Última actualización: November 1, 2026

Sobre este curso

Este curso gratuito tiene 10 unidades y 6 laboratorios. Son los totales reales, no un programa más largo recortado.

Una comprobación es un número o un resultado de código en una página de curso que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número impreso y el recalculado tienen que coincidir.

> Este es el esquema de un curso gratuito de autoestudio escrito por Saving Planets. No es un curso universitario, no otorga créditos académicos y ninguna institución participa.
>
> Su alcance sigue un curso semestral de último año de dinámica de vuelo y control para ingenieros aeroespaciales. Se basa en los temas y la profundidad de MIT 16.333 Aircraft Stability and Control, MIT 16.06 Principles of Automatic Control y MIT 16.30 Feedback Control Systems (gratis en MIT OpenCourseWare), y usa la Beginner's Guide to Aeronautics gratuita de NASA Glenn, que enlazamos donde ayuda. Ninguno de esos autores, centros u organismos respalda esta página.
>
> Lo que añadimos: cada unidad se vincula a trabajo real con una fuente pública citada (los ensayos en vuelo del X-59 de la NASA, el sistema de apuntamiento del Hubble y el giroavión Dragonfly), cada número de la página se recalcula con un script de verificación antes de publicarse, y cada práctica tiene una simulación gratuita o una hoja de cálculo.
>
> Síguelo en orden. Cada unidad tiene objetivos, ideas clave, ecuaciones, ejemplos paso a paso, práctica con respuestas completas, errores comunes, tarjetas de estudio y un cuestionario. Tu progreso se guarda solo en este navegador.

Cómo ayuda este curso a salvar el planeta

Los vehículos estables y bien controlados vuelan trayectorias eficientes, y las mismas ideas de control orientan satélites de observación de la Tierra y telescopios con la precisión suficiente para medir nuestro planeta y el universo.

La ingeniería de control también hace posibles aeronaves nuevas, más silenciosas y más autónomas. Cada unidad termina con una breve sección con fuentes. Los valores que no proceden de una fuente se indican como valores de ejemplo o de libro.

Para docentes

Puedes enseñar este curso o dejar que un estudiante lo haga solo. Es gratis. Saving Planets no pone nota ni da crédito escolar.

- Esta página es el curso completo: 10 unidades y 6 laboratorios (AERO 420).
- Calcula 15 semanas, unas 6 a 9 horas por semana, incluidas las semanas de laboratorio.
- Sigue el calendario de 15 semanas. Lee la unidad, haz la práctica en papel y luego abre la respuesta. En una semana de laboratorio, haz el laboratorio o la versión en casa.
- Una comprobación es un número o un resultado de código en la página que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número que ves y el recalculado tienen que coincidir.
- Usa Imprimir esta página, o descarga la guía de estudio en PDF. La hoja de fórmulas está cerca del final.
- Pregunta: ¿cómo ayuda esta unidad a las personas y al planeta? Cada unidad tiene un recuadro verde con un dato y su fuente.
- Copia la plantilla de guía docente y escribe el nombre de tu clase, el tiempo que tienes y las preguntas que harás. Abrir la plantilla de guía docente

Antes de empezar

Requisitos previos

- Dinámica: rotación de sólidos rígidos, momentos de inercia y momento angular.
- Ecuaciones diferenciales: EDO lineales y la transformada de Laplace.
- Álgebra lineal: matrices y valores propios.
- Aerodinámica I y Actuaciones de aeronaves: sustentación, resistencia, momentos y vuelo en viraje.

Cómo estudiar

- Dibuja los ejes cuerpo y el centro de gravedad antes de escribir cualquier ecuación de momentos.
- Mantén los ángulos en radianes dentro de las fórmulas; convierte a grados solo para la respuesta.
- Separa la estabilidad estática (la primera tendencia tras una perturbación) de la estabilidad dinámica (lo que ocurre con el tiempo).
- Dibuja los polos en el plano s para cada sistema que encuentres.
- Contrasta cada respuesta con el sentido físico: los sistemas estables se asientan, los inestables crecen.
- Haz cada ejercicio en papel antes de abrir la respuesta, y repite los cuestionarios unos días después.

Qué necesitas

- Un ordenador o tableta para las simulaciones gratuitas de PhET Balancing Act y Masses and Springs.

- Software de hoja de cálculo (sirve cualquiera gratuito), o Python.
- Las páginas de la Beginner's Guide to Aeronautics de NASA Glenn en un navegador web.
- Una calculadora.

Calendario sugerido de 15 semanas

Unas 6 a 9 horas por semana: lectura, problemas de práctica y, en las semanas de laboratorio, el laboratorio.

Semana	Unidad	Temas	Lectura
1	Ejes, rotaciones y momentos	Ejes, cg y momentos; Práctica A	NASA Glenn
2	Estabilidad estática longitudinal	Estabilidad estática longitudinal	MIT 16.333
3	Compensación y control del timón de profundidad	Compensación y timón de profundidad; Práctica B	NASA Glenn
4	Estabilidad lateral-direccional y virajes	Estabilidad lateral-direccional y virajes	MIT 16.333
5	Ecuaciones del movimiento y modos dinámicos	Ecuaciones del movimiento y linealización	MIT 16.333
6	Ecuaciones del movimiento y modos dinámicos	Modos dinámicos; Práctica C	MIT 16.333
7	Transformadas de Laplace y funciones de transferencia	Funciones de transferencia; práctica de examen parcial	MIT 16.06
8	Respuesta temporal de segundo orden	Respuesta de segundo orden; Práctica D	MIT 16.06
9	Realimentación y control PID	Realimentación y PID	MIT 16.06
10	Realimentación y control PID	Diseño de piloto automático; Práctica E	MIT 16.30
11	Análisis de estabilidad: Routh, lugar de las raíces y márgenes	Routh, lugar de las raíces y márgenes	MIT 16.06
12	Determinación y control de actitud de naves espaciales	Dinámica de actitud y sensores	MIT 16.30
13	Determinación y control de actitud de naves espaciales	Ruedas de reacción y giros; Práctica F	NASA Hubble
14	Determinación y control de actitud de naves espaciales	Autonomía y respuesta a fallos	NASA Dragonfly

Semana	Unidad	Temas	Lectura
15	Determinación y control de actitud de naves espaciales	Repaso; práctica para el final	MIT 16.06

Tu progreso

Marca las unidades y los laboratorios al terminarlos y haz los cuestionarios. El progreso y las puntuaciones se guardan solo en este navegador y nunca se nos envían.

Unidades

Ejes, rotaciones y momentos

Ejes cuerpo a través del centro de gravedad, alabeo, cabeceo y guiñada, superficies de control y los momentos que generan, cálculo del centro de gravedad y ángulos de Euler.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Definir los ejes de alabeo, cabeceo y guiñada.
- Ubicar un centro de gravedad a partir de las masas de los componentes.
- Calcular el momento de una fuerza de control.
- Asociar cada superficie de control con su momento.

Conceptos clave

- En vuelo, una aeronave gira alrededor de su centro de gravedad (cg), la posición media de su masa.
- Ejes cuerpo: alabeo hacia el morro, cabeceo hacia la punta del ala derecha, guiñada hacia la parte inferior de la aeronave.
- Las superficies de control generan fuerzas aerodinámicas a distancia del cg y producen momentos: el timón de profundidad cabecea, el timón de dirección guiña, los alerones alabean.
- El cg de varias masas es x_cg = Σm_ix_i/Σm_i; desplazarlo cambia la estabilidad y el control.
- Los ángulos de Euler (guiñada ψ, cabeceo θ, alabeo φ, aplicados en ese orden) describen la actitud respecto a la Tierra.

Ecuaciones clave

$$x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

`x_cg=( m_ix_i)/( m_i)`

Centro de gravedad

$$M = Fd$$

`M=Fd`

Momento de una fuerza

$$L,\ M,\ N$$

Momentos de alabeo, cabeceo y guiñada

$$\psi \to \theta \to \phi$$

Orden de los ángulos de Euler

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 1.1 Una fuerza de cola de 2000 N actúa 6 m detrás del cg (valores de ejemplo). Halla el momento de cabeceo.

1. M = 2000 × 6.

Respuesta: 12,000 N·m.

Ejemplo 1.2 Masas de 1000 kg a 2 m, 500 kg a 6 m y 300 kg a 10 m del morro (valores de ejemplo). Halla el cg.

1. Σm = 1800 kg.
2. Σmx = 2000 + 3000 + 3000 = 8000 kg·m.

Respuesta: x_cg = 4.44 m.

Ejemplo 1.3 ¿Qué superficie hace alabear la aeronave?

1. Los alerones se deflectan en sentidos opuestos en cada ala.

Respuesta: Los alerones producen un momento de alabeo.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Momento de 500 N a 4 m?

   2000 N·m.

2. ¿Qué superficie hace guiñar el morro?

   El timón de dirección.

3. Añade 200 kg a 10 m al ejemplo. ¿Nuevo cg?

   10,000/2000 = 5.0 m.

4. ¿Alrededor de qué punto gira una cometa?

   Su punto de brida.

Ideas erróneas comunes

Mito: Las aeronaves giran alrededor de su morro.
En realidad: Giran alrededor del cg.

Mito: El timón de profundidad hace alabear la aeronave.
En realidad: La hace cabecear.

Mito: El orden de los ángulos de Euler no importa.
En realidad: Las rotaciones no conmutan.

Tarjetas de estudio

cg

Posición media de la masa.

Alabeo

Rotación alrededor del eje del morro.

Cabeceo

Morro arriba o abajo.

Yaw

Morro de lado a lado.

Momento

Fuerza × distancia.

Ángulos de Euler

ψ, θ, φ.

Cuestionario de autoevaluación

1. Las aeronaves giran alrededor de...

el cg

el morro

la cola

la punta del ala

el cg. NASA Glenn.

2. El timón de dirección produce...

la guiñada

el alabeo

el cabeceo

solo sustentación

la guiñada. Momento de guiñada.

3. cg del ejemplo...

4.44 m

6 m

2 m

10 m

4.44 m. 8000/1800.

4. El eje de cabeceo apunta hacia...

la punta del ala derecha

el morro

abajo

arriba

la punta del ala derecha. Definición.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

NASA Glenn explica que las superficies de control producen fuerzas en sus centros de presión, a cierta distancia del cg, creando pares alrededor de los ejes principales: el timón de profundidad cabecea, el de dirección guiña y los alerones alabean. La primera aeronave que mostró control activo en los tres ejes fue el planeador de los Wright de 1902.

Todo avión comercial eficiente moderno y toda aeronave de observación de la Tierra sigue usando esos tres momentos, ahora a menudo comandados por computadoras de control de vuelo.

En Saving Planets: Aerodinámica I · Dinámica

Fuentes: NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/) · NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/): Explicación gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Clases gratuitas del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

Estabilidad estática longitudinal

Coeficiente de momento de cabeceo, la derivada de estabilidad C_mα, el punto neutro, el margen estático y cómo la posición del cg y el tamaño de la cola fijan la estabilidad.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Enunciar la condición de estabilidad estática en cabeceo.
- Calcular el margen estático.
- Relacionar el margen estático con C_mα.
- Explicar el efecto de desplazar el cg.

Conceptos clave

- La estabilidad estática es la primera tendencia tras una perturbación: una aeronave estáticamente estable genera un momento que la devuelve.
- En cabeceo se necesita C_mα < 0: más ángulo de ataque produce un momento de morro abajo.
- El punto neutro es la posición del cg donde C_mα = 0.
- Margen estático SM = (x_np − x_cg)/c̄; positivo significa estable. Aproximadamente C_mα = −C_Lα × SM.
- Retrasar el cg reduce la estabilidad y las fuerzas de mando; demasiado atrás hace la aeronave inestable salvo que una computadora la estabilice.

Ecuaciones clave

$$C_{m_\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} < 0$$

`C_m_α=( C_m)/(α)<0`

Estabilidad en cabeceo

$$SM = \frac{x_{np} - x_{cg}}{\bar{c}}$$

`SM=_np-x_cg c`

Margen estático

$$C_{m_\alpha} = -C_{L_\alpha} SM$$

`C_m_α=-C_L_αSM`

Derivada de estabilidad

$$M = \frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c} C_m$$

`M=12ρ V^2S cC_m`

Momento de cabeceo

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 2.1 El punto neutro está a 0.35c̄ y el cg a 0.25c̄ (valores de ejemplo). Halla el margen estático.

1. SM = 0.35 − 0.25.

Respuesta: SM = 0.10 (10%).

Ejemplo 2.2 Con C_Lα = 5.5 por radián, halla C_mα.

1. C_mα = −5.5 × 0.10.

Respuesta: C_mα = −0.55 por radián: estable.

Ejemplo 2.3 Lleva el cg a 0.30c̄. Halla el nuevo C_mα.

1. SM = 0.05; −5.5 × 0.05.

Respuesta: −0.275 por radián: la mitad de rígido.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿SM con el cg a 0.35c̄?

   0: estabilidad neutra.

2. ¿Signo de C_mα con el cg a 0.40c̄?

   Positivo: inestable.

3. ¿Una cola mayor adelanta o retrasa el punto neutro?

   Hacia atrás, lo que aumenta el margen estático.

4. ¿Por qué volar con márgenes pequeños?

   Menos resistencia de compensación y mandos más ligeros.

Ideas erróneas comunes

Mito: La estabilidad estática garantiza la estabilidad dinámica.

En realidad: Solo es la primera tendencia.

Mito: Un cg atrasado siempre es más seguro.

En realidad: Reduce la estabilidad.

Mito: $C_{m\alpha}$ debe ser positivo.

En realidad: Negativo es estable.

Tarjetas de estudio

Estabilidad estática

Primera tendencia a volver.

$C_{m\alpha}$

Rigidez en cabeceo.

Punto neutro

cg donde $C_{m\alpha} = 0$.

Margen estático

$(x_{np} - x_{cg})/\bar{c}$.

Cuerda media $\bar{c}$

Longitud de referencia.

Estabilidad relajada

Margen pequeño o negativo con ayuda de una computadora.

Cuestionario de autoevaluación

1. Estable en cabeceo si $C_{m\alpha}$...

< 0

> 0

$= 1$

$= 0$

< 0. Restaurador.

2. Ejemplo de SM…

0.10

0.35

0.25

0.60

0.10. 0.35 − 0.25.

3. Punto neutro: C_mα = …

0

1

−1

∞

0. Definición.

4. Retrasar el cg…

reduce el SM

aumenta el SM

ningún cambio

añade sustentación

reduce el SM. El margen se reduce.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA informa que tras 25 vuelos las características de vuelo reales del X-59 coinciden estrechamente con las simulaciones, incluidas sus cualidades de vuelo y su margen de estabilidad, que la NASA describe como lo cerca que está la aeronave de volverse inestable en ciertas condiciones.

El X-59 tiene una forma que convierte un fuerte estampido sónico en un golpe suave, y confirmar su margen de estabilidad en vuelo es parte de demostrar que un vuelo supersónico más silencioso es viable.

En Saving Planets: Aerodinámica I · Actuaciones de aeronaves

Fuentes: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/questt/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Clases gratuitas del MIT.
- NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/): Explicación gratuita de la NASA.

☐ **Terminé esta unidad**

Compensación y control del timón de profundidad

La compensación como momento de cabeceo neto nulo, la eficacia del timón de profundidad, el ángulo de profundidad para compensar, la carga negativa de la cola y la resistencia de compensación, y la estabilidad con mando fijo frente a mando libre.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Escribir la condición de compensación.
- Despejar el ángulo de profundidad para compensar.
- Explicar por qué las colas suelen empujar hacia abajo.
- Describir la resistencia de compensación.

Conceptos clave

- Compensar significa momento de cabeceo neto nulo: C_m = C_m0 + C_mα α + C_mδe δ_e = 0.
- La eficacia del timón de profundidad C_mδe es negativa en una cola trasera: borde de salida abajo da morro abajo.
- La sustentación del timón de profundidad actúa a cierta distancia del cg, así que genera un par y la aeronave gira alrededor de su cg.
- Las colas modernas suelen tener sustentación negativa para mantener el morro arriba, que el ala debe compensar con sustentación extra.
- Esa sustentación extra cuesta resistencia inducida, llamada resistencia de compensación; un margen estático menor la reduce.

Ecuaciones clave

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_e}}\delta_e = 0$$

C_m=C_m_0+C_m_αα+C_m__e_e=0

Condición de compensación

$$\delta_e = -\frac{C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha}{C_{m_{\delta_e}}}$$

_e=-_m_0+C_m_ααC_m__e

Profundidad para compensar

$$C_L = C_{L_\alpha}\alpha$$

C_L=C_L_αα

Pendiente de sustentación

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$$

L=12ρ V^2SC_L

Sustentación

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 3.1 C_m0 = 0.05, C_mα = −0.55, C_mδe = −1.2 por radián (valores de ejemplo). Halla δ_e para compensar a α = 0.05 rad.

1. 0.05 − 0.0275 − 1.2δ_e = 0.
2. δ_e = 0.0225/1.2.

Respuesta: δ_e = 0.01875 rad = 1.07°.

Ejemplo 3.2 ¿Qué ángulo de ataque compensa con profundidad nula?

1. α = 0.05/0.55.

Respuesta: α = 0.0909 rad = 5.21°.

Ejemplo 3.3 Halla C_L en esa compensación con C_Lα = 5.5.

1. 5.5 × 0.0909.

Respuesta: C_L = 0.50.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿δ_e para compensar a α = 0.1 rad?

   −0.00417 rad (−0.24°).

2. ¿Convenio de signos para δ_e?

   Borde de salida abajo positivo.

3. ¿Por qué la carga negativa de la cola cuesta combustible?

   El ala genera más sustentación y añade resistencia inducida.

4. ¿Dónde estaba el timón de profundidad del Wright Flyer?

   En la parte delantera.

Ideas erróneas comunes

Mito: Compensar significa vuelo nivelado.
En realidad: Significa momento neto nulo en cualquier condición estacionaria.

Mito: Las colas siempre sustentan hacia arriba.
En realidad: Muchas empujan hacia abajo.

Mito: El timón de profundidad solo cambia el ángulo de cabeceo.
En realidad: Fija el ángulo de ataque y la velocidad compensados.

Tarjetas de estudio

Compensación (trim)

Momento neto nulo.

$C_{m\delta e}$

Eficacia del timón de profundidad.

Timón de profundidad

Superficie de control de cabeceo.

Carga negativa de la cola

Sustentación negativa de la cola.

Resistencia de compensación

Resistencia debida a la compensación.

Canard

Superficie de profundidad delantera.

Cuestionario de autoevaluación

1. Compensación: C_m = ...

0

1

C_L

C_mα

0. Sin momento neto.

2. δ_e del ejemplo...

1.07°

10°

0°

−5°

1.07°. Resuelto.

3. La resistencia de compensación proviene de...

la sustentación extra del ala

solo la fricción

los motores

el tren

la sustentación extra del ala. Inducida.

4. C_mδe para una cola es...

negativo

positivo

cero

infinita

negativo. Morro abajo.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

NASA Glenn explica que el estabilizador horizontal de las aeronaves modernas suele estar calado a un ángulo negativo, generando una fuerza hacia abajo que mantiene la cola baja y el avión compensado, y que esa fuerza negativa debe superarse con mayor sustentación del ala.

Cada poco de sustentación extra añade resistencia y consumo de combustible, así que una compensación cuidadosa y una buena gestión del cg son formas pequeñas pero reales de reducir las emisiones de la aviación.

En Saving Planets: Actuaciones de aeronaves · Soluciones

Fuentes: NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/): Recurso interactivo gratuito de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Clases gratuitas del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

Estabilidad lateral-direccional y virajes

Estabilidad de veleta (direccional), efecto diedro, control de alabeo con alerones, amortiguamiento en alabeo y el modo de alabeo, guiñada adversa y el viraje coordinado.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Enunciar las condiciones de estabilidad direccional y en alabeo.
- Calcular la constante de tiempo del modo de alabeo y la velocidad de alabeo estacionaria.
- Hallar el ángulo de inclinación y el factor de carga de un viraje coordinado.
- Explicar la guiñada adversa.

Conceptos clave

- La estabilidad direccional (de veleta) requiere C_nβ > 0: un derrape devuelve el morro al viento.
- El efecto diedro requiere C_lβ < 0: un derrape hace alabear la aeronave alejándola del derrape.
- Los alerones se deflectan en sentidos opuestos para generar un momento de alabeo; el amortiguamiento en alabeo L_p se opone a la velocidad de alabeo, lo que da el modo de alabeo con τ = 1/|L_p|.
- El alerón que baja genera más sustentación y resistencia, guiñando el morro en contra del viraje (guiñada adversa); el timón de dirección lo corrige.
- En un viraje coordinado nivelado tan φ = V²/(gR) y el factor de carga n = 1/cos φ.

Ecuaciones clave

$$C_{n_\beta} > 0,\ C_{l_\beta} < 0$$

Estabilidad lateral-direccional

$$p_{ss} = -\frac{L_{\delta_a}}{L_p}\delta_a$$

```
p_ss=-__aL_p_a
```

Velocidad de alabeo estacionaria

$$\tan\phi = \frac{V^2}{gR}$$

```
=(V^2)/(gR)
```

Viraje coordinado

$$n = \frac{1}{\cos \phi}$$

Factor de carga

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 4.1 Un viraje a 100 m/s con radio de 2000 m (valores de ejemplo). Halla el ángulo de inclinación.

1. tan φ = 100²/(9.80665 × 2000) = 0.510.

Respuesta: φ = 27.0°.

Ejemplo 4.2 Halla el factor de carga.

1. n = 1/cos 27.0°.

Respuesta: n = 1.122.

Ejemplo 4.3 L_δa = 2.0 s^{-2}, L_p = −4.0 s^{-1} (valores de ejemplo), δ_a = 0.1 rad. Halla τ y la velocidad de alabeo estacionaria.

1. τ = 1/4.
2. p = 2.0 × 0.1/4.0.

Respuesta: τ = 0.25 s; p = 0.05 rad/s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Factor de carga con 60° de inclinación?

   2.0.

2. ¿Radio a 100 m/s y 45° de inclinación?

   1020 m.

3. ¿Qué hace el diedro?

Nivela la aeronave tras un derrape.

4. ¿Por qué usar el timón de dirección en un viraje?

   Para anular la guiñada adversa.

Ideas erróneas comunes

Mito: Los alerones solos hacen un viraje limpio.

En realidad: La guiñada adversa necesita timón de dirección.

Mito: El ángulo de inclinación no depende de la velocidad.

En realidad: Crece con V^2 para un radio fijo.

Mito: $C_{n\beta}$ debe ser negativo.

En realidad: Positivo es estable.

Tarjetas de estudio

Derrape β

Ángulo del viento lateral.

$C_{n\beta}$

Estabilidad direccional.

$C_{l\beta}$

Efecto diedro.

Amortiguamiento en alabeo

L_p.

Guiñada adversa

Guiñada opuesta al alabeo.

Factor de carga

Sustentación/peso.

Cuestionario de autoevaluación

1. Estable como veleta si...

$C_{n\beta} > 0$

$C_{n\beta} < 0$

$C_{l\beta} > 0$

$L_p > 0$

$C_{n\beta} > 0$. Guiñada restauradora.

2. Inclinación del ejemplo...

27.0°

45°

10°

60°

27.0°. $\tan^{-1}$ 0.51.

3. n con 60° de inclinación...

2

1

1.5

3

2. 1/cos.

4. τ del modo de alabeo...

$1/|L_p|$

L_p

$L_{\delta a}$

2π

$1/|L_p|$. Primer orden.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La guía de NASA Glenn explica que los alerones suelen trabajar en oposición, uno arriba y otro abajo, para cambiar la sustentación de cada ala, y que los aviones viran por la inclinación que crean los alerones, no por una acción del timón de dirección: la inclinación ladea la sustentación del ala y curva la trayectoria.

La ecuación de viraje de esta unidad es esa idea en números. Los virajes coordinados y eficientes mantienen pequeñas la resistencia extra y, por tanto, el consumo extra de combustible.

En Saving Planets: Actuaciones de aeronaves · Aerodinámica I

Fuentes: NASA Glenn Beginner's Guide: Ailerons (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/ailerons/) · NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn Beginner's Guide: Ailerons (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/ailerons/): Explicación gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Clases gratuitas del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 5 · SEMANAS 5–6

Ecuaciones del movimiento y modos dinámicos

Ecuaciones de seis grados de libertad, linealización de pequeñas perturbaciones, forma de espacio de estados, valores propios, y los modos de periodo corto, fugoide, alabeo, espiral y balanceo holandés.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Linealizar las ecuaciones alrededor de la compensación.
- Escribir la forma de espacio de estados.
- Hallar la frecuencia natural y el amortiguamiento a partir de una ecuación característica.
- Estimar el periodo fugoide.

Conceptos clave

- Las leyes de Newton en ejes cuerpo dan seis ecuaciones no lineales acopladas; para pequeñas perturbaciones alrededor de la compensación se vuelven lineales.
- Forma de espacio de estados ẋ = Ax + Bu; los valores propios de A son los modos.
- Modos longitudinales: un periodo corto rápido y bien amortiguado (cabeceo) y un fugoide lento y poco amortiguado (intercambio velocidad–altitud).
- Modos laterales: un modo de alabeo rápido, un modo espiral lento y el balanceo holandés oscilante.
- Un modo de segundo orden s² + 2ζω_n s + ω_n² tiene frecuencia natural ω_n y razón de amortiguamiento ζ. La aproximación del fugoide es ω_n ≈ √2 g/V.

Ecuaciones clave

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

x=Ax+Bu

Espacio de estados

$$\det(sI - A) = 0$$

(sI-A)=0

Ecuación característica

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

s^2+2ω_ns+ω_n^2=0

Modo de segundo orden

$$\omega_{ph} \approx \frac{\sqrt{2}g}{V}$$

Aproximación del fugoide

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 5.1 Un modo de periodo corto tiene $s^2 + 2.8s + 16 = 0$ (valores de ejemplo). Halla ω_n y ζ.

1. $\omega_n = \sqrt{16}$.
2. $\zeta = 2.8/(2 \times 4)$.

Respuesta: $\omega_n = 4$ rad/s; $\zeta = 0.35$.

Ejemplo 5.2 Estima la frecuencia y el periodo del fugoide a 100 m/s.

1. $\omega = 1.4142 \times 9.80665/100$.
2. $T = 2\pi/\omega$.

Respuesta: $\omega = 0.1387$ rad/s; $T = 45.3$ s.

Ejemplo 5.3 Halla la frecuencia amortiguada del periodo corto.

1. $\omega_d = 4\sqrt{(1 - 0.35^2)}$.

Respuesta: $\omega_d = 3.75$ rad/s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Periodo fugoide a 200 m/s?

   90.6 s.

2. ¿ζ para $s^2 + 4s + 16$?

   0.5.

3. ¿Qué modo intercambia velocidad por altura?

El fugoide.

4. ¿Qué modo lateral oscila?

   El balanceo holandés.

Ideas erróneas comunes

Mito: Los modelos lineales sirven en cualquier condición.

En realidad: Solo cerca del punto de compensación.

Mito: Todos los modos oscilan.

En realidad: El alabeo y la espiral no son oscilatorios.

Mito: El fugoide es rápido.

En realidad: Tarda decenas de segundos.

Tarjetas de estudio

Periodo corto

Modo rápido de cabeceo.

Fugoide

Modo lento velocidad–altura.

Balanceo holandés

Oscilación guiñada–alabeo.

Modo espiral

Divergencia o convergencia lenta de la inclinación.

ω_n

Frecuencia natural.

ζ

Razón de amortiguamiento.

Cuestionario de autoevaluación

1. ζ del ejemplo...

0.35

0.7

4

2.8

0.35. 2.8/8.

2. Periodo fugoide a 100 m/s...

45.3 s

4.5 s

453 s

1 s

45.3 s. Aprox.

3. Los modos son...

los valores propios de A

elementos de B

entradas

ganancias

los valores propios de A. Espacio de estados.

4. El periodo corto es...

cabeceo rápido

velocidad lenta

el alabeo

la guiñada

cabeceo rápido. Definición.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA dice que el equipo del X-59 usa un gemelo digital en tiempo real que compara los datos de vuelo con las predicciones simuladas, y que la aeronave no ha mostrado fenómenos inesperados como inestabilidad o vibración excesiva ante las fuerzas aerodinámicas.

La NASA informa que el X-59 alcanzó su crucero objetivo de Mach 1.4 (924 mph) a 55000 pies relativamente pronto en los ensayos. Los modelos construidos con las ecuaciones lineales de esta unidad son la referencia con la que se compara un gemelo digital.

En Saving Planets: Ecuaciones diferenciales · Álgebra lineal

Fuentes: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/questt/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Clases gratuitas del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Curso gratuito del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

Transformadas de Laplace y funciones de transferencia

Funciones de transferencia, polos y ceros, diagramas de bloques, sistemas de primer orden, constantes de tiempo, ganancia en continua y el teorema del valor final.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Escribir una función de transferencia a partir de una EDO.
- Hallar polos, ganancia en continua y constante de tiempo.
- Usar el teorema del valor final.
- Reducir diagramas de bloques sencillos.

Conceptos clave

- Con condiciones iniciales nulas, la transformada de Laplace convierte una EDO lineal en álgebra: Y(s) = G(s)U(s).
- Los polos (raíces del denominador) fijan la respuesta natural; los polos del semiplano izquierdo decaen, los del semiplano derecho crecen.
- Un sistema de primer orden K/(τs + 1) alcanza el 63.2% de su valor final en t = τ y cerca del 98% en 4τ.
- El teorema del valor final: y(∞) = lim s→0 de sY(s), si el sistema es estable. Para un escalón unitario, y(∞) = G(0).
- Los bloques en serie se multiplican; un lazo de realimentación negativa da G/(1 + GH).

Ecuaciones clave

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

`G(s)=(Y(s))/(U(s))`

Función de transferencia

$$y(t) = K(1 - e^{-t/\tau})$$

`y(t)=K(1-e^-t/τ)`

Respuesta al escalón de primer orden

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0} sY(s)$$

`y(∞)=_s0sY(s)`

Teorema del valor final

$$T = \frac{G}{1 + GH}$$

T=(G)/(1+GH)

Lazo cerrado

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 6.1 Halla el polo, la constante de tiempo y la ganancia en continua de G(s) = 5/(s + 2).

1. Polo en s = −2.
2. τ = 1/2.
3. G(0) = 5/2.

Respuesta: Polo −2; τ = 0.5 s; ganancia 2.5.

Ejemplo 6.2 Halla su respuesta al escalón unitario en t = 0.5 s y 1 s.

1. y = 2.5(1 − e^(−2t)).

Respuesta: y(0.5) = 1.580; y(1) = 2.162.

Ejemplo 6.3 Cierra un lazo de realimentación unitaria alrededor de G. Halla la ganancia en continua en lazo cerrado.

1. T = 5/(s + 7).

Respuesta: T(0) = 0.714.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Tiempo de establecimiento al 2% de G?

   Unos 4τ = 2 s.

2. ¿Fracción alcanzada en t = τ?

63.2%.

3. ¿Es estable un polo en +1?

   No; crece como e^t.

4. ¿Dos bloques 2 y 3/(s+1) en serie?

   6/(s+1).

Ideas erróneas comunes

Mito: El teorema del valor final siempre se aplica.

En realidad: Solo a sistemas estables.

Mito: Los ceros fijan la estabilidad.

En realidad: La fijan los polos.

Mito: τ es el tiempo de establecimiento.

En realidad: El establecimiento es de unos 4τ.

Tarjetas de estudio

Función de transferencia

Salida/entrada en s.

Polo

Raíz del denominador.

Cero

Raíz del numerador.

Constante de tiempo

τ.

Ganancia en continua

G(0).

Teorema del valor final

lim sY(s).

Cuestionario de autoevaluación

1. G(0) para 5/(s+2)...

2.5

5

2

0.4

2.5. Ganancia en continua.

2. At t = τ...

63.2%

50%

100%

98%

63.2%. $1 - e^{-1}$.

3. Los polos estables están...

en el semiplano izquierdo

en el semiplano derecho

solo en el eje real

en el infinito

en el semiplano izquierdo. Decaimiento.

4. Lazo cerrado...

G/(1+GH)

GH

G − H

1/G

G/(1+GH). Realimentación.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA explica que los giroscopios del Hubble miden las velocidades de giro del telescopio y forman parte del sistema que determina y controla la dirección a la que apunta el telescopio.

Sensores como estos son los bloques de medida de los diagramas de esta unidad: un controlador solo puede ser tan bueno como las velocidades y ángulos que mide.

En Saving Planets: Ecuaciones diferenciales · Observación de la Tierra

Fuentes: NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Clases gratuitas del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Curso gratuito del MIT.

Ver la clase

Lecture 6 laplace transform (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-6-laplace-transform/) (en inglés)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Respuesta temporal de segundo orden

Respuesta al escalón subamortiguada, sobreimpulso, tiempo de pico, tiempo de establecimiento, razón de amortiguamiento y frecuencia natural, y objetivos de cualidades de vuelo.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el sobreimpulso porcentual a partir de ζ.
- Calcular los tiempos de pico y de establecimiento.
- Leer ζ y ω_n a partir de la posición de los polos.
- Elegir el amortiguamiento para una buena respuesta.

Conceptos clave

- Polos en −ζω_n ± jω_n√(1 − ζ²) para 0 < ζ < 1 dan una respuesta oscilante que decae.
- El sobreimpulso porcentual depende solo de ζ: M_p = exp(−ζπ/√(1 − ζ²)).
- Tiempo de pico t_p = π/ω_d, con ω_d = ω_n√(1 − ζ²).
- El tiempo de establecimiento (2%) es de unos t_s = 4/(ζω_n), fijado por la parte real de los polos.
- Un amortiguamiento cercano a 0.7 da un sobreimpulso pequeño (unos 4.6%) con una subida rápida; a los pilotos no les gustan ni las respuestas lentas ni las oscilantes.

Ecuaciones clave

$$M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

`M_p=e^-π/1-^2`

Sobreimpulso

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

`t_p=πω_n1-^2`

Tiempo de pico

$$t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

Tiempo de establecimiento

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

s=-ω_n jω_n1-^2

Polos

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 7.1 Para el periodo corto de la unidad 5 (ω_n = 4, ζ = 0.35), halla el sobreimpulso.

1. M_p = exp(−0.35π/√(1 − 0.1225)).

Respuesta: 30.9%.

Ejemplo 7.2 Halla sus tiempos de pico y de establecimiento.

1. t_p = π/3.747.
2. t_s = 4/(0.35 × 4).

Respuesta: t_p = 0.838 s; t_s = 2.86 s.

Ejemplo 7.3 Halla el sobreimpulso para ζ = 0.7.

1. exp(−0.7π/√0.51).

Respuesta: 4.6%.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Sobreimpulso con ζ = 0.25?

   44.4%.

2. ¿Polos para ω_n = 4, ζ = 0.35?

   −1.4 ± 3.75j.

3. ¿Sobreimpulso con ζ = 1?

   Ninguno (amortiguamiento crítico).

4. ¿Qué fija el tiempo de establecimiento?

   La parte real ζω_n.

Ideas erróneas comunes

Mito: Más amortiguamiento siempre es mejor.

En realidad: Demasiado hace la respuesta lenta.

Mito: El sobreimpulso depende de ω_n.

En realidad: Solo de ζ.

Mito: El tiempo de pico usa ω_n.

En realidad: Usa ω_d.

Tarjetas de estudio

Sobreimpulso

Pico por encima del valor final.

Tiempo de pico

π/ω_d.

Tiempo de establecimiento

≈4/(ζω_n).

ω_d

Frecuencia amortiguada.

Amortiguamiento crítico

ζ = 1.

Cualidades de vuelo

Facilidad con la que los pilotos vuelan un vehículo.

Cuestionario de autoevaluación

1. M_p con ζ = 0.35...

30.9%

4.6%

50%

0%

30.9%. Fórmula.

2. $t_s \approx \ldots$

$4/(\zeta\omega_n)$

π/ω_n

ζ/ω_n

$1/\omega_n$

$4/(\zeta\omega_n)$. Regla del 2%.

3. Sobreimpulso con $\zeta = 0.7$...

4.6%

30%

0%

70%

4.6%. Fórmula.

4. El sobreimpulso depende de...

solo ζ

solo ω_n

la ganancia

la entrada

solo ζ. Fórmula.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA informa que entre vuelos de prueba del X-59 los ingenieros hicieron pequeños ajustes al software de control de la aeronave, y que sus cualidades de vuelo, o controlabilidad, coincidieron estrechamente con las simulaciones.

Ajustar la rapidez de respuesta y el amortiguamiento, las magnitudes de esta unidad, es como el software de control convierte una forma supersónica silenciosa radical en una aeronave que los pilotos describen como «emocionante pero sin incidentes».

En Saving Planets: Ecuaciones diferenciales · Actuaciones de aeronaves

Fuentes: NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Clases gratuitas del MIT.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): Oscilación amortiguada.

Ver la clase

Lecture 11 continuous time ct frequency response and bode plot (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-11-continuous-time-ct-frequency-response-and-bode-plot/) (en inglés)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Realimentación y control PID

Por qué la realimentación, acciones proporcional, integral y derivativa, error en régimen permanente y tipo de sistema, elección de ganancia para el amortiguamiento, y un ejemplo de piloto automático de actitud de cabeceo.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Cerrar un lazo y hallar la ecuación característica.
- Elegir una ganancia para un amortiguamiento objetivo.
- Calcular el error en régimen permanente.
- Explicar qué aportan los términos D e I.

Conceptos clave

- La realimentación compara la salida medida con la consigna y actúa sobre el error, reduciendo la sensibilidad a perturbaciones y errores de modelo.
- La ganancia proporcional acelera la respuesta pero puede reducir el amortiguamiento; la acción derivativa añade amortiguamiento; la acción integral elimina el error en régimen permanente.
- Para una planta 1/(s(s + 2)) con ganancia K, el lazo cerrado es s² + 2s + K = 0, así que ω_n = √K y ζ = 1/√K.
- El tipo de sistema (integradores en el lazo) fija el error en régimen permanente: un lazo de tipo 1 tiene error nulo al escalón y error a la rampa a/K para esta planta.
- PID: u = K_p e + K_i∫e dt + K_d de/dt.

Ecuaciones clave

$$u = K_p e + K_i \int e\,dt + K_d \dot{e}$$

`u=K_pe+K_i e dt+K_d e`

Ley PID

$$1 + KG(s) = 0$$

`1+KG(s)=0`

Ecuación característica en lazo cerrado

$$s^2 + (2 + K_d)s + K_p = 0$$

`s^2+(2+K_d)s+K_p=0`

PD sobre 1/(s(s+2))

$$e_{ss,ramp} = \frac{2}{K}$$

`e_ss,ramp=2/K`

Error a la rampa (esta planta)

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 8.1 Con K = 16 sobre 1/(s(s + 2)), halla ω_n y ζ.

1. $s^2 + 2s + 16$.
2. ω_n = 4; ζ = 2/8.

Respuesta: ω_n = 4 rad/s; ζ = 0.25 (sobreimpulso del 44%).

Ejemplo 8.2 ¿Qué K da ζ = 0.7?

1. 2ζω_n = 2 ⇒ ω_n = 1/0.7 = 1.429.
2. K = ω_n^2.

Respuesta: K = 2.04 (respuesta más lenta).

Ejemplo 8.3 Mantén K_p = 16 y añade ganancia derivativa para ζ = 0.7.

1. 2 + K_d = 2 × 0.7 × 4.

Respuesta: K_d = 3.6: rápido y bien amortiguado.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Error a la rampa con K = 16?

   0.125.

2. ¿Error al escalón de este lazo de tipo 1?

   Cero.

3. ¿Qué corrige la acción integral?

   El error en régimen permanente.

4. ¿Riesgo de demasiada ganancia derivativa?

   Amplificación del ruido.

Ideas erróneas comunes

Mito: Más ganancia siempre ayuda.
En realidad: Puede reducir el amortiguamiento y los márgenes.

Mito: La derivativa elimina el error.
En realidad: Lo hace la integral.

Mito: La realimentación necesita un modelo perfecto.
En realidad: Tolera errores de modelo.

Tarjetas de estudio

Realimentación

Actuar sobre el error medido.

K_p

Ganancia proporcional.

K_i

Ganancia integral.

K_d

Ganancia derivativa.

Tipo de sistema

Número de integradores del lazo.

Error en régimen permanente

Error tras los transitorios.

Cuestionario de autoevaluación

1. ζ con K = 16...

0.25

0.7

4

1

0.25. 1/√K.

2. La acción integral...

elimina el error permanente

añade amortiguamiento

solo añade ruido

nada

elimina el error permanente. PID.

3. K_d para ζ = 0.7 con K_p = 16...

3.6

16

0.7

2

3.6. Resuelto.

4. Error a la rampa K = 16...

0.125

0

1

2

0.125. 2/K.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA informa que Dragonfly completó recientemente su «primer vuelo» simulado más completo en aviónica representativa de vuelo en el Johns Hopkins APL, con software de vuelo que usa datos simulados de cámara de navegación, unidad de medición inercial y lidar; el giroavión debe llegar a Titán, la luna de Saturno, en 2034.

El responsable de movilidad de la NASA señala que todo lo que Dragonfly haga en Titán debe ocurrir de forma autónoma, sin ayuda en tiempo real desde la Tierra. La realimentación en lazo cerrado como la de esta unidad es lo que lo hace posible.

En Saving Planets: Soluciones · Mecánica orbital

Fuentes: NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Clases gratuitas del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Curso gratuito del MIT.

Ver la clase

Lecture 10 feedback and control (https://ocw.mit.edu/courses/6-003-signals-and-systems-fall-2011/resources/lecture-10-feedback-and-control/) (en inglés)

MIT 6.003 Signals and Systems (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Análisis de estabilidad: Routh, lugar de las raíces y márgenes

El criterio de Routh–Hurwitz, el trazado del lugar de las raíces, la respuesta en frecuencia y los diagramas de Bode, los márgenes de ganancia y de fase, y la relación entre margen de fase y amortiguamiento.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Aplicar el criterio de Routh para hallar un límite de ganancia.
- Esbozar cómo se mueven los polos con la ganancia.
- Calcular un margen de fase.
- Relacionar el margen de fase con el amortiguamiento.

Conceptos clave

- Routh–Hurwitz determina cuántos polos hay en el semiplano derecho sin resolver el polinomio.
- El lugar de las raíces muestra las trayectorias de los polos en lazo cerrado al subir la ganancia de 0 a ∞.
- Los diagramas de Bode muestran la ganancia y la fase del lazo frente a la frecuencia; los márgenes de ganancia y de fase miden la distancia a la inestabilidad.
- Margen de fase PM = 180° + ∠G(jω_c) en la frecuencia de cruce donde |G| = 1.
- Una regla práctica para lazos de segundo orden: ζ ≈ PM/100 (PM en grados).

Ecuaciones clave

$$s^3 + 6s^2 + 11s + (6 + K) = 0$$

```
s^3+6s^2+11s+(6+K)=0
```

Ejemplo de ecuación característica

$$66 > 6 + K$$

Condición de Routh

$$PM = 180^\circ + \angle G(j\omega_c)$$

```
PM=180^+ G(jω_c)
```

Margen de fase

$$\zeta \approx PM/100$$

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 9.1 Realimentación unitaria alrededor de $K/((s + 1)(s + 2)(s + 3))$. Halla el límite de K.

1. Característica: $s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + K$.
2. Routh: $6 \times 11 > 6 + K$.

Respuesta: Estable para $K < 60$.

Ejemplo 9.2 Con $K = 60$, ¿a qué frecuencia oscila?

1. Auxiliar $6s^2 + 66 = 0$.

Respuesta: $\omega = \sqrt{11} = 3.317$ rad/s.

Ejemplo 9.3 Halla el margen de fase de $16/(s(s + 2))$.

1. $|G| = 1$ en $\omega_c = 3.758$ rad/s.
2. PM $= 90° - \tan^{-1}(3.758/2)$.

Respuesta: PM = 28.0°, así que $\zeta \approx 0.28$ (exacto 0.25).

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Es estable $K = 30$ en el ejemplo?

   Yes.

2. ¿Margen de ganancia con $K = 30$?

   2 (60/30).

3. ¿Qué le pasa al lugar cuando $K \to \infty$ aquí?

   Dos ramas pasan al semiplano derecho.

4. ¿Objetivo típico de PM?

   Unos 45°–60°.

Ideas erróneas comunes

Mito: Estable con una ganancia significa estable con todas.

En realidad: Los límites de ganancia son habituales.

Mito: El margen de fase se mide en el cruce de 180°.

En realidad: En el cruce de ganancia.

Mito: Routh da la posición de los polos.

En realidad: Solo los cuenta.

Tarjetas de estudio

Criterio de Routh

Cuenta los polos del semiplano derecho.

Lugar de las raíces

Trayectorias de los polos con la ganancia.

Diagrama de Bode

Ganancia y fase frente a la frecuencia.

Margen de ganancia

Factor de ganancia hasta la inestabilidad.

Margen de fase

Fase hasta la inestabilidad.

Cruce

|G| = 1.

Cuestionario de autoevaluación

1. Ejemplo de límite de K...

60

6

11

66

60. Routh.

2. Oscilación con K = 60...

3.317 rad/s

6 rad/s

1 rad/s

60 rad/s

3.317 rad/s. √11.

3. Ejemplo de PM...

28°

45°

90°

0°

28°. Resuelto.

4. ζ ≈ ...

PM/100

PM

1/PM

GM

PM/100. Regla.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA dice que los ingenieros de Dragonfly probarán otros perfiles de vuelo e introducirán fallos deliberadamente para asegurarse de que el giroavión pueda responder de forma autónoma si algo

sale mal.

Los márgenes son la respuesta de la ingeniería al «¿y si…?»: un lazo con buenos márgenes de ganancia y de fase sigue funcionando cuando las piezas envejecen, los sensores derivan o el entorno lo sorprende.

En Saving Planets: Álgebra lineal · Soluciones

Fuentes: NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Clases gratuitas del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Curso gratuito del MIT.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 10 · SEMANAS 12–13

Determinación y control de actitud de naves espaciales

Rotación de sólidos rígidos, sensores de actitud (giroscopios, rastreadores estelares), ruedas de reacción y momento angular, giros todo-nada, modos seguros y apuntamiento para la ciencia de la Tierra y del espacio.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Usar τ = Iα para giros en un eje.
- Calcular un giro de tiempo mínimo.
- Calcular el momento angular de una rueda.
- Explicar el papel de los giroscopios y los modos seguros.

Conceptos clave

- Rotación en un eje: par τ = Iα; momento angular H = Iω.
- Un giro todo-nada acelera durante la mitad del ángulo y frena durante la otra mitad: t = 2√(θ/α).
- Las ruedas de reacción intercambian momento angular con la nave; se saturan y deben descargarse con propulsores o magnetopares.
- Los giroscopios miden velocidades y los rastreadores estelares miden la actitud; los filtros los combinan.
- Los modos seguros ponen la nave en una actitud sencilla y con balance energético positivo cuando algo parece ir mal.

Ecuaciones clave

$$\tau = I\alpha$$

Ley de Newton para rotación

$$t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

Tiempo de giro todo-nada

$$H = I\omega$$

Momento angular

$$\omega_{max} = \alpha t/2$$

```
ω_max=α t/2
```

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 10.1 Una nave con I = 1000 kg·m² tiene 0.5 N·m de par de rueda (valores de ejemplo). Halla α y el tiempo de un giro de 90°.

1. $\alpha = 0.5/1000 = 5 \times 10^{-4}$ rad/s².
2. $t = 2\sqrt{(1.5708/0.0005)}$.

Respuesta: t = 112.1 s.

Ejemplo 10.2 Halla la velocidad máxima durante ese giro.

1. $\omega = 0.0005 \times 112.1/2$.

Respuesta: 0.0280 rad/s (1.61°/s).

Ejemplo 10.3 Una rueda tiene I = 0.1 kg·m² y gira a 600 rad/s (valores de ejemplo). Halla su momento angular.

1. H = 0.1 × 600.

Respuesta: 60 N·m·s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Tiempo de un giro de 45°?

   79.3 s.

2. ¿Tiempo para que 0.5 N·m acumule 60 N·m·s?

   120 s.

3. ¿Qué miden los giroscopios?

   Velocidades de rotación.

4. ¿Por qué descargar las ruedas?

Se saturan a velocidad máxima.

Ideas erróneas comunes

Mito: El tiempo de giro es proporcional al ángulo.

En realidad: Crece con √θ en todo-nada.

Mito: Las ruedas acumulan momento angular indefinidamente.

En realidad: Se saturan.

Mito: Los giroscopios dan la actitud absoluta.

En realidad: Dan velocidades; los rastreadores dan la actitud.

Tarjetas de estudio

Rueda de reacción

Actuador de intercambio de momento angular.

Rastreador estelar

Actitud a partir de las estrellas.

Giroscopio

Sensor de velocidad angular.

Todo-nada

Par máximo y luego inversión total.

Saturación

Rueda a velocidad máxima.

Modo seguro

Estado de respaldo protector.

Cuestionario de autoevaluación

1. Ejemplo de giro de 90°...

112.1 s

11 s

1000 s

56 s

112.1 s. 2√(θ/α).

2. H = …

Iω

Iα

τt²

m v

Iω. Momento angular.

3. Ejemplo de H de rueda…

60 N·m·s

6

600

0.1

60 N·m·s. 0.1 × 600.

4. El Hubble ahora apunta con…

un giroscopio

seis giroscopios

ningún giroscopio

solo propulsores

un giroscopio. NASA 2024.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA informó en junio de 2024 que el Hubble pasaría a operar con un solo giroscopio, manteniendo otro en reserva, después de que un giroscopio empezara a «saturarse» (marcar la

velocidad de giro máxima sin importar el movimiento real) y llevara repetidamente el telescopio a modo seguro. La NASA dijo que la mayoría de las observaciones no se verían afectadas, con giros más largos, menos flexibilidad de apuntamiento y sin seguimiento de objetos móviles más cercanos que Marte.

Las mismas ideas de control de actitud apuntan satélites de observación de la Tierra como GOES-19 y Landsat hacia el planeta que miden.

En Saving Planets: GOES-19 · Mecánica orbital

Fuentes: NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Curso gratuito del MIT.
- NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/): Artículo de la NASA.

☐ **Terminé esta unidad**

Problemas

Estos problemas están dentro de cada unidad. Hazlos en papel y luego abre la respuesta.

1. Ejes, rotaciones y momentos
   4 problemas
2. Estabilidad estática longitudinal
   4 problemas
3. Compensación y control del timón de profundidad
   4 problemas
4. Estabilidad lateral-direccional y virajes
   4 problemas
5. Ecuaciones del movimiento y modos dinámicos
   4 problemas
6. Transformadas de Laplace y funciones de transferencia
   4 problemas
7. Respuesta temporal de segundo orden
   4 problemas
8. Realimentación y control PID
   4 problemas
9. Análisis de estabilidad: Routh, lugar de las raíces y márgenes
   4 problemas
10. Determinación y control de actitud de naves espaciales
    4 problemas

El laboratorio (Flight dynamics and controls lab)

El laboratorio es la parte práctica del curso. Aquí es gratuito y solo para practicar, sin créditos.

Cada práctica se hace en una simulación gratuita o una hoja de cálculo, así que no hay riesgos físicos. No construyas ni vueles drones ni maquetas para este curso. Haz pausas de pantalla, siéntate con buena postura y mantén los cables fuera de los pasillos.

Referencia de seguridad: OSHA: Walking-working surfaces (slip, trip and fall hazards) (https://www.osha.gov/walking-working-surfaces)

Práctica A: Equilibrar momentos y hallar el cg

SEMANA 1

Objetivo: Equilibra masas sobre una tabla en PhET Balancing Act y luego calcula un centro de gravedad tipo aeronave en una hoja de cálculo.

$$x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

```
x_cg=( m_ix_i)/( m_i)
```

Centro de gravedad

Procedimiento

1. En PhET Balancing Act, coloca 10 kg a 1 m en un lado y halla dónde lo equilibran 5 kg.
2. Anota momento = masa × distancia en cada lado.
3. En una hoja de cálculo, enumera las masas y distancias de la unidad 1 y calcula x_cg.
4. Añade 200 kg a 10 m y recalcula.

Tabla de datos

Caso	Σm (kg)	x_cg (m)
Base	1800	4.44
+200 kg a 10 m	2000	5.00

Valores de ejemplo calculados.

Cálculo de ejemplo

1. 8000/1800 = 4.44 m.
2. 10,000/2000 = 5.00 m.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier navegador y hoja de cálculo.

PhET: Balancing Act (https://phet.colorado.edu/en/simulations/balancing-act) · NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

Vínculo con el planeta: NASA Glenn: en vuelo, los aviones y los cohetes giran alrededor de su centro de gravedad. NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica B: Margen estático y barrido de compensación

SEMANA 3

Objetivo: Barre la posición del cg y calcula el margen estático, C_mα y el ángulo de compensación con profundidad nula.

$$\alpha_{trim} = \frac{C_{m_0}}{C_{L_\alpha} SM}$$

`α_trim=_m_0C_L_αSM`

Ángulo de compensación con profundidad nula

Procedimiento

1. Usa x_np = 0.35c̄, C_Lα = 5.5 /rad, C_m0 = 0.05 (valores de ejemplo).
2. Barre x_cg de 0.20 a 0.40 c̄.
3. Calcula SM, C_mα y α_trim.
4. Observa qué ocurre en el punto neutro y más allá.

Tabla de datos

x_cg/c̄	SM	C_mα (/rad)	α_trim (rad)
0.20	0.15	−0.825	0.0606
0.25	0.10	−0.55	0.0909
0.30	0.05	−0.275	0.182

Valores de ejemplo calculados; no hay compensación estable en el punto neutro ni por detrás.

Cálculo de ejemplo

1. C_mα = −5.5 × 0.15 = −0.825.
2. α = 0.05/0.275 = 0.182 rad.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft elevator interactive (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-elevator-interactive/)

Vínculo con el planeta: La NASA informa que el margen de estabilidad del X-59 coincidió con las predicciones en vuelo. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica C: Oscilación amortiguada como modo de segundo orden

SEMANA 6

Objetivo: Observa la oscilación amortiguada en PhET Masses and Springs y compárala con las fórmulas de segundo orden.

$$\omega_n = \sqrt{k/m},\ \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

ω_n=/m,\ =2

Masa-resorte-amortiguador

Procedimiento

1. En PhET Masses and Springs, cuelga una masa, añade algo de amortiguamiento y tira de ella hacia abajo.
2. Cronometra varios ciclos y estima el periodo y el decaimiento.
3. En una hoja de cálculo, calcula ω_n, ζ, el periodo y el sobreimpulso para m = 0.5 kg, k = 20 N/m, c = 1 N·s/m (valores de ejemplo).
4. Explica cómo se relaciona con el modo de periodo corto.

Tabla de datos

Magnitud	Valor
ω_n	6.32 rad/s
ζ	0.158
Periodo amortiguado	1.006 s
Sobreimpulso	60.5%

Valores de ejemplo calculados; las lecturas de la simulación serán distintas.

Cálculo de ejemplo

1. ω_n = √40 = 6.32.
2. ζ = 1/(2√10) = 0.158.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier navegador y hoja de cálculo.

PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs)

Vínculo con el planeta: La NASA dice que el X-59 no ha mostrado inestabilidad inesperada ni vibración excesiva. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica D: Respuestas al escalón paso a paso en el tiempo

SEMANA 8

Objetivo: Simula respuestas al escalón de primer y segundo orden con pequeños pasos de Euler y compáralas con las fórmulas.

$$x_{k+1} = x_k + \Delta t\, \dot{x}_k$$

```
x_k+1=x_k+Δ t x_k
```

Paso de Euler

Procedimiento

1. Simula ẏ = −2y + 5 desde y = 0 con Δt = 0.001 s.
2. Simula ÿ + 2.8ẏ + 16y = 16 desde el reposo.
3. Halla y(0.5) para el primero, y el pico y el tiempo de pico para el segundo.
4. Compara con las fórmulas exactas.

Tabla de datos

Magnitud	Exacta
Primer orden y(0.5)	1.580
Pico de segundo orden	1.309
Tiempo de pico	0.838 s
Establecimiento (2%)	2.86 s

Valores calculados; los pasos pequeños coinciden de cerca.

Cálculo de ejemplo

1. $2.5(1 - e^{-1}) = 1.580$.
2. 1 + 0.309 = 1.309.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier hoja de cálculo o Python.

MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/)

Vínculo con el planeta: El equipo del X-59 de la NASA compara los datos de vuelo con un gemelo digital en tiempo real. NASA: X-59 aircraft builds momentum through 25th flight (Sept. 4, 2026) (https://www.nasa.gov/blogs/quesst/2026/09/04/nasas-x-59-aircraft-builds-momentum-through-25th-flight/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica E: Ajuste de un piloto automático de actitud de cabeceo

SEMANA 10

Objetivo: Compara por simulación el control P y PD de la planta 1/(s(s + 2)).

$$s^2 + (2 + K_d)s + K_p = 0$$

s^2+(2+K_d)s+K_p=0

Lazo cerrado con PD

Procedimiento

1. Simula θ̈ + 2θ̇ = u con u = K_p(θ_cmd − θ) − K_dθ̇.
2. Prueba K_p = 16, K_d = 0; luego K_p = 2.04; luego K_p = 16, K_d = 3.6.
3. Anota el sobreimpulso y el tiempo de establecimiento.
4. Elige el mejor diseño y explica por qué.

Tabla de datos

Diseño	Sobreimpulso	Establecimiento (s)
K_p = 16	44.4%	4.0
K_p = 2.04	4.6%	4.0
K_p = 16, K_d = 3.6	4.6%	1.43

Calculado con las fórmulas de segundo orden.

Cálculo de ejemplo

1. ζ = 0.25 ⇒ 44.4%; t_s = 4/(0.25 × 4) = 4.0 s.
2. PD: t_s = 4/(0.7 × 4) = 1.43 s.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier hoja de cálculo o Python.

MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/)

Vínculo con el planeta: NASA: Dragonfly debe volar de forma autónoma en Titán sin ayuda en tiempo real desde la Tierra. NASA Science: Dragonfly completes first simulated flight (Oct. 23, 2026) (https://science.nasa.gov/blogs/dragonfly/2026/10/23/nasas-dragonfly-completes-first-simulated-flight/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica F: Planificador de giros con ruedas de reacción

SEMANA 13

Objetivo: Planifica giros todo-nada para una nave espacial y comprueba las velocidades máximas y el momento angular de las ruedas.

$$t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

Tiempo de giro todo-nada

Procedimiento

1. Fija I = 1000 kg·m² y τ = 0.5 N·m (valores de ejemplo).
2. Calcula los tiempos de giro para 30°, 90° y 180°.
3. Calcula la velocidad máxima y el momento angular que deben absorber las ruedas.
4. Analiza cómo cambiaría la planificación la pérdida de un sensor.

Tabla de datos

Giro	Tiempo (s)
30°	64.7
90°	112.1
180°	158.5

Valores de ejemplo calculados.

Cálculo de ejemplo

1. t = 2√(0.5236/0.0005) = 64.7 s.
2. t = 2√(3.1416/0.0005) = 158.5 s.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

Vínculo con el planeta: NASA: en modo de un giroscopio, el Hubble necesita más tiempo para girar y fijarse en los objetivos. NASA Science: NASA to change how it points Hubble Space Telescope (June 4, 2024) (https://science.nasa.gov/missions/hubble/nasa-to-change-how-it-points-hubble-space-telescope/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Series de práctica para exámenes

Cronométrate: unos 10 minutos por problema. Luego compara con las soluciones completas.

Ejercicios de práctica para el parcial (unidades 1–5)

1. Masas de 600 kg a 3 m y 400 kg a 8 m. Halla el cg.
    1. (1800 + 3200)/1000.

    Respuesta: 5.0 m.

2. $x_{np} = 0.40\bar{c}$, $x_{cg} = 0.28\bar{c}$, $C_{L\alpha} = 5$ /rad. Halla SM y $C_{m\alpha}$.
    1. SM = 0.12.
    2. −5 × 0.12.

    Respuesta: SM = 0.12; $C_{m\alpha} = -0.60$ /rad.

3. $C_{m0} = 0.04$, $C_{m\alpha} = -0.6$, $C_{m\delta e} = -1.0$. Halla δ_e para compensar a $\alpha = 0.05$ rad.
    1. $0.04 - 0.03 - \delta_e = 0$.

    Respuesta: $\delta_e = 0.01$ rad (0.57°).

4. ¿Ángulo de inclinación para un viraje de radio 1500 m a 80 m/s?
    1. $\tan\varphi = 6400/14710$.

    Respuesta: 23.5°.

5. Halla ω_n y ζ para $s^2 + 3s + 25$.
    1. $\omega_n = 5$; $\zeta = 3/10$.

    Respuesta: $\omega_n = 5$ rad/s; $\zeta = 0.3$.

Serie final de práctica (unidades 1–10)

1. ¿Respuesta al escalón de $4/(s + 4)$ en $t = 0.25$ s?
    1. $1 - e^{-1}$.

Respuesta: 0.632.

2. ¿Sobreimpulso y tiempo de establecimiento para ω_n = 5, ζ = 0.3?

    1. exp(−0.3π/√0.91).
    2. 4/1.5.

    Respuesta: 37.2%; 2.67 s.

3. ¿K sobre 1/(s(s + 4)) para ζ = 0.5?

    1. 2ζω_n = 4 ⇒ ω_n = 4.

    Respuesta: K = 16.

4. ¿K máximo para $s^3 + 3s^2 + 2s + K$?

    1. 3 × 2 > K.

    Respuesta: K < 6.

5. ¿Tiempo de giro de 60° con α = 0.001 rad/s²?

    1. 2√(1.0472/0.001).

    Respuesta: 64.7 s.

6. ¿Momento angular de una rueda de 0.05 kg·m² a 400 rad/s?

    1. 0.05 × 400.

    Respuesta: 20 N·m·s.

Hoja de fórmulas

$$x_{cg} = \sum m_i x_i / \sum m_i,\ M = Fd$$

$$SM = (x_{np} - x_{cg})/\bar{c},\ C_{m_\alpha} = -C_{L_\alpha} SM$$

$$\delta_e = -(C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha)/C_{m_{\delta_e}}$$

$$\tan\phi = V^2/(gR),\ n = 1/\cos\phi,\ \tau_r = 1/|L_p|$$

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2,\ \omega_{ph} \approx \sqrt{2}g/V$$

$$y = K(1 - e^{-t/\tau}),\ y(\infty) = G(0)$$

$$M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}},\ t_p = \pi/\omega_d,\ t_s \approx 4/(\zeta\omega_n)$$

$$u = K_p e + K_i \int e + K_d \dot{e},\ T = G/(1 + GH)$$

$$PM = 180^\circ + \angle G(j\omega_c),\ \zeta \approx PM/100$$

$$\tau = I\alpha,\ H = I\omega,\ t = 2\sqrt{\theta/\alpha}$$

Constantes

Constante	Valor
Gravedad estándar	$g_0 = 9.80665\ m/s^2$
1 radián	57.2958°
1 ft	0.3048 m
Regla del tiempo de establecimiento (libro)	t_s ≈ 4/(ζω_n) para establecimiento al 2%
Escalón de primer orden	63.2% del valor final en t = τ
Densidad del aire al nivel del mar (atmósfera estándar)	$1.225\ kg/m^3$

Fuente: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

Textos y simulaciones gratuitos

Usa estas clases gratuitas, guías de la NASA y simulaciones junto con el curso.

- MIT OpenCourseWare 16.333 Aircraft Stability and Control (Fall 2004) (https://ocw.mit.edu/courses/16-333-aircraft-stability-and-control-fall-2004/): Clases gratuitas del MIT sobre estabilidad y control.
- MIT OpenCourseWare 16.06 Principles of Automatic Control (Fall 2012) (https://ocw.mit.edu/courses/16-06-principles-of-automatic-control-fall-2012/): Clases y problemas gratuitos del MIT sobre control.
- MIT OpenCourseWare 16.30 Feedback Control Systems (Fall 2010) (https://ocw.mit.edu/courses/16-30-feedback-control-systems-fall-2010/): Curso gratuito del MIT sobre control por realimentación.
- NASA Glenn Beginner's Guide: Aircraft rotations (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/aircraft-rotations/): Explicación gratuita de la NASA.
- NASA Glenn Beginner's Guide: Center of gravity (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/center-of-gravity/): Explicación gratuita de la NASA.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): Oscilación amortiguada de forma interactiva.

Glosario

Alerón
Superficie de control de alabeo.

Centro de gravedad
Posición media de la masa.

Razón de amortiguamiento
ζ, la rapidez con que decaen las oscilaciones.

Balanceo holandés

Oscilación acoplada guiñada–alabeo.

Timón de profundidad
Superficie de control de cabeceo.

Margen de ganancia
Aumento de ganancia hasta la inestabilidad.

Giroscopio
Sensor que mide la velocidad de rotación.

Frecuencia natural
ω_n de un modo no amortiguado.

Punto neutro
Posición del cg con estabilidad neutra en cabeceo.

Sobreimpulso
Pico por encima del valor final.

Controlador PID
Control proporcional-integral-derivativo.

Margen de fase
Retraso de fase adicional hasta la inestabilidad.

Fugoide
Modo lento velocidad–altitud.

Rueda de reacción
Rueda giratoria para el control de actitud.

Lugar de las raíces
Trayectorias de los polos en lazo cerrado con la ganancia.

Timón de dirección
Superficie de control de guiñada.

Periodo corto
Modo rápido de cabeceo.

Margen estático
Distancia del cg al punto neutro dividida por la cuerda.

Función de transferencia
Salida sobre entrada en el dominio de Laplace.

Compensación (trim)
Momento neto nulo.

Rúbrica de autoevaluación

No se otorga nota ni crédito. Úsala para valorar con honestidad dónde estás en cada unidad.

Nivel	Cómo se ve
4 · Dominio	Dibuja ejes y diagramas de bloques, elige el modelo correcto, comprueba polos, amortiguamiento y márgenes, y explica con palabras sencillas los compromisos de manejo y seguridad.
3 · Competente	Resuelve los problemas de práctica con fallos ocasionales en signos o unidades.
2 · En desarrollo	Sigue los ejemplos resueltos pero confunde estabilidad estática y dinámica, o ω_n y ω_d.
1 · Inicial	Mete números en fórmulas sin diagrama; necesita repasar la unidad.

Ponderación sugerida si quieres una nota

Parte	Peso
Problemas de práctica	20%
Prácticas	25%
Serie de práctica de mitad de curso	25%
Serie de práctica final	30%

Apunta al nivel 3 o superior en cada unidad antes de pasar al siguiente curso.

Cursos relacionados

- Propulsión AERO 410
- Diseño de naves espaciales AERO 430
- Transferencia de calor AERO 440
- Todos los cursos