון.

מושגי מפתח

- איזון פירושו מומנט עלרוד נטו אפס: C_m = C_m0 + C_mα α + C_mδe δ_e = 0.
- יעילות הגובהי C_mδe שלילית לגובהי בזנב: שפת זרימה אחורית מטה נותנת חרטום מטה.
- העילוי של הגובהי פועל במרחק מסוים ממרכז הכובד, ולכן יוצר מומנט וכלי הטיס מסתובב סביב מרכז הכובד.
- זנבות מודרניים נושאים לעיתים קרובות עילוי שלילי כדי לשמור על החרטום למעלה, והכנף צריכה לקזז זאת בעילוי נוסף.
- העילוי הנוסף עולה בגרר מושרה, הנקרא גרר איזון; מרווח סטטי קטן יותר מקטין אותו.

משוואות מפתח

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_e}}\delta_e = 0$$

C_m=C_m_0+C_m_αα+C_m__e_e=0

תנאי איזון

$$\delta_e = -\frac{C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha}{C_{m_{\delta_e}}}$$

_e=-_m_0+C_m_ααC_m__e

גובהי לאיזון

$$C_L = C_{L_\alpha}\alpha$$

C_L=C_L_αα

שיפוע העילוי

$$L = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_L$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 3.1 $C_{m0} = 0.05$, $C_{m\alpha} = -0.55$, $C_{m\delta e} = -1.2$ לרדיאן (ערכי דוגמה). מצאו את δ_e לאיזון ב־$\alpha = 0.05$ rad.

1. $0 = 0.05 - 0.0275 - 1.2\delta_e$.
2. $\delta_e = 0.0225/1.2$.

תשובה: $\delta_e = 0.01875$ rad $= 1.07°$.

דוגמה 3.2 איזו זווית התקפה מאוזנת עם גובהי אפס?

1. $\alpha = 0.05/0.55$.

תשובה: $\alpha = 0.0909$ rad $= 5.21°$.

דוגמה 3.3 מצאו את C_L באיזון זה עם $C_{L\alpha} = 5.5$.

1. 0.0909×5.5.

תשובה: $C_L = 0.50$.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. δ_e לאיזון ב־$\alpha = 0.1$ rad?

   -0.00417 rad ($-0.24°$).

2. מוסכמת הסימן של δ_e?

   שפה אחורית מטה חיובית.

3. למה עומס כלפי מטה של הזנב עולה בדלק?

   הכנף מפיקה יותר עילוי, מה שמוסיף גרר מושרה.

4. היכן היה הגובהי של Wright Flyer?

   בחזית.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: איזון פירושו טיסה ישרה ואופקית.

בפועל: פירושו מומנט נטו אפס בכל מצב יציב.

מיתוס: זנבות תמיד מפיקים עילוי כלפי מעלה.

בפועל: רבים דוחפים כלפי מטה.

מיתוס: הגובהי משנה רק את זווית העלרוד.

בפועל: הוא קובע את זווית ההתקפה והמהירות המאוזנות.

כרטיסיות

איזון (Trim)

מומנט נטו אפס.

$C_{m\delta e}$

יעילות הגובהי.

גובהי

משטח היגוי לעלרוד.

עומס כלפי מטה של הזנב

עילוי שלילי של הזנב.

גרר איזון

גרר הנובע מאיזון.

קנרד

משטח גובהי קדמי.

בוחן לבדיקה עצמית

1. איזון: $C_m = \dots$

0

1

C_L

$C_{m\alpha}$

0. אין מומנט נטו.

2. δ_e בדוגמה...

1.07°

10°

0°

−5°

1.07°. פתור.

3. גרר האיזון נובע מ...

עילוי נוסף של הכנף

חיכוך בלבד

המנועים

כן הנסע

עילוי נוסף של הכנף. מושרה.

4. C_mδe לזנב הוא...

שלילי

חיובי

אפס

אינסופית

שלילי. חרטום מטה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA Glenn מסבירה שהמייצב האופקי בכלי טיס מודרניים מותקן בדרך כלל בזווית שלילית, ויוצר כוח כלפי מטה שמחזיק את הזנב למטה ואת המטוס מאוזן, ושיש להתגבר על הכוח השלילי הזה בעילוי גדול יותר מהכנף.

כל תוספת עילוי מוסיפה גרר וצריכת דלק, ולכן איזון קפדני וניהול מרכז הכובד הם דרכים קטנות אך ממשיות להפחית פליטות בתעופה.

ב־Saving Planets: ביצועי מטוסים · פתרונות

מקורות: NASA Glenn Beginner’s Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn Beginner’s Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/): כלי אינטראקטיבי חינמי של נאס״א.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): הרצאות MIT חינמיות.

סיימתי את היחידה הזו

יציבות רוחבית-כיוונית ופניות

יציבות שבשבת (כיוונית), אפקט דו־פניות, בקרת גלגול במאזנות, ריסון גלגול ואופן הגלגול, סבסוב נגדי ופנייה מתואמת.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- נסחו את תנאי היציבות הכיוונית ויציבות הגלגול.
- חשבו את קבוע הזמן של אופן הגלגול ואת קצב הגלגול המתמיד.
- מצאו את זווית ההטיה ואת מקדם העומס בפנייה מתואמת.
- הסבירו סבסוב נגדי.

מושגי מפתח

- יציבות כיוונית (שבשבת) דורשת C_nβ > 0: החלקה צידית מסבסבת את החרטום חזרה אל הרוח.
- אפקט דו־פניות דורש C_lβ < 0: החלקה צידית מגלגלת את כלי הטיס הרחק מההחלקה.
- המאזנות מוסטות בכיוונים מנוגדים ליצירת מומנט גלגול; ריסון הגלגול L_p מתנגד לקצב הגלגול ונותן את אופן הגלגול עם τ = 1/|L_p|.
- המאזנת היורדת יוצרת יותר עילוי וגרר ומסבסבת את החרטום הרחק מהפנייה (סבסוב נגדי); ההגה מתקן זאת.
- בפנייה אופקית מתואמת tan φ = V²/(gR) ומקדם העומס n = 1/cos φ.

משוואות מפתח

$$C_{n_\beta} > 0,\ C_{l_\beta} < 0$$

יציבות רוחבית-כיוונית

$$p_{ss} = -\frac{L_{\delta_a}}{L_p}\delta_a$$

p_ss=-__aL_p_a

קצב גלגול מתמיד

$$\tan\phi = \frac{V^2}{gR}$$

=(V^2)/(gR)

פנייה מתואמת

$$n = \frac{1}{\cos\phi}$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 4.1 פנייה ב־100 m/s ברדיוס 2000 m (ערכי דוגמה). מצאו את זווית ההטיה.

1. $\tan\varphi = 100^2/(9.80665\times 2000) = 0.510$.

תשובה: $\varphi = 27.0^\circ$.

דוגמה 4.2 מצאו את מקדם העומס.

1. $n = 1/\cos 27.0^\circ$.

תשובה: $n = 1.122$.

דוגמה 4.3 $L_{\delta a} = 2.0\ \text{s}^{-2}$, $L_p = -4.0\ \text{s}^{-1}$ (ערכי דוגמה), $\delta_a = 0.1$ rad. מצאו את τ ואת קצב הגלגול המתמיד.

1. $\tau = 1/4$.
2. $p = 2.0\times 0.1/4.0$.

תשובה: $\tau = 0.25$ s; $p = 0.05$ rad/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מקדם עומס בהטיה של 60°?

   .2.0

2. רדיוס ב־100 m/s ובהטיה של 45°?

   .1020 m

3. מה עושה הדו־פניות?

   מיישרת את כלי הטיס אחרי החלקה צידית.

4. למה להשתמש בהגה בפנייה?

   כדי לבטל את הסבסוב הנגדי.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: המאזנות לבדן יוצרות פנייה נקייה.

בפועל: סבסוב נגדי מחייב הגה.

מיתוס: זווית ההטיה אינה תלויה במהירות.

בפועל: היא גדלה עם V^2 ברדיוס קבוע.

מיתוס: $C_{n\beta}$ צריך להיות שלילי.

בפועל: חיובי הוא יציב.

כרטיסיות

החלקה צידית β

זווית הרוח מהצד.

$C_{n\beta}$

יציבות כיוונית.

$C_{l\beta}$

אפקט דו־פניות.

ריסון גלגול

L_p.

סבסוב נגדי

סבסוב הפוך לגלגול.

מקדם עומס

עילוי/משקל.

בוחן לבדיקה עצמית

1. יציב כשבשבת אם…

$C_{n\beta} > 0$

$C_{n\beta} < 0$

$C_{l\beta} > 0$

$L_p > 0$

$C_{n\beta} > 0$. סבסוב מחזיר.

2. הטיית הדוגמה…

27.0°

45°

10°

60°

.27.0°. tan⁻¹ 0.51

3. n בהטיה של 60°…

2

1

1.5

3

.2. 1/cos

4. ז של אופן הגלגול…

1/|L_p|

L_p

L_δa

2π

.1/|L_p|. סדר ראשון

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

המדריך של NASA Glenn מסביר שהמאזנות פועלות בדרך כלל בניגוד, אחת למעלה ואחת למטה, כדי לשנות את העילוי בכל כנף, ושמטוסים פונים בזכות ההטיה שיוצרות המאזנות ולא בזכות פעולת ההגה: ההטיה מטה את עילוי הכנף ומעקמת את מסלול

הטיסה.

משוואת הפנייה ביחידה זו היא הרעיון הזה במספרים. פניות מתואמות ויעילות שומרות על גרר נוסף, ולכן על צריכת דלק נוספת, קטנים.

ב־Saving Planets: ביצועי מטוסים · אווירודינמיקה 1

מקורות: NASA Glenn · NASA Glenn Beginner’s Guide: Ailerons (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/ailerons/) Beginner’s Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn Beginner’s Guide: Ailerons (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/ailerons/): הסבר חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): הרצאות MIT חינמיות.

סיימתי את היחידה הזו

משוואות התנועה ואופנים דינמיים

משוואות בשש דרגות חופש, ליניאריזציה להפרעות קטנות, צורת מרחב מצב, ערכים עצמיים, ואופני המחזור הקצר, הפוגואיד, הגלגול, הספירלה והגלגול ההולנדי.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- בצעו ליניאריזציה של המשוואות סביב נקודת האיזון.
- כתבו צורת מרחב מצב.
- מצאו תדירות טבעית וריסון ממשוואה אופיינית.
- העריכו את מחזור הפוגואיד.

מושגי מפתח

- חוקי ניוטון בצירי גוף נותנים שש משוואות לא ליניאריות מצומדות; להפרעות קטנות סביב האיזון הן הופכות ליניאריות.
- צורת מרחב מצב ẋ = Ax + Bu; הערכים העצמיים של A הם האופנים.
- אופנים אורכיים: מחזור קצר מהיר ומרוסן היטב (עלרוד) ופוגואיד איטי ומרוסן חלש (חילופי מהירות–גובה).
- אופנים רוחביים: אופן גלגול מהיר, אופן ספירלה איטי והגלגול ההולנדי המתנודד.
- לאופן מסדר שני $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$ יש תדירות טבעית ω_n ויחס ריסון ζ. קירוב הפוגואיד הוא $\omega_n \approx \sqrt{2}\, g/V$.

משוואות מפתח

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

x=Ax+Bu

מרחב מצב

$$\det(sI - A) = 0$$

(sI-A)=0

המשוואה האופיינית

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

s^2+2ω_ns+ω_n^2=0

אופן מסדר שני

$$\omega_{ph} \approx \frac{\sqrt{2}g}{V}$$

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 5.1 לאופן מחזור קצר יש $s^2 + 2.8s + 16 = 0$ (ערכי דוגמה). מצאו את ω_n ואת ζ.

1. $\omega_n = \sqrt{16}$.
2. $\zeta = 2.8/(2 \times 4)$.

תשובה: $\omega_n = 4$ rad/s; $\zeta = 0.35$.

דוגמה 5.2 העריכו את תדירות הפוגואיד ומחזורו ב־100 m/s.

1. $\omega = 9.80665/100 \times 1.4142$.
2. $T = 2\pi/\omega$.

תשובה: $\omega = 0.1387$ rad/s; $T = 45.3$ s.

דוגמה 5.3 מצאו את התדירות המרוסנת של המחזור הקצר.

1. $\omega_d = 4\sqrt{(1 - 0.35^2)}$.

תשובה: $\omega_d = 3.75$ rad/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מחזור הפוגואיד ב־200 m/s?

   .90.6 s

2. ζ עבור $s^2 + 4s + 16$?

   .0.5

3. איזה אופן מחליף מהירות בגובה?

   הפוגואיד.

4. איזה אופן רוחבי מתנודד?

   הגלגול ההולנדי.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: מודלים ליניאריים תקפים בכל מצב.

בפועל: רק ליד נקודת האיזון.

מיתוס: כל האופנים מתנודדים.

בפועל: גלגול וספירלה אינם מתנודדים.

מיתוס: הפוגואיד מהיר.

בפועל: הוא נמשך עשרות שניות.

כרטיסיות

מחזור קצר

אופן עלרוד מהיר.

פוגואיד

אופן איטי של מהירות–גובה.

גלגול הולנדי

תנודת סבסוב–גלגול.

אופן ספירלה

התבדרות או התכנסות איטית של ההטיה.

ω_n

תדירות טבעית.

ζ

יחס ריסון.

בוחן לבדיקה עצמית

1. ζ בדוגמה…

0.35

0.7

4

2.8

.0.35. 2.8/8

2. מחזור הפוגואיד ב־100 m/s…

45.3 s

4.5 s

453 s

1 s

45.3 s. בקירוב.

3. האופנים הם…

הערכים העצמיים של A

איברים של B

כניסות

הגברים

הערכים העצמיים של A. מרחב מצב.

4. המחזור הקצר הוא…

עלרוד מהיר

מהירות איטית

גלגול

סבסוב

עלרוד מהיר. הגדרה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

נאס"א מציינת שצוות X-59 משתמש בתאום דיגיטלי בזמן אמת שמשווה נתוני טיסה לתחזיות מסימולציה, ושכלי הטיס לא הראה תופעות בלתי צפויות כמו אי־יציבות או רעידות מופרזות בתגובה לכוחות אווירודינמיים.

נאס"א מדווחת ש־X-59 הגיע לשיוט היעד של Mach 1.4 (924 mph) בגובה 55000 רגל מוקדם יחסית בניסויים. מודלים שנבנו מהמשוואות הליניאריות של יחידה זו הם מה שתאום דיגיטלי משווה אליו.

ב־Saving Planets: משוואות דיפרנציאליות · אלגברה לינארית

מקורות: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): הרצאות MIT חינמיות.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-system-s-fall-2010/): קורס MIT חינמי.

סיימתי את היחידה הזו

התמרות לפלס ופונקציות תמסורת

פונקציות תמסורת, קטבים ואפסים, דיאגרמות מלבנים, מערכות מסדר ראשון, קבועי זמן, הגבר DC ומשפט הערך הסופי.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- כתבו פונקציית תמסורת ממד"ר.
- מצאו קטבים, הגבר DC וקבוע זמן.
- השתמשו במשפט הערך הסופי.
- צמצמו דיאגרמות מלבנים פשוטות.

מושגי מפתח

- בתנאי התחלה אפס, התמרת לפלס הופכת מד"ר ליניארית לאלגברה: Y(s) = G(s)U(s).
- הקטבים (שורשי המכנה) קובעים את התגובה הטבעית; קטבים בחצי המישור השמאלי דועכים, ובחצי המישור הימני גדלים.
- מערכת מסדר ראשון K/(τs + 1) מגיעה ל־63.2% מערכה הסופי ב־t = τ ולכ־98% ב־4τ.
- משפט הערך הסופי: y(∞) = lim s→0 sY(s), אם המערכת יציבה. למדרגת יחידה, y(∞) = G(0).
- מלבנים בטור מוכפלים; לולאת משוב שלילי נותנת G/(1 + GH).

משוואות מפתח

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

```
G(s)=(Y(s))/(U(s))
```

פונקציית תמסורת

$$y(t) = K(1 - e^{-t/\tau})$$

```
y(t)=K(1-e^-t/τ)
```

תגובת מדרגה מסדר ראשון

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0} sY(s)$$

```
y(∞)=_s0sY(s)
```

משפט הערך הסופי

$$T = \frac{G}{1 + GH}$$

```
T=(G)/(1+GH)
```

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 6.1 מצאו את הקוטב, קבוע הזמן והגבר ה־DC של $G(s) = 5/(s + 2)$.

1. קוטב ב־$s = -2$.
2. $\tau = 1/2$.
3. $G(0) = 5/2$.

תשובה: קוטב $s = -2$; $\tau = 0.5$ s; הגבר 2.5.

דוגמה 6.2 מצאו את תגובתה למדרגת יחידה ב־$t = 0.5$ s וב־1 s.

1. $y = 2.5(1 - e^{-2t})$.

תשובה: $y(0.5) = 1.580$; $y(1) = 2.162$.

דוגמה 6.3 סגרו לולאת משוב יחידה סביב G. מצאו את הגבר ה־DC בחוג סגור.

1. $T = 5/(s + 7)$.

תשובה: $T(0) = 0.714$.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. זמן התייצבות 2% של G?

   כ־$4\tau = 2$ s.

2. החלק שהושג ב־$t = \tau$?

   63.2%.

3. האם קוטב ב־-1+ יציב?

   לא; הוא גדל כמו e^{t}.

4. שני מלבנים 2 ו־$3/(s+1)$ בטור?

   $6/(s+1)$.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: משפט הערך הסופי תקף תמיד.

בפועל: רק למערכות יציבות.

מיתוס: האפסים קובעים יציבות.

בפועל: הקטבים קובעים.

מיתוס: τ הוא זמן ההתייצבות.

בפועל: ההתייצבות היא כ־4τ.

כרטיסיות

פונקציית תמסורת

יציאה/כניסה ב־s.

קוטב

שורש המכנה.

אפס

שורש המונה.

קבוע זמן

τ.

הגבר DC

G(0).

משפט הערך הסופי

lim sY(s).

בוחן לבדיקה עצמית

1. עבור G(0) = 5/(s+2)…

2.5

5

2

0.4

2.5. הגבר DC.

2. At t = τ…

63.2%

50%

100%

98%

$1 - e^{-1}$. 63.2%.

3. קטבים יציבים נמצאים…

בחצי המישור השמאלי

בחצי הימני

על הציר הממשי בלבד

באינסוף

בחצי המישור השמאלי. דעיכה.

4. חוג סגור…

G/(1+GH)

GH

G − H

1/G

G/(1+GH). משוב.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

נאס"א מסבירה שהג'ירוסקופים של האבל מודדים את קצבי הסיבוב של הטלסקופ והם חלק מהמערכת שקובעת ומבקרת את הכיוון שאליו הטלסקופ מצביע.

חיישנים כאלה הם מלבני המדידה בדיאגרמות של יחידה זו: בקר טוב רק כמו הקצבים והזוויות שהוא מודד.

ב־Saving Planets: משוואות דיפרנציאליות · תצפית על כדור הארץ

מקורות: NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): הרצאות MIT חינמיות.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-system-fall-2010/): קורס MIT חינמי.

צפו בהרצאה

Lecture 6 laplace transform (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-6-laplace-transform/) (באנגלית)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. רישיון: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · תנאי שימוש (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

תגובת זמן מסדר שני

תגובת מדרגה תת־מרוסנת, חריגת יתר, זמן שיא, זמן התייצבות, יחס ריסון ותדירות טבעית, ויעדי איכויות טיסה.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- חשבו את אחוז חריגת היתר מתוך ζ.
- חשבו את זמני השיא וההתייצבות.
- קראו את ζ ואת ω_n ממיקומי הקטבים.
- בחרו ריסון לתגובה טובה.

מושגי מפתח

- קטבים ב־(−ζω_n ± jω_n√(1 − ζ²)) עבור 0 < ζ < 1 נותנים תגובה מתנודדת שדועכת.
- אחוז חריגת היתר תלוי רק ב־ζ: M_p = exp(−ζπ/√(1 − ζ²)).
- זמן שיא t_p = π/ω_d, עם ω_d = ω_n√(1 − ζ²).
- זמן ההתייצבות (2%) הוא בערך t_s = 4/(ζω_n), ונקבע על ידי החלק הממשי של הקטבים.
- ריסון קרוב ל־0.7 נותן חריגת יתר קטנה (כ־4.6%) עם עלייה מהירה; טייסים אינם אוהבים תגובות איטיות או מתנודדות.

משוואות מפתח

$$M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

M_p=e^-π/1-^2

חריגת יתר

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

t_p=πω_n1-^2

זמן שיא

$$t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

זמן התייצבות

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

s=-ω_n jω_n1-^2

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 7.1 עבור המחזור הקצר של יחידה ($\omega_n = 4$, $\zeta = 0.35$) 5, מצאו את חריגת היתר.

1. $M_p = \exp(-0.35\pi/\sqrt{(1 - 0.1225)})$.

תשובה: 30.9%.

דוגמה 7.2 מצאו את זמני השיא וההתייצבות שלו.

1. $t_p = \pi/3.747$.
2. $t_s = 4/(0.35 \times 4)$.

תשובה: $t_p = 0.838$ s; $t_s = 2.86$ s.

דוגמה 7.3 מצאו את חריגת היתר עבור $\zeta = 0.7$.

1. $\exp(-0.7\pi/\sqrt{0.51})$.

תשובה: 4.6%.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. חריגת יתר ב־$\zeta = 0.25$?

   44.4%.

2. קטבים עבור $\omega_n = 4$, $\zeta = 0.35$?

   $-1.4 \pm 3.75j$.

3. חריגת יתר ב־$\zeta = 1$?

   אין (ריסון קריטי).

4. מה קובע את זמן ההתייצבות?

   החלק הממשי $\zeta\omega_n$.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: יותר ריסון תמיד עדיף.

בפועל: יותר מדי הופך את התגובה לאיטית.

מיתוס: חריגת היתר תלויה ב־ω_n.

בפועל: רק ב־ζ.

מיתוס: זמן השיא משתמש ב־ω_n.

בפועל: הוא משתמש ב־ω_d.

כרטיסיות

חריגת יתר

שיא מעל הערך הסופי.

זמן שיא

π/ω_d.

זמן התייצבות

≈4/(ζω_n).

ω_d

תדירות מרוסנת.

ריסון קריטי

ζ = 1.

איכויות טיסה

עד כמה קל לטייסים להטיס כלי.

בוחן לבדיקה עצמית

1. M_p ב־ζ = 0.35...

30.9%

4.6%

50%

0%

30.9%. נוסחה.

2. $t_s \approx$ ...

$4/(\zeta\omega_n)$

π/ω_n

ζ/ω_n

$1/\omega_n$

$4/(\zeta\omega_n)$. כלל 2%.

3. חריגת יתר ב־$\zeta = 0.7$...

4.6%

30%

0%

70%

4.6%. נוסחה.

4. חריגת היתר תלויה ב...

ζ בלבד

ω_n בלבד

הגבר

כניסה

ζ בלבד. נוסחה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

נאס"א מדווחת שבין טיסות הניסוי של X-59 ביצעו המהנדסים התאמות קלות בתוכנת הבקרה של כלי הטיס, ושאיכויות הטיסה שלו, או יכולת השליטה בו, תאמו היטב את הסימולציות.

כוונון מהירות התגובה והריסון, הגדלים של יחידה זו, הוא הדרך שבה תוכנת בקרה הופכת צורה על־קולית שקטה וקיצונית לכלי טיס שטייסים מתארים כ"מרגש אך חסר אירועים".

ב־Saving Planets: משוואות דיפרנציאליות · ביצועי מטוסים

מקורות: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nas/as-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): הרצאות MIT חינמיות.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): תנודה מרוסנת.

צפו בהרצאה

Lecture 11 continuous time ct frequency response and bode plot (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-11-continuous-time-ct-frequency-response-and-bode-plot/) (באנגלית)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. רישיון: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · תנאי שימוש (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

משוב ובקרת PID

למה משוב, פעולה פרופורציונלית, אינטגרלית ונגזרת, שגיאת מצב מתמיד וסוג המערכת, בחירת הגבר לריסון, ודוגמה לטייס אוטומטי של זווית עלרוד.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- סגרו לולאה ומצאו את המשוואה האופיינית.
- בחרו הגבר לריסון יעד.
- חשבו שגיאת מצב מתמיד.
- הסבירו מה מוסיפים האיברים D ו־I.

מושגי מפתח

- משוב משווה את היציאה הנמדדת לפקודה ופועל על השגיאה, ומקטין רגישות להפרעות ולשגיאות מודל.
- הגבר פרופורציונלי מאיץ את התגובה אך עלול להקטין ריסון; פעולת נגזרת מוסיפה ריסון; פעולה אינטגרלית מסלקת שגיאת מצב מתמיד.
- עבור מתקן 1/(s(s + 2)) עם הגבר K, החוג הסגור הוא s² + 2s + K = 0, ולכן ω_n = √K ו־ζ = 1/√K.
- סוג המערכת (אינטגרטורים בלולאה) קובע את שגיאת המצב המתמיד: ללולאה מסוג 1 שגיאת מדרגה אפס ושגיאת כבש a/K עבור מתקן זה.
- PID: u = K_p e + K_i∫e dt + K_d de/dt.

משוואות מפתח

$$u = K_p e + K_i \int e\,dt + K_d \dot{e}$$

`u=K_pe+K_i e dt+K_d e`

חוק PID

$$1 + KG(s) = 0$$

`1+KG(s)=0`

משוואה אופיינית בחוג סגור

$$s^2 + (2 + K_d)s + K_p = 0$$

`s^2+(2+K_d)s+K_p=0`

PD על 1/(s(s+2))

$$e_{ss,ramp} = \frac{2}{K}$$

e_ss,ramp=2/K

שגיאת כבש (מתקן זה)

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 8.1 עם K = 16 על 1/(s(s + 2)), מצאו את ω_n ואת ζ.

1. $s^2 + 2s + 16$.
2. $\omega_n = 4;\ \zeta = 2/8$.

תשובה: $\omega_n = 4$ rad/s; $\zeta = 0.25$ (חריגת יתר של 44%).

דוגמה 8.2 איזה K נותן ζ = 0.7?

1. $2\zeta\omega_n = 2 \Rightarrow \omega_n = 1/0.7 = 1.429$.
2. $K = \omega_n^2$.

תשובה: K = 2.04 (תגובה איטית יותר).

דוגמה 8.3 השאירו K_p = 16 והוסיפו הגבר נגזרת עבור ζ = 0.7.

1. $4 \times 0.7 = 2 + K_d$.

תשובה: K_d = 3.6: מהיר ומרוסן היטב.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. שגיאת כבש עם K = 16?

   0.125.

2. שגיאת מדרגה ללולאה זו מסוג 1?

   אפס.

3. מה מתקנת הפעולה האינטגרלית?

שגיאת מצב מתמיד.

4. הסיכון בהגבר נגזרת גבוה מדי?

הגברת רעש.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: הגבר גבוה יותר תמיד עוזר.

בפועל: הוא עלול להקטין ריסון ומרווחים.

מיתוס: הנגזרת מסלקת שגיאה.

בפועל: האינטגרל מסלק.

מיתוס: משוב דורש מודל מושלם.

בפועל: הוא סובלני לשגיאות מודל.

כרטיסיות

משוב

פעולה על השגיאה הנמדדת.

K_p

הגבר פרופורציונלי.

K_i

הגבר אינטגרלי.

K_d

הגבר נגזרת.

סוג המערכת

מספר האינטגרטורים בלולאה.

שגיאת מצב מתמיד

שגיאה אחרי המעברים.

בוחן לבדיקה עצמית

1. ζ עם 16 = K…

0.25

0.7

4

1

0.25. 1/√K.

2. פעולה אינטגרלית...

מסלקת שגיאה מתמדת

מוסיפה ריסון

מוסיפה רעש בלבד

כלום

מסלקת שגיאה מתמדת. PID.

3. K_d עבור ζ = 0.7 ב־K_p = 16...

3.6

16

0.7

2

3.6. פתור.

4. שגיאת כבש K = 16...

0.125

0

1

2

0.125. 2/K.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

נאס"א מדווחת שדרגונפליי השלים לאחרונה את "הטיסה הראשונה" המדומה המקיפה ביותר שלו על אוויוניקה דמוית טיסה ב־Johns Hopkins APL, עם תוכנת טיסה המשתמשת בנתונים מדומים של מצלמת ניווט, יחידת מדידה אינרציאלית ולידאר; כלי הטיס רב־המדחף אמור להגיע לטיטאן, ירח שבתאי, ב־2034.

אחראי הניידות של נאס"א מציין שכל מה שדרגונפליי עושה בטיטאן חייב להתבצע באופן אוטונומי, ללא עזרה בזמן אמת מכדור הארץ. משוב בחוג סגור כמו ביחידה זו הוא מה שמאפשר זאת.

ב־Saving Planets: פתרונות · מכניקה מסלולית

מקורות: NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): הרצאות MIT חינמיות.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): קורס MIT חינמי.

צפו בהרצאה

Lecture 10 feedback and control (באנגלית) (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-10-feedback-and-control/)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. רישיון: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · תנאי שימוש (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

ניתוח יציבות: ראות׳, מקום גיאומטרי של השורשים ומרווחים

מבחן ראות׳-הורביץ, שרטוט המקום הגיאומטרי של השורשים, תגובת תדר ודיאגרמות בודה, מרווח הגבר ומרווח מופע, והקשר בין מרווח מופע לריסון.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- החילו את מבחן ראות׳ כדי למצוא גבול הגבר.
- שרטטו כיצד הקטבים זזים עם ההגבר.
- חשבו מרווח מופע.
- קשרו בין מרווח מופע לריסון.

מושגי מפתח

- ראות׳-הורביץ מוצא כמה קטבים נמצאים בחצי המישור הימני בלי לפתור את הפולינום.
- המקום הגיאומטרי של השורשים מראה את מסלולי הקטבים בחוג סגור כשההגבר עולה מ־0 עד ∞.
- דיאגרמות בודה מראות הגבר ומופע של הלולאה כפונקציה של התדר; מרווחי ההגבר והמופע מודדים את המרחק מאי־יציבות.
- מרווח מופע PM = 180° + ∠G(jω_c) בתדר החצייה שבו |G| = 1.
- כלל אצבע ללולאות מסדר שני: ζ ≈ PM/100 (PM במעלות).

משוואות מפתח

$$s^3 + 6s^2 + 11s + (6 + K) = 0$$

```
s^3+6s^2+11s+(6+K)=0
```

דוגמה למשוואה אופיינית

$$66 > 6 + K$$

תנאי ראות׳

$$PM = 180^\circ + \angle G(j\omega_c)$$

```
PM=180^+ G(jω_c)
```

מרווח מופע

$$\zeta \approx PM/100$$

כלל אצבע

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 9.1 משוב יחידה סביב $K/((s+1)(s+2)(s+3))$. מצאו את גבול K.

1. אופיינית: $s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + K$.
2. ראות': $K + 6 < 11 \times 6$.

תשובה: יציב עבור $K < 60$.

דוגמה 9.2 ב־$K = 60$, באיזה תדר הוא מתנודד?

1. עזר $6s^2 + 66 = 0$.

תשובה: $\omega = \sqrt{11} = 3.317$ rad/s.

דוגמה 9.3 מצאו את מרווח המופע של $16/(s(s+2))$.

1. $|G| = 1$ ב־$\omega_c = 3.758$ rad/s.
2. $PM = 90° - \tan^{-1}(3.758/2)$.

תשובה: $PM = 28.0°$, ולכן $\zeta \approx 0.28$ (מדויק 0.25).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. האם $K = 30$ יציב בדוגמה?

   Yes.

2. מרווח הגבר ב־$K = 30$?

   2 (60/30).

3. מה קורה למקום הגיאומטרי כאשר $K \to \infty$ כאן?

   שני ענפים עוברים לחצי המישור הימני.

4. יעד PM טיפוסי?

   כ־45°–60°.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: יציב בהגבר אחד פירושו יציב בכולם.

בפועל: גבולות הגבר נפוצים.

מיתוס: מרווח מופע נמדד בחציית °180.

בפועל: בחציית ההגבר.

מיתוס: ראות׳ נותן את מיקומי הקטבים.

בפועל: רק את מספרם.

כרטיסיות

מבחן ראות׳

סופר קטבים בחצי המישור הימני.

מקום גיאומטרי של השורשים

מסלולי קטבים עם ההגבר.

דיאגרמת בודה

הגבר ומופע כפונקציה של התדר.

מרווח הגבר

מקדם ההגבר עד אי־יציבות.

מרווח מופע

מופע עד אי־יציבות.

חצייה

$|G| = 1$.

בוחן לבדיקה עצמית

1. דוגמת גבול K…

60

6

11

66

60. ראות׳.

2. תנודה ב־K = 60…

3.317 rad/s

6 rad/s

1 rad/s

60 rad/s

.3.317 rad/s. √11

3. דוגמת PM…

28°

45°

90°

0°

.28° פתור.

4. ζ ≈ …

PM/100

PM

1/PM

GM

.PM/100 כלל.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

נאס"א מציינת שמהנדסי דרגונפליי יבדקו פרופילי טיסה אחרים ויכניסו תקלות במכוון כדי לוודא שכלי הטיס רב־המדחף יכול להגיב באופן אוטונומי אם משהו משתבש.

מרווחים הם התשובה ההנדסית ל"מה אם": לולאה עם מרווחי הגבר ומופע בריאים ממשיכה לעבוד כשרכיבים מתיישנים, חיישנים נסחפים או הסביבה מפתיעה אותה.

ב־Saving Planets: אלגברה לינארית · פתרונות

מקורות: NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): הרצאות MIT חינמיות.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): קורס MIT חינמי.

סיימתי את היחידה הזו

קביעת מצב ובקרת מצב של חלליות

סיבוב גוף קשיח, חיישני מצב (ג׳ירוסקופים, עוקבי כוכבים), גלגלי תגובה ותנע, תמרוני סיבוב בהפעלה מלאה, מצבי בטיחות, והצבעה למדעי כדור הארץ והחלל.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- השתמשו ב־τ = Iα לתמרוני סיבוב בציר אחד.
- חשבו תמרון סיבוב בזמן מינימלי.
- חשבו את התנע של גלגל.
- הסבירו את תפקידי הג׳ירוסקופים ומצבי הבטיחות.

מושגי מפתח

- סיבוב בציר אחד: מומנט τ = Iα; תנע זוויתי H = Iω.
- תמרון בהפעלה מלאה מאיץ במחצית הזווית ובולם במחצית השנייה: t = 2√(θ/α).
- גלגלי תגובה מחליפים תנע עם החללית; הגלגלים מגיעים לרוויה ויש לפרוק אותם במדחפים או במפתלי מומנט מגנטיים.
- ג׳ירוסקופים מודדים קצבים ועוקבי כוכבים מודדים מצב; מסננים משלבים ביניהם.
- מצבי בטיחות מעבירים חללית למצב פשוט עם מאזן הספק חיובי כשמשהו נראה שגוי.

משוואות מפתח

$$\tau = I\alpha$$

חוק ניוטון לסיבוב

$$t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

זמן תמרון בהפעלה מלאה

$$H = I\omega$$

תנע זוויתי

$$\omega_{max} = \alpha t/2$$

```
ω_max=α t/2
```

קצב תמרון מרבי

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 10.1 לחללית עם $I = 1000\ \text{kg·m}^2$ יש $0.5\ \text{N·m}$ מומנט גלגלים (ערכי דוגמה). מצאו את α ואת זמן תמרון של $90°$.

1. $\alpha = 0.5/1000 = 5 \times 10^{-4}\ \text{rad/s}^2$.
2. $t = 2\sqrt{(1.5708/0.0005)}$.

תשובה: $t = 112.1\ \text{s}$.

דוגמה 10.2 מצאו את הקצב המרבי בתמרון זה.

1. $\omega = 0.0005 \times 112.1/2$.

תשובה: $0.0280\ \text{rad/s}$ ($1.61°/\text{s}$).

דוגמה 10.3 לגלגל יש $I = 0.1\ \text{kg·m}^2$ והוא מסתובב ב־$600\ \text{rad/s}$ (ערכי דוגמה). מצאו את התנע שלו.

1. $H = 0.1 \times 600$.

תשובה: $60\ \text{N·m·s}$.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. זמן תמרון של $45°$?

   $79.3\ \text{s}$.

2. הזמן שבו $0.5\ \text{N·m}$ צובר $60\ \text{N·m·s}$?

   $120\ \text{s}$.

3. מה מודדים ג'ירוסקופים?

   קצבי סיבוב.

4. למה לפרוק גלגלים?

   הם מגיעים לרוויה במהירות מרבית.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: זמן התמרון פרופורציונלי לזווית.

בפועל: הוא גדל עם θ√ בהפעלה מלאה.

מיתוס: גלגלים מוסיפים תנע לנצח.

בפועל: הם מגיעים לרוויה.

מיתוס: ג׳ירוסקופים נותנים מצב מוחלט.

בפועל: הם נותנים קצבים; עוקבים נותנים מצב.

כרטיסיות

גלגל תגובה

מפעיל להחלפת תנע.

עוקב כוכבים

מצב מתוך הכוכבים.

ג׳ירוסקופ

חיישן קצב.

הפעלה מלאה

מומנט מלא ואז היפוך מלא.

רוויה

גלגל במהירות מרבית.

מצב בטיחות

מצב נסיגה מגן.

בוחן לבדיקה עצמית

1. דוגמת תמרון של 90°…

112.1 s

11 s

1000 s

56 s

112.1 s. 2√(θ/α).

2. H = …

Iω

Iα

τt^2

$m\ v$

ωl. תנע.

3. דוגמת H של גלגל…

60 N·m·s

6

600

0.1

600 × 0.1 .60 N·m·s.

4. האבל מצביע כעת באמצעות…

ג'ירוסקופ אחד

שישה ג'ירוסקופים

ללא ג'ירוסקופים

מדחפים בלבד

ג'ירוסקופ אחד. NASA 2024.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

נאס"א דיווחה ביוני 2024 שהאבל יעבור לפעול עם ג'ירוסקופ אחד ויחזיק אחר בעתודה, לאחר שג'ירוסקופ החל "להגיע לרוויה" (להראות את קצב הסיבוב המרבי ללא קשר לתנועה בפועל) והכניס שוב ושוב את הטלסקופ למצב בטיחות. נאס"א אמרה שרוב התצפיות לא יושפעו, עם תמרונים ארוכים יותר, פחות גמישות בהצבעה וללא מעקב אחר עצמים נעים הקרובים יותר ממאדים.

אותם רעיונות של בקרת מצב מכוונים לווייני תצפית על כדור הארץ כמו GOES-19 ו־Landsat אל כוכב הלכת שהם מודדים.

ב־GOES-19: Saving Planets · מכניקה מסלולית

מקורות: NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-system/s-fall-2010/): קורס MIT חינמי.
- NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/): מאמר של נאס"א.

סיימתי את היחידה הזו

תרגילים

התרגילים האלה נמצאים בתוך כל יחידה. פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה.

1. צירים, סיבובים ומומנטים
   4 תרגילים
2. יציבות סטטית אורכית
   4 תרגילים
3. איזון ובקרת הגובהי
   4 תרגילים
4. יציבות רוחבית-כיוונית ופניות
   4 תרגילים
5. משוואות התנועה ואופנים דינמיים
   4 תרגילים
6. התמרות לפלס ופונקציות תמסורת
   4 תרגילים
7. תגובת זמן מסדר שני
   4 תרגילים
8. משוב ובקרת PID
   4 תרגילים
9. ניתוח יציבות: ראות', מקום גיאומטרי של השורשים ומרווחים
   4 תרגילים
10. קביעת מצב ובקרת מצב של חלליות
    4 תרגילים

המעבדה (Flight dynamics and controls lab)

המעבדה היא החלק המעשי של הקורס. כאן היא חינמית ולתרגול בלבד, ללא נקודות זכות.

כל מעבדה מתבצעת בסימולציה חינמית או בגיליון אלקטרוני, כך שאין סכנות פיזיות. אל תבנו ואל תטיסו רחפנים או דגמים לקורס זה. קחו הפסקות מהמסך, שבו ביציבה טובה והרחיקו כבלים ממעברים.

מקור בטיחות: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

מעבדה A: איזון מומנטים ומציאת מרכז הכובד

שבוע 1

מטרה: אזנו מסות על קרש ב־PhET Balancing Act, ואז חשבו מרכז כובד בסגנון כלי טיס בגיליון אלקטרוני.

$$x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

```
x_cg=( m_ix_i)/( m_i)
```

מרכז כובד

מהלך הניסוי

1. ב־PhET Balancing Act, הניחו 10 kg ב־1 m בצד אחד ומצאו היכן 5 kg מאזנים אותם.
2. רשמו מומנט = מסה × מרחק בכל צד.
3. בגיליון אלקטרוני, רשמו את המסות והמרחקים של יחידה 1 וחשבו את x_cg.
4. הוסיפו 200 kg ב־10 m וחשבו מחדש.

טבלת נתונים

מקרה	Σm (kg)	x_cg (m)
בסיס	1800	4.44
+200 kg ב־10 m	2000	5.00

ערכי דוגמה מחושבים.

חישוב לדוגמה

1. 8000/1800 = 4.44 m.
2. 10,000/2000 = 5.00 m.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל דפדפן וגיליון אלקטרוני מתאימים.

PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act) · NASA Glenn Beginner’s Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

הקשר לכדור הארץ: NASA Glenn: בטיסה, מטוסים ורקטות מסתובבים סביב מרכזי הכובד שלהם. NASA Glenn Beginner’s Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

- [ ] השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)

מעבדה B: מרווח סטטי וסריקת איזון

שבוע 3

מטרה: סרקו את מיקום מרכז הכובד וחשבו מרווח סטטי, C_mα וזווית איזון עם גובהי אפס.

$$\alpha_{trim} = \frac{C_{m_0}}{C_{L_\alpha} SM}$$

α_trim=_m_0C_L_αSM

זווית איזון עם גובהי אפס

מהלך הניסוי

1. השתמשו ב־x̄_np = 0.35c, C_Lα = 5.5 /rad, C_m0 = 0.05 (ערכי דוגמה).
2. סרקו את x_cg מ־0.20 עד 0.40 c.
3. חשבו SM, C_mα ו־α_trim.
4. שימו לב מה קורה בנקודה הניטרלית ומעבר לה.

טבלת נתונים

x̄_cg/c	SM	C_mα (/rad)	α_trim (rad)
0.20	0.15	−0.825	0.0606
0.25	0.10	−0.55	0.0909
0.30	0.05	−0.275	0.182

ערכי דוגמה מחושבים; אין איזון יציב בנקודה הניטרלית או מאחוריה.

חישוב לדוגמה

1. C_mα = −5.5 × 0.15 = −0.825.
2. α = 0.05/0.275 = 0.182 rad.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני מתאים.

NASA Glenn Beginner’s Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/)

הקשר לכדור הארץ: נאס"א מדווחת שמרווח היציבות של X-59 תאם את התחזיות בטיסה. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה C: תנודה מרוסנת כאופן מסדר שני

שבוע 6

מטרה: צפו בתנודה מרוסנת ב־PhET Masses and Springs והשוו לנוסחאות מסדר שני.

$$\omega_n = \sqrt{k/m},\ \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

ω_n=/m,\ =2

מסה-קפיץ-מרסן

מהלך הניסוי

1. ב־PhET Masses and Springs, תלו מסה, הוסיפו מעט ריסון ומשכו אותה מטה.
2. מדדו זמן של כמה מחזורים והעריכו את המחזור ואת הדעיכה.
3. בגיליון אלקטרוני, חשבו ω_n, ζ, מחזור וחריגת יתר עבור m = 0.5 kg ,k = 20 N/m ,c = 1 N·s/m (ערכי דוגמה).
4. הסבירו כיצד זה תואם את אופן המחזור הקצר.

טבלת נתונים

גודל	ערך
ω_n	6.32 rad/s
ζ	0.158
מחזור מרוסן	1.006 s
חריגת יתר	60.5%

ערכי דוגמה מחושבים; קריאות הסימולציה יהיו שונות.

חישוב לדוגמה

1. ω_n = √40 = 6.32.
2. ζ = 1/(2√10) = 0.158.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל דפדפן וגיליון אלקטרוני מתאימים.

PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs)

הקשר לכדור הארץ: נאס"א מציינת ש־X-59 לא הראה אי־יציבות בלתי צפויה או רעידות מופרזות. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה D: תגובות מדרגה בצעדי זמן

שבוע 8

מטרה: הדמו תגובות מדרגה מסדר ראשון ושני בצעדי אוילר קטנים והשוו לנוסחאות.

$$x_{k+1} = x_k + \Delta t\, \dot{x}_k$$

x_k+1=x_k+Δ t x_k

צעד אוילר

מהלך הניסוי

1. הדמו $\dot{y} = -2y + 5$ מ־$y = 0$ עם $\Delta t = 0.001$ s.
2. הדמו $\ddot{y} + 2.8\dot{y} + 16y = 16$ ממנוחה.
3. מצאו $y(0.5)$ לראשונה, ואת השיא וזמן השיא לשנייה.
4. השוו לנוסחאות המדויקות.

טבלת נתונים

גודל	מדויקת
סדר ראשון $y(0.5)$	1.580
שיא סדר שני	1.309
זמן שיא	0.838 s
התייצבות (2%)	2.86 s

ערכים מחושבים; צעדים קטנים תואמים היטב.

חישוב לדוגמה

1. $2.5(1 - e^{-1}) = 1.580$.
2. $1 + 0.309 = 1.309$.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני או Python מתאים.

MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-au/tomatic-control-fall-2012/)

הקשר לכדור הארץ: צוות X-59 של נאס"א משווה נתוני טיסה לתאום דיגיטלי בזמן אמת. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה E: כוונון טייס אוטומטי לזווית עלרוד

שבוע 10

מטרה: השוו בסימולציה בין בקרת P ו־PD של המתקן $1/(s(s+2))$.

$$s^2 + (2 + K_d)s + K_p = 0$$

```
s^2+(2+K_d)s+K_p=0
```

חוג סגור עם PD

מהלך הניסוי

1. הדמו $\ddot{\theta} + 2\dot{\theta} = u$ עם $u = K_p(\theta_{cmd} - \theta) - K_d\dot{\theta}$.
2. נסו $K_p = 16, K_d = 0$; אחר כך $K_p = 2.04$; אחר כך $K_p = 16, K_d = 3.6$.
3. רשמו חריגת יתר וזמן התייצבות.
4. בחרו את התכנון הטוב ביותר והסבירו.

טבלת נתונים

תכנון	חריגת יתר	התייצבות (s)
$K_p = 16$	44.4%	4.0
$K_p = 2.04$	4.6%	4.0
$K_p = 16, K_d = 3.6$	4.6%	1.43

מחושב מנוסחאות סדר שני.

חישוב לדוגמה

1. $\zeta = 0.25 \Rightarrow$ 44.4%; $t_s = 4/(0.25 \times 4) = 4.0$ s.
2. PD: $t_s = 4/(0.7 \times 4) = 1.43$ s.

> **בטיחות**
>
> - מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני או Python מתאים.

MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/)

הקשר לכדור הארץ: נאס"א: דרגונפליי חייב לטוס באופן אוטונומי בטיטאן ללא עזרה בזמן אמת מכדור הארץ. NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה F: מתכנן תמרונים בגלגלי תגובה

שבוע 13

מטרה: תכננו תמרוני הפעלה מלאה לחללית ובדקו קצבים מרביים ותנע גלגלים.

$$t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

זמן תמרון בהפעלה מלאה

מהלך הניסוי

1. קבעו I = 1000 kg·m² ו־τ = 0.5 N·m (ערכי דוגמה).
2. חשבו זמני תמרון ל־30°, 90° ו־180°.
3. חשבו את הקצב המרבי ואת התנע שהגלגלים צריכים לספוג.
4. דונו כיצד אובדן חיישן ישנה את התכנון.

טבלת נתונים

תמרון	זמן (s)
30°	64.7
90°	112.1
180°	158.5

ערכי דוגמה מחושבים.

חישוב לדוגמה

1. t = 2√(0.5236/0.0005) = 64.7 s.
2. t = 2√(3.1416/0.0005) = 158.5 s.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני מתאים.

NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

הקשר לכדור הארץ: נאס"א: במצב ג'ירוסקופ יחיד האבל זקוק ליותר זמן כדי להסתובב ולהינעל על מטרות. NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-c

hange-how-it-points-hubble-space-telescope/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מערכי תרגול למבחן

מדדו זמן: כ־10 דקות לבעיה. אחר כך השוו לפתרונות המלאים.

סט תרגול לבחינת אמצע (יחידות 5–1)

1. מסות של 600 kg ב־3 m ו־400 kg ב־8 m. מצאו את מרכז הכובד.

.(1800 + 3200)/1000 .1

תשובה: 5.0 m.

2. $\bar{x}_{np} = 0.40c$, $\bar{x}_{cg} = 0.28c$, $C_{L\alpha} = 5$ /rad. מצאו את SM ואת $C_{m\alpha}$.

.SM = 0.12 .1
.0.12 × 5− .2

תשובה: SM = 0.12; $C_{m\alpha} = -0.60$ /rad.

3. $C_{m0} = 0.04$, $C_{m\alpha} = -0.6$, $C_{m\delta e} = -1.0$. מצאו את δ_e לאיזון ב־$\alpha = 0.05$ rad.

.0.04 − 0.03 − δ_e = 0 .1

תשובה: $\delta_e = 0.01$ rad (0.57°).

4. זווית הטיה לפנייה ברדיוס 1500 m ב־80 m/s?

.tan φ = 6400/14710 .1

תשובה: 23.5°.

5. מצאו את ω_n ואת ζ עבור $s^2 + 3s + 25$.

.ω_n = 5; ζ = 3/10 .1

תשובה: $\omega_n = 5$ rad/s; $\zeta = 0.3$.

סדרת תרגול מסכמת (יחידות 10–1)

1. תגובת מדרגה של $4/(s + 4)$ ב־$t = 0.25$ s?

.1 − e⁻¹ .1

תשובה: 0.632.

2. חריגת יתר וזמן התייצבות עבור $\omega_n = 5$, $\zeta = 0.3$?

.exp(−0.3π/√0.91) .1
.4/1.5 .2

תשובה: 37.2%; 2.67 s.

3. K על $1/(s(s+4))$ עבור $\zeta = 0.5$?

.$\omega_n = 4 \Rightarrow 2\zeta\omega_n = 4$ .1

תשובה: $K = 16$.

4. K מרבי עבור $s^3 + 3s^2 + 2s + K$?

.$3 \times 2 > K$ .1

תשובה: $K < 6$.

5. זמן תמרון של 60° עם $\alpha = 0.001$ rad/s²?

.2√(1.0472/0.001) .1

תשובה: 64.7 s.

6. תנע של גלגל 0.05 kg·m² ב־400 rad/s?

.0.05 × 400 .1

תשובה: 20 N·m·s.

דף נוסחאות

$$x_{cg} = \sum m_i x_i / \sum m_i,\ M = Fd$$

$$SM = (x_{np} - x_{cg})/\bar{c},\ C_{m_\alpha} = -C_{L_\alpha} SM$$

$$\delta_e = -(C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha)/C_{m_{\delta_e}}$$

$$\tan\phi = V^2/(gR),\ n = 1/\cos\phi,\ \tau_r = 1/|L_p|$$

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2,\ \omega_{ph} \approx \sqrt{2}g/V$$

$$y = K(1 - e^{-t/\tau}),\ y(\infty) = G(0)$$

$$M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}},\ t_p = \pi/\omega_d,\ t_s \approx 4/(\zeta\omega_n)$$

$$u = K_p e + K_i \int e + K_d \dot{e},\ T = G/(1+GH)$$

$$PM = 180^\circ + \angle G(j\omega_c),\ \zeta \approx PM/100$$

$$\tau = I\alpha,\ H = I\omega,\ t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

קבועים

קבוע	ערך
כבידה תקנית	$g_0 = 9.80665\ m/s^2$
1 רדיאן	57.2958°
1 ft	0.3048 m
כלל זמן ההתייצבות (ספר לימוד)	$t_s \approx 4/(\zeta\omega_n)$ להתייצבות 2%
מדרגה מסדר ראשון	$t = \tau$ ב־63.2% מהערך הסופי
צפיפות האוויר בגובה פני הים (אטמוספרה תקנית)	1.225 kg/m³

מקור: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

טקסטים וסימולציות בחינם

השתמשו בהרצאות החינמיות, במדריכי NASA ובסימולציות האלה לצד הקורס.

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): הרצאות MIT חינמיות ביציבות ובקרה.
- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): הרצאות ותרגילים חינמיים של MIT בבקרה.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-system-fall-2010/): קורס MIT חינמי בבקרת משוב.
- NASA Glenn Beginner’s Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/): הסבר חינמי של NASA.
- NASA Glenn Beginner’s Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/): הסבר חינמי של NASA.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): תנודה מרוסנת באופן אינטראקטיבי.

מילון מונחים

מאזנת

משטח היגוי לגלגול.

מרכז כובד

המיקום הממוצע של המסה.

יחס ריסון

ζ, עד כמה מהר תנודות דועכות.

גלגול הולנדי

תנודת סבסוב–גלגול מצומדת.

גובהי

משטח היגוי לעלרוד.

מרווח הגבר

הגדלת הגבר עד אי־יציבות.

ג׳ירוסקופ

חיישן שמודד קצב סיבוב.

תדירות טבעית

ω_n של אופן לא מרוסן.

נקודה ניטרלית

מיקום מרכז הכובד עם יציבות עלרוד ניטרלית.

חריגת יתר

שיא מעל הערך הסופי.

בקר PID

בקרה פרופורציונלית-אינטגרלית-נגזרת.

מרווח מופע

פיגור מופע נוסף עד אי־יציבות.

פוגואיד

אופן איטי של מהירות–גובה.

גלגל תגובה

גלגל מסתובב לבקרת מצב.

מקום גיאומטרי של השורשים

מסלולי קטבים בחוג סגור עם ההגבר.

הגה

משטח היגוי לסבסוב.

מחזור קצר

אופן עלרוד מהיר.

שוליים סטטיים

המרחק ממרכז הכובד לנקודה הניטרלית חלקי המיתר.

פונקציית תמסורת

יציאה חלקי כניסה בתחום לפלס.

איזון (Trim)

מומנט נטו אפס.

מחוון להערכה עצמית

לא ניתנים ציון או נקודות זכות. השתמשו בזה כדי להעריך בכנות איפה אתם עומדים בכל יחידה.

רמה	איך זה נראה
4 · שליטה מלאה	משרטט צירים ודיאגרמות מלבנים, בוחר את המודל הנכון, בודק קטבים, ריסון ומרווחים, ומסביר במילים פשוטות את הפשרות בין שליטה לבטיחות.
3 · מיומן	פותר את תרגילי התרגול עם החלקות מזדמנות בסימנים או ביחידות.
2 · מתפתח	עוקב אחר דוגמאות פתורות אך מבלבל בין יציבות סטטית לדינמית, או בין ω_n ל־ω_d.
1 · מתחיל	מציב מספרים בנוסחאות בלי תרשים; צריך לחזור על היחידה.

שקלול מוצע אם רוצים ציון

חלק	משקל
תרגילים	20%
מעבדות	25%
מערך תרגול לאמצע הקורס	25%
מערך תרגול מסכם	30%

שאפו לרמה 3 ומעלה בכל יחידה לפני שעוברים לקורס הבא.

קורסים קשורים

- הנעה AERO 410
- תכנון חלליות AERO 430
- מעבר חום AERO 440
- כל הקורסים