Dernière mise à jour: November 1, 2026

À propos de ce cours

Ce cours gratuit compte 10 unités et 6 travaux pratiques. Ce sont les vrais totaux, pas un programme plus long raccourci.

Un contrôle est un nombre ou un résultat de code sur une page de cours qu'un script recalcule avant publication. Le nombre affiché et le nombre recalculé doivent correspondre.

> Ceci est le plan d'un cours gratuit en autonomie rédigé par Saving Planets. Ce n'est pas un cours universitaire : il ne donne aucun crédit académique et aucun établissement n'y participe.
>
> Son contenu correspond à un cours semestriel d'aérodynamique de troisième année. Il s'inspire des thèmes et du niveau de MIT 16.100 Aerodynamics et des parties fluides de MIT Unified Engineering (tous deux gratuits sur MIT OpenCourseWare), ainsi que de cours d'aérodynamique de troisième année comme Purdue AAE 333 et Georgia Tech AE 3030, et utilise le Beginner's Guide to Aeronautics et le simulateur FoilSim gratuits de NASA Glenn, vers lesquels nous renvoyons quand ils sont utiles. Aucun de ces auteurs ou établissements ne cautionne cette page.
>
> Notre apport : chaque module est relié à des travaux réels avec une source publique citée (winglets de la NASA, ailes supercritiques et à haubans, éoliennes, règles sur les émissions des avions et vol sur Mars), chaque nombre de la page est recalculé par un script de vérification avant sa mise en ligne, et chaque TP dispose d'une simulation gratuite ou d'une version sans danger à la maison.
>
> Suivez-le dans l'ordre. Chaque unité comporte des objectifs, des notions clés, des équations, des exemples pas à pas, des exercices corrigés en détail, des erreurs fréquentes, des cartes mémoire et un quiz. Votre progression est enregistrée uniquement dans ce navigateur.

Comment ce cours aide à sauver la planète

L'aérodynamique détermine la quantité de carburant que brûle un avion et la quantité d'électricité que produit une éolienne. Chaque parcelle de traînée retirée d'une aile, c'est du carburant non brûlé et du carbone non émis, et chaque amélioration de la finesse d'une pale, c'est davantage d'énergie propre tirée du même vent.

Les mêmes équations font voler des hélicoptères sur Mars et ramènent les engins spatiaux en sécurité à travers l'atmosphère terrestre. Chaque module se termine par une courte section sourcée. Les valeurs qui ne proviennent pas d'une source sont indiquées comme valeurs d'exemple.

Pour les enseignants

Vous pouvez enseigner ce cours, ou laisser un élève le faire seul. Il est gratuit. Saving Planets ne donne ni note ni crédit scolaire.

- Cette page est le cours entier : 10 unités et 6 travaux pratiques (AERO 310).
- Prévoyez 15 semaines, environ 6 à 9 heures par semaine, y compris les semaines de travaux pratiques.
- Suivez le calendrier de 15 semaines. Lisez l'unité, faites les exercices sur papier, puis ouvrez la réponse. La semaine d'un TP, faites le TP ou la version à la maison.
- Un contrôle est un nombre ou un résultat de code sur la page qu'un script recalcule avant publication. Le nombre affiché et le nombre recalculé doivent correspondre.
- Utilisez Imprimer cette page, ou téléchargez le guide d'étude PDF. La feuille de formules est vers la fin.
- Demandez : en quoi cette unité aide-t-elle les gens et la planète ? Chaque unité a un encadré vert avec un fait sourcé.
- Copiez le modèle de guide enseignant et écrivez le nom de votre classe, le temps dont vous disposez et les questions que vous poserez. Ouvrir le modèle de guide enseignant

Avant de commencer

Prérequis

- Analyse III : dérivées partielles, gradient, divergence, rotationnel et intégrales curvilignes.
- Équations différentielles : EDO du premier et du second ordre.
- Dynamique et Physique I : lois de Newton, quantité de mouvement et énergie ; Physique II aide pour les champs.
- Introduction à l'ingénierie aérospatiale donne le vocabulaire de la portance, de la traînée et de l'atmosphère.

Comment étudier

- Commencez chaque problème en nommant le régime d'écoulement : incompressible ou compressible (nombre de Mach), non visqueux ou visqueux (nombre de Reynolds).
- Dessinez un volume de contrôle ou une ligne de courant avant d'écrire une équation, et dites quelle loi de conservation vous utilisez.
- Adimensionnez : travaillez avec des coefficients (C_L, C_D, C_p) et des paramètres de similitude (Re, M), puis revenez aux forces.
- Vérifiez les limites : à incidence nulle, un profil symétrique a une portance nulle ; quand l'allongement augmente, la traînée induite diminue.
- Restez en unités SI : Pa, kg/m³, m/s, N ; convertissez nœuds et pieds dès le départ.

- Faites chaque exercice sur papier avant d'ouvrir la réponse, et refaites les quiz quelques jours plus tard.

Ce qu'il vous faut

- Un ordinateur ou une tablette pour NASA FoilSim et les simulations PhET gratuites sur les fluides (elles fonctionnent dans un navigateur).
- Du papier d'imprimante, du ruban adhésif, des trombones, des ciseaux et une règle pour les planeurs en papier.
- Des filtres à café en papier (coniques ou corbeille) et un mètre ruban pour les essais de traînée.
- Un téléphone avec chronomètre et vidéo au ralenti.
- Un tableur pour les TP sur l'atmosphère, la polaire de traînée et les performances.

Programme suggéré sur 15 semaines

Environ 6 à 9 heures par semaine : lecture, exercices et, les semaines de TP, le TP.

Semaine	Unité	Thèmes	Lecture
1	Propriétés des fluides et atmosphère standard	Propriétés des fluides, gaz parfait, vitesse du son, atmosphère standard ; TP A	NASA Glenn atmosphere; MIT Unified
2	Statique des fluides, équation de Bernoulli et mesure de la vitesse	Bernoulli, pression dynamique, venturi, Pitot statique ; TP B	NASA Glenn; OpenStax UP1 14.6
3	Lois de conservation : masse, quantité de mouvement et énergie ; volumes de contrôle et théorie de la quantité de mouvement	Volumes de contrôle : masse et quantité de mouvement ; traînée de sillage	MIT 16.100; UP1 14.5
4	Lois de conservation : masse, quantité de mouvement et énergie ; volumes de contrôle et théorie de la quantité de mouvement	Équations différentielles du mouvement ; théorie de la quantité de mouvement des rotors	MIT Unified
5	Écoulement potentiel et théorème de Kutta–Joukowski	Vorticité, circulation, potentiel et fonction de courant, écoulements élémentaires	MIT 16.100
6	Écoulement potentiel et théorème de Kutta–Joukowski	Écoulement autour d'un cylindre, d'Alembert, Kutta–Joukowski	MIT 16.100
7	Profils, coefficients de portance, de traînée et de moment	Géométrie des profils, coefficients, courbe de	NASA Glenn; FoilSim

Semaine	Unité	Thèmes	Lecture
		portance, décrochage ; préparation au partiel	
8	Théorie des profils minces	Théorie des profils minces et méthodes des panneaux ; TP C	MIT 16.100; FoilSim
9	Ailes finies et traînée induite	Déflexion induite, théorie de la ligne portante, ailes elliptiques	MIT 16.100; NASA Glenn
10	Ailes finies et traînée induite	Traînée induite, allongement, winglets ; TP D	NASA Glenn
11	Écoulement visqueux, nombre de Reynolds et couches limites	Nombre de Reynolds, couches limites, frottement pariétal, décollement ; TP E	NASA Glenn; UP1 14.7
12	Écoulement compressible : relations isentropiques et ondes de choc	Écoulement isentropique et tuyères	NASA Glenn
13	Écoulement compressible : relations isentropiques et ondes de choc	Chocs droits, Mach critique, profils supercritiques	NASA Glenn; MIT 16.100
14	Performances des avions : polaire de traînée, plané, distance franchissable et endurance	Polaire de traînée, plané, traînée minimale	MIT Unified
15	Performances des avions : polaire de traînée, plané, distance franchissable et endurance	Distance franchissable et endurance de Breguet ; TP F ; préparation à l'examen final	MIT Unified

Votre progression

Cochez les unités et les TP à mesure que vous les terminez, et faites les quiz. La progression et les scores sont enregistrés uniquement dans ce navigateur et ne nous sont jamais envoyés.

Unités

Propriétés des fluides et atmosphère standard

L’air comme milieu continu, pression, masse volumique, température et viscosité, la loi des gaz parfaits, la vitesse du son, l’hydrostatique dans l’atmosphère, l’atmosphère standard et ses couches, et pourquoi les forces aérodynamiques dépendent de la masse volumique.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Utiliser la loi des gaz parfaits pour relier p, ρ et T.
- Calculer la vitesse du son et le nombre de Mach.
- Utiliser le modèle d’atmosphère standard pour trouver les propriétés en altitude.
- Expliquer comment la masse volumique modifie la portance et la traînée avec l’altitude.

Notions clés

- L’air se comporte comme un milieu continu quand l’échelle de l’écoulement est bien plus grande que la distance entre les molécules. Son état est fixé par la pression p, la masse volumique ρ et la température T, reliées par la loi des gaz parfaits p = ρRT avec R = 287 J/(kg·K).
- La viscosité μ mesure le frottement interne ; elle compte près des parois (module 8). La viscosité cinématique vaut ν = μ/ρ.
- La vitesse du son a = √(γRT) ne dépend que de la température pour un gaz donné ; nombre de Mach M = V/a.
- Hydrostatique : dp/dh = −ρg. La pression diminue avec l’altitude car il y a moins d’air au-dessus. Dans la troposphère standard (0–11 km), la température baisse linéairement avec un gradient d’environ 6.5 K/km ; dans la basse stratosphère, elle est presque constante.
- Les forces aérodynamiques sont proportionnelles à la masse volumique, donc un avion en altitude doit voler plus vite, ou à un coefficient de portance plus élevé, pour produire la même portance.

Équations clés

$$p = \rho R T$$

p=ρ RT

Loi des gaz parfaits

$$a = \sqrt{\gamma R T}, \quad M = \frac{V}{a}$$

a=γ RT,\ \ M=V/a

Vitesse du son et nombre de Mach

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

dp/dh=-ρ g

Équation de l’hydrostatique

$$T = T_0 - \lambda h$$

T=T_0- h

Température dans la troposphère (gradient λ)

Exemples résolus pas à pas

Exemple 1.1 Trouvez la masse volumique de l’air au niveau de la mer avec p = 101325 Pa et T = 288.15 K.

1. ρ = p/(RT) = 101,325/(287 × 288.15).

Réponse : ρ = 1.225 kg/m³.

Exemple 1.2 Utilisez le modèle d’atmosphère métrique de NASA Glenn pour trouver T, p et ρ à 11000 m.

1. T = 15.04 − 0.00649 × 11,000 = −56.35 °C.
2. p = 101.29 × [(T + 273.1)/288.08]^5.256 = 22.71 kPa.
3. ρ = p/[0.2869 × (T + 273.1)].

Réponse : T = −56.35 °C, p = 22.71 kPa, ρ = 0.3652 kg/m³, soit environ 29.8 % de la masse volumique au niveau de la mer.

Exemple 1.3 Trouvez la vitesse du son au niveau de la mer (288.15 K) et à 11 km (216.8 K), et le nombre de Mach d’un avion à réaction volant à 250 m/s à 11 km.

1. a_0 = √(1.4 × 287 × 288.15).
2. a = √(1.4 × 287 × 216.8).
3. M = 250/a.

Réponse : a_0 = 340.3 m/s, a = 295.1 m/s, M = 0.847.

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Trouvez ρ pour $p = 80$ kPa et $T = 270$ K.

   $\rho = 80{,}000/(287 \times 270) = 1.032$ kg/m³.

2. Convertissez 450 nœuds en m/s.

   $450 \times 0.514444 = 231.5$ m/s.

3. Trouvez ν au niveau de la mer.

   $\nu = 1.789 \times 10^{-5}/1.225 = 1.460 \times 10^{-5}$ m²/s.

4. Quelle est la température à 5000 m dans le modèle de la NASA ?

   $15.04 - 32.45 = -17.41$ °C.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : La pression de l’air diminue parce que l’air se refroidit.

En réalité : Elle diminue parce qu’il y a moins d’air au-dessus ; la température influe sur la rapidité de cette baisse.

Idée reçue : La vitesse du son dépend de la pression.

En réalité : Pour un gaz parfait, elle ne dépend que de la température.

Idée reçue : La masse volumique est la même à toutes les altitudes pour un écoulement à basse vitesse.

En réalité : Un écoulement à basse vitesse est localement incompressible, mais la masse volumique change quand même avec l’altitude.

Cartes mémoire

Gaz parfait

$p = \rho RT$.

Vitesse du son

$a = \sqrt{(\gamma RT)}$.

Nombre de Mach

$M = V/a$.

Hydrostatique

$dp/dh = -\rho g$.

Gradient thermique

Environ 6.5 K/km dans la troposphère.

Viscosité cinématique

$\nu = \mu/\rho$.

Quiz d’autocontrôle

1. La loi des gaz parfaits est…

$p = \rho RT$

$p = \rho gh$

$p = \frac{1}{2}\rho V^2$

$p = RT/\rho$

$p = \rho RT$. Équation d’état.

2. La vitesse du son dépend…

de la pression

la température

de la masse volumique seule

la vitesse

la température. $a = \sqrt{(\gamma RT)}$.

3. Dans la basse stratosphère, la température standard est…

en forte hausse

presque constante

en forte baisse

zéro

presque constante. Modèle de la NASA : −56.46 °C de 11 à 25 km.

4. Avec une masse volumique moitié moindre, la même portance au même C_L exige une vitesse plus élevée d'un facteur…

2×

√2×

4×

½×

√2×. $L \propto \rho V^2$.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Le Beginner's Guide de NASA Glenn explique que l'atmosphère est une couche d'air extrêmement mince, que la pression diminue avec l'altitude parce qu'il y a toujours moins d'air au-dessus, et que les forces aérodynamiques dépendent directement de la masse volumique de l'air. Son modèle d'atmosphère standard, utilisé dans le simulateur FoilSim, comprend une troposphère de la surface à 11000 m où la température baisse linéairement, une basse stratosphère de 11000 à 25000 m à −56.46 °C constants, et une haute stratosphère au-dessus.

Les avions de ligne volent en croisière près du sommet de la troposphère, où la masse volumique n'est que d'environ 30 % de celle au niveau de la mer, si bien que la traînée à vitesse donnée est bien plus faible ; c'est une grande raison pour laquelle l'altitude de croisière compte pour la consommation de carburant. Le même modèle, avec les valeurs de Mars, explique pourquoi l'hélicoptère Ingenuity de la NASA devait faire tourner ses rotors si vite : la NASA note que l'atmosphère martienne a moins de 1 pour cent de la densité de celle de la Terre.

Sur Saving Planets : Introduction à l'ingénierie aérospatiale · Observation de la Terre

Sources : NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html) · NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)

Ressources d'apprentissage gratuites

- NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html): Ajustements de courbes de l'atmosphère standard.
- NASA Glenn: Beginner's Guide to Aeronautics (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/short.html): Guide gratuit de la NASA.

- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Notes sur les propriétés des fluides et la thermodynamique.
- PhET : Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): La pression hydrostatique de façon interactive.

- [ ] **J’ai terminé cette unité**

Statique des fluides, équation de Bernoulli et mesure de la vitesse

Pression statique, dynamique et totale, l'équation de Bernoulli et ses hypothèses, le venturi, les tubes de Pitot statiques et la vitesse (indiquée, équivalente et vraie), les manomètres, et le coefficient de pression.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Dire quand l'équation de Bernoulli s'applique.
- Calculer la pression dynamique et la vitesse à partir d'une mesure Pitot statique.
- Analyser un venturi avec la continuité et Bernoulli.
- Utiliser le coefficient de pression C_p.

Notions clés

- Le long d'une ligne de courant, en écoulement stationnaire, non visqueux et incompressible, p + ½ρV² = p_0 est constant : la pression statique plus la pression dynamique égale la pression totale (d'arrêt).
- La pression dynamique q = ½ρV² fixe l'échelle de toute force aérodynamique ; les forces s'écrivent coefficient × q × surface.
- Un tube de Pitot statique mesure p_0 − p, donc V = √(2(p_0 − p)/ρ). Les anémomètres supposent la masse volumique au niveau de la mer et affichent la vitesse équivalente ; la vitesse vraie est plus élevée en altitude d'un facteur √(ρ_0/ρ).
- La continuité $A_1V_1 = A_2V_2$ plus Bernoulli explique le venturi : là où la section se réduit, la vitesse augmente et la pression baisse.
- Coefficient de pression C_p = (p − p∞)/q∞ = 1 − (V/V∞)² en écoulement incompressible ; C_p = 1 en un point d'arrêt.

Équations clés

$$p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0$$

`p+12ρ V^2=p_0`

Équation de Bernoulli

$$q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

`q=12ρ V^2`

Pression dynamique

$$V = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}}$$

`V=(2(p_0-p))/(ρ)`

Vitesse par Pitot statique

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2$$

`C_p=(p-p_∞)/(q_∞)=1-((V)/(V_∞))^2`

Coefficient de pression

Exemples résolus pas à pas

Exemple 2.1 Un tube de Pitot statique au niveau de la mer indique $p_0 - p = 1500$ Pa. Trouvez la vitesse.

1. $V = \sqrt{(2 \times 1500/1.225)}$.

Réponse : V = 49.5 m/s.

Exemple 2.2 Un venturi dans une soufflerie divise la section par deux. En amont, $V_1 = 10$ m/s au niveau de la mer. Trouvez V_2 et la chute de pression.

1. $V_2 = 2 \times 10 = 20$ m/s (continuité).
2. $\Delta p = ½ \times 1.225 \times (20^2 - 10^2)$.

Réponse : $V_2 = 20$ m/s, $\Delta p = 183.8$ Pa.

Exemple 2.3 Un avion de ligne vole à une vitesse équivalente de 140 m/s à 11 km ($\rho = 0.3652$ kg/m³). Trouvez la pression dynamique et la vitesse vraie.

1. $q = ½ \times 1.225 \times 140^2$ (la vitesse équivalente utilise la masse volumique au niveau de la mer).
2. $V_{true} = 140 \times \sqrt{(1.225/0.3652)}$.

Réponse : q = 12.0 kPa, V_true = 256.4 m/s.

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Trouvez q à 100 m/s au niveau de la mer.

   6125 Pa.

2. Trouvez C_p là où la vitesse locale vaut 1.5 V_∞.

   $1 - 2.25 = -1.25$.

3. Un manomètre à eau indique 50 mm. Trouvez la différence de pression ($\rho_{water} = 1000$ kg/m³).

   $1000 \times 9.81 \times 0.05 = 490.5$ Pa.

4. Quel C_p a un point d’arrêt ?

   1.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Bernoulli s’applique partout dans n’importe quel écoulement.
En réalité : Il faut un écoulement stationnaire, non visqueux et incompressible le long d’une ligne de courant (ou un écoulement irrotationnel).

Idée reçue : La portance existe parce que l’air met le même temps à passer dessus et dessous.
En réalité : Il n’y a pas de règle du temps de transit égal ; l’écoulement supérieur est encore plus rapide, et la circulation explique la portance (module 5).

Idée reçue : La vitesse indiquée est égale à la vitesse vraie.
En réalité : En altitude, la vitesse vraie est bien plus élevée.

Cartes mémoire

Bernoulli

$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_0$.

Pression dynamique

$q = \frac{1}{2}\rho V^2$.

Pitot statique

$V = \sqrt{(2\Delta p/\rho)}$.

Venturi

Section plus petite, vitesse plus grande, pression plus basse.

C_p

Vitesse vraie

$(p - p_\infty)/q_\infty$. $V_e \sqrt{(\rho_0/\rho)}$.

Quiz d’autocontrôle

1. La pression totale est égale à…

- $p - q$
- $p + q$
- q seule
- ρRT

$p + q$. Statique plus dynamique.

2. Un tube de Pitot mesure…

- la pression statique seule
- la pression totale
- la température
- la masse volumique

la pression totale. Il fait face à l’écoulement.

3. Doubler la vitesse multiplie q par…

- 2
- 4
- $\sqrt{2}$
- 8

4. $q \propto V^2$.

4. Le C_p en un point d’arrêt vaut…

- 0

1

−1

2

1. V = 0.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

La pression dynamique explique pourquoi voler sur Mars est si difficile. La NASA indique qu'Ingenuity a volé dans une atmosphère de moins de 1 pour cent de la densité de celle de la Terre, avec des rotors d'un peu moins de 1.2 m d'envergure et une masse de 1.8 kg. À 1 % de la densité terrestre, la même pression dynamique exige √100 = 10 fois la vitesse.

La NASA indique qu'Ingenuity a effectué 72 vols entre le 19 avril 2021 et le 18 janvier 2024, cumulant 128.8 minutes en l'air, parcourant 17.0 km et atteignant des altitudes allant jusqu'à 24.0 m. Pour y parvenir, il a fallu comprendre $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ mieux que jamais, ce qui permet aussi de concevoir avions et éoliennes terrestres pour l'air raréfié en altitude.

Sur Saving Planets : Espace · Calculateur de puissance de rotor en vol stationnaire

Sources : NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/) · NASA Glenn: Pitot-static tube (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/pitot.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- NASA Glenn : l'équation de Bernoulli (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/bern.html): Page gratuite de la NASA.
- NASA Glenn: Pitot-static tube (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/pitot.html): Comment la vitesse est mesurée.
- OpenStax UP1, 14.6 Bernoulli's equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): Section de manuel gratuite.
- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): Interactif.

Regarder le cours magistral

Fluid Dynamics and Statics and Bernoulli's Equation (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-20) (en anglais)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. Licence : CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · Conditions d'utilisation (https://oyc.yale.edu/terms). Lien fourni uniquement pour l'étude gratuite ; Saving Planets n'est ni affilié à cette université ni soutenu par elle.

- [ ] **J’ai terminé cette unité**

Lois de conservation : masse, quantité de mouvement et énergie ; volumes de contrôle et théorie de la quantité de mouvement

Descriptions lagrangienne et eulérienne, la dérivée particulaire, la conservation intégrale de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour un volume de contrôle, la continuité différentielle, l'équation d'Euler, la traînée par sondage de sillage, et la théorie du disque actif pour les hélices et les rotors.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Appliquer la conservation intégrale de la masse et de la quantité de mouvement à un volume de contrôle.
- Établir les équations de continuité et d'Euler sous forme différentielle.
- Trouver la traînée à partir d'un profil de vitesse de sillage.
- Utiliser la théorie de la quantité de mouvement pour estimer la poussée d'un rotor et la puissance en vol stationnaire.

Notions clés

- Masse : ∂/∂t∫ρ dV + ∮ρV·dA = 0. En écoulement stationnaire, masse entrante = masse sortante : ṁ = ρAV est constant le long d'un tube de courant.
- Quantité de mouvement : la force nette sur un volume de contrôle (forces de pression, de volume et de surface) est égale au flux net de quantité de mouvement sortant plus le taux de variation à l'intérieur : ΣF = ∮(ρV·dA)V en écoulement stationnaire.
- Formes différentielles : ∂ρ/∂t + ∇·(ρV) = 0 ; en écoulement incompressible ∇·V = 0. L'équation d'Euler ρ DV/Dt = −∇p + ρg est la loi de Newton pour une particule de fluide non visqueux ; l'intégrer le long d'une ligne de courant donne Bernoulli.
- Traînée par le sillage : un corps ralentit l'air derrière lui ; le déficit de quantité de mouvement dans le sillage est égal à la traînée, D′ = ρ∫u(V∞ − u) dy par unité d'envergure.
- Théorie du disque actif (quantité de mouvement) : un rotor de surface A produisant une poussée T induit une vitesse v = √(T/(2ρA)) au disque ; la puissance idéale en vol stationnaire est P = T^(3/2)/√(2ρA). Les rotors réels en demandent plus ; le rapport est la figure de mérite.

Équations clés

$$\dot{m} = \rho A V = \text{const}$$

```
m=ρ AV=const
```

Conservation de la masse en régime stationnaire

$$\sum \mathbf{F} = \oint (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A})\mathbf{V}$$

F=(ρ V· d A) V

Quantité de mouvement en régime stationnaire (volume de contrôle)

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

Continuité incompressible

$$P_{ideal} = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}}$$

P_ideal=^3/2ρ A

Puissance idéale en vol stationnaire (théorie de la quantité de mouvement)

Exemples résolus pas à pas

Exemple 3.1 De l'air à 1.225 kg/m³ s'écoule à 20 m/s dans une conduite de 0.5 m². Trouvez le débit massique et la vitesse là où la conduite se réduit à 0.2 m².

1. $\dot{m}$ = 1.225 × 0.5 × 20 = 12.25 kg/s.
2. V_2 = 20 × 0.5/0.2.

Réponse : $\dot{m}$ = 12.25 kg/s, V_2 = 50 m/s.

Exemple 3.2 Un hélicoptère de 1000 kg est en vol stationnaire au niveau de la mer avec un rotor de 10 m de diamètre. Trouvez la vitesse induite et la puissance idéale en vol stationnaire.

1. T = 9810 N; A = π × 5² = 78.54 m².
2. v = √(9810/(2 × 1.225 × 78.54)) = 7.14 m/s.
3. P = Tv.

Réponse : v = 7.14 m/s, P = 70.0 kW (idéale).

Exemple 3.3 Un sondage de sillage derrière un corps 2D (niveau de la mer, V∞ = 30 m/s) trouve un déficit équivalent à ∫u(V∞ − u)dy = 6 m³/s². Trouvez la traînée par unité d'envergure.

1. $D' = \rho \int u(V_\infty - u)\, dy = 1.225 \times 6$.

Réponse : $D' = 7.35$ N/m.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. $V = (x, -y)$ est-il incompressible ?

   Oui : $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 1 - 1 = 0$.

2. La poussée d'un rotor double. De combien augmente la puissance idéale en vol stationnaire ?

   $2^{1.5} = 2.83$ fois.

3. Doubler la surface du rotor à poussée fixe change la puissance idéale en vol stationnaire d'un facteur…

   $1/\sqrt{2} = 0.707$ fois.

4. Un jet d'eau ($\rho = 1000$) avec $A = 0.01$ m² et $V = 10$ m/s frappe un mur de face. Trouvez la force.

   $F = \rho A V^2 = 1000$ N.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : La conservation de la quantité de mouvement ignore la pression.
En réalité : Les forces de pression sur la surface du volume de contrôle doivent être incluses.

Idée reçue : Un rotor plus grand a besoin de plus de puissance pour le vol stationnaire.
En réalité : À poussée égale, un disque plus grand demande moins de puissance induite.

Idée reçue : Un écoulement stationnaire signifie que le fluide n'accélère pas.
En réalité : Les particules peuvent accélérer (accélération convective) même quand le champ ne varie pas dans le temps.

Cartes mémoire

Débit massique

$\dot{m} = \rho A V$.

Continuité

$\nabla \cdot V = 0$ (incompressible).

Équation d'Euler

Traînée de sillage

$\rho DV/Dt = -\nabla p + \rho g$.

$D' = \rho \int u(V_\infty - u)dy$.

Vitesse induite

$v = \sqrt{(T/2\rho A)}$.

Puissance en vol stationnaire

$T^{(3/2)}/\sqrt{(2\rho A)}$.

Quiz d’autocontrôle

1. En écoulement incompressible, la continuité devient…

$\nabla \cdot V = 0$

$\nabla \times V = 0$

$\rho = 0$

$p = const$

$\nabla \cdot V = 0$. La masse volumique est constante.

2. La traînée obtenue par sondage de sillage vient…

de l’énergie dans le sillage

du déficit de quantité de mouvement

la température

de la portance

du déficit de quantité de mouvement. Bilan de quantité de mouvement.

3. La puissance idéale en vol stationnaire varie avec la poussée comme…

T

$T^{1.5}$

T^2

$\sqrt{T}$

T^1.5. P = T^(3/2)/√(2ρA).

4. L’équation d’Euler est la loi de Newton pour…

un fluide visqueux

une particule de fluide non visqueux

un solide

un choc

une particule de fluide non visqueux. Pression et gravité seulement.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

La théorie de la quantité de mouvement montre pourquoi Ingenuity était un exploit. La NASA indique une masse de 1.8 kg, des rotors d’environ 1.2 m d’envergure et une puissance moyenne en vol d’environ 350 W, fournie par un panneau solaire qui charge des batteries lithium-ion pour un vol de 90 secondes par jour martien. Avec la gravité martienne (3.71 m/s², valeur de manuel), la poussée nécessaire est de 6.68 N.

En prenant une masse volumique martienne d’exemple de 0.0115 kg/m³ (dans les « moins de 1 pour cent » de la Terre indiqués par la NASA) et un seul disque de 1.2 m, la théorie de la quantité de mouvement donne une puissance idéale en vol stationnaire d’environ 107 W ; les 350 W indiqués par la NASA couvrent aussi les pertes réelles du rotor (traînée de profil, pertes en bout de pale, écoulement entrant non uniforme), la montée et les systèmes de bord. La même équation dimensionne les rotors des taxis aériens électriques et des drones sur Terre, et elle est à la base du calculateur de puissance de rotor en vol stationnaire de ce site.

Sur Saving Planets : Calculateur de puissance de rotor en vol stationnaire · Dynamique

Sources : NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/) · MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/)

Ressources d’apprentissage gratuites

- NASA Glenn: Conservation of mass (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mass.html): Page gratuite de la NASA.

- OpenStax UP1, 14.5 Fluid dynamics (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-5-fluid-dynamics): Débit et continuité.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Volumes de contrôle et théorie de la quantité de mouvement.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Lois de conservation sous forme différentielle.

Regarder le cours magistral

Work-Energy Theorem and Law of Conservation of Energy (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-5) (en anglais)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. Licence : CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · Conditions d'utilisation (https://oyc.yale.edu/terms). Lien fourni uniquement pour l'étude gratuite ; Saving Planets n'est ni affilié à cette université ni soutenu par elle.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Écoulement potentiel et théorème de Kutta–Joukowski

Vorticité et circulation, écoulement irrotationnel, potentiel des vitesses et fonction de courant, équation de Laplace et superposition, écoulement uniforme, sources, puits, doublets et tourbillons, écoulement autour d'un cylindre avec et sans circulation, paradoxe de d'Alembert, et théorème de portance de Kutta–Joukowski.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Relier vorticité, circulation et écoulement irrotationnel.
- Construire des écoulements en superposant des solutions élémentaires de l'équation de Laplace.
- Trouver la distribution de pression sur un cylindre.
- Appliquer L' = ρ∞V∞Γ.

Notions clés

- La vorticité ω = ∇ × V vaut deux fois la vitesse de rotation locale. La circulation Γ = −∮V·ds le long d'une courbe fermée est égale au flux de vorticité à travers elle (théorème de Stokes ; l'aérodynamique compte positif le sens horaire).
- Si ω = 0, l'écoulement est irrotationnel et V = ∇φ. Avec ∇·V = 0, φ vérifie l'équation de Laplace ∇²φ = 0, qui est linéaire, donc les solutions s'additionnent (superposition). En 2D, la fonction de courant ψ vérifie u = ∂ψ/∂y, v = −∂ψ/∂x, et les lignes ψ constante sont des lignes de courant.
- Écoulements élémentaires : écoulement uniforme φ = V∞x ; source d'intensité Λ, V_r = Λ/(2πr) ; doublet, limite d'un couple source–puits ; tourbillon ponctuel, V_θ = −Γ/(2πr).
- Un écoulement uniforme plus un doublet donne l'écoulement autour d'un cylindre de rayon R : vitesse en surface V_θ = −2V∞ sin θ, donc C_p = 1 − 4 sin²θ. La pression est symétrique, donc il n'y a ni traînée (paradoxe de d'Alembert) ni portance.
- Ajouter un tourbillon rend l'écoulement asymétrique et produit une portance par unité d'envergure L' = ρ∞V∞Γ, le théorème de Kutta–Joukowski. Il vaut pour tout corps 2D : la portance est toujours liée à la circulation.

Équations clés

$$\omega = \nabla \times \mathbf{V}, \;\; \Gamma = -\oint \mathbf{V} \cdot d\mathbf{s}$$

```
ω=× V,\ \ =- V· d s
```

Vorticité et circulation

$$\nabla^2 \phi = 0$$

Équation de Laplace

$$C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

C_p=1-4^2θ

Pression en surface d’un cylindre non porteur

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma$$

L'=ρ_∞ V_∞

Théorème de Kutta–Joukowski

Exemples résolus pas à pas

Exemple 4.1 Trouvez la vitesse maximale en surface et le C_p minimal sur un cylindre non porteur dans un écoulement à 20 m/s.

1. |V_θ| = 2V∞|sin θ| est maximale à θ = 90°.
2. C_p = 1 − 4 × 1.

Réponse : V_max = 40 m/s ; C_p,min = −3.

Exemple 4.2 Un cylindre tournant au niveau de la mer dans un écoulement à 50 m/s a une circulation Γ = 20 m²/s. Trouvez la portance par mètre d’envergure.

1. L' = 1.225 × 50 × 20.

Réponse : L' = 1225 N/m.

Exemple 4.3 Trouvez la vitesse induite par un tourbillon ponctuel de Γ = 20 m²/s à une distance de 1 m.

1. V_θ = Γ/(2πr) = 20/(2π).

Réponse : 3.183 m/s.

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Où $C_p = 0$ sur un cylindre non porteur ?

   $\sin^2\theta = 0.25$, donc $\theta = 30°, 150°, 210°, 330°$.

2. $\varphi = x^2 - y^2$ est-il un potentiel valable ?

   Oui : $\nabla^2\varphi = 2 - 2 = 0$.

3. Quelle portance produit un cylindre tournant de 2 m d'envergure dans l'exemple traité ?

   2450 N.

4. Quelle traînée l'écoulement potentiel prédit-il sur un cylindre ?

   Nulle, c'est le paradoxe de d'Alembert ; la traînée réelle vient de la viscosité.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : L'écoulement potentiel est inutile car il ne prédit aucune traînée.
En réalité : Il prédit bien la portance et la pression partout où la couche limite reste attachée.

Idée reçue : La circulation signifie que l'air tourne en rond autour de l'aile.
En réalité : C'est la valeur nette d'une intégrale curviligne ; les particules ne tournent pas en orbite autour de l'aile.

Idée reçue : La superposition fonctionne pour toute équation d'écoulement.
En réalité : Elle fonctionne parce que l'équation de Laplace est linéaire.

Cartes mémoire

Vorticité

$\omega = \nabla \times V$.

Circulation

$\Gamma = -\oint V \cdot ds$.

Laplace

$\nabla^2\varphi = 0$.

Tourbillon ponctuel

$V_\theta = \Gamma/2\pi r$.

C_p d'un cylindre

$1 - 4\sin^2\theta$.

Kutta–Joukowski

$L' = \rho V \Gamma$.

Quiz d'autocontrôle

1. Un écoulement irrotationnel signifie…

$\omega = 0$

$\Gamma = 0$ partout

$\nabla \cdot V = 0$

pas de viscosité

$\omega = 0$. Vorticité nulle.

2. La portance par unité d'envergure est égale à…

$\rho V^2 \Gamma$

$\rho V \Gamma$

$\frac{1}{2}\rho V^2$

$\Gamma / \rho V$

$\rho V \Gamma$. Kutta–Joukowski.

3. Le C_p minimal sur un cylindre non porteur vaut…

-1

-3

0

-4

$-3.1 - 4$.

4. Un écoulement uniforme plus un doublet modélise…

un profil

un cylindre

une sphère

un tourbillon

un cylindre. Cylindre non porteur.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Le Département de l'Énergie des États-Unis explique que les pales d'éolienne fonctionnent un peu comme une aile d'avion ou une pale de rotor d'hélicoptère : la pression de l'air baisse d'un côté de la pale, et la différence de pression de part et d'autre crée à la fois portance et traînée. Comme la portance est plus forte que la traînée, le rotor tourne et entraîne un générateur.

Le DOE note que les éoliennes terrestres vont de 100 kilowatts à plusieurs mégawatts et que les éoliennes en mer sont généralement plus grandes, plus hautes que la statue de la Liberté. Les concepteurs de pales utilisent les notions de circulation et de portance de ce module, avec la théorie élément de pale–quantité de mouvement fondée sur le module 3, pour façonner chaque section d'une pale afin d'extraire le plus de puissance possible du vent.

Sur Saving Planets : Solutions · Physique II

Sources : DOE des États-Unis : comment fonctionnent les éoliennes ? (en anglais) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

Ressources d'apprentissage gratuites

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Cours sur l'écoulement potentiel.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Voir la circulation et la portance.
- NASA Glenn: Lift from flow turning (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil2.html): Pourquoi l'écoulement est dévié.
- NASA Glenn: Incorrect lift theory (equal transit) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil3.html): Idées reçues courantes.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Profils, coefficients de portance, de traînée et de moment

Géométrie des profils et désignations NACA, incidence, coefficients de portance, de traînée et de moment, courbe de portance et décrochage, centre de poussée et foyer aérodynamique, condition de Kutta, et comment les distributions de pression produisent la portance.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Décrire la géométrie d'un profil : corde, cambrure et épaisseur.
- Calculer les forces avec L = qSC_L et D = qSC_D.
- Lire une courbe de portance : pente, incidence de portance nulle et décrochage.
- Trouver la vitesse de décrochage et le coefficient de portance nécessaire.

Notions clés

- Un profil a une corde c du bord d'attaque au bord de fuite, une ligne moyenne de cambrure et une loi d'épaisseur. Dans un nom NACA à 4 chiffres comme 2412, le premier chiffre est la cambrure maximale (2 % de la corde), le deuxième sa position (40 % de la corde) et les deux derniers l'épaisseur (12 %).
- Les forces sont adimensionnées : C_L = L/(qS), C_D = D/(qS), C_M = M/(qSc). Pour une section 2D, on utilise les minuscules c_l, c_d, c_m par unité d'envergure.
- La courbe de portance c_l(α) est presque une droite jusqu'au décrochage, où la couche limite décolle de l'extrados et la portance chute. Les profils cambrés produisent de la portance à incidence nulle, donc leur incidence de portance nulle α_L=0 est négative.
- La condition de Kutta dit que l'écoulement quitte le bord de fuite pointu sans discontinuité ; elle fixe la circulation et donc la portance.
- Le centre de poussée se déplace avec α ; le foyer aérodynamique (près du quart de corde à basse vitesse) est le point où le moment ne varie pas avec α, ce qui le rend utile pour la stabilité.

Équations clés

$$L = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_L$$

L=12ρ V^2SC_L

Équation de portance

$$D = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_D$$

D=12ρ V^2SC_D

Équation de traînée

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L,max}}}$$

`V_stall=2Wρ SC_L,max`

Vitesse de décrochage

$$C_M = \frac{M}{qSc}$$

`C_M=M/qSc`

Coefficient de moment

Exemples résolus pas à pas

Exemple 5.1 Une aile de S = 16 m² vole à 60 m/s au niveau de la mer avec C_L = 0.5. Trouvez la portance.

1. q = ½ × 1.225 × 60² = 2205 Pa.
2. L = 2205 × 16 × 0.5.

Réponse : L = 17,640 N.

Exemple 5.2 Un avion de 1000 kg avec S = 16 m² vole en palier à 50 m/s au niveau de la mer. Trouvez le C_L nécessaire.

1. W = 9810 N; q = 1531.25 Pa.
2. C_L = 9810/(1531.25 × 16).

Réponse : C_L = 0.400.

Exemple 5.3 Le même avion a C_L,max = 1.6. Trouvez la vitesse de décrochage au niveau de la mer.

1. V = √(2 × 9810/(1.225 × 16 × 1.6)).

Réponse : V_stall = 25.0 m/s (environ 48.6 nœuds).

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Quelle épaisseur a un NACA 0012 ?

   12 % de la corde, symétrique (sans cambrure).

2. Portance à 1.5× la vitesse, même C_L ?

   2.25 fois.

3. Vitesse de décrochage de l'exemple traité à 11 km ($\rho = 0.3652$) ?

   $25.0 \times \sqrt{(1.225/0.3652)} = 45.8$ m/s.

4. Qu'arrive-t-il à la portance au-delà du décrochage ?

   Elle chute quand l'écoulement décolle ; la traînée augmente fortement.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Une incidence plus forte donne toujours plus de portance.
En réalité : Seulement jusqu'au décrochage.

Idée reçue : Les profils symétriques ne peuvent pas produire de portance.
En réalité : Ils produisent de la portance à incidence positive.

Idée reçue : Le centre de poussée est un point fixe.
En réalité : Il se déplace avec α ; le foyer aérodynamique, non.

Cartes mémoire

Portance

$L = qSC_L$.

Traînée

$D = qSC_D$.

Vitesse de décrochage

$\sqrt{(2W/\rho SC_{Lmax})}$.

NACA à 4 chiffres

Cambrure, position, épaisseur.

Condition de Kutta

Écoulement régulier au bord de fuite.

Foyer aérodynamique

Moment indépendant de α.

Quiz d'autocontrôle

1. C_L est défini comme...

L/q

L/(qS)

qS/L

L/S

L/(qS). La portance divisée par q fois la surface.

2. Le NACA 2412 a une cambrure maximale de...

2%

4%

12%

24%

2%. Premier chiffre.

3. Le décrochage est causé par...

des ondes de choc

le décollement de l'écoulement

une faible masse volumique

un Re élevé

le décollement de l'écoulement. La couche limite décolle.

4. La condition de Kutta fixe...

à la traînée

la circulation

Nombre de Mach

l’épaisseur

la circulation. Écoulement régulier au bord de fuite.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

La NASA raconte comment son ingénieur Richard Whitcomb a créé le profil supercritique : presque plat sur le dessus, arrondi en dessous, plus épais, avec un bord d’attaque émoussé. Près de la vitesse du son, environ 660 mph à l’altitude de croisière, une aile classique forme une onde de choc stationnaire qui ajoute de la traînée ; la nouvelle forme a minimisé ce choc.

La NASA indique que les ailes supercritiques ont augmenté le rendement de jusqu’à 15 %, fonctionnent aussi mieux à basse vitesse et permettent une aile plus légère. Elles sont devenues la norme de l’industrie, et la NASA affirme qu’elles font économiser des milliards de dollars de carburant chaque année. Façonner la distribution de pression d’une section, comme dans ce module, c’est ainsi qu’on réduit carburant et émissions.

Sur Saving Planets : Introduction à l’ingénierie aérospatiale · Solutions

Sources : NASA: How a NASA engineer created the modern airplane wing (2016) (https://www.nasa.gov/aeronautics/how-a-nasa-engineer-created-the-modern-airplane-wing/)

Ressources d’apprentissage gratuites

- NASA Glenn: The lift equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/lifteq.html): Page gratuite de la NASA.
- NASA Glenn: The drag equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/drageq.html): Page gratuite de la NASA.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Explorer des courbes de portance.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Cours sur les profils.

☐ **J’ai terminé cette unité**

Théorie des profils minces

Nappes tourbillonnaires, modélisation de la ligne moyenne par une nappe tourbillonnaire, condition de Kutta, solution en série de Fourier, pente de portance de 2π par radian, incidence de portance nulle des profils cambrés, foyer au quart de corde, et méthodes des panneaux.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Modéliser un profil par une nappe tourbillonnaire sur sa ligne moyenne.
- Établir c_l = 2πα pour un profil mince symétrique.
- Trouver le coefficient de portance d'un profil cambré à partir de α et α_L=0.
- Expliquer pourquoi le foyer est au quart de corde.

Notions clés

- Une nappe tourbillonnaire d'intensité γ(s) par unité de longueur crée un saut de vitesse tangentielle à sa traversée. En en plaçant une sur la ligne moyenne et en imposant que la ligne moyenne soit une ligne de courant, on obtient une équation intégrale pour γ.
- Avec la condition de Kutta γ(TE) = 0 et une série de Fourier en θ (x = c(1 − cos θ)/2), la solution donne c_l = 2π(α − α_L=0) : la pente de portance vaut 2π par radian (environ 0.11 par degré) pour tout profil mince.
- Pour un profil symétrique, α_L=0 = 0, c_m,c/4 = 0 et c_m,LE = −c_l/4, donc le centre de poussée est au quart de corde. La cambrure décale α_L=0 vers le négatif et ajoute un c_m,c/4 constant piqueur, mais le foyer reste au quart de corde.
- Les profils réels d'épaisseur modérée ont des pentes de portance proches de 2π jusqu'à ce que la couche limite commence à décoller ; la théorie des profils minces ne prédit ni le décrochage ni la traînée.
- Les méthodes des panneaux recouvrent la surface réelle de nombreux panneaux de sources et de tourbillons et calculent numériquement leurs intensités ; c'est ainsi que les concepteurs calculent la pression sur n'importe quelle forme, des pales aux ailes.

Équations clés

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

`c_l=2π(α-α_L=0)`

Portance d'un profil mince

$$c_{m,c/4} = 0 \text{ (symmetric)}$$

`c_m,c/4=0\ (symmetric)`

Moment au quart de corde

$$c_{m,LE} = -\frac{c_l}{4}$$

`c_m,LE=-(c_l)/(4)`

Moment au bord d'attaque (symétrique)

$$x = \frac{c}{2}(1 - \cos\theta)$$

`x= c2(1-θ)`

Transformation de Glauert

Exemples résolus pas à pas

Exemple 6.1 Trouvez c_l pour un profil mince symétrique à α = 5°.

1. α = 0.08727 rad.
2. c_l = 2π × 0.08727.

Réponse : c_l = 0.548.

Exemple 6.2 Un profil cambré a α_L=0 = −2° (valeur d'exemple). Trouvez c_l à α = 4°.

1. α − α_L=0 = 6° = 0.10472 rad.
2. c_l = 2π × 0.10472.

Réponse : c_l = 0.658.

Exemple 6.3 Pour le profil symétrique à α = 5°, trouvez c_m au bord d'attaque et le centre de poussée.

1. c_m,LE = −c_l/4 = −0.548/4.
2. x_cp = −c_m,LE c/c_l = c/4.

Réponse : c_m,LE = −0.137; x_cp = 0.25c.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Quelle incidence donne $c_l = 0.5$ sur un profil mince symétrique ?

   $0.5/(2\pi) = 0.0796$ rad $= 4.56°$.

2. Pente de portance par degré ?

   $2\pi \times \pi/180 = 0.1097$ par degré.

3. La théorie des profils minces prédit-elle le décrochage ?

   Non ; elle est non visqueuse et linéaire.

4. Où est le foyer d'un profil mince cambré ?

   Au quart de corde.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : La cambrure modifie la pente de portance.
En réalité : En théorie des profils minces, elle décale la courbe ; la pente reste 2π.

Idée reçue : Le centre de poussée est toujours au quart de corde.
En réalité : Seulement pour un profil symétrique ; les profils cambrés ont un centre de poussée mobile.

Idée reçue : 2π est par degré.
En réalité : C'est par radian.

Cartes mémoire

Nappe tourbillonnaire

Saut de vitesse tangentielle.

Portance

$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L0})$.

Moment (symétrique)

$c_{m,c/4} = 0$.

Moment au bord d'attaque

$-c_l/4$.

Glauert

$x = c(1 - \cos\theta)/2$.

Méthode des panneaux

Panneaux numériques de sources et de tourbillons.

Quiz d’autocontrôle

1. La pente de portance d’un profil mince vaut…

- 2π par degré
- 2π par radian
- π par radian
- 4π

2π par radian. $c_l = 2\pi\alpha$.

2. La cambrure rend $\alpha_{L=0}$…

- positif
- négatif
- zéro
- non définie

négatif. Portance à incidence nulle.

3. Le foyer d’un profil mince est situé…

- au bord d’attaque
- au quart de corde
- à mi-corde
- au bord de fuite

au quart de corde. Résultat de la théorie.

4. La théorie des profils minces modélise le profil par…

- des sources uniquement
- une nappe tourbillonnaire

des chocs

des couches limites

une nappe tourbillonnaire. Sur la ligne moyenne.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Le DOE explique qu'une pale d'éolienne, comme une aile d'avion, produit de la portance grâce à une différence de pression, et que c'est une portance supérieure à la traînée qui fait tourner le rotor. Chaque section de pale voit une incidence locale fixée par la vitesse du vent et sa propre vitesse de rotation ; les pales sont donc vrillées pour que chaque section travaille près de son incidence de finesse maximale.

La théorie des profils minces donne une première estimation de cette portance de section : $c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$. Les méthodes des panneaux et les données de soufflerie l'affinent. Le DOE note que les éoliennes terrestres vont de 100 kilowatts à plusieurs mégawatts, donc quelques pour cent de finesse de section en plus représentent beaucoup d'énergie propre supplémentaire sur la durée de vie d'une éolienne.

Sur Saving Planets : Solutions · Algèbre linéaire

Sources : DOE des États-Unis : comment fonctionnent les éoliennes ? (en anglais) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

Ressources d'apprentissage gratuites

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Cours sur la théorie des profils minces.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Comparer la théorie avec le simulateur.
- NASA Glenn: Lift from flow turning (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil2.html): Page gratuite de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Fluides dans Unified Engineering.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Ailes finies et traînée induite

Tourbillons marginaux et déflexion induite, incidence induite, théorie de la ligne portante de Prandtl, répartition elliptique de portance, coefficient d'Oswald, traînée induite C_Di = C_L²/(πeAR), pente de portance d'une aile finie, allongement, winglets et ailes à haubans.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Expliquer comment les tourbillons marginaux créent la déflexion induite et la traînée induite.
- Calculer la traînée induite avec le coefficient d'Oswald.
- Trouver la pente de portance d'une aile finie.
- Expliquer comment l'allongement et les winglets réduisent la traînée induite.

Notions clés

- Sur une aile finie, l'air à haute pression de l'intrados contourne les extrémités vers l'extrados à basse pression, formant des tourbillons libres. Ils induisent une vitesse vers le bas (déflexion induite) au niveau de l'aile, inclinant l'écoulement local de l'incidence induite α_i.
- Incliner le vecteur portance vers l'arrière de α_i crée une composante de traînée : la traînée induite, le prix à payer pour produire de la portance avec une envergure finie. Elle est maximale à basse vitesse et à C_L élevé.
- La théorie de la ligne portante de Prandtl modélise l'aile comme un tourbillon lié avec une nappe de tourbillons libres. Une répartition elliptique de portance donne une déflexion uniforme, α_i = C_L/(πAR), et la traînée induite minimale C_Di = C_L²/(πAR).
- Les ailes réelles ont un coefficient d'Oswald e < 1 : C_Di = C_L²/(πeAR). L'allongement AR = b²/S est le levier principal : doubler AR divise par deux la traînée induite.
- La pente de portance d'une aile finie est inférieure à 2π : a = a_0/(1 + a_0/(πeAR)). Les winglets et les ailes longues et fines à haubans réduisent toutes deux la traînée induite en affaiblissant ou en étalant les tourbillons marginaux.

Équations clés

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

AR=(b^2)/(S)

Allongement

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR}$$

α_i=(C_L)/(π AR)

Incidence induite (elliptique)

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi e AR}$$

`C_D_i=(C_L^2)/(π eAR)`

Traînée induite

$$a = \frac{a_0}{1 + a_0/(\pi e AR)}$$

`a=(a_0)/(1+a_0/(π eAR))`

Pente de portance d’une aile finie

Exemples résolus pas à pas

Exemple 7.1 Une aile avec AR = 8 et e = 0.9 vole à C_L = 0.5. Trouvez C_Di.

1. C_Di = 0.25/(π × 0.9 × 8).

Réponse : C_Di = 0.01105.

Exemple 7.2 Trouvez la pente de portance de cette aile si a_0 = 2π par radian.

1. a = 2π/(1 + 2π/(π × 0.9 × 8)) = 6.2832/1.2778.

Réponse : a = 4.917 par radian (0.0858 par degré).

Exemple 7.3 Trouvez l’incidence induite d’une aile elliptique (AR = 8) à C_L = 0.5.

1. α_i = 0.5/(π × 8) rad.

Réponse : α_i = 0.01989 rad = 1.14°.

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Une aile a b = 30 m et S = 100 m². Trouvez AR.

   900/100 = 9.

2. Passez AR de 8 à 12 à e et C_L égaux. Nouveau C_{Di} ?

   0.01105 × 8/12 = 0.00737.

3. Quand la traînée induite est-elle maximale ?

   À basse vitesse et C_L élevé, par exemple au décollage et en montée.

4. Quel e a une aile elliptique ?

   e = 1.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : La traînée induite vient du frottement pariétal.

En réalité : C'est l'inclinaison vers l'arrière de la portance due à la déflexion induite, un effet non visqueux.

Idée reçue : Une aile finie a la même pente de portance que son profil.

En réalité : Elle est plus faible à cause de la déflexion induite.

Idée reçue : Les winglets fonctionnent en ajoutant de la surface alaire.

En réalité : Ils affaiblissent surtout les tourbillons marginaux et leur déflexion induite.

Cartes mémoire

Déflexion induite

Induite par les tourbillons libres.

Allongement

b^2/S.

Traînée induite

$C_L^2/(\pi eAR)$.

Incidence induite

$C_L/(\pi AR)$.

Coefficient d'Oswald

$e \leq 1$.

Pente d'une aile finie

$a_0/(1 + a_0/\pi eAR)$.

Quiz d'autocontrôle

1. Le coefficient de traînée induite vaut…

$C_L/(\pi eAR)$

$C_L^2/(\pi eAR)$

$\pi eAR/C_L^2$

C_L^2AR

$C_L^2/(\pi eAR)$. Résultat de la ligne portante.

2. Doubler l'allongement change la traînée induite d'un facteur…

×2

×½

×4

aucune

×½. $C_{Di} \propto 1/AR$.

3. La traînée induite minimale vient d'une…

répartition de portance rectangulaire

répartition de portance elliptique

triangulaire

chargée aux extrémités

répartition de portance elliptique. Déflexion induite uniforme.

4. L'allongement est…

S/b

b^2/S

c/b

b/c^2

b^2/S. L'envergure au carré divisée par la surface.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

NASA Armstrong raconte que les winglets ont volé pour la première fois sur un KC-135 le 24 juillet 1979 ; en 48 vols d'essai, ils ont amélioré le rendement énergétique de 6 à 7 pour cent et réduit la traînée de jusqu'à 7 pour cent. La NASA indique que les winglets équipent aujourd'hui environ 10000 avions à réaction, économisant plus de 10 milliards de gallons de carburéacteur et plus de 130 millions de tonnes de dioxyde de carbone.

L'étape suivante pousse encore l'allongement. Le contrat Sustainable Flight Demonstrator de la NASA en 2023 (425 millions de dollars de la NASA sur sept ans, environ 725 millions de dollars des partenaires) porte sur une aile transsonique à haubans : des ailes très longues et fines soutenues par des haubans, ce qui selon la NASA signifie moins de traînée et, combiné à d'autres avancées, jusqu'à 30 % de consommation de carburant et d'émissions en moins. C'est $C_{Di} = C_L^2/(\pi eAR)$ en action.

Sur Saving Planets : Solutions · Statique

Sources : NASA Armstrong: On the winglets of innovation (2023) (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/on-the-winglets-of-innovation-with-nasa-armstrong-2/) · NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/)

Ressources d'apprentissage gratuites

- NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html): Page gratuite de la NASA.
- NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html): Page gratuite de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Cours sur la ligne portante.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Simulateur.

☐ **J'ai terminé cette unité**

Écoulement visqueux, nombre de Reynolds et couches limites

La condition d’adhérence, le nombre de Reynolds et la similitude, les équations de Navier–Stokes en mots, les couches limites laminaires et turbulentes, la solution de Blasius pour la plaque plane, le frottement pariétal, la transition, le décollement et la traînée de pression, et la décomposition de la traînée d’un avion.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Calculer le nombre de Reynolds et l’utiliser pour la similitude.
- Trouver l’épaisseur de couche limite et la traînée de frottement sur une plaque plane.
- Distinguer les couches limites laminaires et turbulentes.
- Expliquer le décollement, la traînée de pression et la décomposition de la traînée totale.

Notions clés

- Un fluide visqueux adhère à une paroi (non-glissement), donc une mince couche limite se forme où la vitesse passe de zéro à celle de l’écoulement extérieur. En dehors, la théorie non visqueuse des modules 4–7 fonctionne bien.
- Le nombre de Reynolds Re = ρVL/μ compare les forces d’inertie aux forces visqueuses. Deux écoulements géométriquement semblables de même Re (et même nombre de Mach) ont les mêmes coefficients ; c’est pourquoi les essais en soufflerie fonctionnent.
- Les équations de Navier–Stokes ajoutent les contraintes visqueuses à l’équation d’Euler. La simplification de couche limite de Prandtl et la solution de Blasius donnent, pour une plaque plane laminaire, δ = 5.0x/√Re_x et C_f = 1.328/√Re_L.
- Au-delà d’un nombre de Reynolds de transition (environ 5 × 10⁵ sur une plaque plane lisse), la couche devient turbulente : plus épaisse, avec plus de frottement, C_f ≈ 0.074/Re_L^0.2, mais plus résistante au décollement.
- Dans un gradient de pression adverse, la couche limite peut décoller, laissant un large sillage et une traînée de pression. Traînée totale = frottement + traînée de pression (de forme) + traînée induite + traînée d’onde (module 9).

Équations clés

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

Re=(ρ VL)/(μ)

Nombre de Reynolds

$$\delta = \frac{5.0x}{\sqrt{Re_x}}$$

`=5.0x_x`

Épaisseur de couche limite laminaire

$$C_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$$

`C_f=1.328_L`

Frottement laminaire (Blasius)

$$C_f = \frac{0.074}{Re_L^{0.2}}$$

`C_f=0.074Re_L^0.2`

Frottement turbulent (plaque plane)

Exemples résolus pas à pas

Exemple 8.1 Trouvez le nombre de Reynolds d'une aile de corde 1.5 m à 70 m/s au niveau de la mer.

1. Re = 1.225 × 70 × 1.5/1.789 × 10^{-5}.

Réponse : Re = 7.19 × 10^{6} (turbulent sur la majeure partie de la corde).

Exemple 8.2 Comparez les coefficients de frottement laminaire et turbulent à Re_L = 10^{6}, et l'épaisseur de couche limite à x = 1 m.

1. C_f laminaire = 1.328/1000 ; C_f turbulent = 0.074/15.85.
2. δ_lam = 5.0/1000 ; δ_turb = 0.37/15.85.

Réponse : C_f = 0.00133 vs 0.00467; δ = 5.0 mm vs 23.3 mm.

Exemple 8.3 Une plaque plane de 1 m × 1 m à 30 m/s au niveau de la mer reste laminaire (Re = 2.05 × 10^{6}, hypothèse). Trouvez la traînée de frottement sur une face.

1. q = ½ × 1.225 × 900 = 551.25 Pa.
2. C_f = 1.328/√(2.054 × 10^{6}) = 0.000927.
3. D = qSC_f.

Réponse : D = 0.511 N.

Exercices

Faites chacun d'abord sur papier, puis vérifiez.

1. Une maquette à l'échelle 1/10 doit avoir le même Re dans le même air. Quelle vitesse ?

   10 fois la vitesse en vraie grandeur (souvent impossible, d'où les souffleries pressurisées ou cryogéniques).

2. C_f augmente-t-il ou diminue-t-il quand Re augmente ?

   Il diminue pour les couches laminaires comme turbulentes.

3. Pourquoi les balles de golf ont-elles des alvéoles ?

   Une couche limite turbulente décolle plus tard, ce qui réduit la traînée de pression.

4. Citez quatre composantes de la traînée.

   Frottement, pression, induite, d'onde.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Un écoulement turbulent signifie toujours plus de traînée.
En réalité : Plus de frottement, mais souvent moins de traînée de pression si le décollement est retardé.

Idée reçue : La couche limite est épaisse.
En réalité : Elle fait de quelques millimètres à quelques centimètres sur une aile.

Idée reçue : Le nombre de Reynolds ne dépend que de la vitesse.
En réalité : Il dépend de la masse volumique, de la vitesse, de la longueur et de la viscosité.

Cartes mémoire

Non-glissement

Vitesse nulle à la paroi.

Nombre de Reynolds

$\rho VL/\mu$.

δ laminaire

$5.0x/\sqrt{Re_x}$.

C_f laminaire

$1.328/\sqrt{Re_L}$.

C_f turbulent

0.074/Re_L^0.2.

Décollement

Gradient adverse, sillage, traînée de pression.

Quiz d’autocontrôle

1. Le nombre de Reynolds compare…

de l’inertie à la viscosité

de la pression à la gravité

de la vitesse au son

de la portance à la traînée

de l’inertie à la viscosité. Re = ρVL/μ.

2. Le C_f laminaire d’une plaque plane vaut…

0.074/Re^0.2

1.328/√Re

5/√Re

2π

1.328/√Re. Blasius.

3. Le décollement est favorisé par…

un gradient de pression favorable

un gradient de pression adverse

une forte masse volumique

les chocs uniquement

un gradient de pression adverse. Une pression croissante freine la couche.

4. Non-glissement signifie…

que la vitesse de l’air à la paroi est nulle

pas de frottement

un écoulement non visqueux

pas de pression

que la vitesse de l’air à la paroi est nulle. Le fluide adhère à la paroi.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Le frottement pariétal représente une grande part de la traînée en croisière d’un avion de ligne, c’est pourquoi les ingénieurs travaillent tant sur des surfaces lisses et sur le maintien des couches limites laminaires plus longtemps. Chaque unité de traînée retirée, c’est du carburant et du carbone non brûlés.

L’EPA indique que les avions couverts par ses normes sur les gaz à effet de serre représentent 10 pour cent des émissions de gaz à effet de serre des transports aux États-Unis et 3 pour cent des émissions totales du pays, et que ses normes de 2020 s’alignent sur les normes CO_2 de l’Organisation de l’aviation civile internationale. L’ingénierie des couches limites, des riblets aux ailes à écoulement laminaire, est une voie pour respecter ces règles.

Sur Saving Planets : Solutions · Équations différentielles

Sources : U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft) · NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html)

Ressources d’apprentissage gratuites

- NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html): Page gratuite de la NASA.
- NASA Glenn: Reynolds number (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/reynolds.html): Page gratuite de la NASA.
- OpenStax UP1, 14.7 Viscosity and turbulence (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-7-viscosity-and-turbulence): Section de manuel gratuite.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Cours sur l’écoulement visqueux.

- [ ] **J’ai terminé cette unité**

Écoulement compressible : relations isentropiques et ondes de choc

Quand la compressibilité compte, grandeurs d’arrêt, relations isentropiques, relation section–vitesse et tuyères, chocs droits, chocs obliques et ondes de détente en bref, nombre de Mach critique, divergence de traînée, traînée d’onde et profils supercritiques.

Objectifs d’apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Utiliser les relations isentropiques pour trouver les grandeurs d’arrêt.
- Expliquer la relation section–vitesse et les tuyères amorcées.
- Calculer les grandeurs de part et d’autre d’un choc droit.
- Expliquer le Mach critique et pourquoi les profils supercritiques retardent la hausse de traînée.

Notions clés

- En dessous d’environ M = 0.3, les variations de masse volumique sont inférieures à 5 % et l’écoulement peut être traité comme incompressible. Au-delà, il faut inclure les variations d’énergie et de masse volumique.
- Grandeurs d’arrêt pour un écoulement adiabatique isentropique : $T_0/T = 1 + (\gamma - 1)M^2/2$, $p_0/p = (T_0/T)^{(\gamma/(\gamma-1))}$, $\rho_0/\rho = (T_0/T)^{(1/(\gamma-1))}$.
- Section–vitesse : $dA/A = (M^2 - 1)dV/V$. Un écoulement subsonique accélère dans un convergent ; un écoulement supersonique accélère dans un divergent. L’écoulement sonique se produit au col ; A/A* fixe le nombre de Mach.
- Un choc droit est un saut mince et irréversible : l’écoulement supersonique devient subsonique, et la pression, la masse volumique et la température sautent tandis que la pression totale chute. Pour $\gamma = 1.4$ et $M_1 = 2$, $M_2 = 0.577$ et $p_2/p_1 = 4.5$.
- Sur une aile à vitesse subsonique élevée, l’écoulement à l’extrados atteint M = 1 en premier, au nombre de Mach critique. Au-delà, un choc se forme et la traînée augmente fortement (divergence de traînée). Les profils supercritiques et la flèche repoussent cette hausse à des vitesses plus élevées.

Équations clés

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

`(T_0)/(T)=1+(γ-1)/(2)M^2`

Température d’arrêt

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

`(p_0)/(p)=((T_0)/(T))^γ/(γ-1)`

Rapport de pression isentropique

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}}$$

`M_2^2=1+(γ-1)/(2)M_1^2γ M_1^2-(γ-1)/(2)`

Nombre de Mach après un choc droit

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

`(p_2)/(p_1)=1+(2γ)/(γ+1)(M_1^2-1)`

Rapport de pression d'un choc droit

Exemples résolus pas à pas

Exemple 9.1 Un avion de ligne vole à M = 0.85. Trouvez T_0/T et p_0/p.

1. $T_0/T = 1 + 0.2 \times 0.7225 = 1.1445$.
2. $p_0/p = 1.1445^{3.5}$.

Réponse : $T_0/T = 1.1445$; $p_0/p = 1.604$.

Exemple 9.2 Trouvez M_2, p_2/p_1, ρ_2/ρ_1 et T_2/T_1 de part et d'autre d'un choc droit avec $M_1 = 2$.

1. $M_2 = \sqrt{(1.8/5.4)}$.
2. $p_2/p_1 = 1 + (2.8/2.4)(3)$.
3. $\rho_2/\rho_1 = 2.4 \times 4/(2 + 0.4 \times 4) = 2.667$.
4. $T_2/T_1 = (p_2/p_1)/(\rho_2/\rho_1)$.

Réponse : $M_2 = 0.577$, $p_2/p_1 = 4.5$, $\rho_2/\rho_1 = 2.667$, $T_2/T_1 = 1.688$.

Exemple 9.3 La NASA situe la vitesse du son à l'altitude de croisière à environ 660 mph. Convertissez-la en m/s et comparez avec la valeur de l'atmosphère standard à 11 km (295.1 m/s).

1. 660 × 0.44704 = 295.0 m/s.

Réponse : 295.0 m/s, à moins de 0.1 % de la valeur de l’atmosphère standard.

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Trouvez p_0/p à M = 2.

   1.8^3.5 = 7.82.

2. Trouvez A/A* à M = 2.

   1.688.

3. En dessous de quel nombre de Mach peut-on généralement négliger les variations de masse volumique ?

   Environ 0.3.

4. À la traversée d’un choc droit, la pression totale augmente-t-elle ou diminue-t-elle ?

   Elle diminue (l’entropie augmente).

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Un choc accélère l’écoulement.
En réalité : Un choc droit rend un écoulement supersonique subsonique.

Idée reçue : La traînée d’onde ne compte qu’au-dessus de M = 1.
En réalité : Elle commence au-dessus du Mach critique, en dessous de M = 1 sur une aile.

Idée reçue : Un divergent ralentit toujours l’écoulement.
En réalité : Il accélère un écoulement supersonique.

Cartes mémoire

Limite incompressible

M < 0.3.

T_0/T

$1 + 0.2M^2$.

p_0/p

Section–vitesse

$(T_0/T)^{3.5}$.

$dA/A = (M^2 - 1)dV/V$.

Choc droit M=2

$M_2 = 0.577$, $p_2/p_1 = 4.5$.

Mach critique

M local = 1 sur l’aile.

Quiz d’autocontrôle

1. T_0/T à M = 1 vaut…

1.0

1.2

1.4

2.0

1.2. 1 + 0.2.

2. Un écoulement supersonique accélère dans…

un convergent

un divergent

une conduite de section constante

aucune conduite

un divergent. $dA/A = (M^2 - 1)dV/V$.

3. p_2/p_1 à la traversée d’un choc droit à $M_1 = 2$ vaut…

2

4.5

7.8

1.7

4.5. Relation de choc droit.

4. Les profils supercritiques…

relèvent le nombre de Mach de divergence de traînée

suppriment la portance

ajoutent de la cambrure seulement au bord d'attaque

ne fonctionnent qu'à Mach 2

relèvent le nombre de Mach de divergence de traînée. Choc plus faible.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

La NASA explique qu'à l'approche de la vitesse du son, environ 660 mph à l'altitude de croisière, une onde de choc stationnaire se forme sur une aile classique d'avion de ligne et ajoute de la traînée. Le profil supercritique de Whitcomb, plus plat sur le dessus et arrondi en dessous, a minimisé ce choc, augmentant le rendement de jusqu'à 15 % selon la NASA.

C'est l'histoire du Mach critique et de la divergence de traînée de ce module. La NASA affirme que cette conception est devenue la norme de l'industrie et fait économiser des milliards de dollars de carburant par an ; moins de carburant brûlé en croisière, c'est moins de CO_2 issu des vols qui représentent une grande part des émissions de l'aviation.

Sur Saving Planets : Introduction à l'ingénierie aérospatiale · Météo spatiale

Sources : NASA: How a NASA engineer created the modern airplane wing (2016) (https://www.nasa.gov/aeronautics/how-a-nasa-engineer-created-the-modern-airplane-wing/) · NASA Glenn: Normal shock wave (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html)

Ressources d'apprentissage gratuites

- NASA Glenn: Isentropic flow (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/isentrop.html): Page gratuite de la NASA.
- NASA Glenn: Normal shock wave (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html): Page gratuite de la NASA.
- NASA Glenn: Mach number (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mach.html): Page gratuite de la NASA.

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Cours sur l'écoulement compressible.

- [ ] **J'ai terminé cette unité**

Performances des avions : polaire de traînée, plané, distance franchissable et endurance

La polaire de traînée C_D = C_D0 + KC_L², poussée et puissance nécessaires, vitesse de traînée minimale, finesse maximale, vol plané, équations de distance franchissable et d'endurance de Breguet, et comment l'efficacité aérodynamique se traduit en carburant et en émissions.

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette unité, vous saurez :

- Construire une polaire de traînée et trouver (L/D)max.
- Trouver la vitesse de traînée minimale et la distance de plané.
- Utiliser l'équation de Breguet de la distance franchissable.
- Relier les réductions de traînée à la consommation de carburant.

Notions clés

- La polaire de traînée C_D = C_D0 + KC_L² avec K = 1/(πeAR) combine la traînée à portance nulle (parasite) et la traînée induite.
- En vol en palier L = W et T = D. La traînée est minimale là où les traînées parasite et induite sont égales : C_L* = √(C_D0/K), ce qui donne (L/D)max = 1/(2√(KC_D0)).
- Vol plané : sans poussée, la finesse de plané est égale à L/D, donc la meilleure distance de plané depuis une hauteur h est h(L/D)max.
- Distance franchissable de Breguet pour un avion à réaction : R = (V/c)(L/D) ln(W_i/W_f), avec c la consommation spécifique de carburant. La distance croît directement avec L/D, donc l'efficacité aérodynamique se multiplie avec le rendement des moteurs et le rapport de masses.
- Pour un trajet donné, augmenter L/D réduit le carburant nécessaire ; c'est pourquoi les winglets, les profils supercritiques et les ailes à grand allongement réduisent tous le CO_2.

Équations clés

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2,\ K = \frac{1}{\pi e AR}$$

C_D=C_D0+KC_L^2,\ K=(1)/(π eAR)

Polaire de traînée

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{max} = \frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}}$$

(LD)_max=12_D0

Finesse maximale

$$C_L^* = \sqrt{C_{D0}/K}$$

C_L^*=_D0/K

Coefficient de portance de traînée minimale

$$R = \frac{V}{c}\frac{L}{D}\ln\frac{W_i}{W_f}$$

R=V/cL/D(W_i)/(W_f)

Distance franchissable de Breguet (réacteur)

Exemples résolus pas à pas

Exemple 10.1 Une aile a AR = 8, e = 0.9 et C_D0 = 0.02. Trouvez K, (L/D)max et C_L*.

1. K = 1/(π × 0.9 × 8) = 0.04421.
2. (L/D)max = 1/(2√(0.04421 × 0.02)).
3. C_L* = √(0.02/0.04421).

Réponse : K = 0.04421, (L/D)max = 16.81, C_L* = 0.673.

Exemple 10.2 Pour cet avion (W = 9810 N, S = 16 m², niveau de la mer), trouvez la vitesse de traînée minimale et la meilleure distance de plané depuis 1000 m.

1. V = √(2W/(ρSC_L*)) = √(19,620/(1.225 × 16 × 0.6726)).
2. Plané = 1000 × 16.81.

Réponse : V = 38.6 m/s ; distance de plané 16.8 km.

Exemple 10.3 Un avion à réaction (valeurs d'exemple) vole en croisière à V = 230 m/s avec c = 1.6 × 10^{-4} s^{-1}, L/D = 17 et W_i/W_f = 1.25. Trouvez la distance franchissable.

1. R = (230/1.6 × 10^{-4}) × 17 × ln 1.25.

Réponse : R = 5453 km.

Exercices

Faites chacun d’abord sur papier, puis vérifiez.

1. Portez L/D de 17 à 18 dans l’exemple de Breguet. Nouvelle distance ?

   5453 × 18/17 = 5774 km.

2. Quel C_D la polaire donne-t-elle à C_L^* ?

   $2C_{D0} = 0.04$.

3. Quelle est la finesse L/D à $C_L = 1.0$ pour la polaire de l’exemple ?

   1.0/0.06421 = 15.57.

4. Un planeur a L/D = 40. Quelle distance depuis 2 km ?

   80 km.

Idées reçues fréquentes

Idée reçue : Le meilleur plané se fait à la vitesse la plus faible.
En réalité : Il se fait à la vitesse de traînée minimale, plus rapide que le décrochage.

Idée reçue : La distance franchissable ne dépend que du carburant emporté.
En réalité : Elle dépend de L/D, du rendement des moteurs et du rapport de masses.

Idée reçue : La traînée parasite est toujours la plus grande part.
En réalité : À basse vitesse, la traînée induite domine.

Cartes mémoire

Polaire de traînée

$C_{D0} + KC_L^2$.

K

$1/(\pi eAR)$.

(L/D)max

$1/(2\sqrt{(KC_{D0})})$.

C_L^*

$\sqrt{(C_{D0}/K)}$.

Plané

Distance = h · L/D.

Breguet

$R = (V/c)(L/D)\ \ln(W_i/W_f)$.

Quiz d’autocontrôle

1. À traînée minimale…

parasite = induite

induite = 0

$C_L = 0$

V = décrochage

parasite = induite. La dérivée de D est nulle.

2. La finesse de plané est égale…

L/D

D/L

C_L

W/S

L/D. Pas de poussée.

3. La distance franchissable de Breguet est proportionnelle à…

D/L

L/D

C_{D0}

K

L/D. $R \propto L/D$.

4. Dans la polaire, K est…

$1/(\pi eAR)$

πeAR

C_D0

2π

1/(πeAR). Le facteur de traînée induite.

Refaire ce quiz

Comment cela aide à sauver la planète

Le communiqué de la NASA de 2023 sur le Sustainable Flight Demonstrator indique que les monocouloirs représentent près de la moitié des émissions mondiales de l'aviation, et que la conception à aile à haubans, combinée à d'autres avancées, pourrait réduire la consommation de carburant et les émissions de jusqu'à 30 %. Elle relie cela à l'objectif de zéro émission nette dans l'aviation d'ici 2050.

L'équation de Breguet montre pourquoi : la distance franchissable et l'efficacité énergétique croissent avec L/D. L'EPA note que les avions concernés représentent 10 pour cent des émissions de gaz à effet de serre des transports aux États-Unis, donc quelques points de L/D, multipliés par des milliers de vols par jour, comptent pour le climat.

Sur Saving Planets : Solutions · Analyse I

Sources : NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/) · U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft)

Ressources d'apprentissage gratuites

- NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html): Page gratuite de la NASA.
- NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html): Page gratuite de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Cours sur les performances.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Aérodynamique du MIT.

Regarder le cours magistral

Lecture 12: Aircraft Performance (https://ocw.mit.edu/courses/16-687-private-pilot-ground-school-january-iap-2019/resources/lecture-12-aircraft-performance/) (en anglais)

MIT 16.687 Private Pilot Ground School (IAP 2019), MIT OpenCourseWare. Licence : CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Conditions d’utilisation (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Lien fourni uniquement pour l’étude gratuite ; Saving Planets n’est ni affilié à cette université ni soutenu par elle.

☐ **J’ai terminé cette unité**

Exercices

Ces exercices sont dans chaque unité. Faites-les sur papier, puis ouvrez la réponse.

1. Propriétés des fluides et atmosphère standard
   4 exercices
2. Statique des fluides, équation de Bernoulli et mesure de la vitesse
   4 exercices
3. Lois de conservation : masse, quantité de mouvement et énergie ; volumes de contrôle et théorie de la quantité de mouvement
   4 exercices
4. Écoulement potentiel et théorème de Kutta–Joukowski
   4 exercices
5. Profils, coefficients de portance, de traînée et de moment
   4 exercices
6. Théorie des profils minces
   4 exercices
7. Ailes finies et traînée induite
   4 exercices
8. Écoulement visqueux, nombre de Reynolds et couches limites
   4 exercices
9. Écoulement compressible : relations isentropiques et ondes de choc
   4 exercices
10. Performances des avions : polaire de traînée, plané, distance franchissable et endurance
    4 exercices

Le laboratoire (Aerodynamics lab)

Le labo est la partie pratique du cours. Ici, il est gratuit et sert uniquement à s’entraîner, sans crédits.

Chaque TP peut se faire dans une simulation gratuite ou avec du papier et des objets du quotidien. Ne lancez les planeurs que dans des espaces dégagés, jamais vers des personnes, et restez loin des routes et des lignes électriques ; utilisez un escabeau solide, pas une chaise, pour les essais de chute.

Référence de sécurité : OSHA: Fall protection (https://www.osha.gov/fall-protection)

TP A : la feuille de calcul de l’atmosphère standard

SEMAINE 1

Objectif : Construire le modèle d’atmosphère standard de NASA Glenn dans un tableur et voir comment la température, la pression et la masse volumique diminuent avec l’altitude.

$$T = 15.04 - 0.00649h,\ \ p = 101.29\left[\frac{T+273.1}{288.08}\right]^{5.256},\ \ \rho = \frac{p}{0.2869(T+273.1)}$$

`T=15.04-0.00649h,\ \ p=101.29[(T+273.1)/(288.08)]^5.256,\ \ ρ=(p)/(0.2869(T+273.1))`

Modèle de troposphère de NASA Glenn (h en m, T en °C, p en kPa)

Mode opératoire

1. Créez une colonne d’altitudes de 0 à 11000 m par pas de 500 m.
2. Ajoutez des colonnes pour T, p et ρ avec les formules métriques de la NASA.
3. Ajoutez la vitesse du son a = √(1.4 × 287 × (T + 273.15)).
4. Tracez ρ/ρ_0 en fonction de l’altitude et comparez avec le réglage d’altitude de FoilSim.

Tableau de données

h (m)	T (°C)	p (kPa)	ρ (kg/m³)
0	15.04	101.40	1.2266
5,000	−17.41	54.11	0.7377
11,000	−56.35	22.71	0.3652

Valeurs tirées des ajustements de courbes de NASA Glenn ; les tables d’atmosphère standard des manuels diffèrent légèrement (par exemple 1.225 kg/m³ au niveau de la mer).

Exemple de calcul

1. ρ(11 km)/ρ(0) = 0.3652/1.2266 = 0.298.
2. a(11 km) = √(1.4 × 287 × 216.8) = 295.1 m/s.

> **Sécurité**
>
> - Ordinateur uniquement.

Alternative à la maison ou virtuelle

- N’importe quel tableur gratuit convient.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html) · NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html)

Lien avec la planète : L'altitude de croisière se situe vers le haut de ce tableau, où la faible masse volumique réduit la traînée ; le modèle de la NASA est celui utilisé dans FoilSim. NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html)

- [ ] **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

TP B : Bernoulli, le venturi et le tube de Pitot

SEMAINE 2

Objectif : Voir la pression baisser là où l'écoulement accélère, et convertir une mesure de pression Pitot statique en vitesse.

$$V = \sqrt{2(p_0 - p)/\rho}$$

`V=2(p_0-p)/ρ`

Vitesse par Pitot statique

Mode opératoire

1. Ouvrez PhET Fluid Pressure and Flow, onglet Flow ; rétrécissez le tuyau et lisez la pression et la vitesse dans les deux sections.
2. Vérifiez la continuité $A_1V_1 = A_2V_2$ et la chute de pression de Bernoulli.
3. À la maison : tenez une bande de papier sous vos lèvres et soufflez au-dessus ; elle se soulève. Suspendez deux feuilles de papier à 3 cm l'une de l'autre et soufflez entre elles ; elles se rapprochent.
4. Remplissez le tableau pour un tube de Pitot au niveau de la mer.

Tableau de données

$p_0 - p$ (Pa)	V (m/s)
100	12.8
500	28.6
1500	49.5

Calculé pour $\rho = 1.225$ kg/m³ ; les démonstrations avec le papier montrent l'effet, pas des nombres exacts (la bande se soulève aussi parce que le jet suit le papier courbé).

Exemple de calcul

1. V = √(2 × 500/1.225) = 28.6 m/s.
2. Doubler V exige une différence de pression 4 fois plus grande.

> **Sécurité**
>
> - Soufflez doucement ; arrêtez si vous avez la tête qui tourne.

Alternative à la maison ou virtuelle

- Les démonstrations avec le papier constituent le TP à la maison.

PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow) · PhET : Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure)

Lien avec la planète : La NASA note que l'air martien a moins de 1 % de la densité de l'air terrestre, donc la même mesure Pitot sur Mars correspondrait à une vitesse environ 10 fois plus grande. NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)

- [ ] **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

TP C : la courbe de portance dans NASA FoilSim

SEMAINE 8

Objectif : Mesurer le coefficient de portance en fonction de l'incidence, trouver la pente de portance et l'incidence de portance nulle, et comparer avec la théorie des profils minces.

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

`c_l=2π(α-α_L=0)`

Théorie des profils minces

Mode opératoire

1. Ouvrez NASA FoilSim, choisissez un profil symétrique, réglez la vitesse et l'altitude.
2. Relevez la portance à α = 0°, 2°, 4°, 6°, … jusqu'à 10°, et convertissez en c_l = L/(qS).
3. Recommencez avec de la cambrure ; trouvez α_L=0.
4. Tracez les deux courbes et comparez avec le tableau théorique.

Tableau de données

α (°)	c_l théorique (symétrique)
0	0
2	0.219
4	0.439
6	0.658

Valeurs théoriques ; FoilSim inclut l'épaisseur et d'autres corrections, donc votre pente peut différer de quelques pour cent.

Exemple de calcul

1. Pente = 0.658/6 = 0.110 par degré = 2π par radian.
2. c_l à 5° = 2π × 0.08727 = 0.548.

> **Sécurité**
>
> - Ordinateur uniquement.

Alternative à la maison ou virtuelle

- FoilSim fonctionne dans un navigateur.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html)

Lien avec la planète : Le DOE indique que les pales d'éolienne produisent de la portance comme des ailes ; les concepteurs de pales utilisent des courbes de portance comme celle-ci pour régler l'angle de chaque section. DOE des États-Unis : comment fonctionnent les éoliennes ? (en anglais) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

☐ **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

TP D : planeurs en papier, allongement et finesse

SEMAINE 10

Objectif : Mesurer la finesse (L/D) de planeurs en papier d'allongements différents et voir la traînée induite à l'œuvre.

$$\frac{L}{D} = \frac{\text{distance}}{\text{height}}, \quad AR = \frac{b^2}{S}$$

LD=,\ \ AR=(b^2)/(S)

Finesse et allongement

Mode opératoire

1. Construisez deux planeurs simples en papier d'imprimante de même surface alaire : l'un court et large, l'autre long et étroit. Ajoutez un trombone au nez pour l'équilibre.
2. Lancez doucement, à l'horizontale, depuis une hauteur fixe (par exemple 1.5 m) dans une grande pièce ou un espace extérieur sans vent.
3. Mesurez la distance horizontale sur 5 vols chacun et faites la moyenne.
4. Calculez AR et L/D pour chacun et comparez.

Tableau de données

Planeur	b (m)	S (m²)	AR	Distance depuis 1.5 m (m)	L/D
Aile courte	0.20	0.010	4	6.0	4.0
Aile longue	0.30	0.010	9	9.0	6.0

Valeurs d'exemple pour illustrer la méthode ; vos résultats dépendent du pliage, de l'équilibrage et du lancer.

Exemple de calcul

1. AR = $0.30^2/0.010 = 9$.
2. L/D = 9.0/1.5 = 6.0.

> **Sécurité**
>
> - Ne lancez jamais vers des personnes ou des visages ; dégagez d'abord la zone.
> - Lancez depuis le sol ou un escabeau solide, pas une chaise (recommandations de l'OSHA sur la protection contre les chutes).

Alternative à la maison ou virtuelle

- C'est un TP à la maison.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html) · NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html)

Lien avec la planète : L'aile à haubans de la NASA utilise des ailes très longues et fines pour la même raison que le planeur long vole plus loin : moins de traînée. NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/)

☐ **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

TP E : traînée d’un filtre à café et vitesse limite

SEMAINE 11

Objectif : Mesurer la vitesse limite, trouver un coefficient de traînée et montrer que la traînée croît comme le carré de la vitesse.

$$mg = \tfrac{1}{2}\rho V_t^2 C_D A$$

```
mg=12ρ V_t^2C_DA
```

La traînée égale le poids à la vitesse limite

Mode opératoire

1. Lâchez un filtre à café en papier d’environ 2 m et filmez-le au ralenti à côté d’un mètre ruban.
2. Trouvez la vitesse limite sur le dernier mètre de chute.
3. Empilez 2 puis 4 filtres (même forme, plus de poids) et recommencez.
4. Calculez C_D et vérifiez que V_t croît comme √m.

Tableau de données

Filtres	m (g)	V_t (m/s)	C_D
1	1.0	1.20	0.98
2	2.0	1.70	0.98

Valeurs d’exemple avec un filtre de 12 cm de diamètre ; pesez vos propres filtres sur une balance de cuisine.

Exemple de calcul

1. C_D = 2 × 0.00981/(1.225 × 1.20² × π × 0.06²) = 0.98.
2. V_t(2 filtres) = 1.20 × √2 = 1.70 m/s.

> **Sécurité**
>
> - Lâchez uniquement depuis votre hauteur debout ou depuis un escabeau solide.
> - Dégagez la zone de tout risque de trébuchement.

Alternative à la maison ou virtuelle

- C’est un TP à la maison.

NASA Glenn: The drag equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/drageq.html) · PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow)

Lien avec la planète : L’EPA note que les avions concernés représentent 3 % des émissions totales de gaz à effet de serre des États-Unis ; la traînée est ce que leurs moteurs brûlent du carburant pour vaincre. U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft)

- [ ] **J’ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

TP F : polaire de traînée et feuille de calcul de distance franchissable

SEMAINE 15

Objectif : Construire une polaire de traînée, trouver (L/D)max et utiliser l'équation de Breguet pour voir comment les réductions de traînée modifient la distance franchissable et le carburant.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR}$$

`C_D=C_D0+(C_L^2)/(π eAR)`

Polaire de traînée

Mode opératoire

1. Fixez C_D0 = 0.02, e = 0.9 et AR = 8 (valeurs d'exemple).
2. Calculez C_D et L/D pour C_L de 0.1 à 1.2.
3. Trouvez la finesse L/D maximale et comparez avec 1/(2√(KC_D0)).
4. Passez AR à 12, et la traînée totale à −7 % (le chiffre de traînée des winglets de la NASA), et voyez comment la distance franchissable change.

Tableau de données

C_L	C_D	L/D
0.2	0.0218	9.19
0.673	0.0400	16.81
1.0	0.0642	15.57

Calculé à partir de la polaire d'exemple.

Exemple de calcul

1. K = 0.04421 ; (L/D)max = 16.81 à C_L = 0.673.
2. Distance de Breguet ∝ L/D, donc +10 % de L/D donne +10 % de distance.

> **Sécurité**
>
> - Ordinateur uniquement.

Alternative à la maison ou virtuelle

- N'importe quel tableur convient.

NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html) · NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html)

Lien avec la planète : La NASA indique que les winglets réduisent la traînée de jusqu'à 7 % et équipent aujourd'hui environ 10000 avions à réaction, économisant plus de 10 milliards de gallons de carburant. NASA Armstrong: On the winglets of innovation (2023) (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/on-the-winglets-of-innovation-with-nasa-armstrong-2/)

☐ **J'ai terminé ce TP (réel ou virtuel)**

Séries d'entraînement aux examens

Chronométrez-vous : environ 10 minutes par problème. Comparez ensuite avec les solutions complètes.

Série d'exercices de mi-parcours (unités 1–5)

1. Trouvez la masse volumique de l'air à 60 kPa et 250 K.

    1. $\rho = 60{,}000/(287 \times 250)$.

    Réponse : 0.836 kg/m³.

2. Un tube de Pitot statique indique 800 Pa là où $\rho = 0.9$ kg/m³. Trouvez la vitesse vraie.

    1. $V = \sqrt{(2 \times 800/0.9)}$.

    Réponse : 42.2 m/s.

3. Trouvez la puissance idéale en vol stationnaire d'un hélicoptère de 500 kg avec un rotor de 8 m au niveau de la mer.

    1. $T = 4905$ N; $A = 50.27$ m².
    2. P = T^1.5/√(2ρA).

    Réponse : 31.0 kW.

4. Trouvez C_p à $\theta = 45°$ sur un cylindre non porteur.

    1. $1 - 4 \times 0.5$.

    Réponse : −1.

5. Un corps au niveau de la mer dans un écoulement à 40 m/s a $\Gamma = 15$ m²/s. Trouvez L'.

    1. $1.225 \times 40 \times 15$.

    Réponse : 735 N/m.

Série d’entraînement finale (toutes les unités)

1. Trouvez c_l pour un profil mince symétrique à 3°.

    1. 2π × 0.05236.

    Réponse : 0.329.

2. Trouvez C_Di pour C_L = 0.6, AR = 10, e = 0.85.

    1. 0.36/(π × 8.5).

    Réponse : 0.0135.

3. Trouvez Re pour une corde de 2 m à 50 m/s au niveau de la mer.

    1. 1.225 × 50 × 2/1.789 × 10⁻⁵.

    Réponse : 6.85 × 10⁶.

4. Trouvez M_2 et p_2/p_1 de part et d’autre d’un choc droit à $M_1 = 3$.

    1. $M_2 = \sqrt{(2.8/12.4)}$; $p_2/p_1 = 1 + (2.8/2.4) \times 8$.

    Réponse : $M_2 = 0.475$, $p_2/p_1 = 10.33$.

5. Trouvez T_0/T et p_0/p à $M = 0.8$.

    1. 1 + 0.2 × 0.64 = 1.128; 1.128^3.5.

    Réponse : 1.128 et 1.524.

6. Trouvez (L/D)max pour C_D0 = 0.025, AR = 10, e = 0.85.

    1. K = 0.03745.

    Réponse : 16.34.

Fiche de formules

$$p = \rho R T,\ a = \sqrt{\gamma R T},\ M = V/a$$

$$p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0,\ q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

$$C_p = 1 - (V/V_\infty)^2$$

$$\dot{m} = \rho A V,\ \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$P_{ideal} = T^{3/2}/\sqrt{2\rho A}$$

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma,\ C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

$$L = qSC_L,\ D = qSC_D$$

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

$$C_{D_i} = C_L^2/(\pi eAR),\ AR = b^2/S$$

$$Re = \rho V L/\mu,\ C_f = 1.328/\sqrt{Re}$$

$$T_0/T = 1 + \tfrac{\gamma-1}{2}M^2$$

$$p_2/p_1 = 1 + \tfrac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

$$(L/D)_{max} = 1/(2\sqrt{KC_{D0}}),\ R = \tfrac{V}{c}\tfrac{L}{D}\ln\tfrac{W_i}{W_f}$$

Constantes

Constante	Valeur
Air standard au niveau de la mer (valeurs de manuel)	p = 101,325 Pa, T = 288.15 K, ρ = 1.225 kg/m³, μ = 1.789 × 10⁻⁵ kg/(m·s), a = 340.3 m/s
Constante des gaz pour l'air	R = 287 J/(kg·K); γ = 1.4
1 nœud	0.514444 m/s
1 pied	0.3048 m
1 mile par heure	0.44704 m/s
Gravité sur Mars (valeur de manuel)	g = 3.71 m/s²

Source : NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

Textes et simulations gratuits

Utilisez ces cours, pages de la NASA et simulations gratuits en parallèle du cours.

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Notes de cours et séries d'exercices gratuites du MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Notes gratuites du MIT sur les fluides et la thermodynamique.
- NASA Glenn: Beginner's Guide to Aeronautics (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/short.html): Des centaines de pages gratuites de la NASA sur la portance, la traînée et l'écoulement compressible.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Modifiez la forme du profil, la vitesse et l'altitude et observez la portance et la traînée.
- OpenStax University Physics Volume 1, 14.6 Bernoulli's equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): Section de manuel gratuite.

- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): Pression, écoulement et Bernoulli.

Glossaire

Angle d'attaque
Angle entre la corde et l'écoulement incident.

Allongement
b^2/S, envergure au carré divisée par la surface alaire.

Couche limite
Mince couche près d'une paroi où la viscosité ralentit l'écoulement.

Cambrure
Courbure de la ligne moyenne d'un profil.

Circulation
Intégrale curviligne de la vitesse le long d'une courbe fermée ; liée à la portance.

Nombre de Mach critique
Mach de l'écoulement amont pour lequel l'écoulement local atteint d'abord $M = 1$.

Déflexion induite
Écoulement vers le bas induit par les tourbillons libres.

Polaire de traînée
C_D en fonction de C_L.

Pression dynamique
$q = \frac{1}{2}\rho V^2$.

Traînée induite
Traînée due à l'inclinaison de la portance par la déflexion induite.

Condition de Kutta
L'écoulement quitte sans discontinuité un bord de fuite pointu.

Nombre de Mach
Vitesse de l'écoulement divisée par la vitesse du son.

Choc droit
Saut mince qui rend subsonique un écoulement supersonique.

Nombre de Reynolds
$\rho VL/\mu$, inertie sur viscosité.

Décollement
Couche limite qui quitte la paroi.

Pression d'arrêt
Pression obtenue si l'écoulement est amené au repos de façon isentropique.

Décrochage

Perte de portance quand l’écoulement décolle à forte incidence.

Profil supercritique
Profil à dessus plat qui affaiblit les chocs près de M = 1.

Vorticité
∇ × V, deux fois la vitesse de rotation locale.

Winglet
Surface d’extrémité presque verticale qui réduit la traînée induite.

Grille d’autoévaluation

Aucune note ni aucun crédit ne sont attribués. Utilisez cette grille pour juger honnêtement où vous en êtes dans chaque unité.

Niveau	À quoi cela ressemble
4 · Maîtrise	Identifie le régime d’écoulement, choisit le bon modèle (Bernoulli, quantité de mouvement, écoulement potentiel, ligne portante, couche limite, isentropique, choc), vérifie les unités et les limites, et mène les TP en sécurité.
3 · Compétent	Résout les exercices avec quelques erreurs d’unités ou de masse volumique.
2 · En progression	Suit les exemples traités mais confond coefficients 2D et 3D, ou degrés et radians.
1 · Débutant	Injecte des nombres dans les formules sans schéma ; doit revoir le module.

Pondération suggérée si vous voulez une note

Partie	Poids
Exercices	20%
Travaux pratiques	25%
Série d’entraînement de mi-parcours	25%
Série d’entraînement finale	30%

Visez le niveau 3 ou mieux dans chaque unité avant de passer au cours suivant.

Cours associés

- Circuits ENGR 214 + ENGR 214L
- Thermodynamique ENGR 320

- Mécanique des fluides ENGR 330
- Tous les cours