Ultimo aggiornamento: November 1, 2026

🗺️ Percorso di quattro anni · Anno 3, Autunno · 🧱 Calcolatore integrato

# Informazioni sul corso

Questo corso gratuito ha 10 unità e 6 laboratori. Sono i totali reali, non un programma più lungo accorciato.

Un controllo è un numero o un risultato di codice in una pagina del corso che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero stampato e quello ricalcolato devono coincidere.

> Questo è lo schema di un corso gratuito di autoapprendimento scritto da Saving Planets. Non è un corso universitario, non dà crediti accademici e nessuna scuola è coinvolta.
>
> Il programma segue un corso semestrale di aerodinamica del terzo anno. È modellato sui temi e sulla profondità di MIT 16.100 Aerodynamics e delle parti sui fluidi di MIT Unified Engineering (entrambi gratuiti su MIT OpenCourseWare), e su corsi di aerodinamica del terzo anno come Purdue AAE 333 e Georgia Tech AE 3030, e usa la Beginner's Guide to Aeronautics e il simulatore FoilSim gratuiti di NASA Glenn, che colleghiamo dove sono utili. Nessuno di questi autori o istituti approva questa pagina.
>
> Cosa aggiungiamo: ogni unità è collegata a lavori reali con una fonte pubblica citata (winglet della NASA, ali supercritiche e controventate, turbine eoliche, norme sulle emissioni degli aerei e volo su Marte), ogni numero della pagina viene ricalcolato da uno script di verifica prima della pubblicazione, e ogni laboratorio ha una simulazione gratuita o una versione casalinga sicura.
>
> Seguilo in ordine. Ogni unità ha obiettivi, idee chiave, equazioni, esempi passo per passo, esercizi con soluzioni complete, errori comuni, flashcard e un quiz. I tuoi progressi sono salvati solo in questo browser.

### Come questo corso aiuta a salvare il pianeta

L'aerodinamica decide quanto carburante brucia un aereo e quanta elettricità produce una turbina eolica. Ogni frazione di resistenza tolta a un'ala è carburante non bruciato e carbonio non emesso, e ogni miglioramento dell'efficienza aerodinamica di una pala è più energia pulita dallo stesso vento.

Le stesse equazioni fanno volare elicotteri su Marte e riportano i veicoli spaziali in sicurezza attraverso l'atmosfera terrestre. Ogni unità termina con una breve sezione con fonti. I valori che non provengono da una fonte sono indicati come valori di esempio.

## Per gli insegnanti

Puoi insegnare questo corso, oppure lasciare che uno studente lo faccia da solo. È gratis. Saving Planets non dà un voto né crediti scolastici.

- Questa pagina è l'intero corso: 10 unità e 6 laboratori (AERO 310).
- Prevedi 15 settimane, circa 6–9 ore a settimana, comprese le settimane di laboratorio.
- Segui il calendario di 15 settimane. Leggi l'unità, fai la pratica su carta, poi apri la risposta. Nella settimana di laboratorio, fai il laboratorio o la versione a casa.
- Un controllo è un numero o un risultato di codice nella pagina che uno script ricalcola prima della pubblicazione. Il numero che vedi e quello ricalcolato devono coincidere.
- Usa Stampa questa pagina, oppure scarica la guida di studio PDF. Il formulario è verso la fine.
- Chiedi: in che modo questa unità aiuta le persone e il pianeta? Ogni unità ha un riquadro verde con un fatto e la sua fonte.
- Copia il modello di guida per insegnanti e scrivi il nome della classe, il tempo che hai e le domande che farai. Apri il modello di guida per insegnanti

# Prima di iniziare

### Prerequisiti

- Analisi III: derivate parziali, gradiente, divergenza, rotore e integrali di linea.
- Equazioni differenziali: EDO del primo e del secondo ordine.
- Dinamica e Fisica I: leggi di Newton, quantità di moto ed energia; Fisica II aiuta con i campi.
- Introduzione all'ingegneria aerospaziale fornisce il lessico di portanza, resistenza e atmosfera.

### Come studiare

- Inizia ogni problema indicando il regime di flusso: incomprimibile o comprimibile (numero di Mach), non viscoso o viscoso (numero di Reynolds).
- Disegna un volume di controllo o una linea di corrente prima di scrivere un'equazione, e indica quale legge di conservazione stai usando.
- Adimensionalizza: lavora con i coefficienti ($C_L$, $C_D$, $C_p$) e i parametri di similitudine (Re, M), poi torna alle forze.
- Controlla i limiti: ad angolo d'attacco nullo un profilo simmetrico ha portanza nulla; al crescere dell'allungamento la resistenza indotta diminuisce.
- Usa le unità SI: Pa, kg/m³, m/s, N; converti nodi e piedi all'inizio.
- Fai ogni esercizio su carta prima di aprire la risposta e ripeti i quiz qualche giorno dopo.

### Che cosa ti serve

- Un computer o tablet per NASA FoilSim e le simulazioni PhET gratuite sui fluidi (funzionano nel browser).

- Carta da stampante, nastro adesivo, graffette, forbici e un righello per gli alianti di carta.
- Filtri da caffè di carta (conici o a cestello) e un metro a nastro per le prove di resistenza.
- Un telefono con cronometro e video al rallentatore.
- Un foglio di calcolo per i laboratori su atmosfera, polare di resistenza e prestazioni.

## Programma suggerito di 15 settimane

Circa 6-9 ore a settimana: lettura, esercizi e, nelle settimane di laboratorio, il laboratorio.

| Settimana | Unità | Argomenti | Lettura |
|---|---|---|---|
| 1 | Proprietà dei fluidi e atmosfera standard | Proprietà dei fluidi, gas ideale, velocità del suono, atmosfera standard; Laboratorio A | NASA Glenn atmosphere; MIT Unified |
| 2 | Statica dei fluidi, equazione di Bernoulli e misura della velocità dell'aria | Bernoulli, pressione dinamica, venturi, Pitot statico; Laboratorio B | NASA Glenn; OpenStax UP1 14.6 |
| 3 | Leggi di conservazione: massa, quantità di moto ed energia; volumi di controllo e teoria della quantità di moto | Volumi di controllo: massa e quantità di moto; resistenza di scia | MIT 16.100; UP1 14.5 |
| 4 | Leggi di conservazione: massa, quantità di moto ed energia; volumi di controllo e teoria della quantità di moto | Equazioni differenziali del moto; teoria della quantità di moto dei rotori | MIT Unified |
| 5 | Flusso potenziale e teorema di Kutta–Joukowski | Vorticità, circolazione, potenziale e funzione di corrente, flussi elementari | MIT 16.100 |
| 6 | Flusso potenziale e teorema di Kutta–Joukowski | Flusso attorno a un cilindro, d'Alembert, Kutta–Joukowski | MIT 16.100 |
| 7 | Profili alari e coefficienti di portanza, resistenza e momento | Geometria del profilo, coefficienti, curva di portanza, stallo; esercitazione per il parziale | NASA Glenn; FoilSim |
| 8 | Teoria dei profili sottili | Teoria dei profili sottili e metodi a pannelli; Laboratorio C | MIT 16.100; FoilSim |
| 9 | Ali finite e resistenza indotta | Downwash, teoria della linea portante, ali ellittiche | MIT 16.100; NASA Glenn |

| Settimana | Unità | Argomenti | Lettura |
|---|---|---|---|
| 10 | Ali finite e resistenza indotta | Resistenza indotta, allungamento, winglet; Laboratorio D | NASA Glenn |
| 11 | Flusso viscoso, numero di Reynolds e strati limite | Numero di Reynolds, strati limite, attrito superficiale, separazione; Laboratorio E | NASA Glenn; UP1 14.7 |
| 12 | Flusso comprimibile: relazioni isentropiche e onde d’urto | Flusso isentropico e ugelli | NASA Glenn |
| 13 | Flusso comprimibile: relazioni isentropiche e onde d’urto | Urti normali, Mach critico, profili supercritici | NASA Glenn; MIT 16.100 |
| 14 | Prestazioni dei velivoli: polare di resistenza, planata, autonomia di distanza e di durata | Polare di resistenza, planata, resistenza minima | MIT Unified |
| 15 | Prestazioni dei velivoli: polare di resistenza, planata, autonomia di distanza e di durata | Autonomia di distanza e di durata di Breguet; Laboratorio F; esercitazione per l’esame finale | MIT Unified |

## I tuoi progressi

Spunta unità e laboratori man mano che li finisci, e fai i quiz. Progressi e punteggi sono salvati solo in questo browser e non ci vengono mai inviati.

## Unità

# Proprietà dei fluidi e atmosfera standard

L’aria come mezzo continuo, pressione, densità, temperatura e viscosità, la legge dei gas ideali, la velocità del suono, l’idrostatica nell’atmosfera, l’atmosfera standard e i suoi strati, e perché le forze aerodinamiche dipendono dalla densità.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Usare la legge dei gas ideali per collegare p, ρ e T.
- Calcolare la velocità del suono e il numero di Mach.
- Usare il modello di atmosfera standard per trovare le proprietà in quota.
- Spiegare come la densità cambia portanza e resistenza con la quota.

## Concetti chiave

- L’aria si comporta come un mezzo continuo quando la scala del flusso è molto maggiore della distanza tra le molecole. Il suo stato è fissato da pressione p, densità ρ e temperatura T, legate dalla legge dei gas ideali p = ρRT con R = 287 J/(kg·K).
- La viscosità μ misura l’attrito interno; conta vicino alle superfici (unità 8). La viscosità cinematica è ν = μ/ρ.
- La velocità del suono a = √(γRT) dipende solo dalla temperatura per un dato gas; numero di Mach M = V/a.
- Idrostatica: dp/dh = −ρg. La pressione cala con la quota perché sopra c’è meno aria. Nella troposfera standard (0–11 km) la temperatura cala linearmente con un gradiente di circa 6.5 K/km; nella bassa stratosfera è quasi costante.
- Le forze aerodinamiche scalano con la densità, quindi un velivolo in quota deve volare più veloce, o con un coefficiente di portanza più alto, per generare la stessa portanza.

## Equazioni chiave

$$p = \rho R T$$

`p=ρ RT`

Legge dei gas ideali

$$a = \sqrt{\gamma R T}, \quad M = \frac{V}{a}$$

`a=γ RT,\ \ M=V/a`

Velocità del suono e numero di Mach

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

dp/dh=-ρ g

Equazione idrostatica

$$T = T_0 - \lambda h$$

T=T_0- h

Temperatura nella troposfera (gradiente λ)

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 1.1** Trova la densità dell'aria al livello del mare con p = 101325 Pa e T = 288.15 K.

1. ρ = p/(RT) = 101,325/(287 × 288.15).

**Risposta:** ρ = 1.225 kg/m³.

**Esempio 1.2** Usa il modello di atmosfera metrico di NASA Glenn per trovare T, p e ρ a 11000 m.

1. T = 15.04 − 0.00649 × 11,000 = −56.35 °C.
2. p = 101.29 × [(T + 273.1)/288.08]^5.256 = 22.71 kPa.
3. ρ = p/[0.2869 × (T + 273.1)].

**Risposta:** T = −56.35 °C, p = 22.71 kPa, ρ = 0.3652 kg/m³, circa il 29.8% della densità al livello del mare.

**Esempio 1.3** Trova la velocità del suono al livello del mare (288.15 K) e a 11 km (216.8 K), e il numero di Mach di un jet che vola a 250 m/s a 11 km.

1. $a_0$ = √(1.4 × 287 × 288.15).
2. a = √(1.4 × 287 × 216.8).
3. M = 250/a.

**Risposta:** $a_0$ = 340.3 m/s, a = 295.1 m/s, M = 0.847.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Trova $\rho$ per $p = 80$ kPa e $T = 270$ K.

   $\rho = 80{,}000/(287 \times 270) = 1.032$ kg/m$^3$.

2. Converti 450 nodi in m/s.

   $450 \times 0.514444 = 231.5$ m/s.

3. Trova $\nu$ al livello del mare.

   $\nu = 1.789 \times 10^{-5}/1.225 = 1.460 \times 10^{-5}$ m$^2$/s.

4. Qual è la temperatura a 5000 m nel modello della NASA?

   $15.04 - 32.45 = -17.41$ °C.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** La pressione dell'aria cala perché l'aria diventa più fredda.
**In realtà:** Cala perché sopra c'è meno aria; la temperatura influisce sulla rapidità.

**Mito:** La velocità del suono dipende dalla pressione.
**In realtà:** Per un gas perfetto dipende solo dalla temperatura.

**Mito:** La densità è la stessa a tutte le quote per il flusso a bassa velocità.
**In realtà:** Il flusso a bassa velocità è localmente incomprimibile, ma la densità cambia comunque con la quota.

## Flashcard

**Gas ideale**

$p = \rho RT$.

**Velocità del suono**

$a = \sqrt{(\gamma RT)}$.

**Numero di Mach**

$M = V/a$.

**Idrostatica**

$dp/dh = -\rho g$.

**Gradiente termico verticale**

Circa 6.5 K/km nella troposfera.

**Viscosità cinematica**

$\nu = \mu/\rho$.

## Quiz di autoverifica

**1. La legge dei gas ideali è...**

$p = \rho RT$

$p = \rho gh$

$p = \frac{1}{2}\rho V^2$

$p = RT/\rho$

$p = \rho RT$. Equazione di stato.

**2. La velocità del suono dipende da...**

la pressione

la temperatura

solo la densità

velocità

la temperatura. $a = \sqrt{(\gamma RT)}$.

**3. Nella bassa stratosfera la temperatura standard è...**

in rapido aumento

quasi costante

in rapido calo

zero

quasi costante. Modello NASA: −56.46 °C da 11 a 25 km.

**4. Con metà densità, la stessa portanza allo stesso C_L richiede una velocità più alta di un fattore...**

2×

√2×

4×

½×

√2×. $L \propto \rho V^2$.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La Beginner's Guide di NASA Glenn spiega che l'atmosfera è uno strato d'aria estremamente sottile, che la pressione cala con la quota perché sopra c'è sempre meno aria, e che le forze aerodinamiche dipendono direttamente dalla densità dell'aria. Il suo modello di atmosfera standard, usato nel simulatore FoilSim, ha una troposfera dalla superficie a 11000 m in cui la temperatura cala linearmente, una bassa stratosfera da 11000 a 25000 m a −56.46 °C costanti, e un'alta stratosfera sopra.

Gli aerei di linea sono in crociera vicino alla sommità della troposfera, dove la densità è solo circa il 30% di quella al livello del mare, quindi la resistenza a una data velocità è molto più bassa; è un motivo importante per cui la quota di crociera conta per il consumo di carburante. Lo stesso modello, con i valori di Marte, spiega perché l'elicottero Ingenuity della NASA doveva far girare i rotori così velocemente: la NASA osserva che l'atmosfera marziana ha meno dell'1 per cento della densità di quella terrestre.

Su Saving Planets: Introduzione all'ingegneria aerospaziale · Osservazione della Terra

Fonti: NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html) · NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html): Interpolazioni dell'atmosfera standard.
- NASA Glenn: Beginner's Guide to Aeronautics (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/short.html): Guida gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Appunti su proprietà dei fluidi e termodinamica.
- PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): Pressione idrostatica in modo interattivo.

☐ **Ho finito questa unità**

# Statica dei fluidi, equazione di Bernoulli e misura della velocità dell’aria

Pressione statica, dinamica e totale, l’equazione di Bernoulli e le sue ipotesi, il venturi, i tubi di Pitot statici e la velocità (indicata, equivalente e vera), i manometri e il coefficiente di pressione.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Indicare quando si applica l’equazione di Bernoulli.
- Calcolare la pressione dinamica e la velocità da una lettura Pitot statica.
- Analizzare un venturi con continuità e Bernoulli.
- Usare il coefficiente di pressione C_p.

## Concetti chiave

- Lungo una linea di corrente, in flusso stazionario, non viscoso e incomprimibile, p + ½ρV² = $p_0$ è costante: la pressione statica più quella dinamica è uguale alla pressione totale (di ristagno).
- La pressione dinamica q = ½ρV² fissa la scala di ogni forza aerodinamica; le forze si scrivono come coefficiente × q × superficie.
- Un tubo di Pitot statico misura $p_0$ − p, quindi V = √(2($p_0$ − p)/ρ). Gli anemometri presuppongono la densità al livello del mare e indicano la velocità equivalente; la velocità vera è più alta in quota di un fattore √($\rho_0$/ρ).
- La continuità $A_1V_1 = A_2V_2$ più Bernoulli spiega il venturi: dove la sezione si restringe la velocità aumenta e la pressione cala.
- Coefficiente di pressione C_p = (p − p∞)/q∞ = 1 − (V/V∞)² per flusso incomprimibile; C_p = 1 in un punto di ristagno.

## Equazioni chiave

$$p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0$$

`p+12ρ V^2=p_0`

Equazione di Bernoulli

$$q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

`q=12ρ V^2`

Pressione dinamica

$$V = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}}$$

`V=(2(p_0-p))/(ρ)`

Velocità da Pitot statico

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2$$

`C_p=(p-p_∞)/(q_∞)=1-((V)/(V_∞))^2`

Coefficiente di pressione

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 2.1** Un tubo di Pitot statico al livello del mare indica $p_0 - p = 1500$ Pa. Trova la velocità.

1. $V = \sqrt{(2 \times 1500/1.225)}$.

**Risposta:** V = 49.5 m/s.

**Esempio 2.2** Un venturi in una galleria del vento dimezza la sezione. A monte $V_1 = 10$ m/s al livello del mare. Trova $V_2$ e il calo di pressione.

1. $V_2 = 2 \times 10 = 20$ m/s (continuità).
2. $\Delta p = ½ \times 1.225 \times (20^2 - 10^2)$.

**Risposta:** $V_2 = 20$ m/s, $\Delta p = 183.8$ Pa.

**Esempio 2.3** Un aereo di linea vola con una velocità equivalente di 140 m/s a 11 km ($\rho = 0.3652$ kg/m³). Trova la pressione dinamica e la velocità vera.

1. $q = ½ \times 1.225 \times 140^2$ (la velocità equivalente usa la densità al livello del mare).
2. $V_{true} = 140 \times \sqrt{(1.225/0.3652)}$.

**Risposta:** q = 12.0 kPa, $V_{true} = 256.4$ m/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Trova q a 100 m/s al livello del mare.

   6125 Pa.

2. Trova C_p dove la velocità locale è 1.5 V∞.

   1 − 2.25 = −1.25.

3. Un manometro ad acqua indica 50 mm. Trova la differenza di pressione (ρ_water = 1000 kg/m³).

   1000 × 9.81 × 0.05 = 490.5 Pa.

4. Che C_p ha un punto di ristagno?

   1.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Bernoulli vale ovunque in qualsiasi flusso.
**In realtà:** Richiede un flusso stazionario, non viscoso e incomprimibile lungo una linea di corrente (o un flusso irrotazionale).

**Mito:** La portanza nasce perché l'aria impiega lo stesso tempo sopra e sotto.
**In realtà:** Non esiste una regola del tempo di transito uguale; il flusso superiore è ancora più veloce, e la circolazione spiega la portanza (unità 5).

**Mito:** La velocità indicata è uguale alla velocità vera.
**In realtà:** In quota la velocità vera è molto più alta.

## Flashcard

**Bernoulli**

$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_0$.

**Pressione dinamica**

$q = \frac{1}{2}\rho V^2$.

**Pitot statico**

$V = \sqrt{(2\Delta p/\rho)}$.

**Venturi**

Sezione minore, velocità maggiore, pressione minore.

**C_p**

**Velocità vera**

$(p - p_\infty)/q_\infty$. $V_e \sqrt{(\rho_0/\rho)}$.

## Quiz di autoverifica

**1. La pressione totale è uguale a...**

p − q

p + q

solo q

ρRT

p + q. Statica più dinamica.

**2. Un tubo di Pitot misura...**

solo la pressione statica

la pressione totale

la temperatura

la densità

la pressione totale. È rivolto verso il flusso.

**3. Raddoppiare la velocità moltiplica q per...**

2

4

√2

8

4. $q \propto V^2$.

**4. Il $C_p$ in un punto di ristagno è...**

0

1

−1

2

1. V = 0.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La pressione dinamica è il motivo per cui volare su Marte è così difficile. La NASA riporta che Ingenuity ha volato in un'atmosfera con meno dell'1 per cento della densità di quella terrestre, con rotori di poco meno di 1.2 m da estremità a estremità e una massa di 1.8 kg. All'1% della densità terrestre, la stessa pressione dinamica richiede √100 = 10 volte la velocità.

La NASA dice che Ingenuity ha completato 72 voli tra il 19 aprile 2021 e il 18 gennaio 2024, totalizzando 128.8 minuti in volo, percorrendo 17.0 km e raggiungendo quote fino a 24.0 m. Arrivarci ha richiesto di capire $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ meglio che mai, ed è anche ciò che permette di progettare aerei e turbine eoliche terrestri per l'aria più rarefatta in quota.

Su Saving Planets: Spazio · Calcolatore della potenza del rotore in hovering

Fonti: NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/) · NASA Glenn: Pitot-static tube (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/pitot.html)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn: l'equazione di Bernoulli (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/bern.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA Glenn: Pitot-static tube (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/pitot.html): Come si misura la velocità dell'aria.
- OpenStax UP1, 14.6 Bernoulli's equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): Sezione di un manuale gratuito.
- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): Interattivo.

## Guarda la lezione

Fluid Dynamics and Statics and Bernoulli's Equation (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-20) (in inglese)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. Licenza: CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · Condizioni d'uso (https://oyc.yale.edu/terms). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

- [ ] **Ho finito questa unità**

# Leggi di conservazione: massa, quantità di moto ed energia; volumi di controllo e teoria della quantità di moto

Descrizioni lagrangiana ed euleriana, la derivata sostanziale, la conservazione integrale di massa, quantità di moto ed energia per un volume di controllo, la continuità differenziale, l'equazione di Eulero, la resistenza da un rilievo di scia e la teoria del disco attuatore per eliche e rotori.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Applicare la conservazione integrale di massa e quantità di moto a un volume di controllo.
- Ricavare le equazioni di continuità e di Eulero in forma differenziale.
- Trovare la resistenza da un profilo di velocità di scia.
- Usare la teoria della quantità di moto per stimare la spinta di un rotore e la potenza in hovering.

## Concetti chiave

- Massa: ∂/∂t∫ρ dV + ∮ρV·dA = 0. In flusso stazionario, massa entrante = massa uscente: ṁ = ρAV è costante lungo un tubo di flusso.
- Quantità di moto: la forza netta su un volume di controllo (forze di pressione, di volume e di superficie) è uguale al flusso netto di quantità di moto uscente più la variazione all'interno: ΣF = ∮(ρV·dA)V per flusso stazionario.
- Forme differenziali: ∂ρ/∂t + ∇·(ρV) = 0; per flusso incomprimibile ∇·V = 0. L'equazione di Eulero ρ DV/Dt = −∇p + ρg è la legge di Newton per una particella di fluido non viscoso; integrandola lungo una linea di corrente si ottiene Bernoulli.
- Resistenza dalla scia: un corpo rallenta l'aria dietro di sé; il deficit di quantità di moto nella scia è uguale alla resistenza, D' = ρ∫u(V∞ − u) dy per unità di apertura.
- Teoria del disco attuatore (quantità di moto): un rotore di area A che produce una spinta T induce una velocità v = √(T/(2ρA)) sul disco; la potenza ideale in hovering è P = T^(3/2)/√(2ρA). I rotori reali ne richiedono di più; il rapporto è la figura di merito.

## Equazioni chiave

$$\dot{m} = \rho A V = \text{const}$$

`m=ρ AV=const`

Conservazione della massa in regime stazionario

$$\sum \mathbf{F} = \oint (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) \mathbf{V}$$

`F=(ρ V· d A) V`

Quantità di moto in regime stazionario (volume di controllo)

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

Continuità incomprimibile

$$P_{ideal} = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}}$$

```
P_ideal=^3/22ρ A
```

Potenza ideale in hovering (teoria della quantità di moto)

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 3.1** Aria a 1.225 kg/m³ scorre a 20 m/s in un condotto di 0.5 m². Trova la portata in massa e la velocità dove il condotto si restringe a 0.2 m².

1. $\dot{m}$ = 1.225 × 0.5 × 20 = 12.25 kg/s.
2. $V_2$ = 20 × 0.5/0.2.

**Risposta:** $\dot{m}$ = 12.25 kg/s, $V_2$ = 50 m/s.

**Esempio 3.2** Un elicottero da 1000 kg è in hovering al livello del mare con un rotore di 10 m di diametro. Trova la velocità indotta e la potenza ideale in hovering.

1. T = 9810 N; A = π × 5² = 78.54 m².
2. v = √(9810/(2 × 1.225 × 78.54)) = 7.14 m/s.
3. P = Tv.

**Risposta:** v = 7.14 m/s, P = 70.0 kW (ideale).

**Esempio 3.3** Un rilievo di scia dietro un corpo 2D (livello del mare, V∞ = 30 m/s) trova un deficit equivalente a ∫u(V∞ − u)dy = 6 m³/s². Trova la resistenza per unità di apertura.

1. D' = ρ∫u(V∞ − u) dy = 1.225 × 6.

**Risposta:** D' = 7.35 N/m.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. V = (x, −y) è incomprimibile?

   Sì: ∂u/∂x + ∂v/∂y = 1 − 1 = 0.

2. La spinta di un rotore raddoppia. Di quanto cresce la potenza ideale in hovering?

   2^1.5 = 2.83 volte.

3. Raddoppiare l'area del rotore a spinta fissata cambia la potenza ideale in hovering di un fattore…

   1/√2 = 0.707 volte.

4. Un getto d'acqua (ρ = 1000) con A = 0.01 m² e V = 10 m/s colpisce frontalmente una parete. Trova la forza.

   F = ρAV² = 1000 N.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** La conservazione della quantità di moto ignora la pressione.

**In realtà:** Le forze di pressione sulla superficie del volume di controllo vanno incluse.

**Mito:** Un rotore più grande richiede più potenza per l'hovering.

**In realtà:** A parità di spinta, un disco più grande richiede meno potenza indotta.

**Mito:** Flusso stazionario significa che il fluido non accelera.

**In realtà:** Le particelle possono accelerare (accelerazione convettiva) anche quando il campo non cambia nel tempo.

## Flashcard

**Portata in massa**

$\dot{m} = \rho A V$.

**Continuità**

$\nabla \cdot V = 0$ (incomprimibile).

**Equazione di Eulero**

$\rho DV/Dt = -\nabla p + \rho g$.

**Resistenza di scia**

$D' = \rho \int u(V_\infty - u)dy$.

**Velocità indotta**

$v = \sqrt{(T/2\rho A)}$.

**Potenza in hovering**

$T^{(3/2)}/\sqrt{(2\rho A)}$.

## Quiz di autoverifica

**1. Per il flusso incomprimibile la continuità diventa...**

$\nabla \cdot V = 0$

$\nabla \times V = 0$

$\rho = 0$

p = cost

$\nabla \cdot V = 0$. La densità è costante.

**2. La resistenza da un rilievo di scia deriva da...**

l'energia nella scia

il deficit di quantità di moto

la temperatura

la portanza

il deficit di quantità di moto. Bilancio della quantità di moto.

**3. La potenza ideale in hovering scala con la spinta come...**

T

T^1.5

$T^2$

$\sqrt{T}$

T^1.5. P = T^(3/2)/√(2ρA).

**4. L'equazione di Eulero è la legge di Newton per...**

un fluido viscoso

una particella di fluido non viscoso

un corpo rigido

un urto

una particella di fluido non viscoso. Solo pressione e gravità.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La teoria della quantità di moto mostra perché Ingenuity è stata un'impresa. La NASA indica una massa di 1.8 kg, rotori di circa 1.2 m da estremità a estremità e una potenza media di volo di circa 350 W, fornita da un pannello solare che carica batterie agli ioni di litio per un volo di 90 secondi per giorno marziano. Con la gravità di Marte (3.71 $m/s^2$, valore da manuale), la spinta necessaria è 6.68 N.

Prendendo una densità marziana di esempio di 0.0115 $kg/m^3$ (entro il «meno dell'1 per cento» di quella terrestre indicato dalla NASA) e un solo disco da 1.2 m, la teoria della quantità di moto dà una potenza ideale in hovering di circa 107 W; i 350 W riportati dalla NASA coprono anche le perdite reali del rotore (resistenza di profilo, perdite d'estremità, afflusso non uniforme), la salita e i sistemi di bordo. La stessa equazione dimensiona i rotori di aerotaxi elettrici e droni sulla Terra, ed è alla base del calcolatore della potenza del rotore in hovering di questo sito.

Su Saving Planets: Calcolatore della potenza del rotore in hovering · Dinamica

Fonti: NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/) · MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn: Conservation of mass (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mass.html): Pagina gratuita della NASA.
- OpenStax UP1, 14.5 Fluid dynamics (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-5-fluid-dynamics): Portata e continuità.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Volumi di controllo e teoria della quantità di moto.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Leggi di conservazione in forma differenziale.

## Guarda la lezione

Work-Energy Theorem and Law of Conservation of Energy (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-5) (in inglese)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. Licenza: CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · Condizioni d'uso (https://oyc.yale.edu/terms). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

- [ ] **Ho finito questa unità**

# Flusso potenziale e teorema di Kutta–Joukowski

Vorticità e circolazione, flusso irrotazionale, il potenziale di velocità e la funzione di corrente, l’equazione di Laplace e la sovrapposizione, flusso uniforme, sorgenti, pozzi, doppiette e vortici, flusso attorno a un cilindro con e senza circolazione, il paradosso di d’Alembert e il teorema della portanza di Kutta–Joukowski.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Collegare vorticità, circolazione e flusso irrotazionale.
- Costruire flussi sovrapponendo soluzioni elementari dell’equazione di Laplace.
- Trovare la distribuzione di pressione su un cilindro.
- Applicare L' = ρ∞V∞Γ.

## Concetti chiave

- La vorticità ω = ∇ × V è il doppio della velocità di rotazione locale. La circolazione Γ = −∮V·ds lungo una curva chiusa è uguale al flusso di vorticità attraverso di essa (teorema di Stokes; in aerodinamica si prende positivo il verso orario).
- Se ω = 0 il flusso è irrotazionale e V = ∇φ. Con ∇·V = 0, φ soddisfa l’equazione di Laplace ∇²φ = 0, che è lineare, quindi le soluzioni si sommano (sovrapposizione). In 2D la funzione di corrente ψ ha u = ∂ψ/∂y, v = −∂ψ/∂x, e le linee a ψ costante sono linee di corrente.
- Flussi elementari: flusso uniforme φ = V∞x; sorgente di intensità Λ, V_r = Λ/(2πr); doppietta, limite di una coppia sorgente–pozzo; vortice puntiforme, V_θ = −Γ/(2πr).
- Flusso uniforme più una doppietta dà il flusso attorno a un cilindro di raggio R: velocità superficiale V_θ = −2V∞ sin θ, quindi C_p = 1 − 4 sin²θ. La pressione è simmetrica, quindi non c’è resistenza (paradosso di d’Alembert) né portanza.
- Aggiungere un vortice rende il flusso asimmetrico e produce una portanza per unità di apertura L' = ρ∞V∞Γ, il teorema di Kutta–Joukowski. Vale per qualsiasi corpo 2D: la portanza è sempre legata alla circolazione.

## Equazioni chiave

$$\omega = \nabla \times \mathbf{V}, \;\; \Gamma = -\oint \mathbf{V} \cdot d\mathbf{s}$$

```
ω=× V,\ \ =- V· d s
```

Vorticità e circolazione

$$\nabla^2 \phi = 0$$

Equazione di Laplace

$$C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

C_p=1-4^2θ

Pressione superficiale su un cilindro non portante

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma$$

L'=ρ_∞ V_∞

Teorema di Kutta–Joukowski

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 4.1** Trova la velocità superficiale massima e il C_p minimo su un cilindro non portante in una corrente a 20 m/s.

1. |V_θ| = 2V∞|sin θ| è massima a θ = 90°.
2. C_p = 1 − 4 × 1.

**Risposta:** V_max = 40 m/s; C_p,min = −3.

**Esempio 4.2** Un cilindro rotante al livello del mare in una corrente a 50 m/s ha circolazione Γ = 20 m²/s. Trova la portanza per metro di apertura.

1. L' = 1.225 × 50 × 20.

**Risposta:** L' = 1225 N/m.

**Esempio 4.3** Trova la velocità indotta da un vortice puntiforme con Γ = 20 m²/s a una distanza di 1 m.

1. V_θ = Γ/(2πr) = 20/(2π).

**Risposta:** 3.183 m/s.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Dove è C_p = 0 su un cilindro non portante?

   $\sin^2\theta = 0.25$, quindi $\theta = 30°, 150°, 210°, 330°$.

2. $\varphi = x^2 - y^2$ è un potenziale valido?

   Sì: $\nabla^2\varphi = 2 - 2 = 0$.

3. Che portanza genera il cilindro rotante di 2 m di apertura dell'esempio svolto?

   2450 N.

4. Che resistenza prevede il flusso potenziale su un cilindro?

   Zero, il paradosso di d'Alembert; la resistenza reale viene dalla viscosità.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Il flusso potenziale è inutile perché non prevede resistenza.
**In realtà:** Prevede bene portanza e pressione ovunque lo strato limite resti aderente.

**Mito:** Circolazione significa che l'aria gira in tondo attorno all'ala.
**In realtà:** È il valore netto dell'integrale di linea; le particelle non orbitano attorno all'ala.

**Mito:** La sovrapposizione funziona per qualsiasi equazione del flusso.
**In realtà:** Funziona perché l'equazione di Laplace è lineare.

## Flashcard

**Vorticità**

$\omega = \nabla \times V$.

**Circolazione**

$\Gamma = -\oint V \cdot ds$.

**Laplace**

$\nabla^2\varphi = 0$.

**Vortice puntiforme**

$V_\theta = \Gamma/2\pi r$.

**C_p del cilindro**

$1 - 4\sin^2\theta$.

**Kutta–Joukowski**

$L' = \rho V \Gamma$.

## Quiz di autoverifica

**1. Flusso irrotazionale significa...**

$\omega = 0$

$\Gamma = 0$ ovunque

$\nabla \cdot V = 0$

nessuna viscosità

$\omega = 0$. Vorticità nulla.

**2. La portanza per unità di apertura è uguale a...**

$\rho V^2 \Gamma$

$\rho V \Gamma$

$\frac{1}{2}\rho V^2$

$\Gamma / \rho V$

$\rho V \Gamma$. Kutta–Joukowski.

**3. Il C_p minimo su un cilindro non portante è...**

$-1$

$-3$

0

$-4$

$-3$. 1 − 4.

**4. Flusso uniforme più una doppietta modella...**

un profilo alare

un cilindro

una sfera

un vortice

un cilindro. Cilindro non portante.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

Il Dipartimento dell'Energia degli Stati Uniti spiega che le pale delle turbine eoliche funzionano in modo molto simile all'ala di un aereo o alla pala del rotore di un elicottero: la pressione dell'aria cala su un lato della pala, e la differenza di pressione attraverso la pala crea sia portanza sia resistenza. Poiché la portanza è maggiore della resistenza, il rotore gira e aziona un generatore.

Il DOE osserva che le turbine a terra vanno da 100 kilowatt a diversi megawatt e che quelle offshore sono in genere più grandi, più alte della Statua della Libertà. I progettisti di pale usano le idee di circolazione e portanza di questa unità, con la teoria dell'elemento di pala e della quantità di moto basata sull'unità 3, per sagomare ogni sezione di una pala in modo che estragga dal vento la massima potenza possibile.

Su Saving Planets: Soluzioni · Fisica II

Fonti: DOE degli Stati Uniti: come funzionano le turbine eoliche? (in inglese) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Lezioni sul flusso potenziale.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Osserva circolazione e portanza.
- NASA Glenn: Lift from flow turning (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil2.html): Perché il flusso viene deviato.
- NASA Glenn: Incorrect lift theory (equal transit) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil3.html): Idee sbagliate comuni.

☐ **Ho finito questa unità**

# Profili alari e coefficienti di portanza, resistenza e momento

Geometria del profilo e designazioni NACA, angolo d’attacco, coefficienti di portanza, resistenza e momento, la curva di portanza e lo stallo, centro di pressione e centro aerodinamico, la condizione di Kutta, e come le distribuzioni di pressione generano portanza.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Descrivere la geometria di un profilo: corda, curvatura e spessore.
- Calcolare le forze con L = qSC_L e D = qSC_D.
- Leggere una curva di portanza: pendenza, angolo di portanza nulla e stallo.
- Trovare la velocità di stallo e il coefficiente di portanza richiesto.

## Concetti chiave

- Un profilo ha una corda c dal bordo d’attacco al bordo d’uscita, una linea media di curvatura e una distribuzione di spessore. In un nome NACA a 4 cifre come 2412, la prima cifra è la curvatura massima (2% della corda), la seconda la sua posizione (40% della corda) e le ultime due lo spessore (12%).
- Le forze sono adimensionalizzate: C_L = L/(qS), C_D = D/(qS), C_M = M/(qSc). Per una sezione 2D si usano le minuscole c_l, c_d, c_m per unità di apertura.
- La curva di portanza c_l(α) è quasi una retta fino allo stallo, quando lo strato limite si separa dal dorso e la portanza cala. I profili curvi generano portanza ad angolo d’attacco nullo, quindi il loro angolo di portanza nulla α_L=0 è negativo.
- La condizione di Kutta dice che il flusso lascia dolcemente il bordo d’uscita aguzzo; fissa la circolazione e quindi la portanza.
- Il centro di pressione si sposta con α; il centro aerodinamico (vicino al quarto di corda a bassa velocità) è il punto in cui il momento non cambia con α, il che lo rende utile per la stabilità.

## Equazioni chiave

$$L = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_L$$

`L=12ρ V^2SC_L`

Equazione della portanza

$$D = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_D$$

`D=12ρ V^2SC_D`

Equazione della resistenza

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L,max}}}$$

`V_stall=2Wρ SC_L,max`

Velocità di stallo

$$C_M = \frac{M}{qSc}$$

`C_M=M/qSc`

Coefficiente di momento

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 5.1** Un'ala con S = 16 m² vola a 60 m/s al livello del mare con C_L = 0.5. Trova la portanza.

1. q = ½ × 1.225 × 60² = 2205 Pa.
2. L = 2205 × 16 × 0.5.

**Risposta:** L = 17,640 N.

**Esempio 5.2** Un aereo da 1000 kg con S = 16 m² vola livellato a 50 m/s al livello del mare. Trova il C_L richiesto.

1. W = 9810 N; q = 1531.25 Pa.
2. C_L = 9810/(1531.25 × 16).

**Risposta:** C_L = 0.400.

**Esempio 5.3** Lo stesso aereo ha C_L,max = 1.6. Trova la velocità di stallo al livello del mare.

1. V = √(2 × 9810/(1.225 × 16 × 1.6)).

**Risposta:** V_stall = 25.0 m/s (circa 48.6 nodi).

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Che spessore ha un NACA 0012?

   12% della corda, simmetrico (senza curvatura).

2. Portanza a 1.5× la velocità, stesso $C_L$?

   2.25 volte.

3. Velocità di stallo dell'esempio svolto a 11 km ($\rho = 0.3652$)?

   $25.0 \times \sqrt{(1.225/0.3652)} = 45.8$ m/s.

4. Cosa succede alla portanza oltre lo stallo?

   Cala quando il flusso si separa; la resistenza aumenta bruscamente.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Un angolo d'attacco più alto dà sempre più portanza.
**In realtà:** Solo fino allo stallo.

**Mito:** I profili simmetrici non possono generare portanza.
**In realtà:** Generano portanza ad angolo d'attacco positivo.

**Mito:** Il centro di pressione è un punto fisso.
**In realtà:** Si sposta con $\alpha$; il centro aerodinamico no.

## Flashcard

**Portanza**

$L = qSC_L$.

**Resistenza**

$D = qSC_D$.

**Velocità di stallo**

$\sqrt{(2W/\rho SC_{Lmax})}$.

**NACA a 4 cifre**

Curvatura, posizione, spessore.

**Condizione di Kutta**

Flusso regolare al bordo d'uscita.

**Centro aerodinamico**

Momento indipendente da $\alpha$.

## Quiz di autoverifica

**1. C_L è definito come...**

L/q

L/(qS)

qS/L

L/S

L/(qS). La portanza divisa per q per la superficie.

**2. Il NACA 2412 ha una curvatura massima di...**

2%

4%

12%

24%

2%. Prima cifra.

**3. Lo stallo è causato da...**

onde d'urto

separazione del flusso

bassa densità

Re alto

separazione del flusso. Lo strato limite si separa.

**4. La condizione di Kutta fissa...**

alla resistenza

la circolazione

Numero di Mach

lo spessore

la circolazione. Flusso regolare in uscita dal bordo d’uscita.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA racconta come il suo ingegnere Richard Whitcomb ha creato il profilo supercritico: quasi piatto sopra, arrotondato sotto, più spesso, con un bordo d’attacco smussato. Vicino alla velocità del suono, circa 660 mph alla quota di crociera, un’ala convenzionale forma un’onda d’urto stazionaria che aggiunge resistenza; la nuova forma ha ridotto al minimo quell’urto.

La NASA riporta che le ali supercritiche hanno aumentato l’efficienza fino al 15%, funzionano meglio anche a velocità più basse e consentono un’ala più leggera. Sono diventate lo standard del settore, e la NASA dice che fanno risparmiare miliardi di dollari di carburante ogni anno. Sagomare la distribuzione di pressione di una sezione, come in questa unità, è il modo in cui si riducono carburante ed emissioni.

Su Saving Planets: Introduzione all’ingegneria aerospaziale · Soluzioni

Fonti: NASA: How a NASA engineer created the modern airplane wing (2016) (https://www.nasa.gov/aeronautics/how-a-nasa-engineer-created-the-modern-airplane-wing/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn: The lift equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/lifteq.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA Glenn: The drag equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/drageq.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Esplora le curve di portanza.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Lezioni sui profili alari.

☐ **Ho finito questa unità**

# Teoria dei profili sottili

Strati vorticosi, modellazione della linea media con uno strato vorticoso, la condizione di Kutta, la soluzione in serie di Fourier, la pendenza della portanza di 2π per radiante, l'angolo di portanza nulla dei profili curvi, il centro aerodinamico al quarto di corda e i metodi a pannelli.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Modellare un profilo con uno strato vorticoso sulla linea media.
- Ricavare c_l = 2πα per un profilo sottile simmetrico.
- Trovare il coefficiente di portanza di un profilo curvo da α e α_L=0.
- Spiegare perché il centro aerodinamico è al quarto di corda.

## Concetti chiave

- Uno strato vorticoso di intensità γ(s) per unità di lunghezza crea un salto della velocità tangenziale attraverso di esso. Porne uno sulla linea media e imporre che la linea media sia una linea di corrente dà un'equazione integrale per γ.
- Con la condizione di Kutta γ(TE) = 0 e una serie di Fourier in θ (x = c(1 − cos θ)/2), la soluzione dà c_l = 2π(α − α_L=0): la pendenza della portanza è 2π per radiante (circa 0.11 per grado) per ogni profilo sottile.
- Per un profilo simmetrico α_L=0 = 0, c_m,c/4 = 0 e c_m,LE = −c_l/4, quindi il centro di pressione è al quarto di corda. La curvatura sposta α_L=0 verso valori negativi e aggiunge un c_m,c/4 costante picchiante, ma il centro aerodinamico resta al quarto di corda.
- I profili reali di spessore moderato hanno pendenze della portanza vicine a 2π finché lo strato limite non inizia a separarsi; la teoria dei profili sottili non prevede né lo stallo né la resistenza.
- I metodi a pannelli coprono la superficie reale con molti pannelli di sorgenti e vortici e ne calcolano numericamente le intensità; è così che i progettisti calcolano la pressione su qualsiasi forma, dalle pale alle ali.

## Equazioni chiave

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

c_l=2π(α-α_L=0)

Portanza di un profilo sottile

$$c_{m,c/4} = 0 \ (\text{symmetric})$$

c_m,c/4=0\ (symmetric)

Momento al quarto di corda

$$c_{m,LE} = -\frac{c_l}{4}$$

`c_m,LE=-(c_l)/(4)`

Momento al bordo d’attacco (simmetrico)

$$x = \frac{c}{2}(1 - \cos\theta)$$

`x= c2(1-θ)`

Trasformazione di Glauert

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 6.1** Trova c_l per un profilo sottile simmetrico ad α = 5°.

1. α = 0.08727 rad.
2. c_l = 2π × 0.08727.

**Risposta:** c_l = 0.548.

**Esempio 6.2** Un profilo curvo ha α_L=0 = −2° (valore di esempio). Trova c_l ad α = 4°.

1. α − α_L=0 = 6° = 0.10472 rad.
2. c_l = 2π × 0.10472.

**Risposta:** c_l = 0.658.

**Esempio 6.3** Per il profilo simmetrico ad α = 5°, trova c_m rispetto al bordo d’attacco e il centro di pressione.

1. c_m,LE = −c_l/4 = −0.548/4.
2. x_cp = −c_m,LE c/c_l = c/4.

**Risposta:** c_m,LE = −0.137; x_cp = 0.25c.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Quale angolo dà $c_l = 0.5$ su un profilo sottile simmetrico?

   $0.5/(2\pi) = 0.0796$ rad $= 4.56°$.

2. Pendenza della portanza per grado?

   $2\pi \times \pi/180 = 0.1097$ per grado.

3. La teoria dei profili sottili prevede lo stallo?

   No; è non viscosa e lineare.

4. Dov'è il centro aerodinamico di un profilo sottile curvo?

   Al quarto di corda.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** La curvatura cambia la pendenza della portanza.
**In realtà:** Nella teoria dei profili sottili sposta la curva; la pendenza resta $2\pi$.

**Mito:** Il centro di pressione è sempre al quarto di corda.
**In realtà:** Solo per un profilo simmetrico; i profili curvi hanno un centro di pressione mobile.

**Mito:** $2\pi$ è per grado.
**In realtà:** È per radiante.

## Flashcard

**Strato vorticoso**

Salto della velocità tangenziale.

**Portanza**

$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L0})$.

**Momento (simmetrico)**

$c_{m,c/4} = 0$.

**Momento al bordo d'attacco**

$-c_l/4$.

**Glauert**

$x = c(1 - \cos\theta)/2$.

**Metodo a pannelli**

Pannelli numerici di sorgenti e vortici.

## Quiz di autoverifica

**1. La pendenza della portanza di un profilo sottile è...**

2π per grado

2π per radiante

π per radiante

4π

2π per radiante. $c_l = 2\pi\alpha$.

**2. La curvatura rende $\alpha_{L=0}$...**

positivo

negativo

zero

non definito

negativo. Portanza ad angolo nullo.

**3. Il centro aerodinamico di un profilo sottile è...**

al bordo d'attacco

al quarto di corda

a metà corda

al bordo d'uscita

al quarto di corda. Risultato della teoria.

**4. La teoria dei profili sottili modella il profilo con...**

solo sorgenti

uno strato vorticoso

urti

strati limite

uno strato vorticoso. Sulla linea media.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

Il DOE spiega che una pala di turbina, come l'ala di un aereo, genera portanza da una differenza di pressione, e che una portanza maggiore della resistenza è ciò che fa girare il rotore. Ogni sezione della pala vede un angolo d'attacco locale fissato dalla velocità del vento e dalla propria velocità di rotazione, quindi le pale sono svergolate perché ogni sezione lavori vicino al suo angolo di massima efficienza.

La teoria dei profili sottili dà la prima stima di quella portanza di sezione: $c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$. I metodi a pannelli e i dati di galleria del vento la affinano. Il DOE osserva che le turbine a terra vanno da 100 kilowatt a diversi megawatt, quindi pochi punti percentuali in più di efficienza di sezione significano molta energia pulita in più nell'arco della vita di una turbina.

Su Saving Planets: Soluzioni · Algebra lineare

Fonti: DOE degli Stati Uniti: come funzionano le turbine eoliche? (in inglese) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

## Risorse di apprendimento gratuite

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Lezioni sulla teoria dei profili sottili.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Confronta la teoria con il simulatore.
- NASA Glenn: Lift from flow turning (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil2.html): Pagina gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Fluidi in Unified Engineering.

☐ **Ho finito questa unità**

# Ali finite e resistenza indotta

Vortici d’estremità e downwash, l’angolo d’attacco indotto, la teoria della linea portante di Prandtl, la distribuzione ellittica di portanza, il fattore di Oswald, la resistenza indotta C_Di = C_L²/(πeAR), la pendenza della portanza dell’ala finita, l’allungamento, i winglet e le ali controventate.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Spiegare come i vortici d’estremità creano downwash e resistenza indotta.
- Calcolare la resistenza indotta con il fattore di Oswald.
- Trovare la pendenza della portanza dell’ala finita.
- Spiegare come allungamento e winglet riducono la resistenza indotta.

## Concetti chiave

- Su un’ala finita, l’aria ad alta pressione sotto l’ala gira attorno alle estremità verso il dorso a bassa pressione, formando vortici liberi. Questi inducono una velocità verso il basso (downwash) sull’ala, inclinando il flusso locale dell’angolo indotto α_i.
- Inclinare all’indietro il vettore portanza di α_i crea una componente di resistenza: la resistenza indotta, il prezzo per generare portanza con un’apertura finita. È massima a bassa velocità e C_L alto.
- La teoria della linea portante di Prandtl modella l’ala come un vortice aderente con uno strato di vortici liberi. Una distribuzione ellittica di portanza dà un downwash uniforme, α_i = C_L/(πAR), e la resistenza indotta minima C_Di = C_L²/(πAR).
- Le ali reali hanno un fattore di Oswald e < 1: C_Di = C_L²/(πeAR). L’allungamento AR = b²/S è la leva principale: raddoppiare AR dimezza la resistenza indotta.
- La pendenza della portanza dell’ala finita è minore di 2π: a = $a_0$/(1 + $a_0$/(πeAR)). I winglet e le ali lunghe e sottili controventate riducono entrambi la resistenza indotta indebolendo o distribuendo i vortici d’estremità.

## Equazioni chiave

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

```
AR=(b^2)/(S)
```

Allungamento

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR}$$

`α_i=(C_L)/(π AR)`

Angolo indotto (ellittico)

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi e A R}$$

`C_D_i=(C_L^2)/(π eAR)`

Resistenza indotta

$$a = \frac{a_0}{1 + a_0/(\pi e A R)}$$

`a=(a_0)/(1+a_0/(π eAR))`

Pendenza di portanza dell'ala finita

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 7.1** Un'ala con AR = 8 ed e = 0.9 vola a C_L = 0.5. Trova C_Di.

1. C_Di = 0.25/(π × 0.9 × 8).

**Risposta:** C_Di = 0.01105.

**Esempio 7.2** Trova la pendenza della portanza di quell'ala se $a_0$ = 2π per radiante.

1. a = 2π/(1 + 2π/(π × 0.9 × 8)) = 6.2832/1.2778.

**Risposta:** a = 4.917 per radiante (0.0858 per grado).

**Esempio 7.3** Trova l'angolo indotto di un'ala ellittica (AR = 8) a C_L = 0.5.

1. α_i = 0.5/(π × 8) rad.

**Risposta:** α_i = 0.01989 rad = 1.14°.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Un'ala ha b = 30 m e S = 100 m². Trova AR.

900/100 = 9.

2. Porta AR da 8 a 12 con stessi e e $C_L$. Nuovo $C_{Di}$?

   0.01105 × 8/12 = 0.00737.

3. Quando è massima la resistenza indotta?

   A bassa velocità e $C_L$ alto, ad esempio in decollo e in salita.

4. Che e ha un'ala ellittica?

   e = 1.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** La resistenza indotta deriva dall'attrito superficiale.
**In realtà:** È l'inclinazione all'indietro della portanza dovuta al downwash, un effetto non viscoso.

**Mito:** Un'ala finita ha la stessa pendenza della portanza del suo profilo.
**In realtà:** È più bassa a causa del downwash.

**Mito:** I winglet funzionano aggiungendo superficie alare.
**In realtà:** Soprattutto indeboliscono i vortici d'estremità e il loro downwash.

## Flashcard

**Downwash**

Indotto dai vortici liberi.

**Allungamento**

$b^2/S$.

**Resistenza indotta**

$C_L^2/(\pi eAR)$.

**Angolo indotto**

$C_L/(\pi AR)$.

**Fattore di Oswald**

$e \leq 1$.

**Pendenza dell'ala finita**

$a_0/(1 + a_0/\pi eAR)$.

## Quiz di autoverifica

**1. Il coefficiente di resistenza indotta è...**

$C_L/(\pi eAR)$

$C_L^2/(\pi eAR)$

$\pi eAR/C_L^2$

$C_L^2 AR$

$C_L^2/(\pi eAR)$. Risultato della linea portante.

**2. Raddoppiare l'allungamento cambia la resistenza indotta di un fattore...**

×2

×½

×4

nessuna

×½. $C_{Di} \propto 1/AR$.

**3. La resistenza indotta minima deriva da una...**

distribuzione di portanza rettangolare

distribuzione di portanza ellittica

triangolare

caricata alle estremità

distribuzione di portanza ellittica. Downwash uniforme.

**4. L'allungamento è...**

S/b

$b^2/S$

c/b

$b/c^2$

$b^2/S$. L'apertura al quadrato divisa per la superficie.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

NASA Armstrong racconta che i winglet volarono per la prima volta su un KC-135 il 24 luglio 1979; in 48 voli di prova aumentarono l'efficienza del carburante dal 6 al 7 per cento e ridussero la resistenza fino al 7 per cento. La NASA dice che oggi i winglet sono su circa 10000 jet, con un risparmio di oltre 10 miliardi di galloni di carburante per aviazione e oltre 130 milioni di tonnellate di anidride carbonica.

Il passo successivo spinge ancora l'allungamento. Il contratto Sustainable Flight Demonstrator della NASA del 2023 (425 milioni di dollari della NASA in sette anni, circa 725 milioni dai partner) riguarda un'ala transonica controventata: ali extralunghe e sottili sostenute da montanti, il che secondo la NASA significa meno resistenza e, insieme ad altri progressi, fino al 30% in meno di consumo di carburante ed emissioni. È $C_{Di} = C_L^2/(\pi eAR)$ all'opera.

Su Saving Planets: Soluzioni · Statica

Fonti: NASA Armstrong: On the winglets of innovation (2023) (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/on-the-winglets-of-innovation-with-nasa-armstrong-2/) · NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html): Pagina gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Lezioni sulla linea portante.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Simulatore.

☐ **Ho finito questa unità**

# Flusso viscoso, numero di Reynolds e strati limite

La condizione di aderenza, il numero di Reynolds e la similitudine, le equazioni di Navier–Stokes a parole, gli strati limite laminari e turbolenti, la soluzione di Blasius per la lastra piana, l'attrito superficiale, la transizione, la separazione e la resistenza di pressione, e la ripartizione della resistenza di un velivolo.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Calcolare il numero di Reynolds e usarlo per la similitudine.
- Trovare lo spessore dello strato limite e la resistenza d'attrito su una lastra piana.
- Distinguere strati limite laminari e turbolenti.
- Spiegare separazione, resistenza di pressione e ripartizione della resistenza totale.

## Concetti chiave

- Un fluido viscoso aderisce a una superficie (aderenza), quindi si forma un sottile strato limite in cui la velocità sale da zero a quella del flusso esterno. Al di fuori, la teoria non viscosa delle unità 4–7 funziona bene.
- Il numero di Reynolds Re = ρVL/μ confronta le forze d'inerzia con quelle viscose. Due flussi geometricamente simili con uguale Re (e numero di Mach) hanno gli stessi coefficienti; per questo le prove in galleria del vento funzionano.
- Le equazioni di Navier–Stokes aggiungono gli sforzi viscosi all'equazione di Eulero. La semplificazione di strato limite di Prandtl e la soluzione di Blasius danno, per una lastra piana laminare, δ = 5.0x/√Re_x e C_f = 1.328/√Re_L.
- Oltre un numero di Reynolds di transizione (circa 5 × 10⁵ su una lastra piana liscia) lo strato diventa turbolento: più spesso, con più attrito, C_f ≈ 0.074/Re_L^0.2, ma più resistente alla separazione.
- In un gradiente di pressione avverso lo strato limite può separarsi, lasciando una scia ampia e resistenza di pressione. Resistenza totale = attrito + resistenza di pressione (di forma) + indotta + d'onda (unità 9).

## Equazioni chiave

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

Re=(ρ VL)/(μ)

Numero di Reynolds

$$\delta = \frac{5.0x}{\sqrt{Re_x}}$$

=5.0x_x

Spessore dello strato limite laminare

$$C_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$$

C_f=1.328_L

Attrito laminare (Blasius)

$$C_f = \frac{0.074}{Re_L^{0.2}}$$

C_f=0.074Re_L^0.2

Attrito turbolento (lastra piana)

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 8.1** Trova il numero di Reynolds di un’ala con corda di 1.5 m a 70 m/s al livello del mare.

1. Re = 1.225 × 70 × 1.5/1.789 × 10⁻⁵.

**Risposta:** Re = 7.19 × 10⁶ (turbolento su gran parte della corda).

**Esempio 8.2** Confronta i coefficienti d’attrito laminare e turbolento a Re_L = 10⁶, e lo spessore dello strato limite a x = 1 m.

1. C_f laminare = 1.328/1000; C_f turbolento = 0.074/15.85.
2. δ_lam = 5.0/1000; δ_turb = 0.37/15.85.

**Risposta:** C_f = 0.00133 vs 0.00467; δ = 5.0 mm vs 23.3 mm.

**Esempio 8.3** Una lastra piana di 1 m × 1 m a 30 m/s al livello del mare resta laminare (Re = 2.05 × 10⁶, ipotesi). Trova la resistenza d’attrito su un lato.

1. q = ½ × 1.225 × 900 = 551.25 Pa.
2. C_f = 1.328/√(2.054 × 10⁶) = 0.000927.
3. D = qSC_f.

**Risposta:** D = 0.511 N.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Un modello in scala 1/10 deve avere lo stesso Re nella stessa aria. Che velocità?

   10 volte la velocità in scala reale (spesso impossibile, per cui si usano gallerie pressurizzate o criogeniche).

2. C_f cresce o diminuisce all'aumentare di Re?

   Diminuisce sia per gli strati laminari sia per quelli turbolenti.

3. Perché le palline da golf hanno le fossette?

   Uno strato limite turbolento si separa più tardi, riducendo la resistenza di pressione.

4. Indica quattro componenti della resistenza.

   Attrito, pressione, indotta, d'onda.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Il flusso turbolento significa sempre più resistenza.
**In realtà:** Più attrito, ma spesso meno resistenza di pressione se la separazione è ritardata.

**Mito:** Lo strato limite è spesso.
**In realtà:** Su un'ala va da millimetri a centimetri.

**Mito:** Il numero di Reynolds dipende solo dalla velocità.
**In realtà:** Dipende da densità, velocità, lunghezza e viscosità.

## Flashcard

**Aderenza**

Velocità nulla alla parete.

**Numero di Reynolds**

$\rho VL/\mu$.

**$\delta$ laminare**

$5.0x/\sqrt{Re_x}$.

**C_f laminare**

$1.328/\sqrt{Re_L}$.

**C_f turbolento**

**Separazione**

| | |
|---|---|
| 0.074/Re_L^0.2. | Gradiente avverso, scia, resistenza di pressione. |

## Quiz di autoverifica

**1. Il numero di Reynolds confronta...**

inerzia su viscosità

pressione su gravità

velocità su suono

portanza su resistenza

inerzia su viscosità. Re = ρVL/μ.

**2. Il C_f laminare di una lastra piana è...**

0.074/Re^0.2

1.328/√Re

5/√Re

2π

1.328/√Re. Blasius.

**3. La separazione è favorita da...**

un gradiente di pressione favorevole

un gradiente di pressione avverso

alta densità

solo gli urti

un gradiente di pressione avverso. La pressione crescente rallenta lo strato.

**4. Aderenza significa...**

che la velocità dell’aria alla parete è zero

nessun attrito

flusso non viscoso

nessuna pressione

che la velocità dell'aria alla parete è zero. Il fluido aderisce alla parete.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

L'attrito superficiale è una quota importante della resistenza in crociera di un aereo di linea, per questo gli ingegneri lavorano tanto su superfici lisce e sul mantenere laminari più a lungo gli strati limite. Ogni unità di resistenza eliminata è carburante e carbonio non bruciati.

L'EPA riporta che gli aerei coperti dai suoi standard sui gas serra rappresentano il 10 per cento delle emissioni di gas serra dei trasporti negli Stati Uniti e il 3 per cento delle emissioni totali del paese, e che i suoi standard del 2020 sono allineati agli standard sulla $CO_2$ dell'Organizzazione dell'aviazione civile internazionale. L'ingegneria dello strato limite, dalle riblet alle ali a flusso laminare, è una strada per rispettare quelle norme.

Su Saving Planets: Soluzioni · Equazioni differenziali

Fonti: U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft) · NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA Glenn: Reynolds number (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/reynolds.html): Pagina gratuita della NASA.
- OpenStax UP1, 14.7 Viscosity and turbulence (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-7-viscosity-and-turbulence): Sezione di un manuale gratuito.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Lezioni sul flusso viscoso.

☐ **Ho finito questa unità**

# Flusso comprimibile: relazioni isentropiche e onde d’urto

Quando conta la comprimibilità, grandezze di ristagno, relazioni isentropiche, relazione area–velocità e ugelli, urti normali, urti obliqui e onde di espansione in breve, il numero di Mach critico, la divergenza della resistenza, la resistenza d’onda e i profili supercritici.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Usare le relazioni isentropiche per trovare le grandezze di ristagno.
- Spiegare la relazione area–velocità e gli ugelli in condizioni di blocco.
- Calcolare le grandezze attraverso un urto normale.
- Spiegare il Mach critico e perché i profili supercritici ritardano l’aumento della resistenza.

## Concetti chiave

- Sotto circa M = 0.3 le variazioni di densità sono inferiori al 5% e il flusso si può trattare come incomprimibile. Oltre, vanno incluse le variazioni di energia e densità.
- Grandezze di ristagno per flusso adiabatico e isentropico: $T_0/T = 1 + (\gamma - 1)M^2/2$, $p_0/p = (T_0/T)^{(\gamma/(\gamma-1))}$, $\rho_0/\rho = (T_0/T)^{(1/(\gamma-1))}$.
- Area–velocità: $dA/A = (M^2 - 1)dV/V$. Il flusso subsonico accelera in un condotto convergente; quello supersonico in uno divergente. Il flusso sonico si ha nella gola; A/A* fissa il numero di Mach.
- Un urto normale è un salto sottile e irreversibile: il flusso supersonico diventa subsonico, e pressione, densità e temperatura saltano mentre la pressione totale cala. Per $\gamma = 1.4$ e $M_1 = 2$, $M_2 = 0.577$ e $p_2/p_1 = 4.5$.
- Su un’ala ad alta velocità subsonica, il flusso sul dorso raggiunge per primo M = 1, al numero di Mach critico. Oltre si forma un urto e la resistenza sale bruscamente (divergenza della resistenza). I profili supercritici e la freccia spostano questo aumento a velocità più alte.

## Equazioni chiave

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

`(T_0)/(T)=1+(γ-1)/(2)M^2`

Temperatura di ristagno

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

`(p_0)/(p)=((T_0)/(T))^γ/(γ-1)`

Rapporto di pressione isentropico

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}}$$

`M_2^2=1+(γ-1)/(2)M_1^2γ M_1^2-(γ-1)/(2)`

Numero di Mach dopo un urto normale

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

`(p_2)/(p_1)=1+(2γ)/(γ+1)(M_1^2-1)`

Rapporto di pressione di un urto normale

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 9.1** Un aereo di linea vola a M = 0.85. Trova $T_0/T$ e $p_0/p$.

1. $T_0/T = 1 + 0.2 \times 0.7225 = 1.1445$.
2. $p_0/p = 1.1445^{3.5}$.

**Risposta:** $T_0/T = 1.1445$; $p_0/p = 1.604$.

**Esempio 9.2** Trova $M_2$, $p_2/p_1$, $\rho_2/\rho_1$ e $T_2/T_1$ attraverso un urto normale con $M_1 = 2$.

1. $M_2 = \sqrt{(1.8/5.4)}$.
2. $p_2/p_1 = 1 + (2.8/2.4)(3)$.
3. $\rho_2/\rho_1 = 2.4 \times 4/(2 + 0.4 \times 4) = 2.667$.
4. $T_2/T_1 = (p_2/p_1)/(\rho_2/\rho_1)$.

**Risposta:** $M_2 = 0.577$, $p_2/p_1 = 4.5$, $\rho_2/\rho_1 = 2.667$, $T_2/T_1 = 1.688$.

**Esempio 9.3** La NASA indica una velocità del suono alla quota di crociera di circa 660 mph. Convertila in m/s e confrontala con il valore dell’atmosfera standard a 11 km (295.1 m/s).

1. $660 \times 0.44704 = 295.0$ m/s.

**Risposta:** 295.0 m/s, entro lo 0.1% del valore dell’atmosfera standard.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Trova $p_0/p$ a M = 2.

   1.8^3.5 = 7.82.

2. Trova A/A* a M = 2.

   1.688.

3. Sotto quale numero di Mach si possono di solito trascurare le variazioni di densità?

   Circa 0.3.

4. Attraverso un urto normale, la pressione totale aumenta o diminuisce?

   Diminuisce (l'entropia aumenta).

## Errori concettuali comuni

**Mito:** Un urto accelera il flusso.
**In realtà:** Un urto normale rende subsonico il flusso supersonico.

**Mito:** La resistenza d'onda conta solo sopra M = 1.
**In realtà:** Inizia sopra il Mach critico, sotto M = 1 su un'ala.

**Mito:** Un condotto divergente rallenta sempre il flusso.
**In realtà:** Accelera il flusso supersonico.

## Flashcard

**Limite incomprimibile**

M < 0.3.

**$T_0/T$**

$1 + 0.2M^2$.

**$p_0/p$**

$(T_0/T)^{3.5}$.

**Area–velocità**

$dA/A = (M^2 - 1)dV/V$.

**Urto normale M=2**

$M_2 = 0.577$, $p_2/p_1 = 4.5$.

**Mach critico**

M locale = 1 sull'ala.

## Quiz di autoverifica

**1. $T_0/T$ a M = 1 è…**

1.0

1.2

1.4

2.0

1.2. 1 + 0.2.

**2. Il flusso supersonico accelera in un…**

condotto convergente

condotto divergente

condotto a sezione costante

nessun condotto

condotto divergente. $dA/A = (M^2 - 1)dV/V$.

**3. $p_2/p_1$ attraverso un urto normale con $M_1 = 2$ è…**

2

4.5

7.8

1.7

4.5. Relazione dell'urto normale.

**4. I profili supercritici…**

alzano il numero di Mach di divergenza della resistenza

eliminano la portanza

aggiungono curvatura solo al bordo d’attacco

funzionano solo a Mach 2

alzano il numero di Mach di divergenza della resistenza. Urto più debole.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

La NASA spiega che quando gli aerei di linea si avvicinano alla velocità del suono, circa 660 mph alla quota di crociera, su un’ala convenzionale si forma un’onda d’urto stazionaria che aggiunge resistenza. Il profilo supercritico di Whitcomb, più piatto sopra e arrotondato sotto, ha ridotto al minimo quell’urto, aumentando l’efficienza fino al 15% secondo la NASA.

È la storia del Mach critico e della divergenza della resistenza di questa unità. La NASA dice che il progetto è diventato lo standard del settore e fa risparmiare miliardi di dollari di carburante all’anno; meno carburante bruciato in crociera significa meno $CO_2$ dai voli che costituiscono una grande parte delle emissioni dell’aviazione.

Su Saving Planets: Introduzione all’ingegneria aerospaziale · Meteo spaziale

Fonti: NASA: How a NASA engineer created the modern airplane wing (2016) (https://www.nasa.gov/aeronautics/how-a-nasa-engineer-created-the-modern-airplane-wing/) · NASA Glenn: Normal shock wave (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn: Isentropic flow (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/isentrop.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA Glenn: Normal shock wave (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA Glenn: Mach number (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mach.html): Pagina gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Lezioni sul flusso comprimibile.

☐ **Ho finito questa unità**

# Prestazioni dei velivoli: polare di resistenza, planata, autonomia di distanza e di durata

La polare di resistenza C_D = C_D0 + KC_L², spinta e potenza necessarie, velocità di minima resistenza, massima efficienza aerodinamica, volo planato, le equazioni di Breguet per autonomia di distanza e di durata, e come l'efficienza aerodinamica si traduce in carburante ed emissioni.

## Obiettivi di apprendimento

Alla fine di questa unità saprai:

- Costruire una polare di resistenza e trovare (L/D)max.
- Trovare la velocità di minima resistenza e la distanza di planata.
- Usare l'equazione di Breguet per l'autonomia di distanza.
- Collegare le riduzioni di resistenza al consumo di carburante.

## Concetti chiave

- La polare di resistenza C_D = C_D0 + KC_L² con K = 1/(πeAR) combina la resistenza a portanza nulla (parassita) e la resistenza indotta.
- In volo livellato L = W e T = D. La resistenza è minima dove resistenza parassita e indotta sono uguali: C_L* = √(C_D0/K), che dà (L/D)max = 1/(2√(KC_D0)).
- Planata: senza spinta il rapporto di planata è uguale a L/D, quindi la migliore distanza di planata da una quota h è h(L/D)max.
- Autonomia di Breguet per un jet: R = (V/c)(L/D) ln(W_i/W_f), con c il consumo specifico di spinta. L'autonomia cresce direttamente con L/D, quindi l'efficienza aerodinamica si moltiplica con l'efficienza dei motori e il rapporto dei pesi.
- Per un viaggio fisso, aumentare L/D riduce il carburante necessario; per questo winglet, profili supercritici e ali ad alto allungamento riducono tutti la $CO_2$.

## Equazioni chiave

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2,\ K = \frac{1}{\pi e AR}$$

C_D=C_D0+KC_L^2,\ K=(1)/(π eAR)

Polare di resistenza

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{max} = \frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}}$$

( LD)_max=12_D0

Massima efficienza aerodinamica

$$C_L^* = \sqrt{C_{D0}/K}$$

C_L^*=_D0/K

Coefficiente di portanza di minima resistenza

$$R = \frac{V}{c}\frac{L}{D}\ln\frac{W_i}{W_f}$$

R=V/cL/D(W_i)/(W_f)

Autonomia di Breguet (jet)

## Esempi svolti passo passo

**Esempio 10.1** Un’ala ha AR = 8, e = 0.9 e C_D0 = 0.02. Trova K, (L/D)max e C_L*.

1. K = 1/(π × 0.9 × 8) = 0.04421.
2. (L/D)max = 1/(2√(0.04421 × 0.02)).
3. C_L* = √(0.02/0.04421).

**Risposta:** K = 0.04421, (L/D)max = 16.81, C_L* = 0.673.

**Esempio 10.2** Per quell’aereo (W = 9810 N, S = 16 m², livello del mare), trova la velocità di minima resistenza e la migliore distanza di planata da 1000 m.

1. V = √(2W/(ρSC_L*)) = √(19,620/(1.225 × 16 × 0.6726)).
2. Planata = 1000 × 16.81.

**Risposta:** V = 38.6 m/s; distanza di planata 16.8 km.

**Esempio 10.3** Un jet (valori di esempio) è in crociera a V = 230 m/s con c = 1.6 × 10⁻⁴ s⁻¹, L/D = 17 e W_i/W_f = 1.25. Trova l’autonomia.

1. R = (230/1.6 × 10⁻⁴) × 17 × ln 1.25.

**Risposta:** R = 5453 km.

## Esercizi

Svolgi ciascuno prima su carta, poi controlla.

1. Porta L/D da 17 a 18 nell’esempio di Breguet. Nuova autonomia?

   5453 × 18/17 = 5774 km.

2. Che $C_D$ dà la polare a $C_L^*$?

   $2C_{D0} = 0.04$.

3. Quanto vale L/D a $C_L = 1.0$ per la polare dell’esempio?

   1.0/0.06421 = 15.57.

4. Un aliante ha L/D = 40. Quanta strada fa da 2 km?

   80 km.

## Errori concettuali comuni

**Mito:** La planata migliore si ha alla velocità più bassa.
**In realtà:** Si ha alla velocità di minima resistenza, più alta di quella di stallo.

**Mito:** L’autonomia dipende solo dal carburante imbarcato.
**In realtà:** Dipende da L/D, efficienza dei motori e rapporto dei pesi.

**Mito:** La resistenza parassita è sempre la parte maggiore.
**In realtà:** A bassa velocità domina la resistenza indotta.

## Flashcard

**Polare di resistenza**

$C_{D0} + KC_L^2$.

**K**

$1/(\pi eAR)$.

**(L/D)max**

$1/(2\sqrt{(KC_{D0})})$.

**$C_L^*$**

$\sqrt{(C_{D0}/K)}$.

**Planata**

Distanza = h · L/D.

**Breguet**

$R = (V/c)(L/D)\ \ln(W_i/W_f)$.

## Quiz di autoverifica

**1. A resistenza minima...**

parassita = indotta

indotta = 0

$C_L = 0$

V = stallo

parassita = indotta. La derivata di D è zero.

**2. Il rapporto di planata è uguale a...**

L/D

D/L

$C_L$

W/S

L/D. Nessuna spinta.

**3. L'autonomia di Breguet è proporzionale a...**

D/L

L/D

$C_{D0}$

K

L/D. $R \propto L/D$.

**4. Nella polare, K è...**

$1/(\pi e AR)$

$\pi e AR$

C_D0

2π

1/(πeAR). Il fattore di resistenza indotta.

**Rifai questo quiz**

## Come questo aiuta a salvare il pianeta

Il comunicato NASA del 2023 sul Sustainable Flight Demonstrator dice che gli aerei a corridoio singolo rappresentano quasi la metà delle emissioni mondiali dell'aviazione, e che il progetto ad ala controventata, insieme ad altri progressi, potrebbe ridurre consumo di carburante ed emissioni fino al 30%. Lo collega all'obiettivo di emissioni nette zero dell'aviazione entro il 2050.

L'equazione di Breguet mostra perché: autonomia ed efficienza nei consumi scalano con L/D. L'EPA osserva che gli aerei coperti rappresentano il 10 per cento delle emissioni di gas serra dei trasporti negli Stati Uniti, quindi pochi punti di L/D, moltiplicati per migliaia di voli al giorno, contano per il clima.

Su Saving Planets: Soluzioni · Analisi I

Fonti: NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/) · U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft)

## Risorse di apprendimento gratuite

- NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html): Pagina gratuita della NASA.
- NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html): Pagina gratuita della NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Lezioni sulle prestazioni.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Aerodinamica del MIT.

## Guarda la lezione

Lecture 12: Aircraft Performance (https://ocw.mit.edu/courses/16-687-private-pilot-ground-school-january-iap-2019/resources/lecture-12-aircraft-performance/) (in inglese)

MIT 16.687 Private Pilot Ground School (IAP 2019), MIT OpenCourseWare. Licenza: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condizioni d'uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Link fornito solo per lo studio gratuito; Saving Planets non è affiliato a questa università né approvato da essa.

☐ **Ho finito questa unità**

## Esercizi

Questi esercizi stanno dentro ogni unità. Falli su carta, poi apri la risposta.

1. Proprietà dei fluidi e atmosfera standard
   4 esercizi
2. Statica dei fluidi, equazione di Bernoulli e misura della velocità dell'aria
   4 esercizi
3. Leggi di conservazione: massa, quantità di moto ed energia; volumi di controllo e teoria della quantità di moto
   4 esercizi
4. Flusso potenziale e teorema di Kutta–Joukowski
   4 esercizi
5. Profili alari e coefficienti di portanza, resistenza e momento
   4 esercizi
6. Teoria dei profili sottili
   4 esercizi
7. Ali finite e resistenza indotta
   4 esercizi
8. Flusso viscoso, numero di Reynolds e strati limite
   4 esercizi
9. Flusso comprimibile: relazioni isentropiche e onde d'urto
   4 esercizi
10. Prestazioni dei velivoli: polare di resistenza, planata, autonomia di distanza e di durata
    4 esercizi

## Il laboratorio (Aerodynamics lab)

Il laboratorio è la parte pratica del corso. Qui è gratuito e solo per esercitarsi, senza crediti.

Ogni laboratorio si può svolgere in una simulazione gratuita o con carta e oggetti di casa. Lancia gli alianti solo in spazi aperti, mai verso le persone, e stai lontano da strade e linee elettriche; per le prove di caduta usa uno sgabello robusto, non una sedia.

Riferimento per la sicurezza: OSHA: Fall protection (https://www.osha.gov/fall-protection)

## Laboratorio A: il foglio di calcolo dell’atmosfera standard

SETTIMANA 1

**Obiettivo:** Costruire il modello di atmosfera standard di NASA Glenn in un foglio di calcolo e vedere come temperatura, pressione e densità calano con la quota.

$$T = 15.04 - 0.00649h,\ \ p = 101.29\left[\frac{T+273.1}{288.08}\right]^{5.256},\ \ \rho = \frac{p}{0.2869(T+273.1)}$$

`T=15.04-0.00649h,\ \ p=101.29[(T+273.1)/(288.08)]^5.256,\ \ ρ=(p)/(0.2869(T+273.1))`

Modello della troposfera di NASA Glenn (h in m, T in °C, p in kPa)

**Procedimento**

1. Crea una colonna di quote da 0 a 11000 m a passi di 500 m.
2. Aggiungi colonne per T, p e ρ con le formule metriche della NASA.
3. Aggiungi la velocità del suono a = √(1.4 × 287 × (T + 273.15)).
4. Traccia $\rho/\rho_0$ in funzione della quota e confronta con l’impostazione di quota di FoilSim.

**Tabella dei dati**

| h (m) | T (°C) | p (kPa) | ρ (kg/m³) |
|---|---|---|---|
| 0 | 15.04 | 101.40 | 1.2266 |
| 5,000 | −17.41 | 54.11 | 0.7377 |
| 11,000 | −56.35 | 22.71 | 0.3652 |

*Valori dalle interpolazioni di NASA Glenn; le tabelle dell’atmosfera standard dei manuali differiscono leggermente (ad esempio 1.225 kg/m³ al livello del mare).*

**Calcolo di esempio**

1. ρ(11 km)/ρ(0) = 0.3652/1.2266 = 0.298.
2. a(11 km) = √(1.4 × 287 × 216.8) = 295.1 m/s.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo gratuito.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html) · NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html)

**Legame con il pianeta:** La quota di crociera è vicino alla parte alta di questa tabella, dove la bassa densità riduce la resistenza; il modello della NASA è quello usato in FoilSim. NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio B: Bernoulli, il venturi e il tubo di Pitot

SETTIMANA 2

**Obiettivo:** Vedere la pressione calare dove il flusso accelera, e convertire una lettura di pressione Pitot statica in velocità.

$$V = \sqrt{2(p_0 - p)/\rho}$$

`V=2(p_0-p)/ρ`

Velocità da Pitot statico

**Procedimento**

1. Apri PhET Fluid Pressure and Flow, scheda Flow; restringi il tubo e leggi pressione e velocità nelle due sezioni.
2. Verifica la continuità $A_1V_1 = A_2V_2$ e il calo di pressione di Bernoulli.
3. A casa: tieni una striscia di carta sotto le labbra e soffia sopra; si solleva. Appendi due fogli di carta a 3 cm di distanza e soffia tra di essi; si avvicinano.
4. Compila la tabella per un tubo di Pitot al livello del mare.

**Tabella dei dati**

| $p_0 - p$ (Pa) | V (m/s) |
|---|---|
| 100 | 12.8 |
| 500 | 28.6 |
| 1500 | 49.5 |

*Calcolato per $\rho$ = 1.225 kg/m³; le dimostrazioni con la carta mostrano l'effetto, non numeri esatti (la striscia si solleva anche perché il getto segue la carta curva).*

**Calcolo di esempio**

1. V = √(2 × 500/1.225) = 28.6 m/s.
2. Raddoppiare V richiede una differenza di pressione 4 volte maggiore.

> **Sicurezza**
>
> - Soffia piano; fermati se ti gira la testa.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Le dimostrazioni con la carta sono il laboratorio a casa.

PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow) · PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure)

**Legame con il pianeta:** La NASA osserva che l'aria di Marte ha meno dell'1% della densità di quella terrestre, quindi la stessa lettura Pitot su Marte corrisponderebbe a circa 10 volte la velocità. NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio C: la curva di portanza in NASA FoilSim

SETTIMANA 8

**Obiettivo:** Misurare il coefficiente di portanza in funzione dell'angolo d'attacco, trovare la pendenza della portanza e l'angolo di portanza nulla, e confrontarli con la teoria dei profili sottili.

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

`c_l=2π(α-α_L=0)`

Teoria dei profili sottili

**Procedimento**

1. Apri NASA FoilSim, scegli un profilo simmetrico, imposta velocità e quota.
2. Registra la portanza ad α = 0°, 2°, 4°, 6°, … fino a 10°, e convertila in c_l = L/(qS).
3. Ripeti con la curvatura; trova α_L=0.
4. Traccia entrambe le curve e confrontale con la tabella teorica.

**Tabella dei dati**

| α (°) | c_l teorico (simmetrico) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 2 | 0.219 |
| 4 | 0.439 |
| 6 | 0.658 |

*Valori teorici; FoilSim include lo spessore e altre correzioni, quindi la tua pendenza può differire di qualche punto percentuale.*

**Calcolo di esempio**

1. Pendenza = 0.658/6 = 0.110 per grado = 2π per radiante.
2. c_l a 5° = 2π × 0.08727 = 0.548.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- FoilSim funziona nel browser.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html)

**Legame con il pianeta:** Il DOE dice che le pale delle turbine generano portanza come le ali; i progettisti di pale usano curve di portanza come questa per fissare l'angolo di ogni sezione. DOE degli Stati Uniti: come funzionano le turbine eoliche? (in inglese) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio D: alianti di carta, allungamento ed efficienza di planata

SETTIMANA 10

**Obiettivo:** Misurare l'efficienza di planata (L/D) di alianti di carta con allungamenti diversi e vedere all'opera la resistenza indotta.

$$\frac{L}{D} = \frac{\text{distance}}{\text{height}}, \quad AR = \frac{b^2}{S}$$

LD=,\ \ AR=(b^2)/(S)

Efficienza di planata e allungamento

**Procedimento**

1. Costruisci due semplici alianti con carta da stampante e la stessa superficie alare: uno corto e largo, uno lungo e stretto. Aggiungi una graffetta sul muso per bilanciarlo.
2. Lancia delicatamente, in orizzontale, da un'altezza fissa (ad esempio 1.5 m) in una stanza grande o all'aperto senza vento.
3. Misura la distanza orizzontale su 5 voli ciascuno e fai la media.
4. Calcola AR e L/D per ciascuno e confronta.

**Tabella dei dati**

| Aliante | b (m) | S (m²) | AR | Distanza da 1.5 m (m) | L/D |
|---|---|---|---|---|---|
| Ala corta | 0.20 | 0.010 | 4 | 6.0 | 4.0 |
| Ala lunga | 0.30 | 0.010 | 9 | 9.0 | 6.0 |

*Valori di esempio per mostrare il metodo; i tuoi risultati dipendono da piegatura, bilanciamento e lancio.*

**Calcolo di esempio**

1. AR = $0.30^2/0.010 = 9$.
2. L/D = 9.0/1.5 = 6.0.

> **Sicurezza**
>
> - Non lanciare mai verso persone o volti; libera prima l'area.
> - Lancia dal pavimento o da uno sgabello robusto, non da una sedia (indicazioni OSHA sulla protezione dalle cadute).

**Alternativa a casa o virtuale**

- È un laboratorio a casa.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html) · NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html)

**Legame con il pianeta:** L'ala controventata della NASA usa ali extralunghe e sottili per lo stesso motivo per cui l'aliante lungo vola più lontano: meno resistenza. NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio E: resistenza di un filtro da caffè e velocità limite

SETTIMANA 11

**Obiettivo:** Misurare la velocità limite, trovare un coefficiente di resistenza e mostrare che la resistenza cresce con il quadrato della velocità.

$$mg = \tfrac{1}{2}\rho V_t^2 C_D A$$

```
mg=12ρ V_t^2C_DA
```

Alla velocità limite la resistenza è uguale al peso

**Procedimento**

1. Lascia cadere un filtro da caffè di carta da circa 2 m e filmalo al rallentatore accanto a un metro a nastro.
2. Trova la velocità limite nell'ultimo metro di caduta.
3. Impila 2 e poi 4 filtri (stessa forma, più peso) e ripeti.
4. Calcola C_D e verifica che V_t cresce come √m.

**Tabella dei dati**

| Filtri | m (g) | V_t (m/s) | C_D |
|---|---|---|---|
| 1 | 1.0 | 1.20 | 0.98 |
| 2 | 2.0 | 1.70 | 0.98 |

*Valori di esempio con un filtro di 12 cm di diametro; pesa i tuoi filtri su una bilancia da cucina.*

**Calcolo di esempio**

1. C_D = 2 × 0.00981/(1.225 × 1.20² × π × 0.06²) = 0.98.
2. V_t(2 filtri) = 1.20 × √2 = 1.70 m/s.

> **Sicurezza**
>
> - Lascia cadere solo da in piedi o da uno sgabello robusto.
> - Tieni l'area libera da ostacoli in cui inciampare.

**Alternativa a casa o virtuale**

- È un laboratorio a casa.

NASA Glenn: The drag equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/drageq.html) · PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow)

**Legame con il pianeta:** L’EPA osserva che gli aerei coperti sono il 3% delle emissioni totali di gas serra degli Stati Uniti; la resistenza è ciò che i loro motori devono vincere bruciando carburante. U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

## Laboratorio F: foglio di calcolo di polare di resistenza e autonomia

SETTIMANA 15

**Obiettivo:** Costruire una polare di resistenza, trovare (L/D)max e usare l'equazione di Breguet per vedere come le riduzioni di resistenza cambiano autonomia e carburante.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR}$$

`C_D=C_D0+(C_L^2)/(π eAR)`

Polare di resistenza

**Procedimento**

1. Imposta C_D0 = 0.02, e = 0.9 e AR = 8 (valori di esempio).
2. Calcola C_D e L/D per C_L da 0.1 a 1.2.
3. Trova la massima L/D e confrontala con 1/(2√(KC_D0)).
4. Porta AR a 12, e la resistenza totale a −7% (il dato NASA sulla resistenza dei winglet), e osserva come cambia l'autonomia.

**Tabella dei dati**

| C_L | C_D | L/D |
|---|---|---|
| 0.2 | 0.0218 | 9.19 |
| 0.673 | 0.0400 | 16.81 |
| 1.0 | 0.0642 | 15.57 |

*Calcolato dalla polare di esempio.*

**Calcolo di esempio**

1. K = 0.04421; (L/D)max = 16.81 a C_L = 0.673.
2. Autonomia di Breguet ∝ L/D, quindi +10% di L/D dà +10% di autonomia.

> **Sicurezza**
>
> - Solo computer.

**Alternativa a casa o virtuale**

- Va bene qualsiasi foglio di calcolo.

NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html) · NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html)

**Legame con il pianeta:** La NASA dice che i winglet riducono la resistenza fino al 7% e oggi sono su circa 10000 jet, con un risparmio di oltre 10 miliardi di galloni di carburante. NASA Armstrong: On the winglets of innovation (2023) (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/on-the-winglets-of-innovation-with-nasa-armstrong-2/)

- [ ] **Ho completato questo laboratorio (reale o virtuale)**

# Serie di esercizi per gli esami

Cronometrati: circa 10 minuti per problema. Poi confronta con le soluzioni complete.

## Esercizi di preparazione all'esame intermedio (unità 1–5)

1. Trova la densità dell'aria a 60 kPa e 250 K.

    1. $\rho = 60{,}000/(287 \times 250)$.

    **Risposta:** 0.836 kg/m³.

2. Un tubo di Pitot statico indica 800 Pa dove $\rho = 0.9$ kg/m³. Trova la velocità vera.

    1. $V = \sqrt{(2 \times 800/0.9)}$.

    **Risposta:** 42.2 m/s.

3. Trova la potenza ideale in hovering di un elicottero da 500 kg con un rotore di 8 m al livello del mare.

    1. $T = 4905$ N; $A = 50.27$ m².
    2. $P = T^{1.5}/\sqrt{(2\rho A)}$.

    **Risposta:** 31.0 kW.

4. Trova $C_p$ a $\theta = 45°$ su un cilindro non portante.

    1. $1 - 4 \times 0.5$.

    **Risposta:** −1.

5. Un corpo al livello del mare in una corrente a 40 m/s ha $\Gamma = 15$ m²/s. Trova $L'$.

    1. $1.225 \times 40 \times 15$.

    **Risposta:** 735 N/m.

### Serie di esercizi finale (tutte le unità)

1. Trova c_l per un profilo sottile simmetrico a 3°.
    1. 2π × 0.05236.

    **Risposta:** 0.329.

2. Trova C_Di per C_L = 0.6, AR = 10, e = 0.85.
    1. 0.36/(π × 8.5).

    **Risposta:** 0.0135.

3. Trova Re per una corda di 2 m a 50 m/s al livello del mare.
    1. 1.225 × 50 × 2/1.789 × $10^{-5}$.

    **Risposta:** 6.85 × $10^{6}$.

4. Trova $M_2$ e $p_2/p_1$ attraverso un urto normale con $M_1 = 3$.
    1. $M_2 = \sqrt{(2.8/12.4)}$; $p_2/p_1 = 1 + (2.8/2.4) \times 8$.

    **Risposta:** $M_2 = 0.475$, $p_2/p_1 = 10.33$.

5. Trova $T_0/T$ e $p_0/p$ a M = 0.8.
    1. 1 + 0.2 × 0.64 = 1.128; 1.128^3.5.

    **Risposta:** 1.128 e 1.524.

6. Trova (L/D)max per C_D0 = 0.025, AR = 10, e = 0.85.
    1. K = 0.03745.

    **Risposta:** 16.34.

# Formulario

$$p = \rho R T,\ a = \sqrt{\gamma R T},\ M = V/a$$

$$p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0,\ q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

$$C_p = 1 - (V/V_\infty)^2$$

$$\dot{m} = \rho A V,\ \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$P_{ideal} = T^{3/2}/\sqrt{2\rho A}$$

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma,\ C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

$$L = qSC_L,\ D = qSC_D$$

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

$$C_{D_i} = C_L^2/(\pi e AR),\ AR = b^2/S$$

$$Re = \rho V L/\mu,\ C_f = 1.328/\sqrt{Re}$$

$$T_0/T = 1 + \tfrac{\gamma-1}{2}M^2$$

$$p_2/p_1 = 1 + \tfrac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

$$(L/D)_{max} = 1/(2\sqrt{KC_{D0}}),\ R = \tfrac{V}{c}\tfrac{L}{D}\ln\tfrac{W_i}{W_f}$$

### Costanti

| Costante | Valore |
|---|---|
| Aria standard al livello del mare (valori da manuale) | p = 101,325 Pa, T = 288.15 K, ρ = 1.225 kg/m³, μ = 1.789 × 10⁻⁵ kg/(m·s), a = 340.3 m/s |
| Costante dei gas per l'aria | R = 287 J/(kg·K); γ = 1.4 |
| 1 nodo | 0.514444 m/s |
| 1 piede | 0.3048 m |
| 1 miglio orario | 0.44704 m/s |
| Gravità su Marte (valore da manuale) | g = 3.71 m/s² |

Fonte: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

## Testi e simulazioni gratuiti

Usa queste lezioni, pagine NASA e simulazioni gratuite insieme al corso.

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Appunti delle lezioni ed esercizi gratuiti del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Appunti gratuiti del MIT su fluidi e termodinamica.
- NASA Glenn: Beginner's Guide to Aeronautics (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/short.html): Centinaia di pagine NASA gratuite su portanza, resistenza e flusso comprimibile.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Cambia forma del profilo, velocità e quota e osserva portanza e resistenza.
- OpenStax University Physics Volume 1, 14.6 Bernoulli's equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): Sezione di un manuale gratuito.
- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): Pressione, flusso e Bernoulli.

# Glossario

**Angolo d’attacco**
Angolo tra la corda e il flusso incidente.

**Allungamento**
$b^2/S$, apertura al quadrato divisa per la superficie alare.

**Strato limite**
Sottile strato vicino a una superficie in cui la viscosità rallenta il flusso.

**Curvatura**
Curvatura della linea media di un profilo.

**Circolazione**
Integrale di linea della velocità lungo una curva chiusa; legato alla portanza.

**Numero di Mach critico**
Mach della corrente libera a cui il flusso locale raggiunge per primo $M = 1$.

**Downwash**
Flusso verso il basso indotto dai vortici liberi.

**Polare di resistenza**
$C_D$ in funzione di $C_L$.

**Pressione dinamica**
$q = \frac{1}{2}\rho V^2$.

**Resistenza indotta**
Resistenza dovuta all’inclinazione della portanza per il downwash.

**Condizione di Kutta**
Il flusso lascia dolcemente un bordo d’uscita aguzzo.

**Numero di Mach**
Velocità del flusso divisa per la velocità del suono.

**Urto normale**
Salto sottile che rende subsonico il flusso supersonico.

**Numero di Reynolds**
$\rho VL/\mu$, inerzia su viscosità.

**Separazione**
Strato limite che si stacca dalla superficie.

**Pressione di ristagno**
Pressione se il flusso viene portato a riposo in modo isentropico.

**Stallo**
Perdita di portanza quando il flusso si separa ad alto angolo d’attacco.

**Profilo supercritico**
Profilo a dorso piatto che indebolisce gli urti vicino a $M = 1$.

**Vorticità**
∇ × V, il doppio della velocità di rotazione locale.

**Winglet**
Superficie d’estremità quasi verticale che riduce la resistenza indotta.

## Griglia di autovalutazione

Non si assegnano voti né crediti. Usala per valutare onestamente a che punto sei in ogni unità.

| Livello | Come si presenta |
|---|---|
| 4 · Padronanza | Identifica il regime di flusso, sceglie il modello giusto (Bernoulli, quantità di moto, flusso potenziale, linea portante, strato limite, isentropico, urto), controlla unità e limiti, e svolge i laboratori in sicurezza. |
| 3 · Competente | Risolve gli esercizi con qualche errore occasionale di unità o di densità. |
| 2 · In sviluppo | Segue gli esempi svolti ma confonde coefficienti 2D e 3D, o gradi e radianti. |
| 1 · Principiante | Inserisce numeri nelle formule senza uno schizzo; deve rivedere l’unità. |

### Pesi suggeriti se vuoi un punteggio

| Parte | Peso |
|---|---|
| Esercizi | 20% |
| Laboratori | 25% |
| Serie di esercizi di metà corso | 25% |
| Serie di esercizi finale | 30% |

Punta al livello 3 o superiore in ogni unità prima di passare al corso successivo.

## Corsi correlati

- Circuiti ENGR 214 + ENGR 214L
- Termodinamica ENGR 320
- Meccanica dei fluidi ENGR 330
- Tutti i corsi