Última actualización: November 1, 2026

🗺️ Ruta de cuatro años · Año 2, Primavera · 🧱 Calculadora integrada

Sobre este curso

Este curso gratuito tiene 10 unidades y 6 laboratorios. Son los totales reales, no un programa más largo recortado.

Una comprobación es un número o un resultado de código en una página de curso que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número impreso y el recalculado tienen que coincidir.

> Este es el esquema de un curso gratuito de autoestudio escrito por Saving Planets. No es un curso universitario, no otorga créditos académicos y ninguna institución participa.
>
> Su alcance sigue un curso semestral de dinámica para ingeniería de segundo año. Se basa en los temas y la profundidad de MIT 2.003 Engineering Dynamics y MIT 8.01 Classical Mechanics (ambos en MIT OpenCourseWare), Purdue ME 274 y la dinámica de Georgia Tech, y en el libro gratuito OpenStax University Physics Volume 1, que enlazamos en todo el curso. Ninguno de esos autores o centros respalda esta página.
>
> Lo que añadimos: cada unidad se vincula a un trabajo real de energía limpia, observación de la Tierra o defensa planetaria con una fuente pública citada (coches eléctricos, la estación espacial, GRACE-FO, almacenamiento por bombeo, la prueba de asteroides DART de la NASA, cohetes, turbinas eólicas e hidráulicas, edificios sismorresistentes), cada número de la página se recalcula con un script de comprobación antes de publicarse, y cada laboratorio tiene una simulación gratuita o una versión casera barata.
>
> Síguelo en orden. Cada unidad tiene objetivos, ideas clave, ecuaciones, ejemplos paso a paso, práctica con respuestas completas, errores comunes, tarjetas de estudio y un cuestionario. Tu progreso se guarda solo en este navegador.

Cómo ayuda este curso a salvar el planeta

La dinámica es la física de toda máquina que mueve energía. Los coches eléctricos convierten la energía de la batería en movimiento y recuperan parte de ella, las turbinas hidráulicas y eólicas son cuerpos rígidos que giran, las centrales de bombeo almacenan energía elevando agua, y los satélites que vigilan el agua y el clima de la Tierra se mantienen arriba porque no dejan de caer alrededor de ella.

También es como protegemos el planeta: la misión DART de la NASA usó la cantidad de movimiento para cambiar la órbita de un asteroide, y los ingenieros usan la teoría de vibraciones

para que los edificios resistan los terremotos. Cada unidad termina con una breve sección con fuentes. Los valores que no provienen de una fuente se indican como valores de ejemplo.

Para docentes

Puedes enseñar este curso o dejar que un estudiante lo haga solo. Es gratis. Saving Planets no pone nota ni da crédito escolar.

- Esta página es el curso completo: 10 unidades y 6 laboratorios (ENGR 212).
- Calcula 15 semanas, unas 6 a 9 horas por semana, incluidas las semanas de laboratorio.
- Sigue el calendario de 15 semanas. Lee la unidad, haz la práctica en papel y luego abre la respuesta. En una semana de laboratorio, haz el laboratorio o la versión en casa.
- Una comprobación es un número o un resultado de código en la página que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número que ves y el recalculado tienen que coincidir.
- Usa Imprimir esta página, o descarga la guía de estudio en PDF. La hoja de fórmulas está cerca del final.
- Pregunta: ¿cómo ayuda esta unidad a las personas y al planeta? Cada unidad tiene un recuadro verde con un dato y su fuente.
- Copia la plantilla de guía docente y escribe el nombre de tu clase, el tiempo que tienes y las preguntas que harás. Abrir la plantilla de guía docente

Antes de empezar

Requisitos previos

- Estática: diagramas de cuerpo libre, momentos y centroides.
- Física I: leyes de Newton, energía y cantidad de movimiento.
- Cálculo I y II: derivadas, integrales y ecuaciones diferenciales sencillas.
- Ecuaciones diferenciales ayuda en la unidad 10 (vibración), pero no es obligatorio; se dan las soluciones necesarias.

Cómo estudiar

- Empieza por la cinemática: ¿qué se sabe de la posición, la velocidad y la aceleración, y en qué coordenadas?
- Dibuja lado a lado un diagrama de cuerpo libre y un diagrama cinético (ma e Iα).
- Elige el método adecuado: F = ma para aceleraciones, trabajo-energía para velocidades entre dos posiciones, impulso-cantidad de movimiento para fuerzas en el tiempo e impactos.
- Resuelve primero con símbolos, luego sustituye valores SI, y comprueba unidades y casos límite.
- Resuelve cada ejercicio en papel antes de abrir la respuesta.
- Repite los cuestionarios unos días después; la práctica espaciada supera a una sesión larga.

Qué necesitas

- Una computadora o tableta para las simulaciones PhET gratuitas (funcionan en el navegador).
- Un teléfono con cámara de cámara lenta o una app gratuita de sensores (acelerómetro, cronómetro).
- Una tabla o un libro grande para hacer una rampa, una cinta métrica, y una pelota, una lata de sopa, una lata vacía y un aro para hacer rodar.
- Cuerda, un peso pequeño (una tuerca o arandelas) y una regla para un péndulo.
- Unas gomas elásticas o un resorte blando y masas pequeñas (monedas en una bolsa) para un oscilador masa-resorte.
- Hoja de cálculo para gráficas y ajustes.

Calendario sugerido de 15 semanas

Unas 6 a 9 horas por semana: lectura, problemas de práctica y, en las semanas de laboratorio, el laboratorio.

Semana	Unidad	Temas	Lectura
1	Cinemática de partículas en línea recta	Posición, velocidad, aceleración; aceleración constante	OpenStax UP1 3.1–3.4
2	Cinemática de partículas en línea recta	Aceleración variable, a(x) y a(v); laboratorio A	UP1 3.6
3	Movimiento curvilíneo: proyectiles, coordenadas normal–tangencial y polares	Proyectiles, normal–tangencial, polares, movimiento relativo; laboratorio B	UP1 4.1–4.5
4	Cinética de partículas: segunda ley de Newton	Segunda ley de Newton, rozamiento, cuerpos conectados	UP1 5.1–6.2
5	Cinética de partículas: segunda ley de Newton	Curvas, peralte, órbitas	UP1 6.3, 13.4
6	Trabajo, energía y potencia	Trabajo, energía, conservación, potencia y eficiencia	UP1 7.1–8.3
7	Impulso, cantidad de movimiento e impacto	Impulso, cantidad de movimiento, impacto, momento angular; laboratorio C; práctica de examen parcial	UP1 9.1–9.4
8	Sistemas de partículas y masa variable: chorros y cohetes	Sistemas de partículas, chorros, cohetes	UP1 9.5–9.7
9	Cinemática plana de cuerpos rígidos	Rotación de cuerpos rígidos, engranajes, velocidad relativa	UP1 10.1–10.3

Semana	Unidad	Temas	Lectura
10	Cinemática plana de cuerpos rígidos	Centros instantáneos, aceleración relativa, rodadura	UP1 11.1
11	Cinética plana de cuerpos rígidos: fuerza, masa y aceleración	Momentos de inercia, ecuaciones del movimiento plano, rodadura; laboratorio D	UP1 10.4–10.7
12	Cuerpos rígidos: métodos de energía y cantidad de movimiento	Energía de cuerpos rígidos, potencia, momento angular	UP1 10.8, 11.2–11.3
13	Vibraciones mecánicas	Vibración libre, péndulos, método de energía; laboratorio E	UP1 15.1–15.4
14	Vibraciones mecánicas	Vibración amortiguada y forzada, resonancia; laboratorio F	UP1 15.5–15.6
15	Repaso	Repaso y serie de práctica final	Todas las unidades

Tu progreso

Marca las unidades y los laboratorios al terminarlos y haz los cuestionarios. El progreso y las puntuaciones se guardan solo en este navegador y nunca se nos envían.

Unidades

Cinemática de partículas en línea recta

Posición, velocidad y aceleración como derivadas, aceleración constante, aceleración dada en función del tiempo, la rapidez o la posición, y distancia frente a desplazamiento.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Relacionar x, v y a por derivación e integración.
- Usar correctamente las ecuaciones de aceleración constante.
- Resolver problemas a(x) con v dv = a dx.
- Distinguir la distancia total del desplazamiento.

Conceptos clave

- La velocidad es v = dx/dt y la aceleración a = dv/dt = d²x/dt². Integrar va en sentido contrario.
- Solo cuando a es constante se cumplen $v = v_0 + at$, $x = x_0 + v_0t + ½at^2$ y $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$.
- Si a está dada en función de la posición, usa a dx = v dv; si es función de la rapidez, usa dt = dv/a(v).
- La distancia recorrida cuenta cada tramo; divide el movimiento donde v = 0 y suma las longitudes.
- Los signos importan: elige un sentido positivo y mantenlo; frenar significa que a y v tienen signos opuestos.

Ecuaciones clave

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt}$$

`v=dx/dt, a=dv/dt`

Definiciones

$$v = v_0 + at, \quad x = x_0 + v_0t + \tfrac{1}{2}at^2$$

`v=v_0+at, x=x_0+v_0t+12at^2`

Aceleración constante

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

`v^2=v_0^2+2a(x-x_0)`

Aceleración constante, sin tiempo

$$a\,dx = v\,dv$$

`a dx=v dv`

Aceleración en función de la posición

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 1.1 Una partícula se mueve con $x = t^3 - 6t^2 + 9t$ (m, s). Halla cuándo se detiene, v y a en t = 2 s, y la distancia recorrida de 0 a 4 s.

1. $v = 3t^2 - 12t + 9 = 0$ en $t = 1$ s y $t = 3$ s; $a = 6t - 12$.
2. At $t = 2$ s: $v = -3$ m/s, $a = 0$.
3. $x(0) = 0$, $x(1) = 4$, $x(3) = 0$, $x(4) = 4$, así que tramos de 4 + 4 + 4 m.

Respuesta: Se detiene en 1 s y 3 s; $v = -3$ m/s, $a = 0$ en 2 s; recorre 12 m (desplazamiento 4 m).

Ejemplo 1.2 Un coche parte del reposo y acelera a 3 m/s² durante 8 s. Halla su rapidez y la distancia recorrida.

1. $v = at = 3 \times 8$.
2. $x = \tfrac{1}{2}at^2 = \tfrac{1}{2} \times 3 \times 64$.

Respuesta: 24 m/s y 96 m.

Ejemplo 1.3 Un coche a 30 m/s frena a 6 m/s². Halla la distancia y el tiempo de frenado.

1. $x = v_0^2/(2a) = 900/12$.
2. $t = v_0/a$.

Respuesta: 75 m en 5 s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba a 15 m/s. Halla su altura máxima y el tiempo en alcanzarla.

   $h = v^2/(2g) = 11.47$ m; $t = v/g = 1.529$ s.

2. Una partícula parte del reposo en $x = 0$ con $a = 2x$ (m/s²). Halla v en $x = 3$ m.

   $v\,dv = 2x\,dx$ da $v^2 = 2x^2$, $v = \sqrt{2} \times 3 = 4.24$ m/s.

3. Valores de ejemplo: un coche eléctrico pasa de 0 a 27 m/s (unos 100 km/h) en 6 s. Halla su aceleración media.

   a = 27/6 = 4.5 m/s² (valores de ejemplo).

4. Una piedra que se deja caer en un pozo toca el agua tras 2.5 s. ¿A qué profundidad está la superficie del agua (ignora el tiempo de viaje del sonido)?

   h = ½gt² = 30.7 m.

Ideas erróneas comunes

Mito: Velocidad cero significa aceleración cero.

En realidad: En lo alto de un lanzamiento v = 0, pero a = −g.

Mito: Distancia y desplazamiento son lo mismo.

En realidad: No cuando la partícula invierte el sentido; divide en v = 0.

Mito: Las fórmulas de aceleración constante siempre funcionan.

En realidad: Solo con a constante; si no, integra.

Tarjetas de estudio

Velocidad

v = dx/dt.

Aceleración

a = dv/dt.

a constante

$v = v_0 + at$; $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$.

Ecuación sin tiempo

$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$.

a(x)

a dx = v dv.

Distancia

Divide el movimiento donde v = 0.

Cuestionario de autoevaluación

1. La aceleración es la derivada de...

posición

la velocidad

la distancia

la fuerza

la velocidad. a = dv/dt.

2. En lo alto de un lanzamiento vertical, la aceleración es...

0

g hacia abajo

g hacia arriba

la rapidez máxima

g hacia abajo. La gravedad nunca se apaga.

3. Duplicar la rapidez multiplica la distancia de frenado (misma a) por...

2

4

√2

1

4. $x = v^2/(2a)$.

4. Si a está dada en función de x, usa...

v = at

a dx = v dv

x = vt

solo F = ma

a dx = v dv. Regla de la cadena.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Cada cambio de rapidez cuesta energía, y de dónde viene esa energía importa. FuelEconomy.gov (DOE/EPA) dice que los vehículos eléctricos convierten más del 77% de la energía eléctrica de la red en potencia en las ruedas, mientras que los vehículos de gasolina convencionales convierten solo entre el 12% y el 30% de la energía de la gasolina. La cinemática de esta unidad, qué tan rápido acelera un coche y cuánto recorre al frenar, es el punto de partida de los modelos de ciclos de conducción usados para calificar la eficiencia de los vehículos.

En Saving Planets: Física I

Fuentes: FuelEconomy.gov (DOE/EPA): All-electric vehicles (https://www.fueleconomy.gov/feg/evtech.shtml) · OpenStax UP1, 3.4 Motion with constant acceleration (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/3-4-motion-with-constant-acceleration)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 3.1 Position, displacement and average velocity (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/3-1-position-displacement-and-average-velocity): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 3.4 Motion with constant acceleration (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/3-4-motion-with-constant-acceleration): Ecuaciones con a constante.
- MIT OpenCourseWare 2.003SC Engineering Dynamics (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/): Clases y problemas del MIT.

Ver la clase

Kinematics: describing the motion of particles and rigid bodies (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/kinematics-describing-the-motion-of-particles-and-rigid-bodies/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Movimiento curvilíneo: proyectiles, coordenadas normal–tangencial y polares

Movimiento en el plano: componentes rectangulares y proyectiles, componentes normal y tangencial en trayectorias curvas, coordenadas polares para brazos giratorios y movimiento relativo.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Resolver problemas de proyectiles con movimientos x e y independientes.
- Hallar la aceleración tangencial y normal en una trayectoria curva.
- Usar componentes polares para el movimiento a lo largo de un brazo giratorio.
- Sumar velocidades relativas.

Conceptos clave

- Un proyectil tiene a_x = 0 y a_y = −g (sin resistencia del aire); el tiempo enlaza ambas direcciones.
- En una trayectoria curva, a_t = dv/dt cambia la rapidez y a_n = v²/ρ apunta hacia el centro de curvatura y cambia la dirección.
- En coordenadas polares, a_r = r̈ − rθ̇² y a_θ = rθ̈ + 2ṙθ̇; el término 2ṙθ̇ es la parte de Coriolis.
- Movimiento relativo: v_A = v_B + v_A/B, y lo mismo para aceleraciones (para sistemas en traslación).
- Un satélite en órbita circular solo tiene aceleración normal: cae hacia la Tierra a v²/r mientras se mueve lateralmente lo bastante rápido para no chocar con ella.

Ecuaciones clave

$$x = v_0 \cos\theta \, t, \quad y = v_0 \sin\theta \, t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

`x=v_0θ t, y=v_0θ t-12gt^2`

Proyectil

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

`R=(v_0^22θ)/(g)`

Alcance en terreno llano

$$a_t = \dot{v}, \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

`a_t= v, a_n=(v^2)/(ρ)`

Normal–tangencial

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

`a_r= r-rθ^2, a_θ=rθ+2 rθ`

Componentes polares

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 2.1 Se lanza una pelota a 20 m/s y 30° sobre un suelo horizontal. Halla el alcance, la altura máxima y el tiempo de vuelo.

1. v_x = 17.32 m/s, v_y = 10 m/s.
2. Tiempo = 2v_y/g; altura = v_y²/(2g); R = v_0^2 sin 60°/g.

Respuesta: R = 35.3 m, h = 5.10 m, t = 2.04 s.

Ejemplo 2.2 Un coche a 25 m/s en una curva de radio 100 m frena a 2 m/s². Halla su aceleración total.

1. a_n = 25²/100 = 6.25 m/s²; a_t = −2 m/s².
2. |a| = √(6.25² + 2²).

Respuesta: 6.56 m/s².

Ejemplo 2.3 Un collarín se desliza hacia fuera por un brazo a 0.3 m/s (constante) mientras el brazo gira a 2 rad/s constantes. Halla su aceleración cuando r = 0.5 m.

1. a_r = 0 − 0.5 × 2² = −2.0 m/s².
2. a_θ = 0 + 2 × 0.3 × 2 = 1.2 m/s².

Respuesta: |a| = 2.33 m/s².

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. La NASA dice que la estación da la vuelta a la Tierra aproximadamente cada 90 minutos. Con un radio orbital de ejemplo de 6791 km (420 km de altitud), halla su rapidez y su aceleración normal.

$v = 2\pi r/T = 7902$ m/s (la NASA cita unas 5 millas por segundo, 8.0 km/s); $a_n = v^2/r = 9.19$ m/s².

2. Un barco se dirige al norte a 4 m/s en una corriente que fluye al este a 3 m/s. Halla su velocidad respecto al suelo.

   5 m/s a 36.9° al este del norte.

3. ¿Qué ángulo de lanzamiento da el mayor alcance en suelo horizontal (sin resistencia)?

   45°, donde $\sin 2\theta = 1$.

4. Halla la aceleración normal de un coche a 15 m/s en una curva de radio 50 m.

   $a_n = 225/50 = 4.5$ m/s².

Ideas erróneas comunes

Mito: Un cuerpo con rapidez constante no tiene aceleración.

En realidad: En una curva tiene $a_n = v^2/\rho$.

Mito: La velocidad horizontal de un proyectil disminuye durante el vuelo.

En realidad: Sin resistencia, v_x se mantiene constante.

Mito: Los astronautas flotan porque en órbita no hay gravedad.

En realidad: Allí la gravedad sigue siendo fuerte: $(6371/6791)^2 = 88\%$ de la gravedad en superficie a una altitud de ejemplo de 420 km. Flotan porque están en caída libre junto con la estación.

Tarjetas de estudio

Proyectil

$a_x = 0$, $a_y = -g$.

Alcance

$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$.

Tangencial

$a_t = dv/dt$.

Normal

$a_n = v^2/\rho$.

Polar

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$, $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$.

Velocidad relativa

$v_A = v_B + v_{A/B}$.

Cuestionario de autoevaluación

1. Para un proyectil sin resistencia, a_x es...

g

0

$-g$

v^2/r

0. Solo actúa la gravedad, verticalmente.

2. La aceleración normal en una curva...

dv/dt

v^2/ρ

$r\ddot{\theta}$

0

v^2/ρ. Cambia la dirección.

3. El término $2\dot{r}\dot{\theta}$ en coordenadas polares es el...

término centrípeto

término de Coriolis

término de resistencia

término tangencial

término de Coriolis. Coriolis.

4. Duplicar la rapidez en la misma curva multiplica a_n por...

2

4

½

1

4. v^2.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La estación espacial muestra el movimiento curvilíneo en su forma más extrema. La NASA dice que viaja a cinco millas por segundo, da la vuelta a la Tierra aproximadamente cada 90 minutos, completando 16 órbitas en 24 horas, y que su trayectoria la lleva sobre el 90 por ciento de la población de la Tierra; los astronautas han tomado millones de imágenes del planeta. El mismo equilibrio de aceleración normal mantiene en órbita a todos los satélites de observación de la Tierra.

En Saving Planets: Introducción a la ingeniería aeroespacial

Fuentes: NASA: International Space Station facts and figures (https://www.nasa.gov/international-space-station/space-station-facts-and-figures/) · OpenStax UP1, 4.4 Uniform circular motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/4-4-uniform-circular-motion)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 4.3 Projectile motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/4-3-projectile-motion): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 4.4 Uniform circular motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/4-4-uniform-circular-motion): Movimiento circular.
- PhET: Projectile Motion (https://phet.colorado.edu/en/simulations/projectile-motion): Interactivo.
- PhET: Ladybug Motion 2D (https://phet.colorado.edu/en/simulations/ladybug-motion-2d): Vectores de velocidad y aceleración.

Ver la clase

Definition of normal and tangential coordinates (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/definition-of-normal-and-tangential-coordinates/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Cinética de partículas: segunda ley de Newton

ΣF = ma en coordenadas rectangulares, normal–tangencial y polares, rozamiento y cuerpos conectados, curvas peraltadas y órbitas.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Dibujar diagramas de cuerpo libre y cinéticos.
- Aplicar ΣF = ma con rozamiento y cuerpos conectados.
- Resolver problemas de curvas y peralte con componentes normal–tangencial.
- Hallar velocidades de órbitas circulares.

Conceptos clave

- Segunda ley de Newton: ΣF = ma, en un sistema inercial. Escríbela en las coordenadas que se ajusten al movimiento.
- El rozamiento cinético al deslizar es μ_kN, opuesto al sentido del deslizamiento.
- Los cuerpos conectados comparten aceleraciones mediante restricciones (una cuerda de longitud fija, una polea); escribe una ecuación por cuerpo.
- En una curva, la fuerza normal neta proporciona mv²/ρ; el peralte permite que la fuerza normal la proporcione sin rozamiento.
- En una órbita circular, la gravedad proporciona la fuerza normal: GMm/r² = mv²/r, así que v = √(GM/r).

Ecuaciones clave

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

`F=m a`

Segunda ley de Newton

$$\sum F_n = \frac{mv^2}{\rho}, \quad \sum F_t = m\dot{v}$$

`F_n=(mv^2)/(ρ), F_t=m v`

Normal–tangencial

$$v = \sqrt{g\rho \tan\theta}$$

Curva peraltada, sin rozamiento

$$v = \sqrt{GM/r}$$

Órbita circular

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 3.1 Un coche de 1200 kg derrapa hasta detenerse desde 25 m/s con μ_k = 0.7. Halla la desaceleración y la distancia de frenado.

1. a = μ_k g = 6.87 m/s² (la masa se cancela).
2. x = v²/(2a) = 625/13.73.

Respuesta: 6.87 m/s²; 45.5 m.

Ejemplo 3.2 Masas de 5 kg y 3 kg cuelgan a ambos lados de una polea ligera sin rozamiento. Halla la aceleración y la tensión de la cuerda.

1. a = (5 − 3)g/(5 + 3).
2. T = $2m_1m_2g/(m_1 + m_2)$.

Respuesta: a = 2.45 m/s²; T = 36.8 N.

Ejemplo 3.3 Una curva de radio 80 m tiene un peralte de 15°. ¿A qué rapidez no hace falta rozamiento?

1. v = √(gρ tan 15°) = √(9.81 × 80 × 0.268).

Respuesta: 14.5 m/s (52 km/h).

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Se empuja un bloque de 10 kg con 50 N sobre un suelo con μ_k = 0.3. Halla su aceleración.

   a = (50 − 29.4)/10 = 2.06 m/s².

2. Una persona de 70 kg está en un ascensor que acelera hacia arriba a 1.5 m/s². Halla la fuerza del suelo.

   N = m(g + a) = 792 N.

3. Halla la velocidad de órbita circular para un radio de ejemplo de 6791 km ($GM = 3.986 \times 10^{14}$ m^3/s^2).

   $v = \sqrt{(GM/r)} = 7{,}661$ m/s.

4. Halla la rapidez máxima en una curva plana de radio 50 m con $\mu_s = 0.8$.

   $v = \sqrt{(\mu_s g r)} = 19.8$ m/s.

Ideas erróneas comunes

Mito: Un objeto en movimiento necesita una fuerza neta para seguir moviéndose.

En realidad: Solo para cambiar su velocidad.

Mito: ma es una fuerza del diagrama de cuerpo libre.

En realidad: ma es el resultado, dibujado en el diagrama cinético.

Mito: La fuerza centrífuga te empuja hacia fuera en una curva.

En realidad: En un sistema inercial, la fuerza neta hacia dentro te hace girar; nada empuja hacia fuera.

Tarjetas de estudio

Segunda ley

$\Sigma F = ma$.

Diagrama cinético

Muestra ma (y más adelante $I\alpha$).

Rozamiento cinético

$\mu_k N$, opuesto al deslizamiento.

Máquina de Atwood

$a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2)$.

Curva peraltada

$v = \sqrt{(g\rho \tan \theta)}$.

Órbita circular

$v = \sqrt{(GM/r)}$.

Cuestionario de autoevaluación

1. La segunda ley de Newton se cumple en...

cualquier sistema de referencia

un sistema inercial

solo en la Tierra

solo para partículas en reposo

un sistema inercial. Los sistemas no inerciales requieren términos adicionales.

2. En un coche que derrapa, μ_k g es la...

la rapidez

desaceleración

la fuerza

la distancia

desaceleración. a = μ_kN/m.

3. Una órbita circular de mayor radio tiene...

más rápido

más lento

la misma rapidez

imposible

más lento. v = √(GM/r).

4. ¿Qué proporciona la aceleración normal en una curva peraltada sin rozamiento?

solo la gravedad

la componente de la fuerza normal

el empuje del motor

la resistencia

la componente de la fuerza normal. N sin θ.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

GRACE-FO pesa el agua de la Tierra con la segunda ley de Newton. El JPL de la NASA explica que los dos satélites gemelos vuelan a unos 220 km de distancia; las zonas con gravedad algo más fuerte atraen primero al satélite delantero, y un sistema de medición por microondas mide el diminuto cambio de distancia. Un acelerómetro en el centro de masa de cada satélite mide aceleraciones no gravitatorias como la resistencia atmosférica, para que solo se cuente la gravedad. El resultado son mapas mensuales que muestran cómo se mueve el agua en acuíferos, lagos, capas de hielo y océanos.

En Saving Planets: Observación de la Tierra

Fuentes: NASA JPL: GRACE-FO mission overview (https://gracefo.jpl.nasa.gov/mission/overview/) · OpenStax UP1, 6.3 Centripetal force (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/6-3-centripetal-force)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 6.3 Centripetal force (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/6-3-centripetal-force): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 6.2 Friction (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/6-2-friction): Rozamiento.
- MIT OpenCourseWare 8.01SC Classical Mechanics (en inglés) (https://ocw.mit.edu/courses/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/): Clases del MIT.

Ver la clase

Lecture 2: Newton's Laws and Describing the Kinematics of Particles (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/lecture-2-newtons-laws-and-describing-the-kinematics-of-particles-1/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Trabajo, energía y potencia

Trabajo de fuerzas (gravedad, resortes, rozamiento), principio trabajo–energía, fuerzas conservativas y energía potencial, conservación de la energía, potencia y eficiencia.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el trabajo de la gravedad, los resortes y el rozamiento.
- Usar el principio trabajo–energía para hallar rapideces entre dos posiciones.
- Usar la conservación de la energía mecánica cuando solo trabajan fuerzas conservativas.
- Calcular potencia y eficiencia.

Conceptos clave

- El trabajo es U = ∫F·dr. La gravedad hace −mgΔh, un resorte −½k(x_2^2 − x_1^2) y el rozamiento cinético −μ_kN × distancia.
- Principio trabajo–energía: T_1 + Σ$U_{1\to 2}$ = T_2, con energía cinética T = ½mv².
- Para fuerzas conservativas, el trabajo es igual a la pérdida de energía potencial, así que T_1 + V_1 = T_2 + V_2 cuando solo ellas trabajan.
- La potencia es el ritmo de trabajo: P = F·v. La eficiencia es la potencia de salida dividida entre la de entrada.
- Los métodos de energía dan rapideces directamente sin hallar aceleraciones, por eso son tan útiles.

Ecuaciones clave

$$T_1 + \sum U_{1\to 2} = T_2, \quad T = \tfrac{1}{2}mv^2$$

`T_1+ U_12=T_2, T=12mv^2`

Principio trabajo–energía

$$V_g = mgh, \quad V_e = \tfrac{1}{2}kx^2$$

`V_g=mgh, V_e=12kx^2`

Energías potenciales

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v}, \quad \eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

`P= F· v, =_outP_in`

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 4.1 Un bloque de 2 kg desliza desde el reposo por una rampa lisa, descendiendo 3 m. Halla su rapidez abajo.

1. $mgh = \tfrac{1}{2}mv^2$.
2. $v = \sqrt{(2gh)}$.

Respuesta: 7.67 m/s (la masa no importa).

Ejemplo 4.2 Un resorte (k = 500 N/m) comprimido 0.2 m lanza un bloque de 0.5 kg sobre un suelo liso. Halla la rapidez de lanzamiento.

1. $\tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}mv^2$.
2. $v = x\sqrt{(k/m)}$.

Respuesta: 6.32 m/s.

Ejemplo 4.3 Un coche de 1500 kg sube una pendiente del 5% a 20 m/s constantes. Ignorando resistencia aerodinámica y de rodadura, ¿qué potencia lo eleva?

1. $\theta = \tan^{-1} 0.05 = 2.86°$.
2. $P = mg \sin\theta \times v$.

Respuesta: 14.7 kW.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Valores de ejemplo: una central de bombeo eleva 1 millón de m^3 de agua 300 m. ¿Cuánta energía almacena?

   $E = mgh = 10^9 \times 9.81 \times 300 = 2.94 \times 10^{12}$ J ≈ 818 MWh (valores de ejemplo).

2. Un motor con un 85% de eficiencia entrega 10 kW. ¿Qué potencia consume?

   $P_{in} = 10/0.85 = 11.8$ kW.

3. Se empuja una caja de 20 kg 5 m por un suelo con $\mu_k = 0.4$. ¿Cuánto trabajo hace el rozamiento?

$U = -0.4 \times 196.2 \times 5 = -392$ J.

4. La masa de un péndulo se suelta 0.5 m por encima de su punto más bajo. Halla su rapidez allí.

   $v = \sqrt{(2g \times 0.5)} = 3.13$ m/s.

Ideas erróneas comunes

Mito: El trabajo es siempre fuerza por distancia.

En realidad: Solo trabaja la componente en la dirección del movimiento.

Mito: La fuerza normal trabaja sobre un bloque que desliza.

En realidad: Es perpendicular al movimiento, así que su trabajo es cero.

Mito: La energía se pierde por rozamiento.

En realidad: Se convierte en calor; la energía total se conserva, la mecánica no.

Tarjetas de estudio

Trabajo

$U = \int F \cdot dr$.

Energía cinética

$T = \frac{1}{2}mv^2$.

Trabajo–energía

$T_1 + \Sigma U = T_2$.

Energía potencial

mgh; $\frac{1}{2}kx^2$.

Potencia

$P = F \cdot v$.

Eficiencia

P_{out}/P_{in}.

Cuestionario de autoevaluación

1. La unidad SI del trabajo es el...

vatio

julio

newton

pascal

julio. N·m = J.

2. Duplicar la rapidez multiplica la energía cinética por...

2

4

8

√2

4. ½mv².

3. La energía mecánica se conserva cuando...

actúa el rozamiento

solo trabajan fuerzas conservativas

la rapidez es constante

siempre

solo trabajan fuerzas conservativas. Definición.

4. La potencia es igual a...

F·v

F/v

mv

mgh

F·v. Ritmo de trabajo.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El almacenamiento por bombeo guarda electricidad limpia en forma de altura. El Departamento de Energía de EE. UU. describe la hidroeléctrica de bombeo como dos embalses a distintas alturas que generan electricidad cuando el agua baja por una turbina y consumen electricidad para bombearla de vuelta arriba, como una batería gigante. Según el DOE, representa el 88% de todo el almacenamiento de energía a escala de red en Estados Unidos, con 43 centrales. La energía almacenada es simplemente mgh, como en el ejercicio de ejemplo.

En Saving Planets: Física II

Fuentes: U.S. DOE: Pumped storage hydropower (https://www.energy.gov/eere/water/pumped-storage-hydropower) · OpenStax UP1, 8.3 Conservation of energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/8-3-conservation-of-energy)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 7.3 Work-energy theorem (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/7-3-work-energy-theorem): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 8.3 Conservation of energy (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/8-3-conservation-of-energy): Conservación de la energía.
- PhET: Energy Skate Park (https://phet.colorado.edu/en/simulations/energy-skate-park): Interactivo.

Ver la clase

Example 2b-work done equals the change in kinetic energy (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/example-2b-work-done-equals-the-change-in-kinetic-energy/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Impulso, cantidad de movimiento e impacto

Impulso y cantidad de movimiento lineales, conservación de la cantidad de movimiento, impacto central directo y coeficiente de restitución, y momento angular de una partícula.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Usar el principio impulso–cantidad de movimiento para hallar fuerzas medias.
- Aplicar la conservación de la cantidad de movimiento a choques y retroceso.
- Resolver impactos con el coeficiente de restitución.
- Usar la conservación del momento angular en el movimiento bajo fuerza central.

Conceptos clave

- La cantidad de movimiento es L = mv. Impulso–cantidad de movimiento: $mv_1 + \int F\,dt = mv_2$.
- Si ningún impulso externo actúa sobre un sistema, su cantidad de movimiento total se conserva, aunque la energía cinética no lo haga.
- El coeficiente de restitución $e = (v_2' - v_1')/(v_1 - v_2)$ va de 0 (perfectamente plástico) a 1 (perfectamente elástico).
- El momento angular respecto a O es H_O = r × mv. Si todas las fuerzas pasan por O (una fuerza central como la gravedad), H_O se conserva.
- En órbita, la conservación del momento angular implica que un satélite va más rápido en el periapsis: $r_1v_1 = r_2v_2$ en los ápsides.

Ecuaciones clave

$$m\vec{v}_1 + \int \vec{F}\,dt = m\vec{v}_2$$

```
m v_1+ F dt=m v_2
```

Impulso–cantidad de movimiento

$$\sum m\vec{v}_1 = \sum m\vec{v}_2$$

```
m v_1= m v_2
```

Conservación de la cantidad de movimiento

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2}$$

```
e=(v_2'-v_1')/(v_1-v_2)
```

Coeficiente de restitución

$$\vec{H}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$$

H_0= r× m v

Momento angular

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 5.1 Una pelota de 0.15 kg llega a 40 m/s y sale del bate a 30 m/s en sentido contrario tras 2 ms de contacto. Halla el impulso y la fuerza media.

1. Impulso = $m(v_2 - v_1)$ = 0.15 × 70.
2. F = impulso/Δt.

Respuesta: 10.5 N·s; 5,250 N.

Ejemplo 5.2 Un coche de 1500 kg a 20 m/s choca con un coche parado de 1000 kg y quedan enganchados. Halla la rapidez común y la energía cinética perdida.

1. 1500 × 20 = 2500v.
2. T_1 = 300 kJ; T_2 = ½ × 2500 × 12^2.

Respuesta: 12 m/s; se pierden 120 kJ (40%).

Ejemplo 5.3 Una bola de 2 kg a 5 m/s choca de frente con una bola de 3 kg en reposo con e = 0.8. Halla ambas velocidades finales.

1. Cantidad de movimiento: 10 = $2v_1' + 3v_2'$.
2. Restitución: $v_2' - v_1'$ = 0.8 × 5 = 4.

Respuesta: v_1' = −0.4 m/s (rebota), v_2' = 3.6 m/s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. La NASA informa que DART acortó la órbita de Dimorphos de 11 h 55 min a 11 h 23 min. ¿Qué fracción del período orbital es eso?

32 min/715 min = 4.48%.

2. La NASA da para DART una velocidad de impacto de unos 22530 km/h. Convierte a m/s.

   22,530/3.6 = 6,258 m/s.

3. Un satélite se mueve a 7.5 km/s a 7000 km del centro de la Tierra (periapsis). Halla su rapidez a 8000 km (apoapsis).

   $r_1v_1 = r_2v_2$: v_2 = 6.56 km/s.

4. Una patinadora de 60 kg en reposo lanza una pelota de 2 kg hacia delante a 10 m/s. Halla su rapidez de retroceso.

   60v = 2 × 10, v = 0.333 m/s hacia atrás.

Ideas erróneas comunes

Mito: La cantidad de movimiento y la energía cinética se conservan en todo choque.

En realidad: La cantidad de movimiento sí; la energía cinética solo si e = 1.

Mito: Una fuerza mayor siempre implica un impulso mayor.

En realidad: El impulso es fuerza × tiempo; un empuje largo y suave puede igualar uno corto y fuerte.

Mito: La restitución solo depende del material.

En realidad: También depende de la rapidez, la forma y la temperatura.

Tarjetas de estudio

Momento lineal

L = mv.

Impulso

∫F dt = Δ(mv).

Conservación

Sin impulso externo: Σmv constante.

Restitución

e de 0 a 1.

Momento angular

H_O = r × mv.

Ápsides de la órbita

$r_1v_1 = r_2v_2$.

Cuestionario de autoevaluación

1. El impulso es igual al cambio de...

la energía

la cantidad de movimiento

la rapidez

la fuerza

la cantidad de movimiento. Impulso–cantidad de movimiento.

2. En un impacto perfectamente plástico, e =

0

0.5

1

∞

0. Se mueven juntos.

3. Una fuerza central conserva...

la cantidad de movimiento lineal

el momento angular respecto al centro

la rapidez

nada

el momento angular respecto al centro. Sin momento respecto a O.

4. Los airbags reducen las lesiones...

reduciendo el impulso

aumentando el tiempo de frenado

añadiendo masa

añadiendo rapidez

aumentando el tiempo de frenado. Mismo impulso en más tiempo.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

En 2022, la NASA demostró que la cantidad de movimiento puede defender la Tierra. La NASA informa que la nave DART impactó contra el asteroide Dimorphos a unos 22530 km/h y cambió su órbita alrededor de Didymos en 32 minutos, de 11 horas 55 minutos a 11 horas 23 minutos, más de 25 veces el umbral mínimo de éxito de la NASA. La NASA añade que el retroceso de los escombros expulsados reforzó notablemente el empuje de DART, como el aire que sale de un globo. Ninguno de los dos asteroides suponía peligro para la Tierra.

En Saving Planets: Defensa planetaria

Fuentes: NASA: DART impact changed asteroid's motion in space (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/) · OpenStax UP1, 9.4 Types of collisions (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-4-types-of-collisions)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 9.3 Conservation of linear momentum (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-3-conservation-of-linear-momentum): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 9.4 Types of collisions (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-4-types-of-collisions): Choques.
- PhET: Collision Lab (https://phet.colorado.edu/en/simulations/collision-lab): Interactivo.

Ver la clase

A review of the principle of linear momentum and impulse (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/a-review-of-the-principle-of-linear-momentum-and-impulse/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 6 · SEMANA 8

Sistemas de partículas y masa variable: chorros y cohetes

Centro de masa de un sistema, movimiento del centro de masa, cantidad de movimiento de sistemas, corrientes de fluido estacionarias y sistemas de masa variable, incluida la ecuación del cohete.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Hallar el centro de masa de un sistema y su movimiento.
- Usar la cantidad de movimiento en sistemas que se separan.
- Hallar la fuerza de un chorro de fluido estacionario.
- Usar las ecuaciones del empuje y del cohete.

Conceptos clave

- El centro de masa se mueve como si todas las fuerzas externas actuaran sobre la masa total situada allí: ΣF_ext = m a_G. Las fuerzas internas se cancelan.
- Una corriente estacionaria que cambia de velocidad necesita una fuerza: F = ṁ(v_out − v_in) en cada dirección.
- Un cohete gana cantidad de movimiento expulsando masa hacia atrás. El empuje ideal es F = ṁv_e más un término de presión (p_e − p_a)A_e.
- La ecuación ideal del cohete, Δv = v_e ln(m$_0$/m_f), muestra por qué los cohetes son sobre todo propelente.
- La gravedad y la resistencia reducen el Δv real, por eso los lanzadores usan etapas para soltar masa vacía.

Ecuaciones clave

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad \sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$$

`x=( m_ix_i)/( m_i), F_ext=m a_G`

Centro de masa

$$F = \dot{m}(v_{\text{out}} - v_{\text{in}})$$

`F= m(v_out-v_in)`

Corriente estacionaria

$$F = \dot{m}v_e + (p_e - p_a)A_e$$

F= m v_e+(p_e-p_a)A_e

Empuje del cohete

$$\Delta v = v_e \ln \frac{m_0}{m_f}$$

Δ v=v_e(m_0)/(m_f)

Ecuación ideal del cohete

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 6.1 Halla el centro de masa de 3 kg en x = 0 y 5 kg en x = 4 m.

1. $\bar{x}$ = (3 × 0 + 5 × 4)/8.

Respuesta: 2.5 m.

Ejemplo 6.2 Valores de ejemplo: un motor quema 250 kg/s con gases de escape a 3000 m/s. Halla el empuje ideal (ignora el término de presión).

1. F = $\dot{m}$v_e = 250 × 3000.

Respuesta: 750 kN (valores de ejemplo).

Ejemplo 6.3 Una etapa de cohete tiene v_e = 3000 m/s y quema hasta que su masa es un cuarto de la inicial. Halla el Δv ideal.

1. Δv = 3000 ln 4.

Respuesta: 4,159 m/s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Qué relación de masas m_0/m_f da Δv = 7800 m/s con v_e = 3500 m/s (ideal)?

   m_0/m_f = e^(7800/3500) = e^2.229 = 9.29.

2. Un chorro de agua de 0.001 m² de sección a 20 m/s golpea una pared plana y se detiene. Halla la fuerza.

$F = \rho A v^2 = 1000 \times 0.001 \times 400 = 400$ N.

3. Patinadores de 50 kg y 75 kg se empujan desde el reposo; el de 75 kg se mueve a 2 m/s. Halla la rapidez del otro.

   $50v = 75 \times 2$, $v = 3$ m/s.

4. Valores de ejemplo: un cohete de 50000 kg despega con 750 kN de empuje. Halla su aceleración inicial.

   $a = (750000 - 490500)/50000 = 5.19$ m/s² (valores de ejemplo).

Ideas erróneas comunes

Mito: Un cohete empuja contra el aire.

En realidad: Empuja contra sus propios gases de escape; funciona mejor en el vacío.

Mito: Duplicar el propelente duplica el Δv.

En realidad: El Δv solo crece con el logaritmo de la relación de masas.

Mito: Las fuerzas internas pueden mover el centro de masa.

En realidad: Solo las fuerzas externas cambian a_G.

Tarjetas de estudio

Centro de masa

$\Sigma m\, x / \Sigma m$.

Movimiento del sistema

$\Sigma F_{ext} = m\, a_G$.

Corriente estacionaria

$F = \dot{m} \Delta v$.

Empuje

$\dot{m} v_e + (p_e - p_a) A_e$.

Ecuación del cohete

$\Delta v = v_e \ln(m_0/m_f)$.

Etapas

Suelta tanques vacíos para mejorar la relación de masas.

Cuestionario de autoevaluación

1. El centro de masa de un sistema lo mueven...

las fuerzas internas

las fuerzas externas

ambos

ninguno

las fuerzas externas. $\Sigma F_{ext} = m\, a_G$.

2. El Δv ideal de un cohete depende de v_e y de…

solo el tiempo de combustión

la relación de masas

la densidad del aire

el color

la relación de masas. $\ln(m_0/m_f)$.

3. El empuje crece con…

el caudal másico y la velocidad de escape

la longitud del cohete

la carga útil

solo la altitud

el caudal másico y la velocidad de escape. $F = \dot{m} v_e$ + término de presión.

4. ¿Por qué un cohete tiene etapas?

para verse mejor

para soltar masa vacía

para frenar

para añadir resistencia

para soltar masa vacía. Mejor relación de masas por etapa.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Cada satélite de observación de la Tierra viaja en un cohete basado en esta unidad. NASA Glenn explica que el empuje sigue la tercera ley de Newton y depende del caudal másico a través del motor, la velocidad de salida de los gases y la presión a la salida de la tobera. Obtener más Δv de cada kilogramo de propelente significa lanzamientos menos numerosos y más pequeños para las mismas cargas útiles, como los satélites Landsat y meteorológicos que vigilan bosques, cultivos y tormentas.

En Saving Planets: Introducción a la ingeniería aeroespacial

Fuentes: NASA Glenn: Rocket thrust equation (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/rocket-thrust-equation/) · OpenStax UP1, 9.7 Rocket propulsion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-7-rocket-propulsion)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 9.6 Center of mass (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-6-center-of-mass): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 9.7 Rocket propulsion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/9-7-rocket-propulsion): Ecuación del cohete.
- NASA Glenn: Rocket thrust equation (https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/rocket-thrust-equation/): El empuje explicado.

Ver la clase

Damped response of spring-mass-dashpot system to initial conditions (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/damped-response-of-spring-mass-dashpot-system-to-initial-conditions/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Cinemática plana de cuerpos rígidos

Rotación alrededor de un eje fijo, velocidad y aceleración angulares, trenes de engranajes, velocidad y aceleración relativas en cuerpos rígidos, centros instantáneos y rodadura sin deslizamiento.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Relacionar ω y α con velocidades y aceleraciones de puntos.
- Usar relaciones de engranajes y correas.
- Usar la velocidad relativa y el centro instantáneo en mecanismos articulados.
- Describir la rodadura sin deslizamiento.

Conceptos clave

- En la rotación alrededor de un eje fijo, un punto a radio r tiene v = rω, a_t = rα y a_n = rω².
- Los engranajes que engranan comparten la velocidad de contacto: $r_1\omega_1 = r_2\omega_2$, así que las relaciones de velocidad siguen el número de dientes.
- Velocidad relativa en un cuerpo rígido: v_B = v_A + ω × r_B/A; la aceleración relativa añade α × r y −ω²r.
- El centro instantáneo de velocidad nula (CI) permite tratar un cuerpo en movimiento como una rotación pura para las velocidades en ese instante.
- Rodadura sin deslizamiento: v_G = rω y a_G = rα; el punto de contacto está momentáneamente en reposo y el punto superior se mueve a 2v_G.

Ecuaciones clave

$$v = r\omega, \quad a_t = r\alpha, \quad a_n = r\omega^2$$

```
v=rω, a_t=rα, a_n=rω^2
```

Rotación alrededor de un eje fijo

$$r_1\omega_1 = r_2\omega_2$$

```
r_1ω_1=r_2ω_2
```

Engranajes y correas

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$$

```
v_B= v_A+ω× r_B/A
```

Velocidad relativa

$$v_G = r\omega$$

v_G=rω

Rodadura sin deslizamiento

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 7.1 Una rueda de radio 0.3 m rueda sin deslizar a 15 m/s. Halla ω y la rapidez del punto superior.

1. ω = v/r = 15/0.3.
2. Arriba: v = 2v_G.

Respuesta: ω = 50 rad/s; punto superior a 30 m/s.

Ejemplo 7.2 Valores de ejemplo: el rotor de un aerogenerador gira a 15 rpm y una multiplicadora de relación 100 mueve el generador. Halla la velocidad del generador en rpm y rad/s.

1. n = 15 × 100.
2. ω = 1500 × 2π/60.

Respuesta: 1500 rpm = 157.1 rad/s (valores de ejemplo).

Ejemplo 7.3 Una barra de 1 m desliza con su extremo A en el suelo moviéndose a la derecha a 2 m/s y su extremo B en una pared. Halla ω y v_B cuando la barra forma 30° con el suelo.

1. El CI está donde se cortan las perpendiculares a v_A y v_B; su distancia a A es L sin 30° = 0.5 m.
2. ω = v_A/0.5; v_B = ω × L cos 30°.

Respuesta: ω = 4 rad/s; v_B = 3.46 m/s hacia abajo.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Valores de ejemplo: un rotor de 60 m gira a 15 rpm. Halla la velocidad en la punta de la pala y la aceleración normal.

$v = 60 \times 1.571 = 94.2$ m/s; $a_n = v^2/r = 148$ m/s² (valores de ejemplo).

2. Un volante de inercia pasa del reposo a 3000 rpm en 10 s con α constante. Halla α.

   $\omega = 314.2$ rad/s; $\alpha = 31.4$ rad/s².

3. Un disco de 0.5 m tiene $\omega = 2$ rad/s y $\alpha = 4$ rad/s². Halla la aceleración en el borde.

   $a_t = 2$, $a_n = 2$, $|a| = 2.83$ m/s².

4. Un engranaje de 20 dientes mueve uno de 80 dientes a 1200 rpm. Halla la velocidad de salida.

   $1200 \times 20/80 = 300$ rpm.

Ideas erróneas comunes

Mito: Todos los puntos de una rueda que rueda se mueven a la misma rapidez.
En realidad: El punto de contacto está en reposo y el superior se mueve a 2v.

Mito: La velocidad angular varía de un punto a otro de un cuerpo rígido.
En realidad: ω es la misma para todo el cuerpo.

Mito: El CI tiene aceleración nula.
En realidad: Solo velocidad nula, en ese instante.

Tarjetas de estudio

Eje fijo

$v = r\omega$, $a_t = r\alpha$, $a_n = r\omega^2$.

Relación de engranajes

$\omega_2/\omega_1 = r_1/r_2 = N_1/N_2$.

Velocidad relativa

$v_B = v_A + \omega \times r_{B/A}$.

Centro instantáneo

Punto de velocidad nula en un instante.

Rodadura

$v_G = r\omega$.

rpm

$\times 2\pi/60$ para rad/s.

Cuestionario de autoevaluación

1. Rapidez de un punto a radio r en un cuerpo que gira:

ω/r

rω

$r\omega^2$

r/ω

rω. v = rω.

2. Los engranajes que engranan comparten la misma...

ω

número de dientes

velocidad de contacto

el radio

velocidad de contacto. $r_1\omega_1 = r_2\omega_2$.

3. El punto de contacto de una rueda que rueda sin deslizar se mueve a...

v

2v

0

$r\omega^2$

0. Sin deslizamiento.

4. 1 rpm en rad/s es aproximadamente...

0.1047

1

6.28

60

0.1047. 2π/60.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Un aerogenerador es una cadena de cuerpos rígidos que giran. El Departamento de Energía de EE. UU. explica que el rotor se conecta al generador directamente, en una turbina de accionamiento directo, o mediante un eje y una multiplicadora que acelera la rotación y permite un generador físicamente más pequeño. La cinemática de relaciones de engranajes de esta unidad es cómo los ingenieros adaptan un rotor enorme y lento a un generador rápido.

En Saving Planets: Física II

Fuentes: DOE de EE. UU.: ¿cómo funcionan los aerogeneradores? (en inglés) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work) · OpenStax UP1, 10.3 Relating angular and translational quantities (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-3-relating-angular-and-translational-quantities)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 10.3 Relating angular and translational quantities (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-3-relating-angular-and-translational-quantities): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 11.1 Rolling motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/11-1-rolling-motion): Rodadura.
- MIT OpenCourseWare 2.003SC Engineering Dynamics (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/): Cinemática de cuerpos rígidos del MIT.

Ver la clase

Kinematics: describing the motion of particles and rigid bodies (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/kinematics-describing-the-motion-of-particles-and-rigid-bodies/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Cinética plana de cuerpos rígidos: fuerza, masa y aceleración

Momentos de inercia de masa, teorema de ejes paralelos, ecuaciones del movimiento para traslación, rotación alrededor de un eje fijo y movimiento plano general, y rodadura con rozamiento.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular momentos de inercia de masa de formas comunes.
- Plantear ΣF = ma_G y ΣM_G = I_Gα.
- Resolver problemas de rotación alrededor de un eje fijo y de poleas.
- Resolver problemas de rodadura y comprobar el deslizamiento.

Conceptos clave

- El momento de inercia de masa I = ∫r² dm mide la resistencia a la aceleración angular. Disco macizo ½mr², aro mr², esfera maciza ⅖mr², varilla respecto a su centro mL²/12.
- Teorema de ejes paralelos: I = I_G + md².
- Ecuaciones del movimiento plano: ΣF_x = m a_Gx, ΣF_y = m a_Gy, ΣM_G = I_Gα (o ΣM_P = suma de los momentos del diagrama cinético respecto a cualquier punto P).
- Un cuerpo que rueda sin deslizar pendiente abajo tiene a = g sin θ/(1 + I_G/(mr²)); el rozamiento es lo que produce la rotación.
- Comprueba la rodadura con f ≤ μ_sN; si el rozamiento necesario es mayor, el cuerpo desliza y rueda a la vez.

Ecuaciones clave

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_G, \quad \sum M_G = I_G\alpha$$

`F=m a_G, M_G=I_Gα`

Movimiento plano

$$I = I_G + md^2$$

`I=I_G+md^2`

Ejes paralelos

$$a = \frac{g\sin\theta}{1 + I_G/(mr^2)}$$

`a=(gθ)/(1+I_G/(mr^2))`

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 8.1 Un disco macizo de 10 kg y radio 0.2 m en un eje fijo recibe un par de 4 N·m. Halla α.

1. $I = \tfrac{1}{2} \times 10 \times 0.2^2 = 0.2$ kg·m².
2. $\alpha = M/I$.

Respuesta: 20 rad/s².

Ejemplo 8.2 Un cilindro macizo rueda sin deslizar por una pendiente de 30°. Halla su aceleración y el μ_s mínimo que evita el deslizamiento.

1. $a = g \sin 30°/(1 + \tfrac{1}{2}) = (2/3)g \sin 30°$.
2. Momentos respecto a G: $f_r = \tfrac{1}{2}mr^2(a/r)$, así que $f = \tfrac{1}{2}ma = (1/3)mg \sin 30°$; $\mu_s \geq f/N = (1/3) \tan 30°$.

Respuesta: $a = 3.27$ m/s²; $\mu_s \geq 0.192$.

Ejemplo 8.3 Una masa de 4 kg cuelga de una cuerda enrollada en una polea de disco macizo de 2 kg y radio 0.1 m. Halla la aceleración y la tensión.

1. Masa: $4g - T = 4a$. Polea: $Tr = \tfrac{1}{2}Mr^2\,(a/r)$, así que $T = \tfrac{1}{2}Ma = a$.
2. $4g = 5a$.

Respuesta: $a = 7.85$ m/s²; $T = 7.85$ N.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla I de una varilla de 3 kg y 2 m respecto a un extremo.

   $I = mL^2/3 = 4$ kg·m².

2. Esa varilla está articulada en un extremo y se suelta desde la horizontal. Halla α al soltarla.

   $\alpha = 3g/(2L) = 7.36$ rad/s².

3. Valores de ejemplo: el rodete de una turbina hidráulica tiene $I = 5 \times 10^4$ kg·m² y un par neto de 1×10^6 N·m en el arranque. Halla α.

$\alpha = 20\ \text{rad/s}^2$ (valores de ejemplo).

4. Halla la aceleración de una esfera maciza que rueda por una pendiente de 30°.

   $a = (5/7)\, g \sin 30° = 3.50\ \text{m/s}^2$.

Ideas erróneas comunes

Mito: Solo la masa se opone a la aceleración angular.

En realidad: Importa dónde está la masa (I); un aro acelera más despacio que un disco de la misma masa.

Mito: El rozamiento siempre frena una rueda que rueda.

En realidad: En rodadura pura el rozamiento estático no trabaja y es lo que la hace girar.

Mito: $\Sigma M = I\alpha$ vale respecto a cualquier punto.

En realidad: Úsala respecto a G o a un eje fijo; respecto a otros puntos incluye el momento de ma_G.

Tarjetas de estudio

Momento de inercia de masa

$I = \int r^2\, dm$.

Disco, aro, esfera

$\frac{1}{2}mr^2$, mr^2, $\frac{2}{5}mr^2$.

Rod

$mL^2/12$ (centro), $mL^2/3$ (extremo).

Movimiento plano

$\Sigma F = ma_G$, $\Sigma M_G = I_G\alpha$.

a en rodadura

$g \sin\theta/(1 + I/(mr^2))$.

Comprobación de deslizamiento

$f \le \mu_s N$.

Cuestionario de autoevaluación

1. ¿Cuál llega primero al pie de la pendiente?

aro

disco macizo

esfera maciza

empatan todos

esfera maciza. El menor $I/(mr^2)$.

2. I de un disco macizo respecto a su eje:

mr^2

$\frac{1}{2}mr^2$

$\frac{2}{5}mr^2$

$mL^2/12$

$\frac{1}{2}mr^2$. Resultado estándar.

3. El teorema de ejes paralelos añade...

md^2

mr

I/d

d^2

md^2. $I = I_G + md^2$.

4. Forma rotacional de la ley de Newton:

$M = I\alpha$

$M = m\alpha$

$F = I\omega$

$P = I\alpha$

$M = I\alpha$. Respecto a G o a un eje fijo.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

Las turbinas hidráulicas son cuerpos rígidos que el agua hace girar. El Departamento de Energía de EE. UU. describe dos grandes familias: las turbinas de reacción, como Francis y Kaplan, que funcionan sumergidas en la corriente y usan la presión y el agua en movimiento, y las turbinas de acción, como la rueda Pelton, cuyas cucharas reciben chorros libres. El DOE señala que las turbinas Francis se usan habitualmente para saltos de unos 130 a 2000 pies. Dimensionar el momento de inercia y el par del rodete es la cinética de esta unidad.

En Saving Planets: Física II

Fuentes: U.S. DOE: Types of hydropower turbines (https://www.energy.gov/eere/water/types-hydropower-turbines) · OpenStax UP1, 10.7 Newton's second law for rotation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-7-newtons-second-law-for-rotation)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 10.5 Calculating moments of inertia (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-5-calculating-moments-of-inertia): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 10.7 Newton's second law for rotation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/10-7-newtons-second-law-for-rotation): Dinámica de rotación.
- PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque): Interactivo.

Ver la clase

Angular momentum for rigid bodies and the mass moment of inertia matrix, [I] (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/angular-momentum-for-rigid-bodies-and-the-mass-moment-of-inertia-matrix-i/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 9 · SEMANA 12

Cuerpos rígidos: métodos de energía y cantidad de movimiento

Energía cinética de cuerpos rígidos en traslación, rotación y rodadura, trabajo de pares, potencia en máquinas rotativas, impulso y momento angulares, y conservación del momento angular.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Plantear T = ½mv_G² + ½I_Gω².
- Usar trabajo–energía para cuerpos que ruedan o pivotan.
- Calcular la potencia de una máquina rotativa P = Mω.
- Aplicar la conservación del momento angular.

Conceptos clave

- La energía cinética de un cuerpo rígido es T = ½mv_G² + ½I_Gω²; al rodar, parte de la energía se va en el giro.
- Un par M que gira un ángulo θ hace un trabajo Mθ; la potencia es P = Mω.
- El momento angular respecto a G es H_G = I_Gω. Impulso angular–momento angular: $I_G\omega_1 + \int M\,dt = I_G\omega_2$.
- Si ningún momento externo actúa respecto a un eje, I ω se conserva: acercar la masa al eje hace girar más rápido.
- Un volante de inercia almacena la energía ½Iω²; hacerlo girar el doble de rápido almacena cuatro veces más energía.

Ecuaciones clave

$$T = \tfrac{1}{2} m v_G^2 + \tfrac{1}{2} I_G \omega^2$$

T=12mv_G^2+12I_Gω^2

Energía cinética de un cuerpo rígido

$$U = M\theta, \quad P = M\omega$$

U=Mθ, P=Mω

Trabajo y potencia de un par

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

I_1ω_1=I_2ω_2

Conservación del momento angular

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + I_G/(mr^2)}}$$

v=(2gh)/(1+I_G/(mr^2))

Rodadura desde una altura h

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 9.1 Un volante con I = 10 kg·m² gira a 300 rad/s. Halla su energía almacenada en J y kWh.

1. T = ½ × 10 × 300².
2. ÷ 3.6 × 10⁶.

Respuesta: 450 kJ = 0.125 kWh.

Ejemplo 9.2 Una esfera maciza rueda sin deslizar desde el reposo bajando una altura de 2 m. Halla su rapidez.

1. mgh = ½mv² + ½(⅖mr²)(v/r)² = (7/10)mv².
2. v = √(10gh/7).

Respuesta: 5.29 m/s.

Ejemplo 9.3 Una patinadora gira a 2 rad/s con I = 4 kg·m² y luego recoge los brazos hasta I = 1.6 kg·m². Halla su nueva velocidad de giro.

1. 4 × 2 = 1.6ω.

Respuesta: 5 rad/s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Un cilindro macizo rueda desde el reposo bajando una altura de 2 m. Halla su rapidez.

   v = √(4gh/3) = 5.11 m/s.

2. Un disco macizo de 20 kg y radio 0.5 m gira a 100 rad/s. Halla su energía cinética.

   $I = 2.5\ \text{kg·m}^2$; $T = 12.5$ kJ.

3. Una varilla de 2 m articulada en un extremo se suelta desde la horizontal. Halla ω cuando cuelga vertical.

   $mg(L/2) = \tfrac{1}{2}(mL^2/3)\omega^2$, $\omega = \sqrt{(3g/L)} = 3.84$ rad/s.

4. Valores de ejemplo: el eje de una turbina transmite 1×10^6 N·m a 150 rpm. Halla la potencia.

   $\omega = 15.7$ rad/s; $P = M\omega = 15.7$ MW (valores de ejemplo).

Ideas erróneas comunes

Mito: Una pelota que rueda solo tiene energía cinética $\tfrac{1}{2}mv^2$.

En realidad: Suma $\tfrac{1}{2}I\omega^2$ por el giro.

Mito: Recoger los brazos añade energía de la nada.

En realidad: Tus músculos hacen el trabajo; se conserva el momento angular, no la energía cinética.

Mito: Par y potencia son lo mismo.

En realidad: $P = M\omega$; el mismo par da más potencia a mayor velocidad.

Tarjetas de estudio

T de cuerpo rígido

$\tfrac{1}{2}mv_G^2 + \tfrac{1}{2}I_G\omega^2$.

Trabajo de un par

$U = M\theta$.

Potencia en el eje

$P = M\omega$.

Momento angular

$H_G = I_G\omega$.

Conservación

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$.

Volante de inercia

Almacena $\tfrac{1}{2}I\omega^2$.

Cuestionario de autoevaluación

1. La energía cinética de un cuerpo que rueda incluye...

solo $\tfrac{1}{2}mv^2$

solo ½Iω²

ambos términos

mgh

ambos términos. Traslación más rotación.

2. Potencia de un eje giratorio:

Mω

M/ω

Iω

mv

Mω. P = Mω.

3. Reducir I a la mitad sin momento externo hace que ω...

la mitad

igual

el doble

cuatro veces mayor

el doble. Iω constante.

4. Duplicar la velocidad de un volante multiplica su energía por...

2

4

8

√2

4. ω^2.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La energía hidroeléctrica es una cadena de energía que va de la altura al giro y a la electricidad. El Departamento de Energía de EE. UU. explica que el agua fluye por una tubería llamada tubería forzada, hace girar los álabes de una turbina, y la turbina hace girar un generador que produce electricidad para la red. Las ecuaciones de trabajo–energía y potencia de esta unidad, de mgh a P = Mω, describen cada eslabón de esa cadena.

En Saving Planets: Física II

Fuentes: U.S. DOE: How hydropower works (https://www.energy.gov/eere/water/how-hydropower-works) · OpenStax UP1, 11.3 Conservation of angular momentum (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/11-3-conservation-of-angular-momentum)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 11.1 Rolling motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/11-1-rolling-motion): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 11.3 Conservation of angular momentum (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/11-3-conservation-of-angular-momentum): Momento angular.
- MIT OpenCourseWare 2.003SC Engineering Dynamics (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/): Clases del MIT.

Ver la clase

Angular momentum for rigid bodies and the mass moment of inertia matrix, [I] (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/angular-momentum-for-rigid-bodies-and-the-mass-moment-of-inertia-matrix-i/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 10 · SEMANAS 13–14

Vibraciones mecánicas

Vibración libre no amortiguada, frecuencia natural, métodos de energía, amortiguamiento viscoso y razón de amortiguamiento, vibración forzada, resonancia y amplificación.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Hallar frecuencias naturales de sistemas masa-resorte y péndulos.
- Usar la razón de amortiguamiento para clasificar el movimiento y estimarla a partir del decaimiento.
- Hallar la amplitud en régimen permanente de la vibración forzada.
- Explicar la resonancia y por qué un amortiguamiento bajo es peligroso.

Conceptos clave

- Una masa en un resorte cumple mẍ + kx = 0 y vibra a ω_n = √(k/m); el período es T = 2π/ω_n. Un péndulo simple tiene ω_n = √(g/L) para oscilaciones pequeñas.
- Con amortiguamiento viscoso, mẍ + cẋ + kx = 0. La razón de amortiguamiento ζ = c/(2√(km)) fija el comportamiento: ζ < 1 oscila y decae, ζ = 1 es crítico, ζ > 1 vuelve lentamente.
- El decremento logarítmico δ = ln(x₁/x₂) entre picos sucesivos da ζ ≈ δ/(2π) para amortiguamiento ligero.
- Una fuerza armónica F_0 sin ωt produce una respuesta permanente de amplitud X = (F_0/k)/√((1 − r²)² + (2ζr)²), con r = ω/ω_n.
- En resonancia (r = 1) la amplificación es 1/(2ζ): con poco amortiguamiento, un pequeño empuje repetido al ritmo adecuado produce un gran movimiento.

Ecuaciones clave

$$\omega_n = \sqrt{k/m}, \quad T = 2\pi/\omega_n$$

ω_n=/m, T=2π/ω_n

Frecuencia natural

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}, \quad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

=2, ω_d=ω_n1-^2

Amortiguamiento

$$X = \frac{F_0/k}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}, \quad r = \frac{\omega}{\omega_n}$$

X=_0/k(1-r^2)^2+(2 r)^2, r=(ω)/(ω_n)

Respuesta forzada

$$\left.\frac{X}{F_0/k}\right|_{r=1} = \frac{1}{2\zeta}$$

.(X)/(F_0/k)|_r=1=12

Amplificación en resonancia

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 10.1 Una masa de 2 kg cuelga de un resorte con k = 800 N/m. Halla ω_n, f y T.

1. ω_n = √(800/2) = 20 rad/s.
2. f = ω_n/(2π); T = 1/f.

Respuesta: 20 rad/s, 3.18 Hz, 0.314 s.

Ejemplo 10.2 Añade un amortiguador con c = 8 N·s/m. Halla ζ y la frecuencia amortiguada.

1. ζ = 8/(2√(800 × 2)) = 8/80.
2. ω_d = 20√(1 − 0.01).

Respuesta: ζ = 0.1; ω_d = 19.9 rad/s.

Ejemplo 10.3 El sistema no amortiguado se excita con F_0 = 10 N a 15 rad/s. Halla la amplitud permanente.

1. F_0/k = 12.5 mm; r = 0.75.
2. X = 12.5/(1 − 0.5625).

Respuesta: 28.6 mm.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla el período de un péndulo simple de 1 m.

   T = 2π√(1/9.81) = 2.01 s.

2. Una máquina se hunde 10 mm sobre sus soportes. Estima su frecuencia natural.

   $\omega_n = \sqrt{(g/\delta)}$ da f = 4.98 Hz.

3. Halla la amplificación en resonancia para $\zeta = 0.02$.

   $1/(2 \times 0.02) = 25$.

4. Dos picos sucesivos de una vibración libre miden 10 mm y 7 mm. Estima ζ.

   $\delta = \ln(10/7) = 0.357$; $\zeta \approx \delta/(2\pi) = 0.057$.

Ideas erróneas comunes

Mito: Una masa más pesada vibra más rápido.
En realidad: $\omega_n = \sqrt{(k/m)}$: más masa, menor frecuencia.

Mito: Más amortiguamiento siempre significa más seguridad.
En realidad: Reduce los picos de resonancia pero también transmite más fuerza a alta frecuencia.

Mito: El período de un péndulo depende de lo pesada que sea la masa.
En realidad: Para oscilaciones pequeñas, solo de L y g.

Tarjetas de estudio

Frecuencia natural

$\omega_n = \sqrt{(k/m)}$.

Péndulo

$\omega_n = \sqrt{(g/L)}$.

Razón de amortiguamiento

$\zeta = c/(2\sqrt{(km)})$.

Decremento logarítmico

$\zeta \approx \ln(x_1/x_2)/(2\pi)$.

Razón de frecuencias

$r = \omega/\omega_n$.

Resonancia

$X/(F_0/k) = 1/(2\zeta)$ en $r = 1$.

Cuestionario de autoevaluación

1. Frecuencia natural de un sistema masa-resorte:

$\sqrt{(m/k)}$

√(k/m)

k/m

km

√(k/m). ω_n = √(k/m).

2. El amortiguamiento crítico es ζ =

0

0.5

1

2

1. Retorno más rápido sin oscilación.

3. En resonancia con ζ = 0.05, la amplificación es...

5

10

20

0.1

10. 1/(2ζ).

4. Excitar muy por encima de ω_n (r ≫ 1) hace que la respuesta sea...

enorme

pequeña

de frecuencia cero

crítica

pequeña. X → 0 al crecer r.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La resonancia decide qué edificios sobreviven a los terremotos. IRIS (hoy EarthScope) explica que todo edificio tiene un período natural, el tiempo que tarda en oscilar de un lado a otro, y que cuando el movimiento del suelo coincide con él, el edificio sufre sus mayores oscilaciones y el mayor daño. Un estudio del USGS de 41 edificios altos halló razones de amortiguamiento claramente inferiores al 3 %, y la fórmula de amplificación de esta unidad muestra por qué un amortiguamiento bajo hace peligrosa la resonancia. Los ingenieros ajustan los períodos y añaden amortiguamiento para que viviendas, hospitales e infraestructuras sigan en pie.

En Saving Planets: Soluciones

Fuentes: IRIS/EarthScope: Building resonance (https://www.iris.edu/hq/inclass/animation/224) · USGS: Natural periods and damping of tall buildings (Çelebi, 2022) (https://www.usgs.gov/publications/preliminary-study-correlation-natural-periods-and-damping-percentages-tall-buildings)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- OpenStax UP1, 15.1 Simple harmonic motion (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/15-1-simple-harmonic-motion): Sección de libro de texto gratuita.
- OpenStax UP1, 15.5 Damped oscillations (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/15-5-damped-oscillations): Amortiguamiento.
- OpenStax UP1, 15.6 Forced oscillations (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/15-6-forced-oscillations): Resonancia.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): Interactivo.
- PhET: Pendulum Lab (https://phet.colorado.edu/en/simulations/pendulum-lab): Interactivo.

Ver la clase

Lecture 19: Introduction to Mechanical Vibration (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/resources/lecture-19-introduction-to-mechanical-vibration-1/) (en inglés)

MIT 2.003SC Engineering Dynamics (Fall 2011), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Problemas

Estos problemas están dentro de cada unidad. Hazlos en papel y luego abre la respuesta.

1. Cinemática de partículas en línea recta
   4 problemas
2. Movimiento curvilíneo: proyectiles, coordenadas normal–tangencial y polares
   4 problemas
3. Cinética de partículas: segunda ley de Newton
   4 problemas
4. Trabajo, energía y potencia
   4 problemas
5. Impulso, cantidad de movimiento e impacto
   4 problemas
6. Sistemas de partículas y masa variable: chorros y cohetes
   4 problemas
7. Cinemática plana de cuerpos rígidos
   4 problemas
8. Cinética plana de cuerpos rígidos: fuerza, masa y aceleración
   4 problemas
9. Cuerpos rígidos: métodos de energía y cantidad de movimiento
   4 problemas
10. Vibraciones mecánicas
    4 problemas

El laboratorio (Dynamics lab)

El laboratorio es la parte práctica del curso. Aquí es gratuito y solo para practicar, sin créditos.

Cada práctica puede hacerse en una simulación PhET gratuita o con objetos caseros. Haz rodar y deja caer solo objetos blandos y ligeros, despeja el suelo y nunca lances nada hacia personas, mascotas o ventanas.

Referencia de seguridad: OSHA: Hand and power tools (https://www.osha.gov/hand-power-tools)

Práctica A: Aceleración constante en una rampa

SEMANA 2

Objetivo: Mide la posición frente al tiempo de una pelota que baja por una rampa suave, demuestra que x crece como t² y obtén la aceleración.

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

x=12at^2

Desde el reposo; grafica x frente a t² para obtener una recta de pendiente a/2

Procedimiento

1. Apoya un extremo de una tabla larga sobre un libro para formar una pendiente suave; marca 0.25, 1.0, 2.25 y 4.0 m (o marcas a escala).
2. Suelta una pelota desde el reposo y grábala en cámara lenta con un teléfono; lee el tiempo en cada marca.
3. Grafica x frente a t² y ajusta una recta por el origen; a = 2 × pendiente.
4. Opcional: compara con PhET o con a = (5/7) g sin θ para una pelota maciza que rueda.

Tabla de datos

t (s)	x (m) para a = 0.5 m/s²
1	0.25
2	1.00
3	2.25
4	4.00

Valores de ejemplo para a = 0.5 m/s²; tu pendiente fija tu propia a.

Cálculo de ejemplo

1. x/t² = 0.25 m/s² en cada fila, así que a = 0.50 m/s².
2. Duplicar el tiempo cuadruplica la distancia.
3. Para una pelota maciza, a = 0.5 m/s² requiere sin θ = 0.5 × 7/(5 × 9.81), θ = 4.1°.

> **Seguridad**
>
> - Despeja el suelo donde termina la pelota; usa una pelota blanda.

Alternativa en casa o virtual

- Todo el laboratorio es casero.

PhET: Ladybug Motion 2D (https://phet.colorado.edu/en/simulations/ladybug-motion-2d)

Vínculo con el planeta: Datos de aceleración medidos como estos alimentan los ciclos de conducción que califican la eficiencia energética de los coches. FuelEconomy.gov (DOE/EPA): All-electric vehicles (https://www.fueleconomy.gov/feg/evtech.shtml)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica B: Alcance de un proyectil y ángulo de lanzamiento

SEMANA 3

Objetivo: Mide cómo depende el alcance del ángulo de lanzamiento y compara con $R = v_0^2 \sin 2\theta / g$.

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

`R=(v_0^22θ)/(g)`

Terreno horizontal, sin arrastre

Procedimiento

1. Abre PhET Projectile Motion, desactiva la resistencia del aire, fija v_0 = 10 m/s y la altura de lanzamiento en 0.
2. Dispara a 15°, 30°, 45°, 60° y 75° y anota el alcance.
3. Grafica R frente a sin 2θ; la pendiente debe ser v_0^2/g = 10.19 m.
4. Activa la resistencia del aire y observa qué ángulo da ahora el mayor alcance.

Tabla de datos

θ (°)	R (m)
15	5.10
30	8.83
45	10.19
60	8.83
75	5.10

Valores calculados con la fórmula y g = 9.81 m/s².

Cálculo de ejemplo

1. Ángulos complementarios (15° y 75°, 30° y 60°) dan el mismo alcance.
2. Máximo a 45°: $R = v_0^2/g$ = 10.19 m.

> **Seguridad**
>
> - Ninguna más allá del uso normal del ordenador; si pruebas una versión casera, lanza solo pelotas blandas y nunca hacia personas.

Alternativa en casa o virtual

- Opcional: lanza una pelota blanda a ángulos estimados en un patio y mide los alcances; el arrastre y la altura de lanzamiento lo hacen menos exacto.

PhET: Projectile Motion (https://phet.colorado.edu/en/simulations/projectile-motion)

Vínculo con el planeta: Las mismas ecuaciones, con arrastre añadido, planifican las trayectorias de ascenso de cohetes que ponen en órbita satélites de observación de la Tierra. NASA: International Space Station facts and figures (https://www.nasa.gov/international-space-station/space-station-facts-and-figures/)

☐ **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica C: Rebotes, choques y coeficiente de restitución

SEMANA 7

Objetivo: Halla e para una pelota que rebota a partir de las alturas de rebote y comprueba la conservación del momento lineal en choques simulados.

$$e = \sqrt{h_2/h_1}$$

e=_2/h_1

Pelota soltada sobre un suelo pesado

Procedimiento

1. Suelta una pelota desde 1.0 m delante de una cinta métrica y grábala; lee las tres primeras alturas de rebote.
2. Calcula e para cada rebote.
3. En PhET Collision Lab, haz chocar 2 kg a 5 m/s con 3 kg en reposo con elasticidad del 80 % y compara las velocidades finales con el ejemplo de la unidad 5.
4. Repite con elasticidad del 0 % y del 100 % y compara el momento lineal total y la energía cinética antes y después.

Tabla de datos

Rebote	Altura (m)	e
Caída	1.00	—
1	0.64	0.80
2	0.41	0.80
3	0.26	0.80

Valores de ejemplo para una pelota con e ≈ 0.8.

Cálculo de ejemplo

1. e = √(0.64/1.00) = 0.80; √(0.41/0.64) = 0.80; √(0.26/0.41) = 0.80.
2. Simulación al 80 %: v_1' = −0.4 m/s, v_2' = 3.6 m/s; momento lineal de 10 kg·m/s antes y después.

> **Seguridad**
>
> - Usa una pelota blanda y aleja los objetos frágiles.

Alternativa en casa o virtual

- La parte del rebote es la versión casera.

PhET: Collision Lab (https://phet.colorado.edu/en/simulations/collision-lab)

Vínculo con el planeta: La prueba DART de la NASA fue un choque planificado; medir cómo se transfiere el momento lineal en los impactos es la base del diseño de la defensa planetaria. NASA: DART impact changed asteroid's motion in space (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroids-motion-in-space/)

☐ **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica D: La carrera de rodadura

SEMANA 11

Objetivo: Haz competir una pelota, una lata llena y un aro por la misma pendiente y explica el orden con a = g sin θ/(1 + I/(mr²)).

$$a = \frac{g \sin\theta}{1 + I_G/(mr^2)}, \quad t = \sqrt{2L/a}$$

`a=(gθ)/(1+I_G/(mr^2)), t=2L/a`

Rodadura desde el reposo a lo largo de L

Procedimiento

1. Inclina una tabla a 10° (inclinómetro del teléfono) y marca un recorrido de 1 m.
2. Suelta parejas a la vez: pelota maciza contra lata de sopa llena, lata llena contra un aro o una lata vacía (pared delgada).
3. Graba las llegadas y cronometra cada recorrido; repite tres veces.
4. Compara con los tiempos previstos.

Tabla de datos

Objeto	I/(mr²)	a (m/s²)	t en 1 m (s)
Esfera maciza	0.4	1.22	1.28
Cilindro macizo	0.5	1.14	1.33
Aro	1.0	0.852	1.53

Valores calculados para θ = 10° y rodadura sin deslizamiento; una lata de sopa llena solo se comporta aproximadamente como un cilindro macizo porque el líquido puede moverse.

Cálculo de ejemplo

1. Esfera: a = 9.81 sin 10°/1.4 = 1.22 m/s²; t = √(2/1.22) = 1.28 s.
2. Aro: a = 9.81 sin 10°/2 = 0.852 m/s²; t = 1.53 s.
3. La masa y el radio se cancelan: solo importa el factor de forma.

> **Seguridad**
>
> - Atrapa los objetos abajo; no pongas los dedos bajo latas pesadas.

Alternativa en casa o virtual

- Todo el laboratorio es casero.

PhET: Torque (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque)

Vínculo con el planeta: Dónde se sitúa la masa de un rotor cambia lo rápido que acelera, lo que importa en turbinas eólicas e hidráulicas. U.S. DOE: Types of hydropower turbines (https://www.energy.gov/eere/water/types-hydropower-turbines)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica E: Período del péndulo y g

SEMANA 13

Objetivo: Mide el período de un péndulo simple con varias longitudes y halla g mediante un ajuste.

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} \;\Rightarrow\; T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L$$

T=2π/g\ \ T^2=(4π^2)/(g)L

Grafica T^2 frente a L

Procedimiento

1. Ata un pequeño peso a una cuerda y cuélgalo del marco de una puerta. Fija L (hasta el centro del peso) en 0.25, 0.50 y 1.00 m.
2. Sepáralo unos 10° y cronometra 10 oscilaciones; divide entre 10.
3. Grafica T^2 frente a L y ajusta una recta por el origen; g = $4\pi^2$/pendiente.
4. Comprueba en PhET Pendulum Lab que la masa no cambia el período.

Tabla de datos

L (m)	T (s)
0.25	1.003
0.50	1.419
1.00	2.006

Valores calculados para g = 9.81 m/s²; fórmula de ángulo pequeño.

Cálculo de ejemplo

1. T^2/L = 4.024 s^2/m en cada fila, así que g = $4\pi^2/4.024$ = 9.81 m/s^2.
2. Cuadruplicar L duplica T.

> **Seguridad**
>
> - Usa un peso ligero y mantén la oscilación lejos de la cara.

Alternativa en casa o virtual

- Todo el laboratorio es casero.

PhET: Pendulum Lab (https://phet.colorado.edu/en/simulations/pendulum-lab)

Vínculo con el planeta: Todo edificio tiene también un período natural; que coincida con el temblor del suelo es lo que hace peligrosos los terremotos. IRIS/EarthScope: Building resonance (https://www.iris.edu/hq/inclass/animation/224)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica F: Vibración masa-resorte y amortiguamiento

SEMANA 14

Objetivo: Mide la frecuencia natural frente a la masa y estima la razón de amortiguamiento a partir de picos decrecientes.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{k/m}, \quad \zeta \approx \frac{\ln(x_1/x_2)}{2\pi}$$

`f=(1)/(2π)/m, ≈((x_1/x_2))/(2π)`

Frecuencia natural y decremento logarítmico

Procedimiento

1. En PhET Masses and Springs, fija un resorte de 10 N/m y cuelga 100, 200 y 400 g; cronometra 10 oscilaciones para cada una.
2. Activa el amortiguamiento, suelta y lee tres alturas de pico sucesivas en la regla.
3. En casa: cuelga una bolsa de monedas de una goma elástica o un resorte blando y repite con el cronómetro del teléfono.
4. Grafica f frente a 1/√m.

Tabla de datos

m (kg)	f (Hz) para k = 10 N/m
0.1	1.592
0.2	1.125
0.4	0.796

Valores calculados con la fórmula; abajo se usan picos de amortiguamiento de ejemplo de 10, 8 y 6.4 cm.

Cálculo de ejemplo

1. Cuadruplicar m reduce f a la mitad: 1.592 → 0.796 Hz.
2. Picos 10 → 8 → 6.4 cm: δ = ln 1.25 = 0.223, ζ ≈ 0.0355.
3. Con ζ = 0.0355, la amplificación en resonancia sería 1/(2ζ) = 14.1.

> **Seguridad**
>
> - Las gomas elásticas pueden romperse; usa gafas y mantén la masa pequeña.

Alternativa en casa o virtual

- El paso de la goma elástica es la versión casera.

PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs)

Vínculo con el planeta: Las mediciones del USGS muestran que los edificios altos tienen poco amortiguamiento, por lo que los ingenieros añaden amortiguadores para reducir el movimiento resonante. USGS: Natural periods and damping of tall buildings (Çelebi, 2022) (https://www.usgs.gov/publications/preliminary-study-correlation-natural-periods-and-damping-percentages-tall-buildings)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Series de práctica para exámenes

Cronométrate: unos 10 minutos por problema. Luego compara con las soluciones completas.

Ejercicios de práctica para el parcial (unidades 1–5)

1. Un coche acelera desde el reposo a 2.5 m/s² hasta 30 m/s. Halla el tiempo y la distancia.
    1. $t = v/a$; $x = v^2/(2a)$.

    Respuesta: 12 s; 180 m.

2. Se lanza una pelota a 25 m/s y 40° sobre terreno horizontal. Halla el alcance.
    1. $R = v_0^2 \sin 80°/g$.

    Respuesta: 62.7 m.

3. Se tira de un bloque de 5 kg con 40 N sobre un suelo con $\mu_k = 0.2$. Halla su aceleración.
    1. $a = (40 - 0.2 \times 49.05)/5$.

    Respuesta: 6.04 m/s².

4. Una masa de 1 kg cae 5 m sobre un resorte (k = 2000 N/m). Halla la compresión máxima.
    1. $mg(5 + x) = \frac{1}{2}kx^2$, así que $1000x^2 - 9.81x - 49.05 = 0$.

    Respuesta: 0.226 m.

5. Una pelota de 0.06 kg a 50 m/s se detiene en 0.005 s. Halla la fuerza media.
    1. $F = m\Delta v/\Delta t$.

    Respuesta: 600 N.

Serie de práctica final (todas las unidades)

1. Una etapa con $v_e = 2800$ m/s tiene $m_0/m_f = 3$. Halla el Δv ideal.

1. Δv = v_e ln 3.

Respuesta: 3,076 m/s.

2. Una rueda de radio 0.4 m rueda sin deslizar a 20 m/s. Halla ω.

    1. ω = v/r.

Respuesta: 50 rad/s.

3. Un disco macizo de 4 kg y radio 0.25 m recibe un par de 2 N·m. Halla α.

    1. I = ½mr² = 0.125 kg·m².

Respuesta: 16 rad/s².

4. Un aro rueda sin deslizar desde el reposo bajando una altura de 1.5 m. Halla su rapidez.

    1. mgh = mv² para un aro, v = √(gh).

Respuesta: 3.84 m/s.

5. Una masa de 5 kg en un resorte con k = 1250 N/m. Halla ω_n y f.

    1. ω_n = √(k/m).

Respuesta: 15.8 rad/s; 2.52 Hz.

6. Halla la amplificación en resonancia para ζ = 0.05.

    1. 1/(2ζ).

Respuesta: 10.

Hoja de fórmulas

$$v = dx/dt,\ a = dv/dt,\ a\,dx = v\,dv \qquad v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g \qquad a_n = v^2/\rho,\ a_t = \dot{v}$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2,\ a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \qquad \sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$T_1 + \sum U = T_2,\ P = \vec{F}\cdot\vec{v} \qquad m\vec{v}_1 + \int \vec{F}dt = m\vec{v}_2,\ e = (v_2' - v_1')/(v_1 - v_2)$$

$$\Delta v = v_e \ln(m_0/m_f)$$

$$v = r\omega,\ a_t = r\alpha,\ a_n = r\omega^2$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$$

$$\sum M_G = I_G\alpha,\ I = I_G + md^2$$

$$T = \tfrac{1}{2}mv_G^2 + \tfrac{1}{2}I_G\omega^2,\ P = M\omega$$

$$\omega_n = \sqrt{k/m},\ \zeta = c/(2\sqrt{km})$$

$$X = (F_0/k)/\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}$$

Constantes

Constante	Valor
Aceleración estándar de la gravedad, g	9.80665 m/s² (usamos 9.81 m/s²)
Parámetro gravitacional de la Tierra, GM (redondeado)	3.986 × 10¹⁴ m³/s²
Radio medio de la Tierra (redondeado)	6371 km
1 revolución por minuto	2π/60 = 0.1047 rad/s
1 kilovatio-hora	3.6 × 10⁶ J
1 milla	1.609 km

Fuente: NIST: Standard acceleration of gravity (https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?gn)

Textos y simulaciones gratuitos

Usa estos libros, clases y simulaciones gratuitos junto con el curso.

- OpenStax University Physics Volume 1 (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/3-1-position-displacement-and-average-velocity): Libro de texto gratuito para la parte de física del curso.
- MIT OpenCourseWare 2.003SC Engineering Dynamics (https://ocw.mit.edu/courses/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/): Clases, series de problemas y exámenes del MIT, gratis.
- MIT OpenCourseWare 8.01SC Classical Mechanics (en inglés) (https://ocw.mit.edu/courses/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/): Clases gratuitas de mecánica del MIT.
- PhET: Projectile Motion (https://phet.colorado.edu/en/simulations/projectile-motion): Trayectorias.
- PhET: Collision Lab (https://phet.colorado.edu/en/simulations/collision-lab): Momento lineal e impactos.
- PhET: Masses and Springs (https://phet.colorado.edu/en/simulations/masses-and-springs): Vibración y amortiguamiento.

Glosario

Momento angular
H = r × mv para una partícula; I_Gω para un cuerpo rígido en movimiento plano.

Coeficiente de restitución
Razón entre la velocidad de separación y la de aproximación en un impacto.

Aceleración de Coriolis
Término 2ṙθ̇ en coordenadas polares.

Razón de amortiguamiento
ζ = c/(2√(km)); 1 es el crítico.

Impulso
Integral de la fuerza en el tiempo.

Centro instantáneo
Punto de un cuerpo con velocidad cero en un instante.

Diagrama cinético
Esquema que muestra ma_G e I_Gα.

Decremento logarítmico
ln de la razón entre picos sucesivos.

Momento de inercia de masa
I = ∫r² dm.

Frecuencia natural
Frecuencia de la vibración libre, √(k/m).

Aceleración normal
v²/ρ, hacia el centro de curvatura.

Potencia
Rapidez con que se realiza trabajo, F·v o Mω.

Proyectil
Cuerpo que se mueve solo bajo la gravedad.

Resonancia
Gran respuesta cuando la excitación coincide con una frecuencia natural.

Ecuación del cohete
$\Delta v = v_e \ln(m_0/m_f)$.

Rodadura sin deslizamiento
v_G = rω; punto de contacto en reposo.

Aceleración tangencial
dv/dt a lo largo de la trayectoria.

Principio trabajo–energía
$T_1 + \Sigma U = T_2$.

Rúbrica de autoevaluación

No se otorga nota ni crédito. Úsala para valorar con honestidad dónde estás en cada unidad.

Nivel	Cómo se ve
4 · Dominio	Elige coordenadas y el mejor método (fuerzas, energía o momento), dibuja diagramas de cuerpo libre y cinéticos, y comprueba unidades y casos límite.
3 · Competente	Resuelve los ejercicios con algún error ocasional de signo o de unidades.
2 · En desarrollo	Sigue los ejemplos resueltos pero confunde métodos u olvida los términos de rotación.
1 · Inicial	Sustituye números en fórmulas sin diagramas; necesita repasar la unidad.

Ponderación sugerida si quieres una nota

Parte	Peso
Problemas de práctica	25%
Prácticas	20%
Serie de práctica de mitad de curso	25%
Serie de práctica final	30%

Apunta al nivel 3 o superior en cada unidad antes de pasar al siguiente curso.

Cursos relacionados

- Estática ENGR 211
- Mecánica de materiales ENGR 213
- Cálculo III MATH 210
- Todos los cursos