עודכן לאחרונה: November 1, 2026

🗺️ מפת דרכים לארבע שנים · שנה 3, סתיו · 🧱 מחשבון מובנה

על הקורס

לקורס החינמי הזה יש 10 יחידות ו-6 מעבדות. אלה המספרים האמיתיים, לא תוכנית ארוכה יותר שקוצרה.

בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד קורס שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר המודפס והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.

זהו מתווה של קורס חינמי ללימוד עצמי שנכתב על ידי Saving Planets. הוא אינו קורס אוניברסיטאי, אינו מעניק נקודות זכות אקדמיות, ואף מוסד לימודים אינו מעורב בו.

היקפו תואם קורס סמסטריאלי באווירודינמיקה לשנה השלישית. הוא בנוי על הנושאים והעומק של MIT 16.100 Aerodynamics ושל חלקי הזורמים ב-MIT Unified Engineering (שניהם חינם ב-MIT OpenCourseWare), ועל קורסי אווירודינמיקה לשנה השלישית כמו Purdue AAE 333 ו-Georgia Tech AE 3030, ומשתמש ב-Beginner’s Guide to Aeronautics ובסימולטור FoilSim החינמיים של NASA Glenn, שאליהם אנו מקשרים כשהם עוזרים. אף אחד מהמחברים או המוסדות האלה אינו תומך בדף זה.

מה שאנחנו מוסיפים: כל יחידה קשורה לעבודה אמיתית עם מקור ציבורי מצוטט (כנפוני NASA, כנפיים על-קריטיות ומחוזקות בתמוכות, טורבינות רוח, כללי פליטות של מטוסים וטיסה על מאדים), כל מספר בדף מחושב מחדש בסקריפט בדיקה לפני שהוא עולה לאוויר, ולכל מעבדה יש סימולציה חינמית או גרסה ביתית בטוחה.

עברו עליו לפי הסדר. בכל יחידה יש מטרות, רעיונות מרכזיים, משוואות, דוגמאות צעד אחר צעד, תרגול עם תשובות מלאות, טעויות נפוצות, כרטיסיות ובוחן. ההתקדמות שלכם נשמרת רק בדפדפן הזה.

איך הקורס הזה עוזר להציל את כדור הארץ

האווירודינמיקה קובעת כמה דלק מטוס שורף וכמה חשמל טורבינת רוח מייצרת. כל פיסת גרר שמוסרת מכנף היא דלק שלא נשרף ופחמן שלא נפלט, וכל שיפור ביחס העילוי לגרר של להב הוא יותר אנרגיה נקייה מאותה רוח.

אותן משוואות מטיסות מסוקים על מאדים ומחזירות חלליות בבטחה דרך האטמוספרה של כדור הארץ. כל יחידה מסתיימת בקטע קצר עם מקורות. ערכים שאינם ממקור מסומנים כערכים לדוגמה.

למורים

אפשר ללמד את הקורס הזה, או לתת לתלמיד לעבור אותו לבד. הוא חינם. Saving Planets לא נותנת ציון ולא נקודות זכות.

- העמוד הזה הוא כל הקורס: 10 יחידות ו-6 מעבדות (AERO 310).

- תכננו 15 שבועות, בערך 6 עד 9 שעות בשבוע, כולל שבועות המעבדה.
- עקבו אחרי לוח 15 השבועות. קראו את היחידה, פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה. בשבוע מעבדה עשו את המעבדה או את הגרסה הביתית.
- בדיקה היא מספר או תוצאת קוד בעמוד שסקריפט מחשב מחדש לפני הפרסום. המספר שרואים והמספר שחושב מחדש חייבים להתאים.
- השתמשו בהדפסת העמוד, או הורידו את מדריך הלימוד ב-PDF. דף הנוסחאות נמצא לקראת הסוף.
- שאלו: איך היחידה הזו עוזרת לאנשים ולכוכב? בכל יחידה יש תיבה ירוקה עם עובדה ומקור.
- העתיקו את תבנית המדריך למורה וכתבו את שם הכיתה, הזמן שיש לכם, והשאלות שתשאלו. פתיחת תבנית המדריך למורה

לפני שמתחילים

ידע מוקדם

- חדו"א III: נגזרות חלקיות, גרדיאנט, דיברגנץ, רוטור ואינטגרלים קוויים.
- משוואות דיפרנציאליות: מד"ר מסדר ראשון ושני.
- דינמיקה ופיזיקה I: חוקי ניוטון, תנע ואנרגיה; פיזיקה II עוזרת עם שדות.
- מבוא להנדסת אווירונאוטיקה וחלל נותן את אוצר המילים של עילוי, גרר ואטמוספרה.

איך ללמוד

- התחילו כל בעיה בשיום משטר הזרימה: לא דחיסה או דחיסה (מספר מאך), לא צמיגה או צמיגה (מספר ריינולדס).
- שרטטו נפח בקרה או קו זרם לפני שאתם כותבים משוואה, ואמרו באיזה חוק שימור אתם משתמשים.
- עברו לחסרי ממד: עבדו במקדמים (C_L, C_D, C_p) ובפרמטרי דמיון (Re, M), ואז חזרו לכוחות.
- בדקו גבולות: בזווית התקפה אפס לפרופיל סימטרי עילוי אפס; כשיחס הממדים גדל, הגרר המושרה קטן.
- הקפידו על יחידות SI: Pa, kg/m^3, m/s, N; המירו קשרים ורגל כבר בהתחלה.
- פתרו כל תרגיל על נייר לפני שאתם פותחים את התשובה, וחזרו על הבחנים כעבור כמה ימים.

מה צריך

- מחשב או טאבלט עבור NASA FoilSim וסימולציות הזורמים החינמיות של PhET (הן רצות בדפדפן).
- נייר מדפסת, סרט הדבקה, מהדקי נייר, מספריים וסרגל לדאונים מנייר.
- פילטרים לקפה מנייר (חרוטיים או בצורת סל) וסרט מדידה לניסויי גרר.
- טלפון עם שעון עצר ווידאו בהילוך איטי.
- גיליון אלקטרוני למעבדות האטמוספרה, פולרת הגרר והביצועים.

לוח זמנים מוצע ל־15 שבועות

כ־6 עד 9 שעות בשבוע: קריאה, תרגילים, ובשבועות המעבדה גם המעבדה.

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
1	תכונות זורמים והאטמוספרה התקנית	תכונות זורמים, גז אידיאלי, מהירות הקול, האטמוספרה התקנית; מעבדה A	NASA Glenn atmosphere; MIT Unified

שבוע	יחידה	נושאים	קריאה
2	סטטיקה של זורמים, משוואת ברנולי ומדידת מהירות אוויר	ברנולי, לחץ דינמי, ונטורי, פיטו-סטטי; מעבדה B	NASA Glenn; OpenStax UP1 14.6
3	חוקי שימור: מסה, תנע ואנרגיה; נפחי בקרה ותורת התנע	נפחי בקרה: מסה ותנע; גרר עקבה	MIT 16.100; UP1 14.5
4	חוקי שימור: מסה, תנע ואנרגיה; נפחי בקרה ותורת התנע	משוואות התנועה הדיפרנציאליות; תורת התנע של רוטורים	MIT Unified
5	זרימה פוטנציאלית ומשפט קוטה–ז׳וקובסקי	ערבוליות, סירקולציה, פונקציית פוטנציאל ופונקציית זרם, זרימות יסודיות	MIT 16.100
6	זרימה פוטנציאלית ומשפט קוטה–ז׳וקובסקי	זרימה סביב גליל, ד׳לאמבר, קוטה–ז׳וקובסקי	MIT 16.100
7	פרופילי כנף ומקדמי עילוי, גרר ומומנט	גאומטריית פרופיל, מקדמים, עקומת עילוי, הזדקרות; תרגול לבוחן אמצע	NASA Glenn; FoilSim
8	תורת הפרופיל הדק	תורת הפרופיל הדק ושיטות פאנלים; מעבדה C	MIT 16.100; FoilSim
9	כנפיים סופיות וגרר מושרה	זרימה כלפי מטה, תורת קו העילוי, כנפיים אליפטיות	MIT 16.100; NASA Glenn
10	כנפיים סופיות וגרר מושרה	גרר מושרה, יחס ממדים, כנפונים; מעבדה D	NASA Glenn
11	זרימה צמיגה, מספר ריינולדס ושכבות גבול	מספר ריינולדס, שכבות גבול, חיכוך דופן, היפרדות; מעבדה E	NASA Glenn; UP1 14.7
12	זרימה דחיסה: יחסים איזנטרופיים וגלי הלם	זרימה איזנטרופית ונחירים	NASA Glenn
13	זרימה דחיסה: יחסים איזנטרופיים וגלי הלם	הלמים ניצבים, מאך קריטי, פרופילים על-קריטיים	NASA Glenn; MIT 16.100
14	ביצועי מטוסים: פולרת גרר, דאייה, טווח וסיבולת	פולרת גרר, דאייה, גרר מזערי	MIT Unified
15	ביצועי מטוסים: פולרת גרר, דאייה, טווח וסיבולת	טווח וסיבולת לפי ברגה; מעבדה F; תרגול למבחן הסופי	MIT Unified

ההתקדמות שלכם

סמנו יחידות ומעבדות כשאתם מסיימים אותן, ועשו את הבחנים. ההתקדמות והציונים נשמרים רק בדפדפן הזה ולעולם לא נשלחים אלינו.

יחידות

תכונות זורמים והאטמוספרה התקנית

אוויר כתווך רציף, לחץ, צפיפות, טמפרטורה וצמיגות, חוק הגז האידיאלי, מהירות הקול, הידרוסטטיקה באטמוספרה, האטמוספרה התקנית ושכבותיה, ולמה כוחות אווירודינמיים תלויים בצפיפות.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- להשתמש בחוק הגז האידיאלי כדי לקשר בין p, ρ ו-T.
- לחשב את מהירות הקול ואת מספר מאך.
- להשתמש במודל האטמוספרה התקנית כדי למצוא תכונות בגובה.
- להסביר כיצד הצפיפות משנה עילוי וגרר עם הגובה.

מושגי מפתח

- אוויר מתנהג כתווך רציף כאשר קנה המידה של הזרימה גדול בהרבה מהמרחק בין המולקולות. מצבו נקבע על ידי הלחץ p, הצפיפות ρ והטמפרטורה T, הקשורים בחוק הגז האידיאלי p = ρRT עם R = 287 J/(kg·K).
- הצמיגות μ מודדת חיכוך פנימי; היא חשובה ליד משטחים (יחידה 8). הצמיגות הקינמטית היא ν = μ/ρ.
- מהירות הקול a = √(γRT) תלויה רק בטמפרטורה עבור גז נתון; מספר מאך M = V/a.
- הידרוסטטיקה: dp/dh = −ρg. הלחץ יורד עם הגובה כי יש פחות אוויר מעל. בטרופוספרה התקנית (0–11 km) הטמפרטורה יורדת באופן ליניארי בקצב ירידה של כ-6.5 K/km; בסטרטוספרה התחתונה היא כמעט קבועה.
- כוחות אווירודינמיים פרופורציוניים לצפיפות, ולכן מטוס בגובה חייב לטוס מהר יותר, או במקדם עילוי גבוה יותר, כדי לייצר אותו עילוי.

משוואות מפתח

$$p = \rho R T$$

p=ρ RT

חוק הגז האידיאלי

$$a = \sqrt{\gamma R T}, \;\; M = \frac{V}{a}$$

a=γ RT,\ \ M=V/a

מהירות הקול ומספר מאך

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

dp/dh=-ρ g

המשוואה ההידרוסטטית

$$T = T_0 - \lambda h$$

T=T_0- h

טמפרטורה בטרופוספרה (קצב ירידה λ)

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 1.1 מצאו את צפיפות האוויר בגובה פני הים עם p = 101325 Pa ו-T = 288.15 K.

1. ρ = p/(RT) = 101,325/(287 × 288.15).

תשובה: ρ = 1.225 kg/m³.

דוגמה 1.2 השתמשו במודל האטמוספרה המטרי של NASA Glenn כדי למצוא את T, p ו-ρ ב-11000 m.

1. T = 15.04 − 0.00649 × 11,000 = −56.35 °C.
2. p = 101.29 × [(T + 273.1)/288.08]^5.256 = 22.71 kPa.
3. ρ = p/[0.2869 × (T + 273.1)].

תשובה: T = −56.35 °C, p = 22.71 kPa, ρ = 0.3652 kg/m³, כ-29.8% מהצפיפות בגובה פני הים.

דוגמה 1.3 מצאו את מהירות הקול בגובה פני הים (288.15 K) וב-11 km (216.8 K), ואת מספר המאך של מטוס סילון הטס ב-250 m/s ב-11 km.

1. $a_0 = \sqrt{(1.4 \times 287 \times 288.15)}$.
2. $a = \sqrt{(1.4 \times 287 \times 216.8)}$.
3. M = 250/a.

תשובה: a_0 = 340.3 m/s, a = 295.1 m/s, M = 0.847.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את ρ עבור p = 80 kPa ו-T = 270 K.

ρ = 80,000/(287 × 270) = 1.032 kg/m³.

2. המירו 450 קשר ל-m/s.

450 × 0.514444 = 231.5 m/s.

3. מצאו את ν בגובה פני הים.

ν = 1.789 × 10⁻⁵/1.225 = 1.460 × 10⁻⁵ m²/s.

4. מהי הטמפרטורה ב-5000 m במודל של NASA?

15.04 − 32.45 = −17.41 °C.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: לחץ האוויר יורד כי האוויר נעשה קר יותר.

בפועל: הוא יורד כי יש פחות אוויר מעל; הטמפרטורה משפיעה על הקצב.

מיתוס: מהירות הקול תלויה בלחץ.

בפועל: בגז אידיאלי היא תלויה רק בטמפרטורה.

מיתוס: הצפיפות זהה בכל הגבהים בזרימה במהירות נמוכה.

בפועל: זרימה במהירות נמוכה היא מקומית לא דחיסה, אבל הצפיפות עדיין משתנה עם הגובה.

כרטיסיות

גז אידיאלי

p = ρRT.

מהירות הקול

a = √(γRT).

מספר מאך

M = V/a.

הידרוסטטיקה

dp/dh = −ρg.

קצב הירידה בטמפרטורה

כ-6.5 K/km בטרופוספרה.

צמיגות קינמטית

ν = μ/ρ.

בוחן לבדיקה עצמית

1. חוק הגז האידיאלי הוא…

p = ρRT

p = ρgh

p = ½ρV²

p = RT/ρ

p = ρRT. משוואת מצב.

2. מהירות הקול תלויה ב…

לחץ

טמפרטורה

צפיפות בלבד

המהירות

a = √(γRT). טמפרטורה.

3. בסטרטוספרה התחתונה הטמפרטורה התקנית…

עולה מהר

כמעט קבועה

יורדת מהר

אפס

כמעט קבועה. מודל NASA: 56.46 °C− בין 11 ל-25 km.

4. בחצי מהצפיפות, אותו עילוי באותו C_L דורש מהירות גבוהה פי…

×2

×√2

×4

×½

L ∝ √2×. ρV².

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

ה-Beginner’s Guide של NASA Glenn מסביר שהאטמוספרה היא שכבת אוויר דקה במיוחד, שהלחץ יורד עם הגובה כי תמיד יש פחות אוויר מעל, ושכוחות אווירודינמיים תלויים ישירות בצפיפות האוויר. מודל האטמוספרה התקנית שלו, המשמש בסימולטור FoilSim, כולל טרופוספרה מפני הקרקע עד 11000 m שבה הטמפרטורה יורדת באופן ליניארי, סטרטוספרה תחתונה מ-11000 עד 25000 m בטמפרטורה קבועה של 56.46 °C−, וסטרטוספרה עליונה מעליה.

מטוסי נוסעים שטים בשיוט קרוב לראש הטרופוספרה, שם הצפיפות היא רק כ-30% מזו שבגובה פני הים, ולכן הגרר במהירות נתונה נמוך בהרבה; זו סיבה מרכזית לכך שגובה השיוט חשוב לצריכת הדלק. אותו מודל, עם ערכי מאדים, מסביר מדוע המסוק Ingenuity של NASA נאלץ לסובב את הרוטורים שלו כל כך מהר: NASA מציינת שצפיפות האטמוספרה של מאדים היא פחות מ-1 אחוז מזו של כדור הארץ.

ב־Saving Planets: מבוא להנדסת אווירונאוטיקה וחלל · תצפית על כדור הארץ

מקורות: NASA · NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html) · Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html): התאמות עקומה לאטמוספרה התקנית.
- NASA Glenn: Beginner’s Guide to Aeronautics (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/short.html): מדריך חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): סיכומים על תכונות זורמים ותרמודינמיקה.
- PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): לחץ הידרוסטטי באופן אינטראקטיבי.

סיימתי את היחידה הזו

סטטיקה של זורמים, משוואת ברנולי ומדידת מהירות אוויר

לחץ סטטי, דינמי וכולל, משוואת ברנולי והנחותיה, הוונטורי, צינורות פיטו-סטטיים ומהירות אוויר (מוצגת, שקולה ואמיתית), מנומטרים, ומקדם הלחץ.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- ציינו מתי משוואת ברנולי תקפה.
- חשבו לחץ דינמי ומהירות אוויר מקריאת פיטו-סטטית.
- נתחו ונטורי בעזרת רציפות וברנולי.
- השתמשו במקדם הלחץ C_p.

מושגי מפתח

- לאורך קו זרם בזרימה יציבה, לא צמיגה ולא דחיסה, p + ½ρV² = p_0 קבוע: הלחץ הסטטי ועוד הלחץ הדינמי שווים ללחץ הכולל (לחץ העצירה).
- הלחץ הדינמי q = ½ρV² קובע את קנה המידה של כל כוח אווירודינמי; כוחות נכתבים כמקדם × q × שטח.
- צינור פיטו-סטטי מודד p − p_0, ולכן V = √(2(p_0 − p)/ρ). מדי מהירות מניחים צפיפות של גובה פני הים ומציגים מהירות שקולה; המהירות האמיתית גבוהה יותר בגובה פי √(ρ_0/ρ).
- הרציפות $A_1V_1 = A_2V_2$ יחד עם ברנולי מסבירה את הוונטורי: היכן שהשטח מצטמצם המהירות עולה והלחץ יורד.
- מקדם לחץ $C_p = (p - p_\infty)/q_\infty = 1 - (V/V_\infty)^2$ לזרימה לא דחיסה; $C_p = 1$ בנקודת עצירה.

משוואות מפתח

$$p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0$$

p+12ρ V^2=p_0

משוואת ברנולי

$$q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

q=12ρ V^2

לחץ דינמי

$$V = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}}$$

V=(2(p_0-p))/(ρ)

מהירות אוויר בפיטו-סטטי

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2$$

C_p=(p-p_∞)/(q_∞)=1-((V)/(V_∞))^2

מקדם לחץ

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 2.1 צינור פיטו-סטטי בגובה פני הים מראה $p_0 - p = 1500$ Pa. מצאו את מהירות האוויר.

1. $V = \sqrt{(2 \times 1500/1.225)}$.

תשובה: $V = 49.5$ m/s.

דוגמה 2.2 ונטורי במנהרת רוח מקטין את השטח לחצי. לפניו $V_1 = 10$ m/s בגובה פני הים. מצאו את V_2 ואת ירידת הלחץ.

1. $V_2 = 2 \times 10 = 20$ m/s (רציפות).
2. $\Delta p = \tfrac{1}{2} \times 1.225 \times (20^2 - 10^2)$.

תשובה: $V_2 = 20$ m/s, $\Delta p = 183.8$ Pa.

דוגמה 2.3 מטוס נוסעים טס במהירות שקולה של 140 m/s ב-11 km ($\rho = 0.3652$ kg/m³). מצאו את הלחץ הדינמי ואת המהירות האמיתית.

1. $q = \tfrac{1}{2} \times 1.225 \times 140^2$ (מהירות שקולה משתמשת בצפיפות של גובה פני הים).
2. $V_{true} = 140 \times \sqrt{(1.225/0.3652)}$.

תשובה: $q = 12.0$ kPa, $V_{true} = 256.4$ m/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את q ב-100 m/s בגובה פני הים.

   6125 Pa.

2. מצאו את C_p היכן שהמהירות המקומית היא $1.5\,V_\infty$.

   $1 - 2.25 = -1.25$.

3. מנומטר מים מראה 50 mm. מצאו את הפרש הלחצים ($\rho_{water} = 1000\ kg/m^3$).

.$1000 \times 9.81 \times 0.05 = 490.5\ Pa$

4. איזה C_p יש בנקודת עצירה?

.1

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: ברנולי תקף בכל מקום בכל זרימה.

בפועל: הוא דורש זרימה יציבה, לא צמיגה ולא דחיסה לאורך קו זרם (או זרימה אי-סיבובית).

מיתוס: עילוי נוצר כי האוויר עובר מעל ומתחת לכנף באותו זמן.

בפועל: אין כלל של זמן מעבר שווה; הזרימה העליונה מהירה אף יותר, והסירקולציה מסבירה את העילוי (יחידה 5).

מיתוס: מהירות מוצגת שווה למהירות אמיתית.

בפועל: בגובה המהירות האמיתית גבוהה בהרבה.

כרטיסיות

ברנולי

.$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_0$

לחץ דינמי

.$q = \frac{1}{2}\rho V^2$

פיטו-סטטי

.$V = \sqrt{(2\Delta p/\rho)}$

ונטורי

שטח קטן יותר, מהירות גבוהה יותר, לחץ נמוך יותר.

C_p

.$(p - p_\infty)/q_\infty$

מהירות אמיתית

.$V_e\ \sqrt{(\rho_0/\rho)}$

בוחן לבדיקה עצמית

1. הלחץ הכולל שווה ל…

$p - q$

$p + q$

q בלבד

ρRT

p + q. סטטי ועוד דינמי.

2. צינור פיטו מודד...

לחץ סטטי בלבד

לחץ כולל

טמפרטורה

צפיפות

לחץ כולל. הוא פונה אל הזרימה.

3. הכפלת המהירות מכפילה את q פי...

2

4

2√

8

4. $q \propto V^2$.

4. C_p בנקודת עצירה הוא...

0

1

−1

2

1. $V = 0$.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

הלחץ הדינמי הוא הסיבה שטיסה על מאדים קשה כל כך. NASA מדווחת ש-Ingenuity טס באטמוספרה שצפיפותה פחות מ-1 אחוז מזו של כדור הארץ, עם רוטורים של מעט פחות מ-1.2 m מקצה לקצה ומסה של 1.8 kg. ב-1% מצפיפות כדור הארץ, אותו לחץ דינמי דורש מהירות גבוהה פי 10 = √100.

NASA מציינת ש-Ingenuity השלים 72 טיסות בין 19 באפריל 2021 ל-18 בינואר 2024, צבר 128.8 דקות באוויר, כיסה 17.0 km והגיע לגבהים של עד 24.0 m. כדי להגיע לשם היה צריך להבין את q = ½ρV² טוב מאי פעם, וזה גם מה שמאפשר לתכנן מטוסים וטורבינות רוח על כדור הארץ לאוויר הדליל בגובה.

ב־Saving Planets: חלל · מחשבון הספק רוטור בריחוף

מקורות: · NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)
NASA Glenn: Pitot-static tube (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/pitot.html)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: משוואת ברנולי (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/bern.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: Pitot-static tube (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/pitot.html): כיצד מודדים מהירות אוויר.
- OpenStax UP1, 14.6 Bernoulli's equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): פרק מספר לימוד חינמי.
- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): אינטראקטיבי.

צפו בהרצאה

Fluid Dynamics and Statics and Bernoulli's Equation (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-20) (באנגלית)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. רישיון: CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · תנאי שימוש (https://oyc.yale.edu/terms). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

חוקי שימור: מסה, תנע ואנרגיה; נפחי בקרה ותורת התנע

תיאור לגרנז' ותיאור אוילר, הנגזרת החומרית, שימור אינטגרלי של מסה, תנע ואנרגיה לנפח בקרה, רציפות דיפרנציאלית, משוואת אוילר, גרר מסקר עקבה, ותורת דיסקת המפעיל למדחפים ולרוטורים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- החילו שימור אינטגרלי של מסה ותנע על נפח בקרה.
- גזרו את משוואות הרציפות ואוילר בצורה דיפרנציאלית.
- מצאו גרר מפרופיל מהירות של עקבה.
- השתמשו בתורת התנע כדי להעריך דחף רוטור והספק ריחוף.

מושגי מפתח

- מסה: ∂/∂t∫ρ dV + ∮ρV·dA = 0. בזרימה יציבה, מסה נכנסת = מסה יוצאת: ṁ = ρAV קבוע לאורך צינור זרם.
- תנע: הכוח השקול על נפח בקרה (כוחות לחץ, גוף ומשטח) שווה לשטף התנע הנקי היוצא ועוד קצב השינוי בפנים: ΣF = ∮V(ρV·dA) לזרימה יציבה.
- צורות דיפרנציאליות: ∂ρ/∂t + ∇·(ρV) = 0; לזרימה לא דחיסה ∇·V = 0. משוואת אוילר – ρDV/Dt = −∇p + ρg היא חוק ניוטון לחלקיק זורם לא צמיג; אינטגרציה שלה לאורך קו זרם נותנת את ברנולי.
- גרר מעקבה: גוף מאט את האוויר מאחוריו; גירעון התנע בעקבה שווה לגרר, D′ = ρ∫u(V∞ − u) dy ליחידת מוטה.
- תורת דיסקת המפעיל (תנע): רוטור בשטח A המייצר דחף T משרה מהירות v = √(T/(2ρA)) בדיסקה; הספק הריחוף האידיאלי הוא P = T^(3/2)/√(2ρA). רוטורים אמיתיים צריכים יותר; היחס הוא מקדם הטיב.

משוואות מפתח

$$\dot{m} = \rho A V = \text{const}$$

```
ṁ=ρ AV=const
```

שימור מסה במצב יציב

$$\sum \mathbf{F} = \oint (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) \mathbf{V}$$

```
F=(ρ V⃗· d A⃗) V⃗
```

תנע במצב יציב (נפח בקרה)

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

רציפות לא דחיסה

$$P_{ideal} = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}}$$

```
P_ideal=^3/22ρ A
```

הספק ריחוף אידיאלי (תורת התנע)

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 3.1 אוויר בצפיפות 1.225 kg/m³ זורם ב-20 m/s בתעלה של 0.5 m². מצאו את ספיקת המסה ואת המהירות היכן שהתעלה מצטמצמת ל-0.2 m².

1. $\dot{m} = 1.225 \times 0.5 \times 20 = 12.25$ kg/s.
2. $V_2 = 20 \times 0.5/0.2$.

תשובה: $\dot{m} = 12.25$ kg/s, $V_2 = 50$ m/s.

דוגמה 3.2 מסוק של 1000 kg מרחף בגובה פני הים עם רוטור בקוטר 10 m. מצאו את המהירות המושרית ואת הספק הריחוף האידיאלי.

1. $A = \pi \times 5^2 = 78.54$ m²; $T = 9810$ N.
2. $v = \sqrt{(9810/(2 \times 1.225 \times 78.54))} = 7.14$ m/s.
3. $P = Tv$.

תשובה: $v = 7.14$ m/s, $P = 70.0$ kW (אידיאלי).

דוגמה 3.3 סקר עקבה מאחורי גוף 2D (גובה פני הים, $V_\infty = 30$ m/s) מוצא גירעון השקול ל-$\int u(V_\infty - u)dy = 6$ m³/s². מצאו את הגרר ליחידת מוטה.

1. $D' = \rho \int u(V_\infty - u)\,dy = 1.225 \times 6$.

תשובה: $D' = 7.35$ N/m.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. האם $V = (x, -y)$ לא דחיס?

כן: $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 1 - 1 = 0$.

2. הדחף של רוטור מוכפל. בכמה גדל הספק הריחוף האידיאלי?

   פי 2.83 = 2^1.5.

3. הכפלת שטח הרוטור בדחף קבוע משנה את הספק הריחוף האידיאלי פי…

   פי 0.707 = 1/√2.

4. סילון מים (ρ = 1000) עם A = 0.01 m² ו-V = 10 m/s פוגע בקיר חזיתית. מצאו את הכוח.

   F = ρAV² = 1000 N.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: שימור תנע מתעלם מלחץ.

בפועל: יש לכלול את כוחות הלחץ על משטח נפח הבקרה.

מיתוס: רוטור גדול יותר צריך יותר הספק כדי לרחף.

בפועל: באותו דחף, דיסקה גדולה יותר צריכה פחות הספק מושרה.

מיתוס: זרימה יציבה פירושה שהזורם אינו מאיץ.

בפועל: חלקיקים יכולים להאיץ (תאוצה הסעתית) גם כשהשדה אינו משתנה בזמן.

כרטיסיות

ספיקת מסה

ṁ = ρAV.

רציפות

∇·V = 0 (לא דחיס).

משוואת אוילר

−∇p + ρg = ρDV/Dt.

גרר עקבה

D′ = ρ∫u(V∞ − u)dy.

מהירות מושרית

v = √(T/2ρA).

הספק ריחוף

T^(3/2)/√(2ρA).

בוחן לבדיקה עצמית

1. בזרימה לא דחיסה, הרציפות הופכת ל…

∇·V = 0

∇ ×V = 0

ρ = 0

= p קבוע

∇0 = V·. הצפיפות קבועה.

2. גרר מסקר עקבה נובע מ...

האנרגיה בעקבה

גירעון התנע

טמפרטורה

העילוי

גירעון התנע. מאזן תנע.

3. הספק ריחוף אידיאלי משתנה עם הדחף כמו...

T

T^1.5

T²

T√

.T^1.5. P = T^(3/2)/√(2ρA)

4. משוואת אוילר היא חוק ניוטון עבור...

זורם צמיג

חלקיק זורם לא צמיג

גוף קשיח

הלם

חלקיק זורם לא צמיג. לחץ וכובד בלבד.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

תורת התנע מראה מדוע Ingenuity היה הישג. NASA מציינת מסה של 1.8 kg, רוטורים של כ-1.2 m מקצה לקצה והספק טיסה ממוצע של כ-350 W, מפאנל סולארי שטוען סוללות ליתיום-יון לטיסה אחת בת 90 שניות ביום מאדים. עם כובד מאדים (3.71 m/s², ערך מספר לימוד), הדחף הנדרש הוא 6.68 N.

אם לוקחים צפיפות מאדים לדוגמה של 0.0115 kg/m³ (בתוך ה„פחות מ-1 אחוז" מזו של כדור הארץ לפי NASA) ודיסקה אחת של 1.2 m, תורת התנע נותנת הספק ריחוף אידיאלי של כ-107 W; ה-350 W ש-NASA מדווחת כוללים גם הפסדי רוטור אמיתיים (גרר פרופיל, הפסדי קצה, זרימת כניסה לא אחידה), טיפוס ומערכות על הסיפון. אותה משוואה קובעת את גודל הרוטורים של מוניות אוויר חשמליות ורחפנים על כדור הארץ, והיא הבסיס למחשבון הספק הרוטור בריחוף באתר הזה.

ב־Saving Planets: מחשבון הספק רוטור בריחוף · דינמיקה

מקורות: · NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/) MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: Conservation of mass (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mass.html): דף חינמי של NASA.
- OpenStax UP1, 14.5 Fluid dynamics (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-5-fluid-dynamics): ספיקה ורציפות.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): נפחי בקרה ותורת התנע.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): חוקי שימור בצורה דיפרנציאלית.

צפו בהרצאה

Work-Energy Theorem and Law of Conservation of Energy (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-5) (באנגלית)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. רישיון: CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · תנאי שימוש (https://oyc.yale.edu/terms). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

סיימתי את היחידה הזו

זרימה פוטנציאלית ומשפט קוטה–ז׳וקובסקי

ערבוליות וסירקולציה, זרימה אי-סיבובית, פוטנציאל המהירות ופונקציית הזרם, משוואת לפלס וסופרפוזיציה, זרימה אחידה, מקורות, בורות, דיפולים ומערבולות, זרימה סביב גליל עם וללא סירקולציה, הפרדוקס של ד׳לאמבר, ומשפט העילוי של קוטה–ז׳וקובסקי.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- קשרו בין ערבוליות, סירקולציה וזרימה אי-סיבובית.
- בנו זרימות על ידי סופרפוזיציה של פתרונות יסודיים של משוואת לפלס.
- מצאו את התפלגות הלחץ על גליל.
- החילו L′ = ρ∞V∞Γ.

מושגי מפתח

- הערבוליות ω = ∇ × V שווה לפעמיים קצב הסיבוב המקומי. הסירקולציה Γ = −∮V·ds סביב עקומה סגורה שווה לשטף הערבוליות דרכה (משפט סטוקס; באווירודינמיקה כיוון השעון נחשב חיובי).
- אם ω = 0 הזרימה אי-סיבובית ו-V = ∇φ. עם ∇·V = 0, φ מקיימת את משוואת לפלס ∇²φ = 0, שהיא ליניארית, ולכן פתרונות מתחברים (סופרפוזיציה). ב-2D לפונקציית הזרם ψ מתקיים u = ∂ψ/∂y, v = −∂ψ/∂x, וקווים של ψ קבוע הם קווי זרם.
- זרימות יסודיות: זרימה אחידה φ = V∞x; מקור בעוצמה Λ, V_r = Λ/(2πr); דיפול, הגבול של זוג מקור–בור; מערבולת נקודתית, V_θ = −Γ/(2πr).
- זרימה אחידה ועוד דיפול נותנות זרימה סביב גליל ברדיוס R: מהירות פני השטח V_θ = −2V∞ sin θ, ולכן C_p = 1 − 4 sin²θ. הלחץ סימטרי, ולכן אין גרר (הפרדוקס של ד׳לאמבר) ואין עילוי.
- הוספת מערבולת הופכת את הזרימה לא סימטרית ומייצרת עילוי ליחידת מוטה L′ = ρ∞V∞Γ, משפט קוטה–ז׳וקובסקי. הוא תקף לכל גוף 2D: העילוי תמיד קשור לסירקולציה.

משוואות מפתח

$$\omega = \nabla \times \mathbf{V}, \quad \Gamma = -\oint \mathbf{V} \cdot d\mathbf{s}$$

ω=× V,\ \ =- V· d s

ערבוליות וסירקולציה

$$\nabla^2 \phi = 0$$

משוואת לפלס

$$C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

C_p=1-4^2θ

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma$$

L ' =ρ_∞ V_∞

משפט קוטה–ז'וקובסקי

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 4.1 מצאו את מהירות פני השטח המרבית ואת C_p המזערי על גליל ללא עילוי בזרם של 20 m/s.

1. |V_θ| = 2V∞|sin θ| מרבי ב-θ = 90°.
2. C_p = 1 − 4 × 1.

תשובה: V_max = 40 m/s; C_p,min = −3.

דוגמה 4.2 לגליל מסתובב בגובה פני הים בזרם של 50 m/s יש סירקולציה Γ = 20 m²/s. מצאו את העילוי למטר מוטה.

1. L′ = 1.225 × 50 × 20.

תשובה: L′ = 1225 N/m.

דוגמה 4.3 מצאו את המהירות שמשרה מערבולת נקודתית עם Γ = 20 m²/s במרחק 1 m.

1. V_θ = Γ/(2πr) = 20/(2π).

תשובה: 3.183 m/s.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. היכן על גליל ללא עילוי C_p = 0?

   sin²θ = 0.25, ולכן θ = 30°, 150°, 210°, 330°.

2. האם φ = x² − y² הוא פוטנציאל תקף?

   כן: ∇²φ = 2 − 2 = 0.

3. איזה עילוי מייצר הגליל המסתובב במוטה של 2 m מהדוגמה הפתורה?

2450 N.

4. איזה גרר חוזה הזרימה הפוטנציאלית על גליל?

אפס, הפרדוקס של ד'לאמבר; גרר אמיתי נובע מצמיגות.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: זרימה פוטנציאלית חסרת תועלת כי היא לא חוזה גרר.

בפועל: היא חוזה היטב עילוי ולחץ בכל מקום שבו שכבת הגבול נשארת צמודה.

מיתוס: סירקולציה פירושה שהאוויר מסתובב במעגלים סביב הכנף.

בפועל: זהו ערך נקי של אינטגרל קווי; החלקיקים אינם מקיפים את הכנף במסלול.

מיתוס: סופרפוזיציה עובדת לכל משוואת זרימה.

בפועל: היא עובדת כי משוואת לפלס ליניארית.

כרטיסיות

ערבוליות

ω = ∇ × V.

סירקולציה

Γ = −∮V·ds.

לפלס

∇²φ = 0.

מערבולת נקודתית

$V_\theta = \Gamma / 2\pi r$.

C_p של גליל

$1 - 4\sin^2\theta$.

קוטה–ז'וקובסקי

$L' = \rho V \Gamma$.

בוחן לבדיקה עצמית

1. זרימה אי-סיבובית פירושה…

ω = 0

Γ = 0 בכל מקום

∇ ·V = 0

אין צמיגות

ω = 0. ערבוליות אפס.

2. העילוי ליחידת מוטה שווה ל…

ρV²Γ

ρVΓ

½ρV²

Γ/ρV

ρVΓ. קוטה–ז׳וקובסקי.

3. C_p המזערי על גליל ללא עילוי הוא…

−1

−3

0

−4

−3. 1 − 4.

4. זרימה אחידה ועוד דיפול מדמות…

פרופיל כנף

גליל

כדור

מערבולת

גליל. גליל ללא עילוי.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

משרד האנרגיה האמריקאי מסביר שלהבי טורבינת רוח פועלים בדומה לכנף מטוס או ללהב רוטור של מסוק: לחץ האוויר בצד אחד של הלהב יורד, והפרש הלחצים על פני הלהב יוצר גם עילוי וגם גרר. מכיוון שהעילוי חזק מהגרר, הרוטור מסתובב ומניע גנרטור.

משרד האנרגיה מציין שטורבינות יבשתיות נעות בין 100 קילוואט לכמה מגה-ואט, ושטורבינות ימיות בדרך כלל גדולות יותר, גבוהות מפסל החירות. מתכנני להבים משתמשים ברעיונות הסירקולציה והעילוי מהיחידה הזאת, יחד עם תורת אלמנט הלהב והתנע המבוססת על יחידה 3, כדי לעצב כל חתך של הלהב כך שיפיק מהרוח כמה שיותר הספק.

ב־Saving Planets: פתרונות · פיזיקה 2

מקורות: משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): הרצאות על זרימה פוטנציאלית.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): ראו סירקולציה ועילוי.
- NASA Glenn: Lift from flow turning (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil2.html): מדוע הזרימה מוסטת.
- NASA Glenn: Incorrect lift theory (equal transit) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil3.html): תפיסות שגויות נפוצות.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

פרופילי כנף ומקדמי עילוי, גרר ומומנט

גאומטריית פרופיל וסימוני NACA, זווית התקפה, מקדמי עילוי, גרר ומומנט, עקומת העילוי והזדקרות, מרכז הלחץ והמרכז האווירודינמי, תנאי קוטה, וכיצד התפלגויות לחץ יוצרות עילוי.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- תארו את גאומטריית הפרופיל: מיתר, קמירות ועובי.
- חשבו כוחות מ-L = qSC_L ו-D = qSC_D.
- קראו עקומת עילוי: שיפוע, זווית עילוי אפס והזדקרות.
- מצאו את מהירות ההזדקרות ואת מקדם העילוי הנדרש.

מושגי מפתח

- לפרופיל יש מיתר c משפת ההתקפה לשפת הזרימה, קו קמירות ממוצע והתפלגות עובי. בשם NACA בן 4 ספרות כמו 2412, הספרה הראשונה היא הקמירות המרבית (2% מהמיתר), השנייה מיקומה (40% מהמיתר) והשתיים האחרונות העובי (12%).
- הכוחות מובאים לחסרי ממד: C_L = L/(qS), C_D = D/(qS), C_M = M/(qSc). לחתך 2D משתמשים באותיות קטנות c_l, c_d, c_m ליחידת מוטה.
- עקומת העילוי c_l(α) היא כמעט קו ישר עד ההזדקרות, שבה שכבת הגבול נפרדת מהמשטח העליון והעילוי יורד. פרופילים קמורים מייצרים עילוי בזווית התקפה אפס, ולכן זווית העילוי האפס שלהם α_L=0 שלילית.
- תנאי קוטה קובע שהזרימה עוזבת את שפת הזרימה החדה בצורה חלקה; הוא קובע את הסירקולציה ולכן את העילוי.
- מרכז הלחץ זז עם α; המרכז האווירודינמי (סמוך לרבע המיתר במהירות נמוכה) הוא הנקודה שבה המומנט אינו משתנה עם α, ולכן הוא שימושי ליציבות.

משוואות מפתח

$$L = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_L$$

L=12ρ V^2SC_L

משוואת העילוי

$$D = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_D$$

D=12ρ V^2SC_D

משוואת הגרר

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L,max}}}$$

V_stall=2Wρ SC_L,max

$$C_M = \frac{M}{qSc}$$

C_M=M/qSc

מקדם מומנט

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 5.1 כנף עם S = 16 m² טסה ב-60 m/s בגובה פני הים עם C_L = 0.5. מצאו את העילוי.

1. q = ½ × 1.225 × 60² = 2205 Pa.
2. L = 0.5 × 16 × 2205.

תשובה: L = 17,640 N.

דוגמה 5.2 מטוס של 1000 kg עם S = 16 m² טס בטיסה ישרה ב-50 m/s בגובה פני הים. מצאו את ה-C_L הנדרש.

1. W = 9810 N; q = 1531.25 Pa.
2. C_L = 9810/(1531.25 × 16).

תשובה: C_L = 0.400.

דוגמה 5.3 לאותו מטוס C_L,max = 1.6. מצאו את מהירות ההזדקרות בגובה פני הים.

1. V = √((2 × 9810)/(1.225 × 16 × 1.6)).

תשובה: V_stall = 25.0 m/s (כ-48.6 קשר).

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מה העובי של NACA 0012?

   12% מהמיתר, סימטרי (ללא קמירות).

2. עילוי במהירות גבוהה פי ×1.5, באותו C_L?

   פי 2.25.

3. מהירות ההזדקרות של הדוגמה הפתורה ב-11 km (ρ = 0.3652)?

.25.0 × √(1.225/0.3652) = 45.8 m/s

4. מה קורה לעילוי אחרי ההזדקרות?

הוא יורד כשהזרימה נפרדת; הגרר עולה בחדות.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: זווית התקפה גבוהה יותר תמיד נותנת יותר עילוי.

בפועל: רק עד ההזדקרות.

מיתוס: פרופילים סימטריים אינם יכולים לייצר עילוי.

בפועל: הם מייצרים עילוי בזווית התקפה חיובית.

מיתוס: מרכז הלחץ הוא נקודה קבועה.

בפועל: הוא זז עם α; המרכז האווירודינמי לא.

כרטיסיות

עילוי

.L = qSC_L

גרר

.D = qSC_D

מהירות הזדקרות

.√(2W/ρSC_Lmax)

NACA בן 4 ספרות

קמירות, מיקום, עובי.

תנאי קוטה

זרימה חלקה בשפת הזרימה.

מרכז אווירודינמי

מומנט שאינו תלוי ב-α.

בוחן לבדיקה עצמית

1. C_L מוגדר כ…

L/q

L/(qS)

qS/L

L/S

L/(qS). העילוי חלקי q כפול השטח.

2. הקמירות המרבית של NACA 2412 היא…

2%

4%

12%

24%

2%. הספרה הראשונה.

3. הזדקרות נגרמת על ידי…

גלי הלם

היפרדות הזרימה

צפיפות נמוכה

Re גבוה

היפרדות הזרימה. שכבת הגבול נפרדת.

4. תנאי קוטה קובע את…

גרר

הסירקולציה

מספר מאך

העובי

הסירקולציה. זרימה חלקה מעל שפת הזרימה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA מספרת כיצד המהנדס שלה ריצ'רד ויטקומב יצר את הפרופיל העל-קריטי: כמעט שטוח מלמעלה, מעוגל מלמטה, עבה יותר, עם שפת התקפה קהה. קרוב למהירות הקול, כ-660 mph בגובה שיוט, כנף רגילה יוצרת גל הלם עומד שמוסיף גרר; הצורה החדשה צמצמה את ההלם הזה למינימום.

NASA מדווחת שכנפיים על-קריטיות הגדילו את היעילות בעד 15%, עובדות טוב יותר גם במהירויות נמוכות יותר, ומאפשרות כנף קלה יותר. הן הפכו לתקן בתעשייה, ו-NASA אומרת שהן חוסכות מיליארדי דולרים בדלק בכל שנה. עיצוב התפלגות הלחץ של חתך, כמו ביחידה הזאת, הוא הדרך לקצץ בדלק ובפליטות.

ב־Saving Planets: מבוא להנדסת אווירונאוטיקה וחלל · פתרונות

מקורות: NASA: How a NASA engineer created the modern airplane wing (2016) (https://www.nasa.gov/aeronautics/how-a-nasa-engineer-created-the-modern-airplane-wing/)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: The lift equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/lifteq.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: The drag equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/drageq.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): חקרו עקומות עילוי.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): הרצאות על פרופילי כנף.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

תורת הפרופיל הדק

יריעות מערבולת, מידול קו הקמירות ביריעת מערבולת, תנאי קוטה, הפתרון בטור פורייה, שיפוע עילוי של 2π לרדיאן, זווית העילוי האפס של פרופילים קמורים, המרכז האווירודינמי ברבע המיתר, ושיטות פאנלים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- מדלו פרופיל כנף ביריעת מערבולת על קו הקמירות שלו.
- גזרו $c_l = 2\pi\alpha$ לפרופיל דק סימטרי.
- מצאו את מקדם העילוי של פרופיל קמור מ-α ומ-$\alpha_{L=0}$.
- הסבירו מדוע המרכז האווירודינמי נמצא ברבע המיתר.

מושגי מפתח

- יריעת מערבולת בעוצמה $\gamma(s)$ ליחידת אורך יוצרת קפיצה במהירות המשיקית לרוחבה. הצבת יריעה כזו על קו הקמירות ודרישה שקו הקמירות יהיה קו זרם נותנות משוואה אינטגרלית עבור γ.
- עם תנאי קוטה $\gamma(TE) = 0$ וטור פורייה ב-θ ($x = c(1 - \cos\theta)/2$), הפתרון נותן $c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$: שיפוע העילוי הוא 2π לרדיאן (כ-0.11 למעלה) לכל פרופיל דק.
- לפרופיל סימטרי $\alpha_{L=0} = 0$, $c_{m,c/4} = 0$ ו-$c_{m,LE} = -c_l/4$, ולכן מרכז הלחץ ברבע המיתר. קמירות מזיזה את $\alpha_{L=0}$ לשלילי ומוסיפה $c_{m,c/4}$ קבוע מוריד-חרטום, אבל המרכז האווירודינמי נשאר ברבע המיתר.
- לפרופילים אמיתיים בעובי בינוני יש שיפועי עילוי קרובים ל-2π עד ששכבת הגבול מתחילה להיפרד; תורת הפרופיל הדק אינה חוזה הזדקרות או גרר.
- שיטות פאנלים מכסות את המשטח האמיתי בפאנלים רבים של מקורות ומערבולות ופותרות את עוצמותיהם נומרית; כך מתכננים מחשבים לחץ על כל צורה, מלהבים ועד כנפיים.

משוואות מפתח

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

```
c_l=2π(α-α_L=0)
```

עילוי פרופיל דק

$$c_{m,c/4} = 0 \text{ (symmetric)}$$

```
c_m,c/4=0\ (symmetric)
```

מומנט ברבע המיתר

$$c_{m,LE} = -\frac{c_l}{4}$$

```
c_m,LE=-(c_l)/(4)
```

$$x = \tfrac{c}{2}(1 - \cos\theta)$$

```
x= c2(1-θ)
```

התמרת גלאוורט

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 6.1 מצאו את c_l לפרופיל דק סימטרי ב-$\alpha = 5°$.

1. $\alpha = 0.08727$ rad.
2. $c_l = 2\pi \times 0.08727$.

תשובה: $c_l = 0.548$.

דוגמה 6.2 לפרופיל קמור $\alpha_{L=0} = -2°$ (ערך לדוגמה). מצאו את c_l ב-$\alpha = 4°$.

1. $\alpha - \alpha_{L=0} = 6° = 0.10472$ rad.
2. $c_l = 2\pi \times 0.10472$.

תשובה: $c_l = 0.658$.

דוגמה 6.3 לפרופיל הסימטרי ב-$\alpha = 5°$, מצאו את c_m סביב שפת ההתקפה ואת מרכז הלחץ.

1. $c_{m,LE} = -c_l/4 = -0.548/4$.
2. $x_{cp} = -c_{m,LE}\, c/c_l = c/4$.

תשובה: $c_{m,LE} = -0.137$; $x_{cp} = 0.25c$.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. איזו זווית נותנת $c_l = 0.5$ בפרופיל דק סימטרי?

   $0.5/(2\pi) = 0.0796$ rad $= 4.56°$.

2. שיפוע העילוי למעלה?

   $2\pi \times \pi/180 = 0.1097$ למעלה.

3. האם תורת הפרופיל הדק חוזה הזדקרות?

לא; היא לא צמיגה וליניארית.

4. היכן המרכז האווירודינמי של פרופיל דק קמור?

ברבע המיתר.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: קמירות משנה את שיפוע העילוי.

בפועל: בתורת הפרופיל הדק היא מזיזה את העקומה; השיפוע נשאר 2π.

מיתוס: מרכז הלחץ תמיד ברבע המיתר.

בפועל: רק בפרופיל סימטרי; לפרופילים קמורים מרכז לחץ נע.

מיתוס: 2π הוא למעלה.

בפועל: זה לרדיאן.

כרטיסיות

יריעת מערבולת

קפיצה במהירות המשיקית.

עילוי

$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L0})$.

מומנט (סימטרי)

$c_{m,c/4} = 0$.

מומנט בשפת ההתקפה

$-c_l/4$.

גלאוורט

$x = c(1 - \cos\theta)/2$.

שיטת פאנלים

פאנלים נומריים של מקורות ומערבולות.

בוחן לבדיקה עצמית

1. שיפוע העילוי של פרופיל דק הוא…

2π למעלה

2π לרדיאן

π לרדיאן

4π

2π לרדיאן. c_l = 2πα.

2. קמירות הופכת את α_L=0 ל...

חיובי

שלילי

אפס

לא מוגדר

שלילי. עילוי בזווית אפס.

3. המרכז האווירודינמי של פרופיל דק נמצא ב...

שפת ההתקפה

רבע המיתר

חצי המיתר

שפת הזרימה

רבע המיתר. תוצאת התורה.

4. תורת הפרופיל הדק ממדלת את הפרופיל בעזרת...

מקורות בלבד

יריעת מערבולת

הלמים

שכבות גבול

יריעת מערבולת. על קו הקמירות.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

משרד האנרגיה מסביר שלהב טורבינה, כמו כנף מטוס, מייצר עילוי מהפרש לחצים, ושעילוי חזק מהגרר הוא שמסובב את הרוטור. כל חתך של הלהב רואה זווית התקפה מקומית שנקבעת על ידי מהירות הרוח ומהירות הסיבוב שלו, ולכן הלהבים מפותלים כך שכל חתך יעבוד קרוב לזווית יחס העילוי לגרר הטוב ביותר שלו.

תורת הפרופיל הדק נותנת את ההערכה הראשונה לעילוי החתך: $c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$. שיטות פאנלים ונתוני מנהרת רוח מחדדים אותה. משרד האנרגיה מציין שטורבינות יבשתיות נעות בין 100 קילוואט לכמה מגה-ואט, ולכן שיפור של כמה אחוזים ביחס העילוי לגרר של החתך פירושו הרבה אנרגיה נקייה נוספת לאורך חיי הטורבינה.

ב־Saving Planets: פתרונות · אלגברה לינארית

מקורות: משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

מקורות לימוד חינמיים

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): הרצאות על תורת הפרופיל הדק.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): השוו את התורה לסימולטור.
- NASA Glenn: Lift from flow turning (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil2.html): דף חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): זורמים ב-Unified Engineering.

☐ **סיימתי את היחידה הזו**

כנפיים סופיות וגרר מושרה

מערבולות קצה כנף וזרימה כלפי מטה, זווית ההתקפה המושרית, תורת קו העילוי של פרנדטל, התפלגות עילוי אליפטית, יעילות מוטה, גרר מושרה (C_Di = C_L²/(πeAR), שיפוע העילוי של כנף סופית, יחס ממדים, כנפונים וכנפיים מחוזקות בתמוכות.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- הסבירו כיצד מערבולות קצה יוצרות זרימה כלפי מטה וגרר מושרה.
- חשבו גרר מושרה בעזרת מקדם יעילות המוטה.
- מצאו את שיפוע העילוי של כנף סופית.
- הסבירו כיצד יחס ממדים וכנפונים מקטינים גרר מושרה.

מושגי מפתח

- בכנף סופית, אוויר בלחץ גבוה מלמטה מתעקל סביב הקצוות אל הצד העליון בלחץ נמוך, ויוצר מערבולות נגררות. הן משרות מהירות כלפי מטה (זרימה כלפי מטה) בכנף, ומטות את הזרימה המקומית בזווית המושרית α_i.
- הטיית וקטור העילוי לאחור ב-α_i יוצרת רכיב גרר: הגרר המושרה, המחיר של יצירת עילוי עם מוטה סופית. הוא הגדול ביותר במהירות נמוכה וב-C_L גבוה.
- תורת קו העילוי של פרנדטל ממדלת את הכנף כמערבולת קשורה עם יריעה של מערבולות נגררות. התפלגות עילוי אליפטית נותנת זרימה כלפי מטה אחידה, α_i = C_L/(πAR), ואת הגרר המושרה המזערי C_Di = C_L²/(πAR).
- לכנפיים אמיתיות יעילות מוטה e < 1: C_Di = C_L²/(πeAR). יחס הממדים AR = b²/S הוא המנוף המרכזי: הכפלת AR מקטינה את הגרר המושרה בחצי.
- שיפוע העילוי של כנף סופית נמוך מ-2π: a = a₀/(1 + a₀/(πeAR)). כנפונים וכנפיים ארוכות ודקות מחוזקות בתמוכות מקטינים שניהם את הגרר המושרה על ידי החלשת מערבולות הקצה או פיזורן.

משוואות מפתח

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

AR=(b^2)/(S)

יחס ממדים

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR}$$

α_i=(C_L)/(π AR)

זווית מושרית (אליפטית)

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi e A R}$$

`C_D_i=(C_L^2)/(π eAR)`

גרר מושרה

$$a = \frac{a_0}{1 + a_0/(\pi e A R)}$$

`a=(a_0)/(1+a_0/(π eAR))`

שיפוע העילוי של כנף סופית

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 7.1 כנף עם AR = 8 ו-e = 0.9 טסה ב-C_L = 0.5. מצאו את C_Di.

1. C_Di = 0.25/(π × 0.9 × 8).

תשובה: C_Di = 0.01105.

דוגמה 7.2 מצאו את שיפוע העילוי של הכנף הזאת אם $a_0 = 2\pi$ לרדיאן.

1. a = 2π/(1 + 2π/(π × 0.9 × 8)) = 6.2832/1.2778.

תשובה: a = 4.917 לרדיאן (0.0858 למעלה).

דוגמה 7.3 מצאו את הזווית המושרית של כנף אליפטית (AR = 8) ב-C_L = 0.5.

1. α_i = 0.5/(π × 8) rad.

תשובה: α_i = 0.01989 rad = 1.14°.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. לכנף b = 30 m ו-S = 100 m². מצאו את AR.

   900/100 = 9.

2. הגדילו את AR מ-8 ל-12 באותם e ו-C_L. מהו C_Di החדש?

0.00737 = 8/12 × 0.01105.

3. מתי הגרר המושרה הגדול ביותר?

במהירות נמוכה וב-C_L גבוה, למשל בהמראה ובטיפוס.

4. מה ה-e של כנף אליפטית?

e = 1.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: גרר מושרה נובע מחיכוך דופן.

בפועל: זו הטיית העילוי לאחור בגלל הזרימה כלפי מטה, אפקט לא צמיג.

מיתוס: לכנף סופית אותו שיפוע עילוי כמו לפרופיל שלה.

בפועל: הוא נמוך יותר בגלל הזרימה כלפי מטה.

מיתוס: כנפונים פועלים על ידי הוספת שטח כנף.

בפועל: הם בעיקר מחלישים את מערבולות הקצה ואת הזרימה כלפי מטה שלהן.

כרטיסיות

זרימה כלפי מטה

מושרית על ידי המערבולות הנגררות.

יחס ממדים

b²/S.

גרר מושרה

$C_L^2/(\pi e AR)$.

זווית מושרית

$C_L/(\pi AR)$.

יעילות מוטה

$e \le 1$.

שיפוע כנף סופית

$a_0/(1 + a_0/\pi e AR)$.

בוחן לבדיקה עצמית

1. מקדם הגרר המושרה הוא…

$C_L/(\pi e AR)$

$C_L^2/(\pi e AR)$

πeAR/C_L²

C_L²AR

C_L²/(πeAR). תוצאת קו העילוי.

2. הכפלת יחס הממדים משנה את הגרר המושרה פי…

2×

½×

4×

אף אחת

C_Di ∝ ½×1/AR.

3. גרר מושרה מזערי מתקבל מ…

התפלגות עילוי מלבנית

התפלגות עילוי אליפטית

משולשת

עמוסה בקצוות

התפלגות עילוי אליפטית. זרימה כלפי מטה אחידה.

4. יחס ממדים הוא…

S/b

b²/S

c/b

b/c²

b²/S. ריבוע המוטה חלקי השטח.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA Armstrong מספרת שכנפונים טסו לראשונה על KC-135 ב-24 ביולי 1979; ב-48 טיסות ניסוי הם שיפרו את יעילות הדלק ב-6 עד 7 אחוזים והקטינו את הגרר בעד 7 אחוזים. NASA אומרת שכנפונים מותקנים כיום על כ-10000 מטוסי סילון, וחסכו יותר מ-10 מיליארד גלונים של דלק סילוני ויותר מ-130 מיליון טונות של פחמן דו-חמצני.

הצעד הבא מגדיל עוד את יחס הממדים. מענק Sustainable Flight Demonstrator של NASA משנת 2023 (425 מיליון דולר מ-NASA על פני שבע שנים, ושותפים כ-725 מיליון דולר) מיועד לכנף טרנסונית מחוזקת בתמוכות: כנפיים ארוכות ודקות במיוחד הנתמכות בתמוכות, ש-NASA אומרת שפירושן פחות גרר, ויחד עם התקדמויות אחרות, עד 30% פחות צריכת דלק ופליטות. זה בפעולה $C_{Di} = C_L^2/(\pi e AR)$.

ב־Saving Planets: פתרונות · סטטיקה

מקורות: NASA Armstrong: On the winglets of innovation (2023) (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/on-the-winglets-of-innovation-with-nasa-armstrong-2/) · NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html): דף חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): הרצאות על קו העילוי.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): סימולטור.

סיימתי את היחידה הזו

זרימה צמיגה, מספר ריינולדס ושכבות גבול

תנאי אי-ההחלקה, מספר ריינולדס ודמיון, משוואות נאוויה–סטוקס במילים, שכבות גבול למינריות וטורבולנטיות, פתרון בלזיוס ללוח שטוח, חיכוך דופן, מעבר, היפרדות וגרר לחץ, ופירוק הגרר של מטוס.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- חשבו את מספר ריינולדס והשתמשו בו לדמיון.
- מצאו עובי שכבת גבול וגרר חיכוך על לוח שטוח.
- הבחינו בין שכבות גבול למינריות לטורבולנטיות.
- הסבירו היפרדות, גרר לחץ ואת פירוק הגרר הכולל.

מושגי מפתח

- זורם צמיג נצמד למשטח (אי-החלקה), ולכן נוצרת שכבת גבול דקה שבה המהירות עולה מאפס למהירות הזרימה החיצונית. מחוץ לה, התורה הלא צמיגה של יחידות 7–4 עובדת היטב.
- מספר ריינולדס Re = ρVL/μ משווה בין כוחות אינרציה לכוחות צמיגות. לשתי זרימות דומות גאומטרית עם Re שווה (ומספר מאך שווה) יש אותם מקדמים; זו הסיבה שניסויי מנהרת רוח עובדים.
- משוואות נאוויה–סטוקס מוסיפות מאמצים צמיגים למשוואת אוילר. הפישוט של פרנדטל לשכבת גבול ופתרון בלזיוס נותנים, ללוח שטוח למינרי, δ = 5.0x/√Re_x ו-C_f = 1.328/√Re_L.
- מעל מספר ריינולדס של מעבר (כ-10^5 × 5 על לוח שטוח חלק) השכבה הופכת לטורבולנטית: עבה יותר, עם יותר חיכוך, C_f ≈ 0.074/Re_L^0.2, אך עמידה יותר להיפרדות.
- במפל לחץ מנוגד שכבת הגבול עלולה להיפרד, ולהשאיר עקבה רחבה וגרר לחץ. גרר כולל = חיכוך דופן + גרר לחץ (צורה) + גרר מושרה + גרר גלים (יחידה 9).

משוואות מפתח

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

```
Re=(ρ VL)/(μ)
```

מספר ריינולדס

$$\delta = \frac{5.0 x}{\sqrt{Re_x}}$$

```
=5.0x_x
```

עובי שכבת גבול למינרית

$$C_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$$

C_f=1.328_L

חיכוך למינרי (בלזיוס)

$$C_f = \frac{0.074}{Re_L^{0.2}}$$

C_f=0.074Re_L^0.2

חיכוך טורבולנטי (לוח שטוח)

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 8.1 מצאו את מספר ריינולדס של כנף עם מיתר של 1.5 m ב-70 m/s בגובה פני הים.

1. Re = 1.225 × 70 × 1.5/1.789 × 10⁻⁵.

תשובה: Re = 7.19 × 10⁶ (טורבולנטי לאורך רוב המיתר).

דוגמה 8.2 השוו בין מקדמי החיכוך הלמינרי והטורבולנטי ב-Re_L = 10⁶, ואת עובי שכבת הגבול ב-x = 1 m.

1. C_f למינרי 1.328/1000 =; C_f טורבולנטי 0.074/15.85 =.
2. δ_lam = 5.0/1000; δ_turb = 0.37/15.85.

תשובה: C_f = 0.00133 vs 0.00467; δ = 5.0 mm vs 23.3 mm.

דוגמה 8.3 לוח שטוח של 1 m × 1 m ב-30 m/s בגובה פני הים נשאר למינרי (Re = 2.05 × 10⁶, בהנחה). מצאו את גרר החיכוך על צד אחד.

1. q = ½ × 1.225 × 900 = 551.25 Pa.
2. C_f = 1.328/√(2.054 × 10⁶) = 0.000927.
3. D = qSC_f.

תשובה: D = 0.511 N.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. דגם בקנה מידה 1/10 חייב להתאים ל-Re באותו אוויר. באיזו מהירות?

פי 10 ממהירות הגודל המלא (לרוב בלתי אפשרי, ולכן משתמשים במנהרות בלחץ או קריוגניות).

2. האם C_f גדל או קטן כש-Re עולה?

הוא קטן גם בשכבות למינריות וגם בטורבולנטיות.

3. למה לכדורי גולף יש גומות?

שכבת גבול טורבולנטית נפרדת מאוחר יותר, ומקטינה את גרר הלחץ.

4. ציינו ארבעה רכיבי גרר.

חיכוך דופן, לחץ, מושרה, גלים.

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: זרימה טורבולנטית תמיד פירושה יותר גרר.

בפועל: יותר חיכוך, אבל לרוב פחות גרר לחץ אם ההיפרדות מתעכבת.

מיתוס: שכבת הגבול עבה.

בפועל: היא בין מילימטרים לסנטימטרים על כנף.

מיתוס: מספר ריינולדס תלוי רק במהירות.

בפועל: הוא תלוי בצפיפות, במהירות, באורך ובצמיגות.

כרטיסיות

אי-החלקה

מהירות אפס בדופן.

מספר ריינולדס

ρVL/μ.

δ למינרי

5.0x/√Re_x.

C_f למינרי

1.328/√Re_L.

C_f טורבולנטי

0.074/Re_L^0.2.

היפרדות

מפל מנוגד, עקבה, גרר לחץ.

בוחן לבדיקה עצמית

1. מספר ריינולדס משווה בין...

אינרציה לצמיגות

לחץ לכובד

מהירות לקול

עילוי לגרר

אינרציה לצמיגות. Re = ρVL/μ.

2. C_f למינרי של לוח שטוח הוא…

0.074/Re^0.2

1.328/√Re

5/√Re

2π

1.328/√Re. בלזיוס.

3. היפרדות מעודדת על ידי…

מפל לחץ מועיל

מפל לחץ מנוגד

צפיפות גבוהה

הלמים בלבד

מפל לחץ מנוגד. לחץ עולה מאט את השכבה.

4. אי-החלקה פירושה…

שמהירות האוויר בדופן היא אפס

אין חיכוך

זרימה לא צמיגה

אין לחץ

שמהירות האוויר בדופן היא אפס. הזורם נצמד לדופן.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

חיכוך דופן הוא חלק גדול מגרר השיוט של מטוס נוסעים, ולכן מהנדסים משקיעים כל כך הרבה במשטחים חלקים ובשמירה על שכבות גבול למינריות לאורך זמן רב יותר. כל יחידת גרר שמוסרת היא דלק ופחמן שלא נשרפים.

ה-EPA מדווחת שהמטוסים הכפופים לתקני גזי החממה שלה אחראים ל-10 אחוזים מפליטות גזי החממה של התחבורה בארה"ב ול-3 אחוזים מכלל הפליטות בארה"ב, ושתקני 2020 שלה תואמים את תקני ה-CO_2 של ארגון התעופה האזרחית הבין-לאומי. הנדסת שכבות גבול, מחריצים זעירים ועד כנפי זרימה למינרית, היא דרך אחת לעמוד בכללים האלה.

ב־Saving Planets: פתרונות · משוואות דיפרנציאליות

מקורות: U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft) · NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: Reynolds number (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/reynolds.html): דף חינמי של NASA.
- OpenStax UP1, 14.7 Viscosity and turbulence (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-7-viscosity-and-turbulence): פרק מספר לימוד חינמי.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): הרצאות על זרימה צמיגה.

סיימתי את היחידה הזו

זרימה דחיסה: יחסים איזנטרופיים וגלי הלם

מתי הדחיסות חשובה, תכונות עצירה, יחסים איזנטרופיים, יחס שטח–מהירות ונחירים, הלמים ניצבים, הלמים אלכסוניים וגלי התפשטות בקצרה, מספר מאך קריטי, התבדרות גרר, גרר גלים ופרופילים על-קריטיים.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- השתמשו ביחסים איזנטרופיים כדי למצוא תכונות עצירה.
- הסבירו את יחס השטח–מהירות ונחירים חנוקים.
- חשבו תכונות לרוחב הלם ניצב.
- הסבירו מאך קריטי ומדוע פרופילים על-קריטיים דוחים את עליית הגרר.

מושגי מפתח

- מתחת לבערך M = 0.3 שינויי הצפיפות קטנים מ-5% ואפשר להתייחס לזרימה כלא דחיסה. מעל זה יש לכלול שינויי אנרגיה וצפיפות.
- תכונות עצירה לזרימה אדיאבטית ואיזנטרופית: $T_0/T = 1 + (\gamma - 1)M^2/2$, $p_0/p = (T_0/T)^{(\gamma/(\gamma-1))}$, $\rho_0/\rho = (T_0/T)^{(1/(\gamma-1))}$.
- שטח–מהירות: $dA/A = (M^2 - 1)dV/V$. זרימה תת-קולית מאיצה בתעלה מתכנסת; זרימה על-קולית מאיצה בתעלה מתבדרת. זרימה קולית מתרחשת בצוואר; A/A^* קובע את מספר המאך.
- הלם ניצב הוא קפיצה דקה ובלתי הפיכה: זרימה על-קולית הופכת לתת-קולית, והלחץ, הצפיפות והטמפרטורה קופצים בעוד הלחץ הכולל יורד. עבור $\gamma = 1.4$ ו-$M_1 = 2$, $M_2 = 0.577$ ו-$p_2/p_1 = 4.5$.
- בכנף במהירות תת-קולית גבוהה, הזרימה מעל הצד העליון מגיעה ראשונה ל-M = 1, במספר המאך הקריטי. מעבר לו נוצר הלם והגרר עולה בחדות (התבדרות גרר). פרופילים על-קריטיים והסבת כנף דוחים עלייה זו למהירויות גבוהות יותר.

משוואות מפתח

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

(T_0)/(T)=1+(γ-1)/(2)M^2

טמפרטורת עצירה

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

(p_0)/(p)=((T_0)/(T))^γ/(γ-1)

יחס לחצים איזנטרופי

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}}$$

`M_2^2=1+(γ-1)/(2)M_1^2γ  M_1^2-(γ-1)/(2)`

מספר מאך אחרי הלם ניצב

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

`(p_2)/(p_1)=1+(2γ)/(γ+1)(M_1^2-1)`

יחס לחצים בהלם ניצב

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 9.1 מטוס נוסעים טס ב-$M = 0.85$. מצאו את T_0/T ואת p_0/p.

1. $T_0/T = 1 + 0.2 \times 0.7225 = 1.1445$.
2. $p_0/p = 1.1445^{3.5}$.

תשובה: $T_0/T = 1.1445$; $p_0/p = 1.604$.

דוגמה 9.2 מצאו את M_2, p_2/p_1, ρ_2/ρ_1 ו-T_2/T_1 לרוחב הלם ניצב עם $M_1 = 2$.

1. $M_2 = \sqrt{(1.8/5.4)}$.
2. $p_2/p_1 = 1 + (2.8/2.4)(3)$.
3. $\rho_2/\rho_1 = 2.4 \times 4/(2 + 0.4 \times 4) = 2.667$.
4. $T_2/T_1 = (p_2/p_1)/(\rho_2/\rho_1)$.

תשובה: $M_2 = 0.577$, $p_2/p_1 = 4.5$, $\rho_2/\rho_1 = 2.667$, $T_2/T_1 = 1.688$.

דוגמה 9.3 NASA מעריכה את מהירות הקול בגובה שיוט בכ-660 mph. המירו אותה ל-m/s והשוו לערך האטמוספרה התקנית ב-11 km (295.1 m/s).

1. $660 \times 0.44704 = 295.0$ m/s.

תשובה: 295.0 m/s, בטווח של 0.1% מערך האטמוספרה התקנית.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. מצאו את p_0/p ב-$M = 2$.

7.82 = 3.5^1.8.

2. מצאו את A/A* ב-M = 2.

1.688.

3. מתחת לאיזה מספר מאך אפשר בדרך כלל להזניח שינויי צפיפות?

בערך 0.3.

4. לרוחב הלם ניצב, האם הלחץ הכולל עולה או יורד?

הוא יורד (האנטרופיה עולה).

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: הלם מאיץ את הזרימה.

בפועל: הלם ניצב הופך זרימה על-קולית לתת-קולית.

מיתוס: גרר גלים חשוב רק מעל M = 1.

בפועל: הוא מתחיל מעל המאך הקריטי, מתחת ל-M = 1 בכנף.

מיתוס: תעלה מתבדרת תמיד מאטה את הזרימה.

בפועל: היא מאיצה זרימה על-קולית.

כרטיסיות

גבול אי-הדחיסות

M < 0.3.

T_0/T

1 + 0.2M².

p_0/p

(T₀/T)^3.5.

שטח–מהירות

dA/A = (M² − 1)dV/V.

הלם ניצב M=2

$M_2 = 0.577$, $p_2/p_1 = 4.5$.

מאך קריטי

M מקומי 1 = על הכנף.

בוחן לבדיקה עצמית

T_0/T .1 ב-M = 1 הוא…

1.0

1.2

1.4

2.0

1.2. 1 + 0.2.

2. זרימה על-קולית מאיצה ב…

תעלה מתכנסת

תעלה מתבדרת

תעלה בחתך קבוע

בלי תעלה

תעלה מתבדרת. dA/A = (M² − 1)dV/V.

3. p_2/p_1 לרוחב הלם ניצב ב-$M_1 = 2$ הוא…

2

4.5

7.8

1.7

4.5. יחס הלם ניצב.

4. פרופילים על-קריטיים…

מעלים את מספר המאך של התבדרות הגרר

מבטלים עילוי

מוסיפים קמירות רק בחרטום

עובדים רק במאך 2

מעלים את מספר המאך של התבדרות הגרר. הלם חלש יותר.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

NASA מסבירה שכאשר מטוסי נוסעים מתקרבים למהירות הקול, כ-660 mph בגובה שיוט, נוצר על כנף רגילה גל הלם עומד שמוסיף גרר. הפרופיל העל-קריטי של ויטקומב, שטוח יותר מלמעלה ומעוגל מלמטה, צמצם את ההלם הזה למינימום והעלה את היעילות בעד 15% לפי NASA.

זה סיפור המאך הקריטי והתבדרות הגרר מהיחידה הזאת. NASA אומרת שהתכנון הפך לתקן בתעשייה וחוסך מיליארדי דולרים בדלק בשנה; פחות דלק שנשרף בשיוט פירושו פחות CO_2 מהטיסות שמהוות חלק גדול מפליטות התעופה.

ב־Saving Planets: מבוא להנדסת אווירונאוטיקה וחלל · מזג אוויר בחלל

מקורות: NASA: How a NASA engineer created the modern airplane wing (2016) (https://www.nasa.gov/aeronautics/how-a-nasa-engineer-created-the-modern-airplane-wing/) · NASA Glenn: Normal shock wave (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: Isentropic flow (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/isentrop.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: Normal shock wave (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: Mach number (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mach.html): דף חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): הרצאות על זרימה דחיסה.

סיימתי את היחידה הזו

ביצועי מטוסים: פולרת גרר, דאייה, טווח וסיבולת

פולרת הגרר C_D = C_D0 + KC_L², דחף והספק נדרשים, מהירות גרר מזערי, יחס עילוי לגרר מרבי, טיסת דאייה, משוואות הטווח והסיבולת של ברגה, וכיצד יעילות אווירודינמית מתורגמת לדלק ולפליטות.

מטרות הלמידה

בסוף היחידה הזו תוכלו:

- בנו פולרת גרר ומצאו את (L/D)max.
- מצאו את מהירות הגרר המזערי ואת מרחק הדאייה.
- להשתמש במשוואת הטווח של בריגה.
- קשרו הפחתות גרר לצריכת דלק.

מושגי מפתח

- פולרת הגרר C_D = C_D0 + KC_L² עם K = 1/(πeAR) משלבת גרר בעילוי אפס (גרר טפילי) וגרר מושרה.
- בטיסה ישרה L = W ו-T = D. הגרר מזערי היכן שהגרר הטפילי והמושרה שווים: C_L* = √(C_D0/K), מה שנותן (L/D)max = 1/(2√(KC_D0)).
- דאייה: בלי דחף יחס הדאייה שווה ל-L/D, ולכן מרחק הדאייה הטוב ביותר מגובה h הוא h(L/D)max.
- טווח ברגה למטוס סילון: R = (V/c)(L/D) ln(W_i/W_f), כאשר c היא צריכת הדלק הסגולית לדחף. הטווח גדל ישירות עם L/D, ולכן היעילות האווירודינמית מוכפלת ביעילות המנוע וביחס המשקלים.
- לנסיעה נתונה, הגדלת L/D מקטינה את הדלק הנדרש; זו הסיבה שכנפונים, פרופילים על-קריטיים וכנפיים ביחס ממדים גבוה כולם מקטינים CO_2.

משוואות מפתח

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2,\ K = \frac{1}{\pi e A R}$$

C_D=C_D0+KC_L^2,\ K=(1)/(π eAR)

פולרת גרר

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{max} = \frac{1}{2\sqrt{K C_{D0}}}$$

(LD)_max=12_D0

יחס עילוי לגרר מרבי

$$C_L^* = \sqrt{C_{D0}/K}$$

C_L^*=_D0/K

מקדם עילוי לגרר מזערי

$$R = \frac{V}{c}\frac{L}{D}\ln\frac{W_i}{W_f}$$

`R=V/cL/D(W_i)/(W_f)`

טווח ברגה (סילון)

דוגמאות פתורות שלב אחר שלב

דוגמה 10.1 לכנף AR = 8, e = 0.9 ו-C_D0 = 0.02. מצאו את K, (L/D)max ו-C_L*.

1. K = 1/(π × 0.9 × 8) = 0.04421.
2. (L/D)max = 1/(2√(0.02 × 0.04421)).
3. C_L* = √(0.02/0.04421).

תשובה: K = 0.04421, (L/D)max = 16.81, C_L* = 0.673.

דוגמה 10.2 עבור המטוס הזה (W = 9810 N, S = 16 m², גובה פני הים), מצאו את מהירות הגרר המזערי ואת מרחק הדאייה הטוב ביותר מ-1000 m.

1. V = √(2W/(ρSC_L*)) = √(19,620/(1.225 × 16 × 0.6726)).
2. דאייה = 1000 × 16.81.

תשובה: V = 38.6 m/s; מרחק דאייה 16.8 km.

דוגמה 10.3 מטוס סילון (ערכים לדוגמה) שט ב-V = 230 m/s עם c = 1.6 × 10⁻⁴ s⁻¹, L/D = 17 ו-W_i/W_f = 1.25. מצאו את הטווח.

1. R = (230/1.6 × 10⁻⁴) × 17 × ln 1.25.

תשובה: R = 5453 km.

תרגילים

פתרו כל אחד קודם על נייר, ואז בדקו.

1. הגדילו את L/D מ-17 ל-18 בדוגמת ברגה. מהו הטווח החדש?

   5453 × 18/17 = 5774 km.

2. איזה C_D נותנת הפולרה ב-C_L*?

.2C_D0 = 0.04

3. מהו L/D ב-C_L = 1.0 עבור הפולרה מהדוגמה?

.1.0/0.06421 = 15.57

4. לדאון L/D = 40. כמה רחוק יגיע מ-2 km?

.80 km

תפיסות שגויות נפוצות

מיתוס: הדאייה הטובה ביותר היא במהירות האיטית ביותר.

בפועל: היא במהירות הגרר המזערי, מהירה ממהירות ההזדקרות.

מיתוס: הטווח תלוי רק בדלק הנישא.

בפועל: הוא תלוי ב-L/D, ביעילות המנוע וביחס המשקלים.

מיתוס: גרר טפילי הוא תמיד החלק הגדול ביותר.

בפועל: במהירות נמוכה הגרר המושרה שולט.

כרטיסיות

פולרת גרר

.C_D0 + KC_L²

K

.1/(πeAR)

(L/D)max

.1/(2√(KC_D0))

C_L*

.√(C_D0/K)

דאייה

מרחק L/D · h =.

ברגה

.R = (V/c)(L/D) ln(W_i/W_f)

בוחן לבדיקה עצמית

1. בגרר מזערי…

טפילי = מושרה

מושרה 0 =

C_L = 0

= V הזדקרות

טפילי = מושרה. הנגזרת של D היא אפס.

2. יחס הדאייה שווה ל...

L/D

D/L

C_L

W/S

L/D. אין דחף.

3. טווח ברגה פרופורציוני ל...

D/L

L/D

C_D0

K

.L/D ∝ L/D. R

4. K בפולרה הוא...

1/(πeAR)

πeAR

C_D0

2π

1/(πeAR). מקדם הגרר המושרה.

לנסות שוב את הבוחן

איך זה עוזר להציל את כדור הארץ

הודעת NASA משנת 2023 על Sustainable Flight Demonstrator אומרת שמטוסים בעלי מעבר יחיד אחראים לכמעט מחצית מפליטות התעופה בעולם, ושתכנון הכנף המחוזקת בתמוכות, יחד עם התקדמויות אחרות, עשוי להפחית את צריכת הדלק והפליטות בעד 30%. היא קושרת זאת ליעד של פליטות נטו אפס בתעופה עד 2050.

משוואת ברגה מראה מדוע: הטווח ויעילות הדלק גדלים עם L/D. ה-EPA מציינת שהמטוסים הכפופים לתקנים הם 10 אחוזים מפליטות גזי החממה של התחבורה בארה"ב, ולכן כמה נקודות של L/D, כפול אלפי טיסות ביום, חשובות לאקלים.

ב־Saving Planets: פתרונות · חשבון אינפיניטסימלי 1

מקורות: NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/) · U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft)

מקורות לימוד חינמיים

- NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html): דף חינמי של NASA.
- NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html): דף חינמי של NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): הרצאות על ביצועים.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): אווירודינמיקה ב-MIT.

צפו בהרצאה

Lecture 12: Aircraft Performance (https://ocw.mit.edu/courses/16-687-private-pilot-ground-school-january-iap-2019/resources/lecture-12-aircraft-performance/) (באנגלית)

MIT 16.687 Private Pilot Ground School (IAP 2019), MIT OpenCourseWare. רישיון: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · תנאי שימוש (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). הקישור מיועד ללימוד חינמי בלבד; Saving Planets אינו קשור לאוניברסיטה זו ואינו נתמך על ידה.

סיימתי את היחידה הזו

תרגילים

התרגילים האלה נמצאים בתוך כל יחידה. פתרו על הנייר, ואז פתחו את התשובה.

1. תכונות זורמים והאטמוספרה התקנית
   4 תרגילים
2. סטטיקה של זורמים, משוואת ברנולי ומדידת מהירות אוויר
   4 תרגילים

3. חוקי שימור: מסה, תנע ואנרגיה; נפחי בקרה ותורת התנע
   4 תרגילים
4. זרימה פוטנציאלית ומשפט קוטה–ז׳וקובסקי
   4 תרגילים
5. פרופילי כנף ומקדמי עילוי, גרר ומומנט
   4 תרגילים
6. תורת הפרופיל הדק
   4 תרגילים
7. כנפיים סופיות וגרר מושרה
   4 תרגילים
8. זרימה צמיגה, מספר ריינולדס ושכבות גבול
   4 תרגילים
9. זרימה דחיסה: יחסים איזנטרופיים וגלי הלם
   4 תרגילים
10. ביצועי מטוסים: פולרת גרר, דאייה, טווח וסיבולת
    4 תרגילים

המעבדה (Aerodynamics lab)

המעבדה היא החלק המעשי של הקורס. כאן היא חינמית ולתרגול בלבד, ללא נקודות זכות.

כל מעבדה אפשר לבצע בסימולציה חינמית או עם נייר וחפצים ביתיים. זרקו דאונים רק בשטחים פתוחים, לעולם לא לעבר אנשים, והתרחקו מכבישים ומקווי חשמל; השתמשו בשרפרף יציב, לא בכיסא, לניסויי הפלה.

מקור בטיחות: OSHA: Fall protection (https://www.osha.gov/fall-protection)

מעבדה A: גיליון האטמוספרה התקנית

שבוע 1

מטרה: בנו את מודל האטמוספרה התקנית של NASA Glenn בגיליון אלקטרוני וראו כיצד הטמפרטורה, הלחץ והצפיפות יורדים עם הגובה.

$$T = 15.04 - 0.00649h,\ \ p = 101.29\left[\frac{T+273.1}{288.08}\right]^{5.256},\ \ \rho = \frac{p}{0.2869(T+273.1)}$$

```
T=15.04-0.00649h,\ \ p=101.29[(T+273.1)/(288.08)]^5.256,\ \ ρ=(p)/(0.2869(T+273.1))
```

מודל הטרופוספרה של NASA Glenn (h ב-m, T ב-°C, p ב-kPa)

מהלך הניסוי

1. צרו עמודת גבהים מ-0 עד 11000 m בצעדים של 500 m.
2. הוסיפו עמודות עבור T, p ו-ρ לפי הנוסחאות המטריות של NASA.
3. הוסיפו את מהירות הקול (a = √(1.4 × 287 × (T + 273.15)).
4. שרטטו את ρ/ρ₀ כפונקציה של הגובה והשוו להגדרת הגובה ב-FoilSim.

טבלת נתונים

h (m)	T (°C)	p (kPa)	ρ (kg/m³)
0	15.04	101.40	1.2266
5,000	−17.41	54.11	0.7377
11,000	−56.35	22.71	0.3652

ערכים מהתאמות העקומה של NASA Glenn; טבלאות אטמוספרה תקנית בספרי לימוד שונות מעט (למשל 1.225 kg/m³ בגובה פני הים).

חישוב לדוגמה

1. ρ(11 km)/ρ(0) = 0.3652/1.2266 = 0.298.
2. a(11 km) = √(1.4 × 287 × 216.8) = 295.1 m/s.

> **בטיחות**
>
> - מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני חינמי מתאים.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html) · NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html)

הקשר לכדור הארץ: גובה השיוט נמצא קרוב לראש הטבלה הזאת, שם הצפיפות הנמוכה מקטינה את הגרר; המודל של NASA הוא זה שמשמש ב-FoilSim. NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה B: ברנולי, הוונטורי וצינור הפיטו

שבוע 2

מטרה: ראו את הלחץ יורד היכן שהזרימה מאיצה, והמירו קריאת לחץ פיטו-סטטית למהירות אוויר.

$$V = \sqrt{2(p_0 - p)/\rho}$$

`V=2(p_0-p)/ρ`

מהירות אוויר בפיטו-סטטי

מהלך הניסוי

1. פתחו את PhET Fluid Pressure and Flow, לשונית Flow; הצרו את הצינור וקראו לחץ ומהירות בשני החתכים.
2. בדקו את הרציפות $A_1V_1 = A_2V_2$ ואת ירידת הלחץ של ברנולי.
3. בבית: החזיקו רצועת נייר מתחת לשפתיים ונשפו מעליה; היא עולה. תלו שני דפי נייר במרחק 3 cm זה מזה ונשפו ביניהם; הם מתקרבים.
4. מלאו את הטבלה עבור צינור פיטו בגובה פני הים.

טבלת נתונים

$p_0 - p$ (Pa)	V (m/s)
100	12.8
500	28.6
1500	49.5

מחושב עבור $\rho = 1.225$ kg/m³; הדגמות הנייר מראות את האפקט, לא מספרים מדויקים (הרצועה עולה גם כי הסילון עוקב אחרי הנייר המעוקל).

חישוב לדוגמה

1. $V = \sqrt{(2 \times 500/1.225)} = 28.6$ m/s.
2. הכפלת V דורשת הפרש לחצים גדול פי 4.

בטיחות

- נשפו בעדינות; הפסיקו אם אתם מרגישים סחרחורת.

חלופה ביתית או וירטואלית

- הדגמות הנייר הן המעבדה הביתית.

PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow) · PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure)

הקשר לכדור הארץ: NASA מציינת שצפיפות האוויר במאדים היא פחות מ-1% מזו של כדור הארץ, ולכן אותה קריאת פיטו במאדים פירושה מהירות גבוהה פי 10 בערך. NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה C: עקומת העילוי ב-NASA FoilSim

שבוע 8

מטרה: מדדו את מקדם העילוי כפונקציה של זווית ההתקפה, מצאו את שיפוע העילוי ואת זווית העילוי האפס, והשוו לתורת הפרופיל הדק.

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

```
c_l=2π(α-α_L=0)
```

תורת הפרופיל הדק

מהלך הניסוי

1. פתחו את NASA FoilSim, בחרו פרופיל סימטרי, וקבעו מהירות וגובה.
2. רשמו את העילוי ב-α = 0°, 2°, 4°, 6°, … עד 10°, והמירו ל-c_l = L/(qS).
3. חזרו עם קמירות; מצאו את α_L=0.
4. שרטטו את שתי העקומות והשוו לטבלת התורה.

טבלת נתונים

α (°)	c_l תאורטי (סימטרי)
0	0
2	0.219
4	0.439
6	0.658

ערכים תאורטיים; FoilSim כולל עובי ותיקונים נוספים, ולכן השיפוע שלכם עשוי להיות שונה בכמה אחוזים.

חישוב לדוגמה

1. שיפוע 0.658/6 = 0.110 למעלה 2π = לרדיאן.
2. c_l ב-0.548 = 0.08727 × 2π = 5°.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- FoilSim רץ בדפדפן.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html)

הקשר לכדור הארץ: משרד האנרגיה אומר שלהבי טורבינות מייצרים עילוי כמו כנפיים; מתכנני להבים משתמשים בעקומות עילוי כמו זו כדי לקבוע את הזווית של כל חתך. משרד האנרגיה האמריקאי: איך פועלות טורבינות רוח? (באנגלית) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה D: דאוני נייר, יחס ממדים ויחס דאייה

שבוע 10

מטרה: מדדו את יחס הדאייה (L/D) של דאוני נייר ביחסי ממדים שונים וראו גרר מושרה בפעולה.

$$\frac{L}{D} = \frac{\text{distance}}{\text{height}}, \quad AR = \frac{b^2}{S}$$

```
LD=,\ \ AR=(b^2)/(S)
```

יחס דאייה ויחס ממדים

מהלך הניסוי

1. בנו שני דאונים פשוטים מנייר מדפסת באותו שטח כנף: אחד קצר ורחב, ואחד ארוך וצר. הוסיפו מהדק נייר בחרטום לאיזון.
2. שגרו בעדינות, באופן אופקי, מגובה קבוע (למשל 1.5 m) בחדר גדול או בשטח פתוח ללא רוח.
3. מדדו את המרחק האופקי ב-5 טיסות לכל דאון וחשבו ממוצע.
4. חשבו את AR ואת L/D לכל אחד והשוו.

טבלת נתונים

דאון	b (m)	S (m²)	AR	מרחק מ-1.5 m (m)	L/D
כנף קצרה	0.20	0.010	4	6.0	4.0
כנף ארוכה	0.30	0.010	9	9.0	6.0

ערכים לדוגמה להמחשת השיטה; התוצאות שלכם תלויות בקיפול, באיזון ובשיגור.

חישוב לדוגמה

1. AR = 0.30²/0.010 = 9.
2. L/D = 9.0/1.5 = 6.0.

בטיחות

- לעולם אל תזרקו לעבר אנשים או פנים; פנו קודם את האזור.
- שגרו מהרצפה או משרפרף יציב, לא מכיסא (הנחיות OSHA להגנה מנפילה).

חלופה ביתית או וירטואלית

- זוהי מעבדה ביתית.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html) · NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html)

הקשר לכדור הארץ: הכנף המחוזקת בתמוכות של NASA משתמשת בכנפיים ארוכות ודקות במיוחד מאותה סיבה שהדאון הארוך טס רחוק יותר: פחות גרר. NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה E: גרר של פילטר קפה ומהירות סופית

שבוע 11

מטרה: מדדו מהירות סופית, מצאו מקדם גרר, והראו שהגרר גדל עם ריבוע המהירות.

$$mg = \tfrac{1}{2}\rho V_t^2 C_D A$$

mg=12ρ V_t^2C_DA

במהירות הסופית הגרר שווה למשקל

מהלך הניסוי

1. הפילו פילטר קפה מנייר מגובה של כ-2 m וצלמו אותו בהילוך איטי ליד סרט מדידה.
2. מצאו את המהירות הסופית מהמטר האחרון של הנפילה.
3. ערמו 2 ואחר כך 4 פילטרים (אותה צורה, יותר משקל) וחזרו על הניסוי.
4. חשבו את C_D ובדקו ש-V_t גדלה כמו √m.

טבלת נתונים

פילטרים	m (g)	V_t (m/s)	C_D
1	1.0	1.20	0.98
2	2.0	1.70	0.98

ערכים לדוגמה עם פילטר בקוטר 12 cm; שקלו את הפילטרים שלכם במשקל מטבח.

חישוב לדוגמה

1. C_D = 2 × 0.00981/(1.225 × 1.20² × π × 0.06²) = 0.98.
2. V_t(2 פילטרים) = 1.20 × √2 = 1.70 m/s.

בטיחות

- הפילו רק מגובה עמידה או משרפרף יציב.
- פנו מהאזור כל מכשול שאפשר למעוד עליו.

חלופה ביתית או וירטואלית

- זוהי מעבדה ביתית.

NASA Glenn: The drag equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/drageq.html) · PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow)

הקשר לכדור הארץ: ה-EPA מציינת שהמטוסים הכפופים לתקנים הם 3% מכלל פליטות גזי החממה בארה"ב; הגרר הוא מה שהמנועים שלהם שורפים דלק כדי להתגבר עליו. U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (htt

ps://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft)

☐ **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מעבדה F: גיליון פולרת גרר וטווח

שבוע 15

מטרה: בנו פולרת גרר, מצאו את (L/D)max, והשתמשו במשוואת ברגה כדי לראות כיצד הפחתות גרר משנות טווח ודלק.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e A R}$$

```
C_D=C_D0+(C_L^2)/(π eAR)
```

פולרת גרר

מהלך הניסוי

1. קבעו C_D0 = 0.02, e = 0.9 ו-AR = 8 (ערכים לדוגמה).
2. חשבו את C_D ואת L/D עבור C_L מ-0.1 עד 1.2.
3. מצאו את L/D המרבי והשוו ל-1/(2√(KC_D0)).
4. שנו את AR ל-12, ואת הגרר הכולל ב-7− (נתון הגרר של כנפונים לפי NASA), וראו כיצד הטווח משתנה.

טבלת נתונים

C_L	C_D	L/D
0.2	0.0218	9.19
0.673	0.0400	16.81
1.0	0.0642	15.57

מחושב מהפולרה לדוגמה.

חישוב לדוגמה

1. K = 0.04421; (L/D)max = 16.81 ב-C_L = 0.673.
2. טווח ברגה ∝ L/D, ולכן 10%+ ב-L/D נותנים 10%+ בטווח.

בטיחות

- מחשב בלבד.

חלופה ביתית או וירטואלית

- כל גיליון אלקטרוני מתאים.

NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html) · NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html)

הקשר לכדור הארץ: NASA אומרת שכנפונים מקטינים גרר בעד 7% ומותקנים כיום על כ-10000 מטוסי סילון, וחסכו יותר מ-10 מיליארד גלונים של דלק. NASA Armstrong: On the winglets of innovation (2023) (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/on-the-winglets-of-innovation-with-nasa-armstrong-2/)

- [ ] **השלמתי את המעבדה הזו (רטובה או וירטואלית)**

מערכי תרגול למבחן

מדדו זמן: כ־10 דקות לבעיה. אחר כך השוו לפתרונות המלאים.

סט תרגול לבחינת אמצע (יחידות 5–1)

1. מצאו את צפיפות האוויר ב-60 kPa וב-250 K.

.ρ = 60,000/(287 × 250) .1

תשובה: 0.836 kg/m³.

2. צינור פיטו-סטטי מראה 800 Pa היכן ש-ρ = 0.9 kg/m³. מצאו את המהירות האמיתית.

.V = √(2 × 800/0.9) .1

תשובה: 42.2 m/s.

3. מצאו את הספק הריחוף האידיאלי של מסוק של 500 kg עם רוטור של 8 m בגובה פני הים.

.T = 4905 N; A = 50.27 m² .1
.P = T^1.5/√(2ρA) .2

תשובה: 31.0 kW.

4. מצאו את C_p ב-θ = 45° על גליל ללא עילוי.

.1 − 4 × 0.5 .1

תשובה: −1.

5. לגוף בגובה פני הים בזרם של 40 m/s יש Γ = 15 m²/s. מצאו את L′.

.1.225 × 40 × 15 .1

תשובה: 735 N/m.

מערך תרגול מסכם (כל היחידות)

1. מצאו את c_l לפרופיל דק סימטרי ב-3°.

.2π × 0.05236 .1

תשובה: 0.329.

2. מצאו את C_{Di} עבור $C_L = 0.6$, $AR = 10$, $e = 0.85$.

.1 $0.36/(\pi \times 8.5)$.

תשובה: 0.0135.

3. מצאו את Re למיתר של 2 m ב-50 m/s בגובה פני הים.

.1 $1.225 \times 50 \times 2/1.789 \times 10^{-5}$.

תשובה: 6.85×10^6.

4. מצאו את M_2 ואת p_2/p_1 לרוחב הלם ניצב ב-$M_1 = 3$.

.1 $M_2 = \sqrt{(2.8/12.4)}$; $p_2/p_1 = 1 + (2.8/2.4) \times 8$.

תשובה: $M_2 = 0.475$, $p_2/p_1 = 10.33$.

5. מצאו את T_0/T ואת p_0/p ב-$M = 0.8$.

.1 $1 + 0.2 \times 0.64 = 1.128$; $1.128^{3.5}$.

תשובה: 1.128 ו-1.524.

6. מצאו את $(L/D)_{max}$ עבור $C_{D0} = 0.025$, $AR = 10$, $e = 0.85$.

.1 $K = 0.03745$.

תשובה: 16.34.

דף נוסחאות

$$p = \rho R T,\ a = \sqrt{\gamma R T},\ M = V/a$$

$$p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0,\ q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

$$C_p = 1 - (V/V_\infty)^2$$

$$\dot{m} = \rho A V,\ \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$P_{ideal} = T^{3/2}/\sqrt{2\rho A}$$

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma,\ C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

$$L = qSC_L,\ D = qSC_D$$

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

$$C_{D_i} = C_L^2/(\pi e AR),\ AR = b^2/S$$

$$Re = \rho V L/\mu,\ C_f = 1.328/\sqrt{Re}$$

$$T_0/T = 1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2 \qquad p_2/p_1 = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

$$(L/D)_{max} = 1/(2\sqrt{KC_{D0}}),\ R = \frac{V}{c}\frac{L}{D}\ln\frac{W_i}{W_f}$$

קבועים

קבוע	ערך
אוויר תקני בגובה פני הים (ערכי ספר לימוד)	p = 101,325 Pa, T = 288.15 K, ρ = 1.225 kg/m³, μ = 1.789 × 10⁻⁵ kg/(m·s), a = 340.3 m/s
קבוע הגזים לאוויר	R = 287 J/(kg·K); γ = 1.4
1 קשר	0.514444 m/s
1 רגל	0.3048 m
1 מייל לשעה	0.44704 m/s
כובד במאדים (ערך ספר לימוד)	g = 3.71 m/s²

מקור: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

טקסטים וסימולציות בחינם

השתמשו בהרצאות, בדפי NASA ובסימולציות החינמיים האלה לצד הקורס.

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): רשימות הרצאות ומערכי תרגילים חינמיים של MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): סיכומים חינמיים של MIT על זורמים ותרמודינמיקה.
- NASA Glenn: Beginner’s Guide to Aeronautics (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/short.html): מאות דפים חינמיים של NASA על עילוי, גרר וזרימה דחיסה.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): שנו את צורת הפרופיל, המהירות והגובה וראו עילוי וגרר.
- OpenStax University Physics Volume 1, 14.6 Bernoulli’s equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): פרק מספר לימוד חינמי.
- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): לחץ, זרימה וברנולי.

מילון מונחים

זווית התקפה
הזווית בין המיתר לזרימה המתקרבת.

יחס ממדים

b^2/S, ריבוע המוטה חלקי שטח הכנף.

שכבת גבול

שכבה דקה ליד משטח שבה הצמיגות מאטה את הזרימה.

קמירות

העקמומיות של קו האמצע של פרופיל.

סירקולציה

אינטגרל קווי של המהירות סביב עקומה סגורה; קשור לעילוי.

מספר מאך קריטי

מאך הזרם החופשי שבו הזרימה המקומית מגיעה לראשונה ל-$M = 1$.

זרימה כלפי מטה

זרימה כלפי מטה המושרית על ידי מערבולות נגררות.

פולרת גרר

C_D כפונקציה של C_L.

לחץ דינמי

$q = \frac{1}{2}\rho V^2$.

גרר מושרה

גרר מהטיית העילוי בגלל הזרימה כלפי מטה.

תנאי קוטה

הזרימה עוזבת שפת זרימה חדה בצורה חלקה.

מספר מאך

מהירות הזרימה חלקי מהירות הקול.

הלם ניצב

קפיצה דקה שהופכת זרימה על-קולית לתת-קולית.

מספר ריינולדס

$\rho VL/\mu$, אינרציה חלקי צמיגות.

היפרדות

שכבת גבול שעוזבת את המשטח.

לחץ עצירה

הלחץ אם הזרימה מובאת למנוחה באופן איזנטרופי.

הזדקרות

אובדן עילוי כשהזרימה נפרדת בזווית התקפה גבוהה.

פרופיל על-קריטי

פרופיל שטוח מלמעלה שמחליש הלמים קרוב ל-$M = 1$.

ערבוליות

$\nabla \times V$, פעמיים קצב הסיבוב המקומי.

כנפון

משטח קצה כמעט אנכי שמקטין גרר מושרה.

מחוון להערכה עצמית

לא ניתנים ציון או נקודות זכות. השתמשו בזה כדי להעריך בכנות איפה אתם עומדים בכל יחידה.

רמה	איך זה נראה
4 · שליטה מלאה	מזהה/ה את משטר הזרימה, בוחר/ת את המודל הנכון (ברנולי, תנע, זרימה פוטנציאלית, קו עילוי, שכבת גבול, איזנטרופי, הלם), בודק/ת יחידות וגבולות, ומבצע/ת מעבדות בבטחה.
3 · מיומן	פותר/ת את תרגילי התרגול עם טעויות מזדמנות ביחידות או בצפיפות.
2 · מתפתח	עוקב/ת אחרי דוגמאות פתורות אך מתבלבל/ת בין מקדמי 2D ו-3D, או בין מעלות לרדיאנים.
1 · מתחיל	מציב/ה מספרים בנוסחאות בלי שרטוט; צריך/ה לחזור על היחידה.

שקלול מוצע אם רוצים ציון

חלק	משקל
תרגילים	20%
מעבדות	25%
מערך תרגול לאמצע הקורס	25%
מערך תרגול מסכם	30%

שאפו לרמה 3 ומעלה בכל יחידה לפני שעוברים לקורס הבא.

קורסים קשורים

- מעגלים חשמליים ENGR 214 + ENGR 214L
- תרמודינמיקה ENGR 320
- מכניקת זורמים ENGR 330
- כל הקורסים