Última actualización: November 1, 2026

🗺️ Ruta de cuatro años · Año 3, Otoño · 🧮 Calculadora integrada

Sobre este curso

Este curso gratuito tiene 10 unidades y 6 laboratorios. Son los totales reales, no un programa más largo recortado.

Una comprobación es un número o un resultado de código en una página de curso que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número impreso y el recalculado tienen que coincidir.

> Este es el esquema de un curso gratuito de autoestudio escrito por Saving Planets. No es un curso universitario, no otorga créditos académicos y ninguna institución participa.
>
> Su alcance sigue un curso semestral de aerodinámica de tercer año. Se basa en los temas y la profundidad de MIT 16.100 Aerodynamics y las partes de fluidos de MIT Unified Engineering (ambos gratis en MIT OpenCourseWare), y en cursos de aerodinámica de tercer año como Purdue AAE 333 y Georgia Tech AE 3030, y usa la Beginner's Guide to Aeronautics y el simulador FoilSim gratuitos de NASA Glenn, que enlazamos cuando ayudan. Ninguno de esos autores o centros respalda esta página.
>
> Lo que aportamos: cada unidad se vincula a trabajo real con una fuente pública citada (winglets de la NASA, alas supercríticas y arriostradas, aerogeneradores, normas de emisiones de aviones y vuelo en Marte), cada número de la página se recalcula con un script de verificación antes de publicarse, y cada práctica tiene una simulación gratuita o una versión casera segura.
>
> Síguelo en orden. Cada unidad tiene objetivos, ideas clave, ecuaciones, ejemplos paso a paso, práctica con respuestas completas, errores comunes, tarjetas de estudio y un cuestionario. Tu progreso se guarda solo en este navegador.

Cómo ayuda este curso a salvar el planeta

La aerodinámica decide cuánto combustible quema un avión y cuánta electricidad produce un aerogenerador. Cada poco de resistencia que se elimina de un ala es combustible que no se quema y carbono que no se emite, y cada mejora en la relación sustentación-resistencia de una pala es más energía limpia del mismo viento.

Las mismas ecuaciones hacen volar helicópteros en Marte y traen las naves espaciales de forma segura a través de la atmósfera terrestre. Cada unidad termina con una breve sección con fuentes. Los valores que no proceden de una fuente se indican como valores de ejemplo.

Para docentes

Puedes enseñar este curso o dejar que un estudiante lo haga solo. Es gratis. Saving Planets no pone nota ni da crédito escolar.

- Esta página es el curso completo: 10 unidades y 6 laboratorios (AERO 310).
- Calcula 15 semanas, unas 6 a 9 horas por semana, incluidas las semanas de laboratorio.
- Sigue el calendario de 15 semanas. Lee la unidad, haz la práctica en papel y luego abre la respuesta. En una semana de laboratorio, haz el laboratorio o la versión en casa.
- Una comprobación es un número o un resultado de código en la página que un script vuelve a calcular antes de publicar. El número que ves y el recalculado tienen que coincidir.
- Usa Imprimir esta página, o descarga la guía de estudio en PDF. La hoja de fórmulas está cerca del final.
- Pregunta: ¿cómo ayuda esta unidad a las personas y al planeta? Cada unidad tiene un recuadro verde con un dato y su fuente.
- Copia la plantilla de guía docente y escribe el nombre de tu clase, el tiempo que tienes y las preguntas que harás. Abrir la plantilla de guía docente

Antes de empezar

Requisitos previos

- Cálculo III: derivadas parciales, gradiente, divergencia, rotacional e integrales de línea.
- Ecuaciones diferenciales: EDO de primer y segundo orden.
- Dinámica y Física I: leyes de Newton, cantidad de movimiento y energía; Física II ayuda con los campos.
- Introducción a la ingeniería aeroespacial aporta el vocabulario de la sustentación, la resistencia y la atmósfera.

Cómo estudiar

- Empieza cada problema nombrando el régimen de flujo: incompresible o compresible (número de Mach), no viscoso o viscoso (número de Reynolds).
- Dibuja un volumen de control o una línea de corriente antes de escribir una ecuación, y di qué ley de conservación usas.
- Adimensionaliza: trabaja con coeficientes (C_L, C_D, C_p) y parámetros de semejanza (Re, M), y luego vuelve a las fuerzas.
- Comprueba los límites: con ángulo de ataque cero un perfil simétrico tiene sustentación cero; al crecer el alargamiento, la resistencia inducida baja.
- Usa unidades SI: Pa, kg/m³, m/s, N; convierte nudos y pies al principio.
- Haz cada ejercicio en papel antes de abrir la respuesta, y repite los cuestionarios unos días después.

Qué necesitas

- Un ordenador o tableta para NASA FoilSim y las simulaciones gratuitas de fluidos de PhET (funcionan en el navegador).
- Papel de impresora, cinta adhesiva, clips, tijeras y una regla para los planeadores de papel.
- Filtros de café de papel (cónicos o de cesta) y una cinta métrica para las pruebas de resistencia.
- Un teléfono con cronómetro y vídeo a cámara lenta.
- Una hoja de cálculo para las prácticas de atmósfera, polar de resistencia y actuaciones.

Calendario sugerido de 15 semanas

Unas 6 a 9 horas por semana: lectura, problemas de práctica y, en las semanas de laboratorio, el laboratorio.

Semana	Unidad	Temas	Lectura
1	Propiedades de los fluidos y la atmósfera estándar	Propiedades de los fluidos, gas ideal, velocidad del sonido, atmósfera estándar; Práctica A	NASA Glenn atmosphere; MIT Unified
2	Estática de fluidos, ecuación de Bernoulli y medición de la velocidad del aire	Bernoulli, presión dinámica, venturi, Pitot-estática; Práctica B	NASA Glenn; OpenStax UP1 14.6
3	Leyes de conservación: masa, cantidad de movimiento y energía; volúmenes de control y teoría de la cantidad de movimiento	Volúmenes de control: masa y cantidad de movimiento; resistencia de estela	MIT 16.100; UP1 14.5
4	Leyes de conservación: masa, cantidad de movimiento y energía; volúmenes de control y teoría de la cantidad de movimiento	Ecuaciones diferenciales del movimiento; teoría de la cantidad de movimiento de rotores	MIT Unified
5	Flujo potencial y el teorema de Kutta–Joukowski	Vorticidad, circulación, función potencial y de corriente, flujos elementales	MIT 16.100
6	Flujo potencial y el teorema de Kutta–Joukowski	Flujo alrededor de un cilindro, d’Alembert, Kutta–Joukowski	MIT 16.100
7	Perfiles aerodinámicos y coeficientes de sustentación, resistencia y momento	Geometría del perfil, coeficientes, curva de sustentación, entrada en pérdida; práctica para el parcial	NASA Glenn; FoilSim

Semana	Unidad	Temas	Lectura
8	Teoría de perfiles delgados	Teoría de perfiles delgados y métodos de paneles; Práctica C	MIT 16.100; FoilSim
9	Alas finitas y resistencia inducida	Downwash, teoría de la línea sustentadora, alas elípticas	MIT 16.100; NASA Glenn
10	Alas finitas y resistencia inducida	Resistencia inducida, alargamiento, winglets; Práctica D	NASA Glenn
11	Flujo viscoso, número de Reynolds y capas límite	Número de Reynolds, capas límite, fricción superficial, desprendimiento; Práctica E	NASA Glenn; UP1 14.7
12	Flujo compresible: relaciones isentrópicas y ondas de choque	Flujo isentrópico y toberas	NASA Glenn
13	Flujo compresible: relaciones isentrópicas y ondas de choque	Choques normales, Mach crítico, perfiles supercríticos	NASA Glenn; MIT 16.100
14	Actuaciones del avión: polar de resistencia, planeo, alcance y autonomía	Polar de resistencia, planeo, resistencia mínima	MIT Unified
15	Actuaciones del avión: polar de resistencia, planeo, alcance y autonomía	Alcance y autonomía de Breguet; Práctica F; práctica para el final	MIT Unified

Tu progreso

Marca las unidades y los laboratorios al terminarlos y haz los cuestionarios. El progreso y las puntuaciones se guardan solo en este navegador y nunca se nos envían.

Unidades

Propiedades de los fluidos y la atmósfera estándar

El aire como medio continuo, presión, densidad, temperatura y viscosidad, la ley de los gases ideales, la velocidad del sonido, la hidrostática en la atmósfera, la atmósfera estándar y sus capas, y por qué las fuerzas aerodinámicas dependen de la densidad.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Usar la ley de los gases ideales para relacionar p, ρ y T.
- Calcular la velocidad del sonido y el número de Mach.
- Usar el modelo de atmósfera estándar para hallar las propiedades en altitud.
- Explicar cómo la densidad cambia la sustentación y la resistencia con la altitud.

Conceptos clave

- El aire se comporta como un medio continuo cuando la escala del flujo es mucho mayor que la distancia entre moléculas. Su estado lo fijan la presión p, la densidad ρ y la temperatura T, relacionadas por la ley de los gases ideales p = ρRT con R = 287 J/(kg·K).
- La viscosidad μ mide la fricción interna; importa cerca de las superficies (unidad 8). La viscosidad cinemática es ν = μ/ρ.
- La velocidad del sonido a = √(γRT) depende solo de la temperatura para un gas dado; número de Mach M = V/a.
- Hidrostática: dp/dh = −ρg. La presión baja con la altitud porque hay menos aire encima. En la troposfera estándar (0–11 km) la temperatura baja linealmente con un gradiente de unos 6.5 K/km; en la estratosfera baja es casi constante.
- Las fuerzas aerodinámicas escalan con la densidad, así que un avión en altitud debe volar más rápido, o con un coeficiente de sustentación mayor, para generar la misma sustentación.

Ecuaciones clave

$$p = \rho R T$$

`p=ρ RT`

Ley de los gases ideales

$$a = \sqrt{\gamma R T}, \quad M = \frac{V}{a}$$

`a=γ RT,\ \ M=V/a`

Velocidad del sonido y número de Mach

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

dp/dh=-ρ g

Ecuación hidrostática

$$T = T_0 - \lambda h$$

T=T_0- h

Temperatura en la troposfera (gradiente λ)

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 1.1 Halla la densidad del aire al nivel del mar con p = 101325 Pa y T = 288.15 K.

1. ρ = p/(RT) = 101,325/(287 × 288.15).

Respuesta: ρ = 1.225 kg/m³.

Ejemplo 1.2 Usa el modelo de atmósfera métrico de NASA Glenn para hallar T, p y ρ a 11000 m.

1. T = 15.04 − 0.00649 × 11,000 = −56.35 °C.
2. p = 101.29 × [(T + 273.1)/288.08]^5.256 = 22.71 kPa.
3. ρ = p/[0.2869 × (T + 273.1)].

Respuesta: T = −56.35 °C, p = 22.71 kPa, ρ = 0.3652 kg/m³, alrededor del 29.8 % de la densidad al nivel del mar.

Ejemplo 1.3 Halla la velocidad del sonido al nivel del mar (288.15 K) y a 11 km (216.8 K), y el número de Mach de un reactor que vuela a 250 m/s a 11 km.

1. a_0 = √(1.4 × 287 × 288.15).
2. a = √(1.4 × 287 × 216.8).
3. M = 250/a.

Respuesta: a_0 = 340.3 m/s, a = 295.1 m/s, M = 0.847.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla ρ para $p = 80$ kPa y $T = 270$ K.

   $\rho = 80{,}000/(287 \times 270) = 1.032$ kg/m³.

2. Convierte 450 nudos a m/s.

   $450 \times 0.514444 = 231.5$ m/s.

3. Halla ν al nivel del mar.

   $\nu = 1.789 \times 10^{-5}/1.225 = 1.460 \times 10^{-5}$ m²/s.

4. ¿Cuál es la temperatura a 5000 m en el modelo de la NASA?

   $15.04 - 32.45 = -17.41$ °C.

Ideas erróneas comunes

Mito: La presión del aire baja porque el aire se enfría.
En realidad: Baja porque hay menos aire encima; la temperatura influye en la rapidez.

Mito: La velocidad del sonido depende de la presión.
En realidad: En un gas ideal solo depende de la temperatura.

Mito: La densidad es la misma a todas las altitudes en flujo a baja velocidad.
En realidad: El flujo a baja velocidad es localmente incompresible, pero la densidad sigue cambiando con la altitud.

Tarjetas de estudio

Gas ideal

$p = \rho RT$.

Velocidad del sonido

$a = \sqrt{(\gamma RT)}$.

Número de Mach

$M = V/a$.

Hidrostática

$dp/dh = -\rho g$.

Gradiente térmico

Unos 6.5 K/km en la troposfera.

Viscosidad cinemática

$\nu = \mu/\rho$.

Cuestionario de autoevaluación

1. La ley de los gases ideales es...

$p = \rho RT$

$p = \rho gh$

$p = \frac{1}{2}\rho V^2$

$p = RT/\rho$

$p = \rho RT$. Ecuación de estado.

2. La velocidad del sonido depende de...

la presión

la temperatura

solo la densidad

la velocidad

la temperatura. $a = \sqrt{(\gamma RT)}$.

3. En la estratosfera baja la temperatura estándar está...

subiendo rápido

casi constante

bajando rápido

cero

casi constante. Modelo de la NASA: −56.46 °C de 11 a 25 km.

4. Con la mitad de densidad, la misma sustentación con el mismo C_L requiere una velocidad mayor en un factor...

2×

√2×

4×

½×

√2×. L ∝ ρV².

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La Beginner's Guide de NASA Glenn explica que la atmósfera es una capa de aire extremadamente delgada, que la presión baja con la altitud porque siempre hay menos aire encima, y que las fuerzas aerodinámicas dependen directamente de la densidad del aire. Su modelo de atmósfera estándar, usado en el simulador FoilSim, tiene una troposfera desde la superficie hasta 11000 m donde la temperatura baja linealmente, una estratosfera baja de 11000 a 25000 m a −56.46 °C constantes, y una estratosfera alta por encima.

Los aviones comerciales vuelan en crucero cerca del techo de la troposfera, donde la densidad es solo de alrededor del 30 % de la del nivel del mar, así que la resistencia a una velocidad dada es mucho menor; esa es una gran razón por la que la altitud de crucero importa para el consumo de combustible. El mismo modelo, con valores de Marte, explica por qué el helicóptero Ingenuity de la NASA tenía que girar sus rotores tan rápido: la NASA señala que la atmósfera marciana tiene menos del 1 por ciento de la densidad de la terrestre.

En Saving Planets: Introducción a la ingeniería aeroespacial · Observación de la Tierra

Fuentes: NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html) · NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html): Ajustes de curvas de la atmósfera estándar.
- NASA Glenn: Beginner's Guide to Aeronautics (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/short.html): Guía gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Apuntes de propiedades de fluidos y termodinámica.
- PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure): Presión hidrostática de forma interactiva.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 2 · SEMANA 2

Estática de fluidos, ecuación de Bernoulli y medición de la velocidad del aire

Presión estática, dinámica y total, la ecuación de Bernoulli y sus hipótesis, el venturi, los tubos Pitot-estáticos y la velocidad (indicada, equivalente y verdadera), los manómetros y el coeficiente de presión.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Indicar cuándo se aplica la ecuación de Bernoulli.
- Calcular la presión dinámica y la velocidad a partir de una lectura Pitot-estática.
- Analizar un venturi con continuidad y Bernoulli.
- Usar el coeficiente de presión C_p.

Conceptos clave

- A lo largo de una línea de corriente en flujo estacionario, no viscoso e incompresible, $p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0$ es constante: la presión estática más la dinámica es igual a la presión total (de remanso).
- La presión dinámica $q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$ fija la escala de toda fuerza aerodinámica; las fuerzas se escriben como coeficiente × q × área.
- Un tubo Pitot-estático mide $p_0 - p$, así que $V = \sqrt{2(p_0 - p)/\rho}$. Los anemómetros suponen la densidad al nivel del mar y marcan la velocidad equivalente; la velocidad verdadera es mayor en altitud en un factor $\sqrt{\rho_0/\rho}$.
- La continuidad $A_1V_1 = A_2V_2$ más Bernoulli explica el venturi: donde el área se reduce, la velocidad sube y la presión baja.
- Coeficiente de presión $C_p = (p - p_\infty)/q_\infty = 1 - (V/V_\infty)^2$ en flujo incompresible; $C_p = 1$ en un punto de remanso.

Ecuaciones clave

$$p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0$$

`p+12ρ V^2=p_0`

Ecuación de Bernoulli

$$q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

`q=12ρ V^2`

Presión dinámica

$$V = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}}$$

`V=(2(p_0-p))/(ρ)`

Velocidad Pitot-estática

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2$$

`C_p=(p-p_∞)/(q_∞)=1-((V)/(V_∞))^2`

Coeficiente de presión

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 2.1 Un tubo Pitot-estático al nivel del mar marca $p_0 - p = 1500$ Pa. Halla la velocidad.

1. $V = \sqrt{(2 \times 1500/1.225)}$.

Respuesta: V = 49.5 m/s.

Ejemplo 2.2 Un venturi en un túnel de viento reduce el área a la mitad. Aguas arriba $V_1 = 10$ m/s al nivel del mar. Halla V_2 y la caída de presión.

1. $V_2 = 2 \times 10 = 20$ m/s (continuidad).
2. $\Delta p = ½ \times 1.225 \times (20^2 - 10^2)$.

Respuesta: $V_2 = 20$ m/s, $\Delta p = 183.8$ Pa.

Ejemplo 2.3 Un avión comercial vuela con una velocidad equivalente de 140 m/s a 11 km ($\rho = 0.3652$ kg/m³). Halla la presión dinámica y la velocidad verdadera.

1. $q = ½ \times 1.225 \times 140^2$ (la velocidad equivalente usa la densidad al nivel del mar).
2. $V_{true} = 140 \times \sqrt{(1.225/0.3652)}$.

Respuesta: q = 12.0 kPa, $V_{true} = 256.4$ m/s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla q a 100 m/s al nivel del mar.

   6125 Pa.

2. Halla C_p donde la velocidad local es 1.5 V∞.

   1 − 2.25 = −1.25.

3. Un manómetro de agua marca 50 mm. Halla la diferencia de presión (ρ_water = 1000 kg/m³).

   1000 × 9.81 × 0.05 = 490.5 Pa.

4. ¿Qué C_p tiene un punto de remanso?

   1.

Ideas erróneas comunes

Mito: Bernoulli se aplica en todas partes en cualquier flujo.

En realidad: Necesita flujo estacionario, no viscoso e incompresible a lo largo de una línea de corriente (o flujo irrotacional).

Mito: La sustentación se produce porque el aire tarda lo mismo por arriba y por abajo.

En realidad: No hay regla de igual tiempo de tránsito; el flujo superior es aún más rápido, y la circulación explica la sustentación (unidad 5).

Mito: La velocidad indicada es igual a la velocidad verdadera.

En realidad: En altitud la velocidad verdadera es mucho mayor.

Tarjetas de estudio

Bernoulli

$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_0$.

Presión dinámica

$q = \frac{1}{2}\rho V^2$.

Pitot-estático

$V = \sqrt{(2\Delta p/\rho)}$.

Venturi

Menor área, mayor velocidad, menor presión.

C_p

$(p - p_\infty)/q_\infty$.

Velocidad verdadera

$V_e \sqrt{(\rho_0/\rho)}$.

Cuestionario de autoevaluación

1. La presión total es igual a…

p − q

p + q

solo q

ρRT

p + q. Estática más dinámica.

2. Un tubo de Pitot mide…

solo la presión estática

la presión total

la temperatura

la densidad

la presión total. Mira de frente al flujo.

3. Duplicar la velocidad multiplica q por…

2

4

√2

8

4. $q \propto V^2$.

4. El C_p en un punto de remanso es…

0

1

−1

2

1. V = 0.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La presión dinámica es la razón por la que volar en Marte es tan difícil. La NASA informa que Ingenuity voló en una atmósfera con menos del 1 por ciento de la densidad de la terrestre, con rotores de algo menos de 1.2 m de punta a punta y una masa de 1.8 kg. Con el 1 % de la densidad terrestre, la misma presión dinámica requiere √100 = 10 veces la velocidad.

La NASA dice que Ingenuity completó 72 vuelos entre el 19 de abril de 2021 y el 18 de enero de 2024, acumulando 128.8 minutos en el aire, recorriendo 17.0 km y alcanzando altitudes de hasta 24.0 m. Lograrlo exigió entender $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ mejor que nunca, que es también lo que permite diseñar aviones y aerogeneradores terrestres para el aire más fino en altitud.

En Saving Planets: Espacio · Calculadora de potencia de rotor en vuelo estacionario

Fuentes: NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/) · NASA Glenn: Pitot-static tube (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/pitot.html)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn: la ecuación de Bernoulli (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/bern.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA Glenn: Pitot-static tube (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/pitot.html): Cómo se mide la velocidad del aire.
- OpenStax UP1, 14.6 Bernoulli's equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): Sección de libro de texto gratuita.
- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): Interactivo.

Ver la clase

Fluid Dynamics and Statics and Bernoulli's Equation (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-20) (en inglés)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. Licencia: CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · Condiciones de uso (https://oyc.yale.edu/terms). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

- [ ] **Terminé esta unidad**

Leyes de conservación: masa, cantidad de movimiento y energía; volúmenes de control y teoría de la cantidad de movimiento

Descripciones lagrangiana y euleriana, la derivada sustancial, la conservación integral de masa, cantidad de movimiento y energía para un volumen de control, la continuidad diferencial, la ecuación de Euler, la resistencia a partir de un sondeo de estela y la teoría del disco actuador para hélices y rotores.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Aplicar la conservación integral de masa y cantidad de movimiento a un volumen de control.
- Deducir las ecuaciones de continuidad y de Euler en forma diferencial.
- Hallar la resistencia a partir de un perfil de velocidad de estela.
- Usar la teoría de la cantidad de movimiento para estimar el empuje de un rotor y la potencia en vuelo estacionario.

Conceptos clave

- Masa: ∂/∂t∫ρ dV + ∮ρV·dA = 0. En flujo estacionario, masa que entra = masa que sale: ṁ = ρAV es constante a lo largo de un tubo de corriente.
- Cantidad de movimiento: la fuerza neta sobre un volumen de control (fuerzas de presión, de volumen y de superficie) es igual al flujo neto de cantidad de movimiento que sale más la tasa de cambio en el interior: ΣF = ∮(ρV·dA)V en flujo estacionario.
- Formas diferenciales: ∂ρ/∂t + ∇·(ρV) = 0; en flujo incompresible ∇·V = 0. La ecuación de Euler ρ DV/Dt = −∇p + ρg es la ley de Newton para una partícula de fluido no viscoso; integrarla a lo largo de una línea de corriente da Bernoulli.
- Resistencia a partir de la estela: un cuerpo frena el aire detrás de él; el déficit de cantidad de movimiento en la estela es igual a la resistencia, D' = ρ∫u(V∞ − u) dy por unidad de envergadura.
- Teoría del disco actuador (cantidad de movimiento): un rotor de área A que produce un empuje T induce una velocidad v = √(T/(2ρA)) en el disco; la potencia ideal en vuelo estacionario es P = T^(3/2)/√(2ρA). Los rotores reales necesitan más; la razón es la figura de mérito.

Ecuaciones clave

$$\dot{m} = \rho A V = \text{const}$$

`m=ρ AV=const`

Conservación de la masa en régimen estacionario

$$\sum \mathbf{F} = \oint (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) \mathbf{V}$$

F=(ρ V· d A) V

Cantidad de movimiento en régimen estacionario (volumen de control)

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

Continuidad incompresible

$$P_{ideal} = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}}$$

P_ideal=^3/22ρ A

Potencia ideal en vuelo estacionario (teoría de la cantidad de movimiento)

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 3.1 Aire a 1.225 kg/m³ fluye a 20 m/s por un conducto de 0.5 m². Halla el caudal másico y la velocidad donde el conducto se estrecha a 0.2 m².

1. $\dot{m}$ = 1.225 × 0.5 × 20 = 12.25 kg/s.
2. V_2 = 20 × 0.5/0.2.

Respuesta: $\dot{m}$ = 12.25 kg/s, V_2 = 50 m/s.

Ejemplo 3.2 Un helicóptero de 1000 kg está en vuelo estacionario al nivel del mar con un rotor de 10 m de diámetro. Halla la velocidad inducida y la potencia ideal en vuelo estacionario.

1. T = 9810 N; A = π × 5² = 78.54 m².
2. v = √(9810/(2 × 1.225 × 78.54)) = 7.14 m/s.
3. P = Tv.

Respuesta: v = 7.14 m/s, P = 70.0 kW (ideal).

Ejemplo 3.3 Un sondeo de estela detrás de un cuerpo 2D (nivel del mar, V∞ = 30 m/s) encuentra un déficit equivalente a ∫u(V∞ − u)dy = 6 m³/s². Halla la resistencia por unidad de envergadura.

1. D' = ρ∫u(V∞ − u) dy = 1.225 × 6.

Respuesta: D' = 7.35 N/m.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Es V = (x, −y) incompresible?

   Sí: ∂u/∂x + ∂v/∂y = 1 − 1 = 0.

2. El empuje de un rotor se duplica. ¿Cuánto crece la potencia ideal en vuelo estacionario?

   2^1.5 = 2.83 veces.

3. Duplicar el área del rotor con empuje fijo cambia la potencia ideal en vuelo estacionario en...

   1/√2 = 0.707 veces.

4. Un chorro de agua (ρ = 1000) con A = 0.01 m² y V = 10 m/s choca de frente contra una pared. Halla la fuerza.

   F = ρAV² = 1000 N.

Ideas erróneas comunes

Mito: La conservación de la cantidad de movimiento ignora la presión.

En realidad: Hay que incluir las fuerzas de presión sobre la superficie del volumen de control.

Mito: Un rotor más grande necesita más potencia para el vuelo estacionario.

En realidad: Con el mismo empuje, un disco más grande necesita menos potencia inducida.

Mito: Flujo estacionario significa que el fluido no acelera.

En realidad: Las partículas pueden acelerar (aceleración convectiva) aunque el campo no cambie en el tiempo.

Tarjetas de estudio

Caudal másico

ṁ = ρAV.

Continuidad

∇·V = 0 (incompresible).

Ecuación de Euler

ρDV/Dt = −∇p + ρg.

Resistencia de estela

D' = ρ∫u(V∞ − u)dy.

Velocidad inducida

$v = \sqrt{(T/2\rho A)}$.

Potencia en vuelo estacionario

$T^{(3/2)}/\sqrt{(2\rho A)}$.

Cuestionario de autoevaluación

1. En flujo incompresible, la continuidad se convierte en...

$\nabla \cdot V = 0$

$\nabla \times V = 0$

$\rho = 0$

$p = const$

$\nabla \cdot V = 0$. La densidad es constante.

2. La resistencia obtenida de un sondeo de estela proviene de...

la energía de la estela

el déficit de cantidad de movimiento

la temperatura

la sustentación

el déficit de cantidad de movimiento. Balance de cantidad de movimiento.

3. La potencia ideal en vuelo estacionario escala con el empuje como...

T

$T^{1.5}$

T^2

$\sqrt{T}$

$T^{1.5}$. $P = T^{(3/2)}/\sqrt{(2\rho A)}$.

4. La ecuación de Euler es la ley de Newton para...

un fluido viscoso

una partícula de fluido no viscoso

un sólido rígido

un choque

una partícula de fluido no viscoso. Solo presión y gravedad.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La teoría de la cantidad de movimiento muestra por qué Ingenuity fue una hazaña. La NASA indica una masa de 1.8 kg, rotores de unos 1.2 m de punta a punta y una potencia media de vuelo de unos 350 W, procedente de un panel solar que carga baterías de iones de litio para un vuelo de 90 segundos por día marciano. Con la gravedad de Marte (3.71 m/s^2, un valor de libro de texto), el empuje necesario es 6.68 N.

Tomando una densidad marciana de ejemplo de 0.0115 kg/m^3 (dentro del «menos del 1 por ciento» de la terrestre que da la NASA) y un solo disco de 1.2 m, la teoría de la cantidad de movimiento da una potencia ideal en vuelo estacionario de unos 107 W; los 350 W que informa la NASA cubren además las pérdidas reales del rotor (resistencia de perfil, pérdidas en punta, flujo de entrada no uniforme), el ascenso y los sistemas de a bordo. La misma ecuación dimensiona los rotores de taxis aéreos eléctricos y drones en la Tierra, y es la base de la calculadora de potencia de rotor en vuelo estacionario de este sitio.

En Saving Planets: Calculadora de potencia de rotor en vuelo estacionario · Dinámica

Fuentes: NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/) · MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn: Conservation of mass (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mass.html): Página gratuita de la NASA.
- OpenStax UP1, 14.5 Fluid dynamics (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-5-fluid-dynamics): Caudal y continuidad.

- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Volúmenes de control y teoría de la cantidad de movimiento.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Leyes de conservación en forma diferencial.

Ver la clase

Work-Energy Theorem and Law of Conservation of Energy (https://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-5) (en inglés)

Ramamurti Shankar, PHYS 200 Fundamentals of Physics I, Open Yale Courses. Licencia: CC BY-NC-SA 3.0 US (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/us/) · Condiciones de uso (https://oyc.yale.edu/terms). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Flujo potencial y el teorema de Kutta–Joukowski

Vorticidad y circulación, flujo irrotacional, el potencial de velocidad y la función de corriente, la ecuación de Laplace y la superposición, flujo uniforme, fuentes, sumideros, dobletes y torbellinos, flujo alrededor de un cilindro con y sin circulación, la paradoja de d’Alembert y el teorema de sustentación de Kutta–Joukowski.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Relacionar vorticidad, circulación y flujo irrotacional.
- Construir flujos superponiendo soluciones elementales de la ecuación de Laplace.
- Hallar la distribución de presión sobre un cilindro.
- Aplicar L' = ρ∞V∞Γ.

Conceptos clave

- La vorticidad ω = ∇ × V es el doble de la velocidad de rotación local. La circulación Γ = −∮V·ds alrededor de una curva cerrada es igual al flujo de vorticidad a través de ella (teorema de Stokes; en aerodinámica se toma positivo el sentido horario).
- Si ω = 0 el flujo es irrotacional y V = ∇φ. Con ∇·V = 0, φ cumple la ecuación de Laplace ∇²φ = 0, que es lineal, así que las soluciones se suman (superposición). En 2D la función de corriente ψ cumple u = ∂ψ/∂y, v = −∂ψ/∂x, y las líneas de ψ constante son líneas de corriente.
- Flujos elementales: flujo uniforme φ = V∞x; fuente de intensidad Λ, V_r = Λ/(2πr); doblete, el límite de un par fuente–sumidero; torbellino puntual, V_θ = −Γ/(2πr).
- Flujo uniforme más un doblete da el flujo alrededor de un cilindro de radio R: velocidad en la superficie V_θ = −2V∞ sin θ, así que C_p = 1 − 4 sin²θ. La presión es simétrica, así que no hay resistencia (paradoja de d’Alembert) ni sustentación.
- Añadir un torbellino hace el flujo asimétrico y produce una sustentación por unidad de envergadura L' = ρ∞V∞Γ, el teorema de Kutta–Joukowski. Vale para cualquier cuerpo 2D: la sustentación siempre está ligada a la circulación.

Ecuaciones clave

$$\omega = \nabla \times \mathbf{V}, \;\; \Gamma = -\oint \mathbf{V} \cdot d\mathbf{s}$$

```
ω=× V,\ \ =- V· d s
```

Vorticidad y circulación

$$\nabla^2 \phi = 0$$

Ecuación de Laplace

$$C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

C_p=1-4^2θ

Presión superficial en un cilindro sin sustentación

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma$$

L'=ρ_∞ V_∞

Teorema de Kutta–Joukowski

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 4.1 Halla la velocidad superficial máxima y el C_p mínimo en un cilindro sin sustentación en una corriente de 20 m/s.

1. |V_θ| = 2V∞|sin θ| es máxima en θ = 90°.
2. C_p = 1 − 4 × 1.

Respuesta: V_max = 40 m/s; C_p,min = −3.

Ejemplo 4.2 Un cilindro giratorio al nivel del mar en una corriente de 50 m/s tiene circulación Γ = 20 m²/s. Halla la sustentación por metro de envergadura.

1. L' = 1.225 × 50 × 20.

Respuesta: L' = 1225 N/m.

Ejemplo 4.3 Halla la velocidad inducida por un torbellino puntual de Γ = 20 m²/s a una distancia de 1 m.

1. V_θ = Γ/(2πr) = 20/(2π).

Respuesta: 3.183 m/s.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Dónde es C_p = 0 en un cilindro sin sustentación?

   $\sin^2\theta = 0.25$, así que $\theta = 30°, 150°, 210°, 330°$.

2. ¿Es $\varphi = x^2 - y^2$ un potencial válido?

   Sí: $\nabla^2\varphi = 2 - 2 = 0$.

3. ¿Qué sustentación produce un cilindro giratorio de 2 m de envergadura del ejemplo resuelto?

   2450 N.

4. ¿Qué resistencia predice el flujo potencial sobre un cilindro?

   Cero, la paradoja de d’Alembert; la resistencia real viene de la viscosidad.

Ideas erróneas comunes

Mito: El flujo potencial es inútil porque no predice resistencia.
En realidad: Predice bien la sustentación y la presión dondequiera que la capa límite siga adherida.

Mito: Circulación significa que el aire da vueltas en círculos alrededor del ala.
En realidad: Es un valor neto de la integral de línea; las partículas no orbitan el ala.

Mito: La superposición funciona para cualquier ecuación de flujo.
En realidad: Funciona porque la ecuación de Laplace es lineal.

Tarjetas de estudio

Vorticidad

$\omega = \nabla \times V$.

Circulación

$\Gamma = -\oint V \cdot ds$.

Laplace

$\nabla^2\varphi = 0$.

Torbellino puntual

$V_\theta = \Gamma/2\pi r$.

C_p del cilindro

$1 - 4\sin^2\theta$.

Kutta–Joukowski

$L' = \rho V \Gamma$.

Cuestionario de autoevaluación

1. Flujo irrotacional significa...

$\omega = 0$

$\Gamma = 0$ en todas partes

$\nabla \cdot V = 0$

sin viscosidad

$\omega = 0$. Vorticidad nula.

2. La sustentación por unidad de envergadura es igual a...

$\rho V^2 \Gamma$

$\rho V \Gamma$

$\frac{1}{2}\rho V^2$

$\Gamma / \rho V$

$\rho V \Gamma$. Kutta–Joukowski.

3. El C_p mínimo en un cilindro sin sustentación es...

-1

-3

0

-4

-3. 1 − 4.

4. Flujo uniforme más un doblete modela...

un perfil

un cilindro

una esfera

un torbellino

un cilindro. Cilindro sin sustentación.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El Departamento de Energía de EE. UU. explica que las palas de un aerogenerador funcionan de forma muy parecida a un ala de avión o a la pala del rotor de un helicóptero: la presión del aire baja en un lado de la pala, y la diferencia de presión a través de ella crea sustentación y resistencia. Como la sustentación es mayor que la resistencia, el rotor gira y mueve un generador.

El DOE señala que los aerogeneradores terrestres van de 100 kilovatios a varios megavatios y que los marinos suelen ser mayores, más altos que la Estatua de la Libertad. Los diseñadores de palas usan las ideas de circulación y sustentación de esta unidad, con la teoría del elemento de pala y cantidad de movimiento basada en la unidad 3, para dar forma a cada sección de la pala de modo que extraiga del viento la mayor potencia posible.

En Saving Planets: Soluciones · Física II

Fuentes: DOE de EE. UU.: ¿cómo funcionan los aerogeneradores? (en inglés) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Clases sobre flujo potencial.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Observa la circulación y la sustentación.
- NASA Glenn: Lift from flow turning (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil2.html): Por qué se desvía el flujo.
- NASA Glenn: Incorrect lift theory (equal transit) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil3.html): Ideas erróneas comunes.

Terminé esta unidad

Perfiles aerodinámicos y coeficientes de sustentación, resistencia y momento

Geometría del perfil y designaciones NACA, ángulo de ataque, coeficientes de sustentación, resistencia y momento, la curva de sustentación y la entrada en pérdida, centro de presiones y centro aerodinámico, la condición de Kutta y cómo las distribuciones de presión generan sustentación.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Describir la geometría de un perfil: cuerda, curvatura y espesor.
- Calcular fuerzas con L = qSC_L y D = qSC_D.
- Leer una curva de sustentación: pendiente, ángulo de sustentación nula y entrada en pérdida.
- Hallar la velocidad de pérdida y el coeficiente de sustentación necesario.

Conceptos clave

- Un perfil tiene una cuerda c del borde de ataque al de salida, una línea media de curvatura y una distribución de espesor. En un nombre NACA de 4 dígitos como 2412, el primer dígito es la curvatura máxima (2 % de la cuerda), el segundo su posición (40 % de la cuerda) y los dos últimos el espesor (12 %).
- Las fuerzas se adimensionalizan: C_L = L/(qS), C_D = D/(qS), C_M = M/(qSc). Para una sección 2D se usan minúsculas c_l, c_d, c_m por unidad de envergadura.
- La curva de sustentación c_l(α) es casi una recta hasta la pérdida, cuando la capa límite se desprende del extradós y la sustentación cae. Los perfiles curvados generan sustentación con ángulo de ataque cero, así que su ángulo de sustentación nula α_L=0 es negativo.
- La condición de Kutta dice que el flujo abandona suavemente el borde de salida afilado; fija la circulación y, por tanto, la sustentación.
- El centro de presiones se desplaza con α; el centro aerodinámico (cerca del cuarto de cuerda a baja velocidad) es el punto donde el momento no cambia con α, lo que lo hace útil para la estabilidad.

Ecuaciones clave

$$L = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_L$$

L=12ρ V^2SC_L

Ecuación de sustentación

$$D = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S C_D$$

D=12ρ V^2SC_D

Ecuación de resistencia

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L,max}}}$$

V_stall=2Wρ SC_L,max

Velocidad de pérdida

$$C_M = \frac{M}{qSc}$$

C_M=M/qSc

Coeficiente de momento

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 5.1 Un ala de S = 16 m² vuela a 60 m/s al nivel del mar con C_L = 0.5. Halla la sustentación.

1. q = ½ × 1.225 × 60² = 2205 Pa.
2. L = 2205 × 16 × 0.5.

Respuesta: L = 17,640 N.

Ejemplo 5.2 Un avión de 1000 kg con S = 16 m² vuela nivelado a 50 m/s al nivel del mar. Halla el C_L necesario.

1. W = 9810 N; q = 1531.25 Pa.
2. C_L = 9810/(1531.25 × 16).

Respuesta: C_L = 0.400.

Ejemplo 5.3 El mismo avión tiene C_L,max = 1.6. Halla la velocidad de pérdida al nivel del mar.

1. V = √(2 × 9810/(1.225 × 16 × 1.6)).

Respuesta: V_stall = 25.0 m/s (unos 48.6 nudos).

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Qué espesor tiene un NACA 0012?

   12 % de la cuerda, simétrico (sin curvatura).

2. ¿Sustentación a 1.5× la velocidad, mismo C_L?

   2.25 veces.

3. ¿Velocidad de pérdida del ejemplo resuelto a 11 km ($\rho = 0.3652$)?

   $25.0 \times \sqrt{(1.225/0.3652)} = 45.8$ m/s.

4. ¿Qué le pasa a la sustentación más allá de la pérdida?

   Cae al desprenderse el flujo; la resistencia sube bruscamente.

Ideas erróneas comunes

Mito: Un mayor ángulo de ataque siempre da más sustentación.
En realidad: Solo hasta la pérdida.

Mito: Los perfiles simétricos no pueden generar sustentación.
En realidad: Generan sustentación con ángulo de ataque positivo.

Mito: El centro de presiones es un punto fijo.
En realidad: Se desplaza con α; el centro aerodinámico no.

Tarjetas de estudio

Sustentación

$L = qSC_L$.

Resistencia

$D = qSC_D$.

Velocidad de pérdida

$\sqrt{(2W/\rho SC_{Lmax})}$.

NACA de 4 dígitos

Curvatura, posición, espesor.

Condición de Kutta

Flujo suave en el borde de salida.

Centro aerodinámico

Momento independiente de α.

Cuestionario de autoevaluación

1. C_L se define como...

L/q

L/(qS)

qS/L

L/S

L/(qS). La sustentación dividida entre q por el área.

2. El NACA 2412 tiene una curvatura máxima de...

2%

4%

12%

24%

2%. Primer dígito.

3. La entrada en pérdida se debe a...

ondas de choque

el desprendimiento del flujo

baja densidad

Re alto

el desprendimiento del flujo. La capa límite se desprende.

4. La condición de Kutta fija...

la resistencia

la circulación

Número de Mach

el espesor

la circulación. Flujo suave al salir del borde de salida.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA cuenta cómo su ingeniero Richard Whitcomb creó el perfil supercrítico: casi plano por arriba, redondeado por abajo, más grueso y con un borde de ataque romo. Cerca de la velocidad del sonido, unas 660 mph a altitud de crucero, un ala convencional forma una onda de choque estacionaria que añade resistencia; la nueva forma minimizó ese choque.

La NASA informa que las alas supercríticas aumentaron la eficiencia hasta un 15 %, también funcionan mejor a velocidades menores y permiten un ala más ligera. Se convirtieron en el estándar de la industria, y la NASA dice que ahorran miles de millones de dólares en combustible cada año. Dar forma a la distribución de presión de una sección, como en esta unidad, es como se reducen el combustible y las emisiones.

En Saving Planets: Introducción a la ingeniería aeroespacial · Soluciones

Fuentes: NASA: How a NASA engineer created the modern airplane wing (2016) (https://www.nasa.gov/aeronautics/how-a-nasa-engineer-created-the-modern-airplane-wing/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn: The lift equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/lifteq.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA Glenn: The drag equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/drageq.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Explora curvas de sustentación.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Clases sobre perfiles.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 6 · SEMANA 8

Teoría de perfiles delgados

Láminas de torbellinos, modelado de la línea media con una lámina de torbellinos, la condición de Kutta, la solución en serie de Fourier, la pendiente de sustentación de 2π por radián, el ángulo de sustentación nula de los perfiles curvados, el centro aerodinámico en el cuarto de cuerda y los métodos de paneles.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Modelar un perfil con una lámina de torbellinos sobre su línea media.
- Deducir c_l = 2πα para un perfil delgado simétrico.
- Hallar el coeficiente de sustentación de un perfil curvado a partir de α y α_L=0.
- Explicar por qué el centro aerodinámico está en el cuarto de cuerda.

Conceptos clave

- Una lámina de torbellinos de intensidad γ(s) por unidad de longitud crea un salto en la velocidad tangencial a su través. Colocar una sobre la línea media y exigir que la línea media sea una línea de corriente da una ecuación integral para γ.
- Con la condición de Kutta γ(TE) = 0 y una serie de Fourier en θ (x = c(1 − cos θ)/2), la solución da c_l = 2π(α − α_L=0): la pendiente de sustentación es 2π por radián (unos 0.11 por grado) para todo perfil delgado.
- Para un perfil simétrico α_L=0 = 0, c_m,c/4 = 0 y c_m,LE = −c_l/4, así que el centro de presiones está en el cuarto de cuerda. La curvatura desplaza α_L=0 hacia valores negativos y añade un c_m,c/4 constante de picado, pero el centro aerodinámico sigue en el cuarto de cuerda.
- Los perfiles reales de espesor moderado tienen pendientes de sustentación cercanas a 2π hasta que la capa límite empieza a desprenderse; la teoría de perfiles delgados no predice la pérdida ni la resistencia.
- Los métodos de paneles cubren la superficie real con muchos paneles de fuentes y torbellinos y resuelven numéricamente sus intensidades; así calculan los diseñadores la presión sobre cualquier forma, de palas a alas.

Ecuaciones clave

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

`c_l=2π(α-α_L=0)`

Sustentación de un perfil delgado

$$c_{m,c/4} = 0 \ (\text{symmetric})$$

c_m,c/4=0\ (symmetric)

Momento en el cuarto de cuerda

$$c_{m,LE} = -\frac{c_l}{4}$$

c_m,LE=-(c_l)/(4)

Momento en el borde de ataque (simétrico)

$$x = \frac{c}{2}(1 - \cos\theta)$$

x= c2(1-θ)

Transformación de Glauert

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 6.1 Halla c_l para un perfil delgado simétrico con α = 5°.

1. α = 0.08727 rad.
2. c_l = 2π × 0.08727.

Respuesta: c_l = 0.548.

Ejemplo 6.2 Un perfil curvado tiene α_L=0 = −2° (valor de ejemplo). Halla c_l con α = 4°.

1. α − α_L=0 = 6° = 0.10472 rad.
2. c_l = 2π × 0.10472.

Respuesta: c_l = 0.658.

Ejemplo 6.3 Para el perfil simétrico con α = 5°, halla c_m respecto al borde de ataque y el centro de presiones.

1. c_m,LE = −c_l/4 = −0.548/4.
2. x_cp = −c_m,LE c/c_l = c/4.

Respuesta: c_m,LE = −0.137; x_cp = 0.25c.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. ¿Qué ángulo da $c_l = 0.5$ en un perfil delgado simétrico?

   $0.5/(2\pi) = 0.0796$ rad $= 4.56°$.

2. ¿Pendiente de sustentación por grado?

   $2\pi \times \pi/180 = 0.1097$ por grado.

3. ¿Predice la teoría de perfiles delgados la entrada en pérdida?

   No; es no viscosa y lineal.

4. ¿Dónde está el centro aerodinámico de un perfil delgado curvado?

   En el cuarto de cuerda.

Ideas erróneas comunes

Mito: La curvatura cambia la pendiente de sustentación.
En realidad: En la teoría de perfiles delgados desplaza la curva; la pendiente sigue siendo 2π.

Mito: El centro de presiones está siempre en el cuarto de cuerda.
En realidad: Solo en un perfil simétrico; los perfiles curvados tienen un centro de presiones móvil.

Mito: 2π es por grado.
En realidad: Es por radián.

Tarjetas de estudio

Lámina de torbellinos

Salto de velocidad tangencial.

Sustentación

$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L0})$.

Momento (simétrico)

$c_{m,c/4} = 0$.

Momento en el borde de ataque

$-c_l/4$.

Glauert

$x = c(1 - \cos\theta)/2$.

Método de paneles

Paneles numéricos de fuentes y torbellinos.

Cuestionario de autoevaluación

1. La pendiente de sustentación de un perfil delgado es...

2π por grado

2π por radián

π por radián

4π

2π por radián. $c_l = 2\pi\alpha$.

2. La curvatura hace que $\alpha_{L=0}$...

positivo

negativo

cero

indefinido

negativo. Sustentación con ángulo cero.

3. El centro aerodinámico de un perfil delgado está en...

el borde de ataque

el cuarto de cuerda

la mitad de la cuerda

el borde de salida

el cuarto de cuerda. Resultado de la teoría.

4. La teoría de perfiles delgados modela el perfil con...

solo fuentes

una lámina de torbellinos

choques

capas límite

una lámina de torbellinos. Sobre la línea media.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El DOE explica que una pala de aerogenerador, como un ala de avión, genera sustentación por una diferencia de presión, y que una sustentación mayor que la resistencia es lo que hace girar el rotor. Cada sección de pala ve un ángulo de ataque local fijado por la velocidad del viento y su propia velocidad de giro, así que las palas se tuercen para que cada sección trabaje cerca de su ángulo de máxima relación sustentación-resistencia.

La teoría de perfiles delgados da la primera estimación de esa sustentación de sección: $c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$. Los métodos de paneles y los datos de túnel de viento la afinan. El DOE señala que los aerogeneradores terrestres van de 100 kilovatios a varios megavatios, así que unos pocos puntos porcentuales más de relación sustentación-resistencia de sección suponen mucha energía limpia extra a lo largo de la vida de una turbina.

En Saving Planets: Soluciones · Álgebra lineal

Fuentes: DOE de EE. UU.: ¿cómo funcionan los aerogeneradores? (en inglés) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Clases sobre teoría de perfiles delgados.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Compara la teoría con el simulador.
- NASA Glenn: Lift from flow turning (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/foil2.html): Página gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Fluidos de Unified Engineering.

☐ **Terminé esta unidad**

Alas finitas y resistencia inducida

Torbellinos de punta de ala y downwash, el ángulo de ataque inducido, la teoría de la línea sustentadora de Prandtl, la distribución elíptica de sustentación, la eficiencia de envergadura, la resistencia inducida C_Di = C_L²/(πeAR), la pendiente de sustentación del ala finita, el alargamiento, los winglets y las alas arriostradas.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Explicar cómo los torbellinos de punta crean downwash y resistencia inducida.
- Calcular la resistencia inducida con el factor de eficiencia de envergadura.
- Hallar la pendiente de sustentación del ala finita.
- Explicar cómo el alargamiento y los winglets reducen la resistencia inducida.

Conceptos clave

- En un ala finita, el aire a alta presión de abajo rodea las puntas hacia la parte superior a baja presión, formando torbellinos de estela. Estos inducen una velocidad hacia abajo (downwash) en el ala, inclinando el flujo local el ángulo inducido α_i.
- Inclinar el vector sustentación hacia atrás α_i crea una componente de resistencia: la resistencia inducida, el precio de generar sustentación con una envergadura finita. Es máxima a baja velocidad y C_L alto.
- La teoría de la línea sustentadora de Prandtl modela el ala como un torbellino ligado con una lámina de torbellinos de estela. Una distribución elíptica de sustentación da un downwash uniforme, α_i = C_L/(πAR), y la resistencia inducida mínima C_Di = C_L²/(πAR).
- Las alas reales tienen una eficiencia de envergadura e < 1: C_Di = C_L²/(πeAR). El alargamiento AR = b²/S es la palanca clave: duplicar AR reduce a la mitad la resistencia inducida.
- La pendiente de sustentación del ala finita es menor que 2π: a = a_0/(1 + a_0/(πeAR)). Los winglets y las alas largas y finas arriostradas reducen la resistencia inducida debilitando o repartiendo los torbellinos de punta.

Ecuaciones clave

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

```
AR=(b^2)/(S)
```

Alargamiento

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR}$$

`α_i=(C_L)/(π AR)`

Ángulo inducido (elíptico)

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi e A R}$$

`C_D_i=(C_L^2)/(π eAR)`

Resistencia inducida

$$a = \frac{a_0}{1 + a_0/(\pi e A R)}$$

`a=(a_0)/(1+a_0/(π eAR))`

Pendiente de sustentación del ala finita

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 7.1 Un ala con AR = 8 y e = 0.9 vuela con C_L = 0.5. Halla C_Di.

1. C_Di = 0.25/(π × 0.9 × 8).

Respuesta: C_Di = 0.01105.

Ejemplo 7.2 Halla la pendiente de sustentación de esa ala si a_0 = 2π por radián.

1. a = 2π/(1 + 2π/(π × 0.9 × 8)) = 6.2832/1.2778.

Respuesta: a = 4.917 por radián (0.0858 por grado).

Ejemplo 7.3 Halla el ángulo inducido de un ala elíptica (AR = 8) con C_L = 0.5.

1. α_i = 0.5/(π × 8) rad.

Respuesta: α_i = 0.01989 rad = 1.14°.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Un ala tiene b = 30 m y S = 100 m². Halla AR.

900/100 = 9.

2. Sube AR de 8 a 12 con los mismos e y C_L. ¿Nuevo C_{Di}?

   0.01105 × 8/12 = 0.00737.

3. ¿Cuándo es máxima la resistencia inducida?

   A baja velocidad y C_L alto, por ejemplo en el despegue y el ascenso.

4. ¿Qué e tiene un ala elíptica?

   e = 1.

Ideas erróneas comunes

Mito: La resistencia inducida viene de la fricción superficial.
En realidad: Es la inclinación hacia atrás de la sustentación por el downwash, un efecto no viscoso.

Mito: Un ala finita tiene la misma pendiente de sustentación que su perfil.
En realidad: Es menor debido al downwash.

Mito: Los winglets funcionan añadiendo superficie alar.
En realidad: Sobre todo debilitan los torbellinos de punta y su downwash.

Tarjetas de estudio

Downwash

Inducido por los torbellinos de estela.

Alargamiento

b^2/S.

Resistencia inducida

$C_L^2/(\pi eAR)$.

Ángulo inducido

$C_L/(\pi AR)$.

Eficiencia de envergadura

$e \leq 1$.

Pendiente del ala finita

$a_0/(1 + a_0/\pi eAR)$.

Cuestionario de autoevaluación

1. El coeficiente de resistencia inducida es...

$C_L/(\pi eAR)$

$C_L^2/(\pi eAR)$

$\pi eAR/C_L^2$

C_L^2AR

$C_L^2/(\pi eAR)$. Resultado de la línea sustentadora.

2. Duplicar el alargamiento cambia la resistencia inducida en...

×2

×½

×4

ninguna

×½. $C_{Di} \propto 1/AR$.

3. La resistencia inducida mínima se obtiene con una...

distribución de sustentación rectangular

distribución de sustentación elíptica

triangular

cargada en las puntas

distribución de sustentación elíptica. Downwash uniforme.

4. El alargamiento es...

S/b

b^2/S

c/b

b/c^2

b^2/S. La envergadura al cuadrado dividida entre la superficie.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

NASA Armstrong relata que los winglets volaron por primera vez en un KC-135 el 24 de julio de 1979; en 48 vuelos de prueba aumentaron la eficiencia de combustible entre un 6 y un 7 por ciento y redujeron la resistencia hasta un 7 por ciento. La NASA dice que hoy hay winglets en unos 10000 reactores, que han ahorrado más de 10 mil millones de galones de combustible de aviación y más de 130 millones de toneladas de dióxido de carbono.

El siguiente paso lleva el alargamiento aún más lejos. El contrato Sustainable Flight Demonstrator de la NASA de 2023 (425 millones de dólares de la NASA en siete años, unos 725 millones de los socios) es para un ala transónica arriostrada: alas extralargas y finas sostenidas por montantes, lo que según la NASA significa menos resistencia y, junto con otros avances, hasta un 30 % menos de consumo de combustible y emisiones. Es $C_Di = C_L^2/(\pi eAR)$ en acción.

En Saving Planets: Soluciones · Estática

Fuentes: NASA Armstrong: On the winglets of innovation (2023) (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/on-the-winglets-of-innovation-with-nasa-armstrong-2/) · NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html): Página gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Clases sobre la línea sustentadora.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Simulador.

Terminé esta unidad

Flujo viscoso, número de Reynolds y capas límite

La condición de no deslizamiento, el número de Reynolds y la semejanza, las ecuaciones de Navier–Stokes en palabras, las capas límite laminares y turbulentas, la solución de Blasius para la placa plana, la fricción superficial, la transición, el desprendimiento y la resistencia de presión, y el desglose de la resistencia de un avión.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Calcular el número de Reynolds y usarlo para la semejanza.
- Hallar el espesor de la capa límite y la resistencia de fricción en una placa plana.
- Distinguir capas límite laminares y turbulentas.
- Explicar el desprendimiento, la resistencia de presión y el desglose de la resistencia total.

Conceptos clave

- Un fluido viscoso se adhiere a una superficie (no deslizamiento), así que se forma una capa límite delgada donde la velocidad sube de cero a la del flujo exterior. Fuera de ella, la teoría no viscosa de las unidades 4–7 funciona bien.
- El número de Reynolds Re = ρVL/μ compara las fuerzas de inercia con las viscosas. Dos flujos geométricamente semejantes con igual Re (y número de Mach) tienen los mismos coeficientes; por eso funcionan los ensayos en túnel de viento.
- Las ecuaciones de Navier–Stokes añaden los esfuerzos viscosos a la ecuación de Euler. La simplificación de capa límite de Prandtl y la solución de Blasius dan, para una placa plana laminar, δ = 5.0x/√Re_x y C_f = 1.328/√Re_L.
- Por encima de un número de Reynolds de transición (unos 5 × 10⁵ en una placa plana lisa) la capa se vuelve turbulenta: más gruesa, con más fricción, C_f ≈ 0.074/Re_L^0.2, pero más resistente al desprendimiento.
- Con un gradiente de presión adverso la capa límite puede desprenderse, dejando una estela ancha y resistencia de presión. Resistencia total = fricción + resistencia de presión (de forma) + inducida + de onda (unidad 9).

Ecuaciones clave

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

Re=(ρ VL)/(μ)

Número de Reynolds

$$\delta = \frac{5.0x}{\sqrt{Re_x}}$$

`=5.0x_x`

Espesor de la capa límite laminar

$$C_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$$

`C_f=1.328_L`

Fricción laminar (Blasius)

$$C_f = \frac{0.074}{Re_L^{0.2}}$$

`C_f=0.074Re_L^0.2`

Fricción turbulenta (placa plana)

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 8.1 Halla el número de Reynolds de un ala de cuerda 1.5 m a 70 m/s al nivel del mar.

1. Re = 1.225 × 70 × 1.5/1.789 × 10^{-5}.

Respuesta: Re = 7.19 × 10^{6} (turbulento en la mayor parte de la cuerda).

Ejemplo 8.2 Compara los coeficientes de fricción laminar y turbulento con Re_L = 10^{6}, y el espesor de la capa límite en x = 1 m.

1. C_f laminar = 1.328/1000; C_f turbulento = 0.074/15.85.
2. δ_lam = 5.0/1000; δ_turb = 0.37/15.85.

Respuesta: C_f = 0.00133 vs 0.00467; δ = 5.0 mm vs 23.3 mm.

Ejemplo 8.3 Una placa plana de 1 m × 1 m a 30 m/s al nivel del mar se mantiene laminar (Re = 2.05 × 10^{6}, supuesto). Halla la resistencia de fricción en una cara.

1. q = ½ × 1.225 × 900 = 551.25 Pa.
2. C_f = 1.328/√(2.054 × 10^{6}) = 0.000927.
3. D = qSC_f.

Respuesta: D = 0.511 N.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Una maqueta a escala 1/10 debe igualar el Re en el mismo aire. ¿Qué velocidad?

   10 veces la velocidad a escala real (a menudo imposible, por eso se usan túneles presurizados o criogénicos).

2. ¿C_f crece o disminuye al subir Re?

   Disminuye tanto en capas laminares como turbulentas.

3. ¿Por qué las pelotas de golf tienen hoyuelos?

   Una capa límite turbulenta se desprende más tarde, lo que reduce la resistencia de presión.

4. Nombra cuatro componentes de la resistencia.

   Fricción, presión, inducida, de onda.

Ideas erróneas comunes

Mito: El flujo turbulento siempre implica más resistencia.

En realidad: Más fricción, pero a menudo menos resistencia de presión si se retrasa el desprendimiento.

Mito: La capa límite es gruesa.

En realidad: En un ala mide de milímetros a centímetros.

Mito: El número de Reynolds depende solo de la velocidad.

En realidad: Depende de la densidad, la velocidad, la longitud y la viscosidad.

Tarjetas de estudio

No deslizamiento

Velocidad nula en la pared.

Número de Reynolds

ρVL/μ.

δ laminar

5.0x/√Re_x.

C_f laminar

1.328/√Re_L.

C_f turbulento	Desprendimiento
0.074/Re_L^0.2.	Gradiente adverso, estela, resistencia de presión.

Cuestionario de autoevaluación

1. El número de Reynolds compara...

inercia a viscosidad

presión a gravedad

velocidad a sonido

sustentación a resistencia

inercia a viscosidad. Re = ρVL/μ.

2. El C_f laminar de una placa plana es...

0.074/Re^0.2

1.328/√Re

5/√Re

2π

1.328/√Re. Blasius.

3. El desprendimiento se ve favorecido por...

un gradiente de presión favorable

un gradiente de presión adverso

una densidad alta

solo los choques

un gradiente de presión adverso. La presión creciente frena la capa.

4. No deslizamiento significa...

que la velocidad del aire en la pared es cero

sin fricción

flujo no viscoso

sin presión

que la velocidad del aire en la pared es cero. El fluido se adhiere a la pared.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La fricción superficial es una gran parte de la resistencia de crucero de un avión comercial, por eso los ingenieros trabajan tanto en superficies lisas y en mantener laminares las capas límite durante más tiempo. Cada unidad de resistencia eliminada es combustible y carbono que no se queman.

La EPA informa que los aviones cubiertos por sus normas de gases de efecto invernadero representan el 10 por ciento de las emisiones de gases de efecto invernadero del transporte de EE. UU. y el 3 por ciento de las emisiones totales del país, y que sus normas de 2020 se alinean con las normas de CO_2 de la Organización de Aviación Civil Internacional. La ingeniería de capas límite, de los riblets a las alas de flujo laminar, es una vía para cumplir esas normas.

En Saving Planets: Soluciones · Ecuaciones diferenciales

Fuentes: U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft) · NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn: Boundary layer (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA Glenn: Reynolds number (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/reynolds.html): Página gratuita de la NASA.
- OpenStax UP1, 14.7 Viscosity and turbulence (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-7-viscosity-and-turbulence): Sección de libro de texto gratuita.

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Clases sobre flujo viscoso.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 9 · SEMANAS 12–13

Flujo compresible: relaciones isentrópicas y ondas de choque

Cuándo importa la compresibilidad, propiedades de remanso, relaciones isentrópicas, relación área–velocidad y toberas, choques normales, choques oblicuos y ondas de expansión en resumen, el número de Mach crítico, la divergencia de resistencia, la resistencia de onda y los perfiles supercríticos.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Usar relaciones isentrópicas para hallar propiedades de remanso.
- Explicar la relación área–velocidad y las toberas bloqueadas.
- Calcular las propiedades a través de un choque normal.
- Explicar el Mach crítico y por qué los perfiles supercríticos retrasan el aumento de resistencia.

Conceptos clave

- Por debajo de M = 0.3, aproximadamente, los cambios de densidad son menores del 5 % y el flujo puede tratarse como incompresible. Por encima, deben incluirse los cambios de energía y densidad.
- Propiedades de remanso en flujo adiabático e isentrópico: $T_0/T = 1 + (\gamma - 1)M^2/2$, $p_0/p = (T_0/T)^{(\gamma/(\gamma-1))}$, $\rho_0/\rho = (T_0/T)^{(1/(\gamma-1))}$.
- Área–velocidad: $dA/A = (M^2 - 1)dV/V$. El flujo subsónico se acelera en un conducto convergente; el supersónico, en uno divergente. El flujo sónico se da en la garganta; A/A* fija el número de Mach.
- Un choque normal es un salto delgado e irreversible: el flujo supersónico se vuelve subsónico, y la presión, la densidad y la temperatura saltan mientras la presión total cae. Para $\gamma = 1.4$ y $M_1 = 2$, $M_2 = 0.577$ y $p_2/p_1 = 4.5$.
- En un ala a velocidad subsónica alta, el flujo sobre el extradós alcanza M = 1 primero, en el número de Mach crítico. Más allá se forma un choque y la resistencia sube bruscamente (divergencia de resistencia). Los perfiles supercríticos y la flecha llevan ese aumento a velocidades mayores.

Ecuaciones clave

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

`(T_0)/(T)=1+(γ-1)/(2)M^2`

Temperatura de remanso

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

`(p_0)/(p)=((T_0)/(T))^γ/(γ-1)`

Relación de presiones isentrópica

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}}$$

`M_2^2=1+(γ-1)/(2)M_1^2γ M_1^2-(γ-1)/(2)`

Número de Mach tras un choque normal

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

`(p_2)/(p_1)=1+(2γ)/(γ+1)(M_1^2-1)`

Relación de presiones de un choque normal

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 9.1 Un avión comercial vuela a M = 0.85. Halla T_0/T y p_0/p.

1. $T_0/T = 1 + 0.2 \times 0.7225 = 1.1445$.
2. $p_0/p = 1.1445^{3.5}$.

Respuesta: $T_0/T = 1.1445$; $p_0/p = 1.604$.

Ejemplo 9.2 Halla M_2, p_2/p_1, ρ_2/ρ_1 y T_2/T_1 a través de un choque normal con $M_1 = 2$.

1. $M_2 = \sqrt{(1.8/5.4)}$.
2. $p_2/p_1 = 1 + (2.8/2.4)(3)$.
3. $\rho_2/\rho_1 = 2.4 \times 4/(2 + 0.4 \times 4) = 2.667$.
4. $T_2/T_1 = (p_2/p_1)/(\rho_2/\rho_1)$.

Respuesta: $M_2 = 0.577$, $p_2/p_1 = 4.5$, $\rho_2/\rho_1 = 2.667$, $T_2/T_1 = 1.688$.

Ejemplo 9.3 La NASA sitúa la velocidad del sonido a altitud de crucero en unas 660 mph. Conviértela a m/s y compárala con el valor de la atmósfera estándar a 11 km (295.1 m/s).

1. 660 × 0.44704 = 295.0 m/s.

Respuesta: 295.0 m/s, dentro del 0.1 % del valor de la atmósfera estándar.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Halla p_0/p con M = 2.

   1.8^3.5 = 7.82.

2. Halla A/A* con M = 2.

   1.688.

3. ¿Por debajo de qué número de Mach se suelen poder ignorar los cambios de densidad?

   Aproximadamente 0.3.

4. A través de un choque normal, ¿la presión total sube o baja?

   Baja (la entropía aumenta).

Ideas erróneas comunes

Mito: Un choque acelera el flujo.
En realidad: Un choque normal vuelve subsónico el flujo supersónico.

Mito: La resistencia de onda solo importa por encima de M = 1.
En realidad: Empieza por encima del Mach crítico, por debajo de M = 1 en un ala.

Mito: Un conducto divergente siempre frena el flujo.
En realidad: Acelera el flujo supersónico.

Tarjetas de estudio

Límite incompresible

M < 0.3.

T_0/T

$1 + 0.2M^2$.

p_0/p

Área–velocidad

$(T_0/T)^{3.5}$.

$dA/A = (M^2 - 1)dV/V$.

Choque normal M=2

$M_2 = 0.577$, $p_2/p_1 = 4.5$.

Mach crítico

M local = 1 en el ala.

Cuestionario de autoevaluación

1. T_0/T con M = 1 es...

1.0

1.2

1.4

2.0

1.2. 1 + 0.2.

2. El flujo supersónico se acelera en un...

conducto convergente

conducto divergente

conducto de sección constante

ningún conducto

conducto divergente. $dA/A = (M^2 - 1)dV/V$.

3. p_2/p_1 a través de un choque normal con $M_1 = 2$ es...

2

4.5

7.8

1.7

4.5. Relación de choque normal.

4. Los perfiles supercríticos...

elevan el número de Mach de divergencia de resistencia

eliminan la sustentación

añaden curvatura solo en el borde de ataque

solo funcionan a Mach 2

elevan el número de Mach de divergencia de resistencia. Choque más débil.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

La NASA explica que cuando los aviones comerciales se acercan a la velocidad del sonido, unas 660 mph a altitud de crucero, se forma una onda de choque estacionaria sobre un ala convencional que añade resistencia. El perfil supercrítico de Whitcomb, más plano por arriba y redondeado por abajo, minimizó ese choque y elevó la eficiencia hasta un 15 % según la NASA.

Esa es la historia del Mach crítico y la divergencia de resistencia de esta unidad. La NASA dice que el diseño se convirtió en el estándar de la industria y ahorra miles de millones de dólares en combustible al año; menos combustible quemado en crucero significa menos CO_2 de los vuelos que suponen gran parte de las emisiones de la aviación.

En Saving Planets: Introducción a la ingeniería aeroespacial · Clima espacial

Fuentes: NASA: How a NASA engineer created the modern airplane wing (2016) (https://www.nasa.gov/aeronautics/how-a-nasa-engineer-created-the-modern-airplane-wing/) · NASA Glenn: Normal shock wave (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn: Isentropic flow (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/isentrop.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA Glenn: Normal shock wave (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA Glenn: Mach number (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mach.html): Página gratuita de la NASA.

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Clases sobre flujo compresible.

☐ **Terminé esta unidad**

UNIDAD 10 · SEMANAS 14–15

Actuaciones del avión: polar de resistencia, planeo, alcance y autonomía

La polar de resistencia C_D = C_D0 + KC_L², el empuje y la potencia necesarios, la velocidad de mínima resistencia, la máxima relación sustentación-resistencia, el vuelo de planeo, las ecuaciones de alcance y autonomía de Breguet, y cómo la eficiencia aerodinámica se traduce en combustible y emisiones.

Objetivos de aprendizaje

Al terminar esta unidad podrás:

- Construir una polar de resistencia y hallar (L/D)max.
- Hallar la velocidad de mínima resistencia y la distancia de planeo.
- Usar la ecuación de alcance de Breguet.
- Relacionar las reducciones de resistencia con el consumo de combustible.

Conceptos clave

- La polar de resistencia C_D = C_D0 + KC_L² con K = 1/(πeAR) combina la resistencia de sustentación nula (parásita) y la inducida.
- En vuelo nivelado L = W y T = D. La resistencia es mínima donde la parásita y la inducida son iguales: C_L* = √(C_D0/K), lo que da (L/D)max = 1/(2√(KC_D0)).
- Planeo: sin empuje, la relación de planeo es igual a L/D, así que la mejor distancia de planeo desde una altura h es h(L/D)max.
- Alcance de Breguet para un reactor: R = (V/c)(L/D) ln(W_i/W_f), con c el consumo específico de combustible. El alcance crece directamente con L/D, así que la eficiencia aerodinámica se multiplica con la eficiencia del motor y la relación de pesos.
- Para un trayecto fijo, aumentar L/D reduce el combustible necesario; por eso los winglets, los perfiles supercríticos y las alas de gran alargamiento reducen el CO_2.

Ecuaciones clave

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2,\ K = \frac{1}{\pi e AR}$$

C_D=C_D0+KC_L^2,\ K=(1)/(π eAR)

Polar de resistencia

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{max} = \frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}}$$

(LD)_max=12_D0

Máxima relación sustentación-resistencia

$$C_L^* = \sqrt{C_{D0}/K}$$

C_L^*=_D0/K

Coeficiente de sustentación de mínima resistencia

$$R = \frac{V}{c}\frac{L}{D}\ln\frac{W_i}{W_f}$$

R=V/cL/D(W_i)/(W_f)

Alcance de Breguet (reactor)

Ejemplos resueltos paso a paso

Ejemplo 10.1 Un ala tiene AR = 8, e = 0.9 y C_D0 = 0.02. Halla K, (L/D)max y C_L*.

1. K = 1/(π × 0.9 × 8) = 0.04421.
2. (L/D)max = 1/(2√(0.04421 × 0.02)).
3. C_L* = √(0.02/0.04421).

Respuesta: K = 0.04421, (L/D)max = 16.81, C_L* = 0.673.

Ejemplo 10.2 Para ese avión (W = 9810 N, S = 16 m², nivel del mar), halla la velocidad de mínima resistencia y la mejor distancia de planeo desde 1000 m.

1. V = √(2W/(ρSC_L*)) = √(19,620/(1.225 × 16 × 0.6726)).
2. Planeo = 1000 × 16.81.

Respuesta: V = 38.6 m/s; distancia de planeo 16.8 km.

Ejemplo 10.3 Un reactor (valores de ejemplo) vuela en crucero a V = 230 m/s con c = 1.6 × 10⁻⁴ s⁻¹, L/D = 17 y W_i/W_f = 1.25. Halla el alcance.

1. R = (230/1.6 × 10⁻⁴) × 17 × ln 1.25.

Respuesta: R = 5453 km.

Problemas de práctica

Resuelve cada uno primero en papel y luego comprueba.

1. Sube L/D de 17 a 18 en el ejemplo de Breguet. ¿Nuevo alcance?

   5453 × 18/17 = 5774 km.

2. ¿Qué C_D da la polar en C_L^*?

   $2C_{D0} = 0.04$.

3. ¿Cuál es L/D con $C_L = 1.0$ para la polar del ejemplo?

   1.0/0.06421 = 15.57.

4. Un planeador tiene L/D = 40. ¿Qué distancia recorre desde 2 km?

   80 km.

Ideas erróneas comunes

Mito: El mejor planeo se logra a la velocidad más baja.
En realidad: Se logra a la velocidad de mínima resistencia, mayor que la de pérdida.

Mito: El alcance depende solo del combustible que se lleva.
En realidad: Depende de L/D, la eficiencia del motor y la relación de pesos.

Mito: La resistencia parásita es siempre la mayor parte.
En realidad: A baja velocidad domina la inducida.

Tarjetas de estudio

Polar de resistencia

$C_{D0} + KC_L^2$.

K

$1/(\pi eAR)$.

(L/D)max

$1/(2\sqrt{(KC_{D0})})$.

C_L^*

$\sqrt{(C_{D0}/K)}$.

Planeo

Distancia = $h \cdot L/D$.

Breguet

$R = (V/c)(L/D)\ \ln(W_i/W_f)$.

Cuestionario de autoevaluación

1. En mínima resistencia...

parásita = inducida

inducida = 0

C_L = 0

V = pérdida

parásita = inducida. La derivada de D es cero.

2. La relación de planeo es igual a...

L/D

D/L

C_L

W/S

L/D. Sin empuje.

3. El alcance de Breguet es proporcional a...

D/L

L/D

C_D0

K

L/D. R ∝ L/D.

4. En la polar, K es...

1/(πeAR)

πeAR

C_D0

2π

1/(πeAR). El factor de resistencia inducida.

Repetir este cuestionario

Cómo ayuda esto a salvar el planeta

El comunicado de la NASA de 2023 sobre el Sustainable Flight Demonstrator dice que los aviones de pasillo único suponen casi la mitad de las emisiones mundiales de la aviación, y que el diseño de ala arriostrada, junto con otros avances, podría reducir el consumo de combustible y las emisiones hasta un 30 %. Lo vincula al objetivo de cero emisiones netas en la aviación para 2050.

La ecuación de Breguet muestra por qué: el alcance y la eficiencia de combustible escalan con L/D. La EPA señala que los aviones cubiertos suponen el 10 por ciento de las emisiones de gases de efecto invernadero del transporte de EE. UU., así que unos pocos puntos de L/D, multiplicados por miles de vuelos al día, importan para el clima.

En Saving Planets: Soluciones · Cálculo I

Fuentes: NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/) · U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft)

Recursos de aprendizaje gratuitos

- NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html): Página gratuita de la NASA.
- NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html): Página gratuita de la NASA.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Clases sobre actuaciones.
- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Aerodinámica del MIT.

Ver la clase

Lecture 12: Aircraft Performance (https://ocw.mit.edu/courses/16-687-private-pilot-ground-school-january-iap-2019/resources/lecture-12-aircraft-performance/) (en inglés)

MIT 16.687 Private Pilot Ground School (IAP 2019), MIT OpenCourseWare. Licencia: CC BY-NC-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) · Condiciones de uso (https://ocw.mit.edu/pages/privacy-and-terms-of-use/). Enlace solo para estudio gratuito; Saving Planets no está afiliado a esta universidad ni cuenta con su respaldo.

☐ **Terminé esta unidad**

Problemas

Estos problemas están dentro de cada unidad. Hazlos en papel y luego abre la respuesta.

1. Propiedades de los fluidos y la atmósfera estándar
   4 problemas
2. Estática de fluidos, ecuación de Bernoulli y medición de la velocidad del aire
   4 problemas
3. Leyes de conservación: masa, cantidad de movimiento y energía; volúmenes de control y teoría de la cantidad de movimiento
   4 problemas
4. Flujo potencial y el teorema de Kutta–Joukowski
   4 problemas
5. Perfiles aerodinámicos y coeficientes de sustentación, resistencia y momento
   4 problemas
6. Teoría de perfiles delgados
   4 problemas
7. Alas finitas y resistencia inducida
   4 problemas
8. Flujo viscoso, número de Reynolds y capas límite
   4 problemas
9. Flujo compresible: relaciones isentrópicas y ondas de choque
   4 problemas
10. Actuaciones del avión: polar de resistencia, planeo, alcance y autonomía
    4 problemas

El laboratorio (Aerodynamics lab)

El laboratorio es la parte práctica del curso. Aquí es gratuito y solo para practicar, sin créditos.

Todas las prácticas pueden hacerse en una simulación gratuita o con papel y objetos domésticos. Lanza los planeadores solo en espacios abiertos, nunca hacia personas, y mantente lejos de carreteras y líneas eléctricas; usa un taburete escalera firme, no una silla, para las pruebas de caída.

Referencia de seguridad: OSHA: Fall protection (https://www.osha.gov/fall-protection)

Práctica A: la hoja de cálculo de la atmósfera estándar

SEMANA 1

Objetivo: Construir el modelo de atmósfera estándar de NASA Glenn en una hoja de cálculo y ver cómo bajan la temperatura, la presión y la densidad con la altitud.

$$T = 15.04 - 0.00649h,\ \ p = 101.29\left[\frac{T+273.1}{288.08}\right]^{5.256},\ \ \rho = \frac{p}{0.2869(T+273.1)}$$

`T=15.04-0.00649h,\ \ p=101.29[(T+273.1)/(288.08)]^5.256,\ \ ρ=(p)/(0.2869(T+273.1))`

Modelo de troposfera de NASA Glenn (h en m, T en °C, p en kPa)

Procedimiento

1. Haz una columna de altitudes de 0 a 11000 m en pasos de 500 m.
2. Añade columnas para T, p y ρ con las fórmulas métricas de la NASA.
3. Añade la velocidad del sonido a = √(1.4 × 287 × (T + 273.15)).
4. Representa ρ/ρ_0 frente a la altitud y compárala con el ajuste de altitud de FoilSim.

Tabla de datos

h (m)	T (°C)	p (kPa)	ρ (kg/m³)
0	15.04	101.40	1.2266
5,000	−17.41	54.11	0.7377
11,000	−56.35	22.71	0.3652

Valores de los ajustes de curvas de NASA Glenn; las tablas de atmósfera estándar de los libros difieren ligeramente (por ejemplo, 1.225 kg/m³ al nivel del mar).

Cálculo de ejemplo

1. ρ(11 km)/ρ(0) = 0.3652/1.2266 = 0.298.
2. a(11 km) = √(1.4 × 287 × 216.8) = 295.1 m/s.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier hoja de cálculo gratuita.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html) · NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html)

Vínculo con el planeta: La altitud de crucero está cerca de la parte alta de esta tabla, donde la baja densidad reduce la resistencia; el modelo de la NASA es el que usa FoilSim. NASA Glenn: Earth atmosphere model (metric units) (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica B: Bernoulli, el venturi y el tubo de Pitot

SEMANA 2

Objetivo: Ver cómo baja la presión donde el flujo se acelera, y convertir una lectura de presión Pitot-estática en velocidad.

$$V = \sqrt{2(p_0 - p)/\rho}$$

`V=2(p_0-p)/ρ`

Velocidad Pitot-estática

Procedimiento

1. Abre PhET Fluid Pressure and Flow, pestaña Flow; estrecha la tubería y lee la presión y la velocidad en ambas secciones.
2. Comprueba la continuidad $A_1V_1 = A_2V_2$ y la caída de presión de Bernoulli.
3. En casa: sostén una tira de papel bajo los labios y sopla por encima; se eleva. Cuelga dos hojas de papel a 3 cm una de otra y sopla entre ellas; se juntan.
4. Completa la tabla para un tubo de Pitot al nivel del mar.

Tabla de datos

$p_0 - p$ (Pa)	V (m/s)
100	12.8
500	28.6
1500	49.5

Calculado para $\rho = 1.225$ kg/m³; las demostraciones con papel muestran el efecto, no números exactos (la tira también sube porque el chorro sigue el papel curvado).

Cálculo de ejemplo

1. $V = \sqrt{(2 \times 500/1.225)} = 28.6$ m/s.
2. Duplicar V requiere 4 veces la diferencia de presión.

> **Seguridad**
>
> - Sopla suavemente; para si te mareas.

Alternativa en casa o virtual

- Las demostraciones con papel son la práctica en casa.

PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow) · PhET: Under Pressure (https://phet.colorado.edu/en/simulations/under-pressure)

Vínculo con el planeta: La NASA señala que el aire de Marte tiene menos del 1 % de la densidad del terrestre, así que la misma lectura de Pitot en Marte significaría unas 10 veces la velocidad. NASA Science: Ingenuity Mars Helicopter (https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica C: la curva de sustentación en NASA FoilSim

SEMANA 8

Objetivo: Medir el coeficiente de sustentación frente al ángulo de ataque, hallar la pendiente de sustentación y el ángulo de sustentación nula, y compararlos con la teoría de perfiles delgados.

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

`c_l=2π(α-α_L=0)`

Teoría de perfiles delgados

Procedimiento

1. Abre NASA FoilSim, elige un perfil simétrico y fija la velocidad y la altitud.
2. Anota la sustentación con α = 0°, 2°, 4°, 6°, … hasta 10°, y conviértela a c_l = L/(qS).
3. Repite con curvatura; halla α_L=0.
4. Representa ambas curvas y compáralas con la tabla teórica.

Tabla de datos

α (°)	c_l teórico (simétrico)
0	0
2	0.219
4	0.439
6	0.658

Valores teóricos; FoilSim incluye el espesor y otras correcciones, así que tu pendiente puede diferir unos pocos puntos porcentuales.

Cálculo de ejemplo

1. Pendiente = 0.658/6 = 0.110 por grado = 2π por radián.
2. c_l a 5° = 2π × 0.08727 = 0.548.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- FoilSim funciona en el navegador.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html)

Vínculo con el planeta: El DOE dice que las palas de aerogenerador generan sustentación como las alas; los diseñadores de palas usan curvas de sustentación como esta para fijar el ángulo de cada sección. DOE de EE. UU.: ¿cómo funcionan los aerogeneradores? (en inglés) (https://www.energy.gov/eere/wind/how-do-wind-turbines-work)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica D: planeadores de papel, alargamiento y relación de planeo

SEMANA 10

Objetivo: Medir la relación de planeo (L/D) de planeadores de papel con distintos alargamientos y ver la resistencia inducida en acción.

$$\frac{L}{D} = \frac{\text{distance}}{\text{height}}, \quad AR = \frac{b^2}{S}$$

LD=,\ \ AR=(b^2)/(S)

Relación de planeo y alargamiento

Procedimiento

1. Construye dos planeadores sencillos con papel de impresora y la misma superficie alar: uno corto y ancho, otro largo y estrecho. Añade un clip en el morro para equilibrarlo.
2. Lánzalos suavemente, nivelados, desde una altura fija (por ejemplo 1.5 m) en una habitación grande o al aire libre sin viento.
3. Mide la distancia horizontal en 5 vuelos de cada uno y promedia.
4. Calcula AR y L/D de cada uno y compara.

Tabla de datos

Planeador	b (m)	S (m²)	AR	Distancia desde 1.5 m (m)	L/D
Ala corta	0.20	0.010	4	6.0	4.0
Ala larga	0.30	0.010	9	9.0	6.0

Valores de ejemplo para mostrar el método; tus resultados dependen del plegado, el equilibrio y el lanzamiento.

Cálculo de ejemplo

1. AR = 0.30²/0.010 = 9.
2. L/D = 9.0/1.5 = 6.0.

> **Seguridad**
>
> - Nunca lances hacia personas o caras; despeja antes la zona.
> - Lanza desde el suelo o un taburete escalera firme, no una silla (guía de la OSHA sobre protección contra caídas).

Alternativa en casa o virtual

- Es una práctica casera.

NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html) · NASA Glenn: Induced drag (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/induced.html)

Vínculo con el planeta: El ala arriostrada de la NASA usa alas extralargas y finas por la misma razón por la que el planeador largo vuela más lejos: menos resistencia. NASA: NASA issues award for greener, more fuel-efficient airliner of future (Jan. 18, 2023) (https://www.nasa.gov/news-release/nasa-issues-award-for-greener-more-fuel-efficient-airliner-of-future/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica E: resistencia de un filtro de café y velocidad terminal

SEMANA 11

Objetivo: Medir la velocidad terminal, hallar un coeficiente de resistencia y mostrar que la resistencia crece con el cuadrado de la velocidad.

$$mg = \tfrac{1}{2}\rho V_t^2 C_D A$$

```
mg=12ρ V_t^2C_DA
```

La resistencia es igual al peso en la velocidad terminal

Procedimiento

1. Deja caer un filtro de café de papel desde unos 2 m y grábalo a cámara lenta junto a una cinta métrica.
2. Halla la velocidad terminal en el último metro de caída.
3. Apila 2 y luego 4 filtros (misma forma, más peso) y repite.
4. Calcula C_D y comprueba que V_t crece como √m.

Tabla de datos

Filtros	m (g)	V_t (m/s)	C_D
1	1.0	1.20	0.98
2	2.0	1.70	0.98

Valores de ejemplo con un filtro de 12 cm de diámetro; pesa tus propios filtros en una báscula de cocina.

Cálculo de ejemplo

1. C_D = 2 × 0.00981/(1.225 × 1.20² × π × 0.06²) = 0.98.
2. V_t(2 filtros) = 1.20 × √2 = 1.70 m/s.

> **Seguridad**
>
> - Suéltalos solo desde tu altura de pie o desde un taburete escalera firme.
> - Mantén la zona libre de obstáculos con los que tropezar.

Alternativa en casa o virtual

- Es una práctica casera.

NASA Glenn: The drag equation (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/drageq.html) · PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow)

Vínculo con el planeta: La EPA señala que los aviones cubiertos son el 3 % de las emisiones totales de gases de efecto invernadero de EE. UU.; la resistencia es lo que sus motores queman combustible para vencer. U.S. EPA: Regulations for greenhouse gas emissions from aircraft (https://www.epa.gov/regulations-emissions-vehicles-and-engines/regulations-greenhouse-gas-emissions-aircraft)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Práctica F: hoja de cálculo de polar de resistencia y alcance

SEMANA 15

Objetivo: Construir una polar de resistencia, hallar (L/D)max y usar la ecuación de Breguet para ver cómo las reducciones de resistencia cambian el alcance y el combustible.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e A R}$$

`C_D=C_D0+(C_L^2)/(π eAR)`

Polar de resistencia

Procedimiento

1. Fija C_D0 = 0.02, e = 0.9 y AR = 8 (valores de ejemplo).
2. Calcula C_D y L/D para C_L de 0.1 a 1.2.
3. Halla la L/D máxima y compárala con 1/(2√(KC_D0)).
4. Cambia AR a 12 y la resistencia total en −7 % (la cifra de resistencia de los winglets de la NASA), y observa cómo cambia el alcance.

Tabla de datos

C_L	C_D	L/D
0.2	0.0218	9.19
0.673	0.0400	16.81
1.0	0.0642	15.57

Calculado a partir de la polar de ejemplo.

Cálculo de ejemplo

1. K = 0.04421; (L/D)max = 16.81 con C_L = 0.673.
2. Alcance de Breguet ∝ L/D, así que +10 % de L/D da +10 % de alcance.

> **Seguridad**
>
> - Solo ordenador.

Alternativa en casa o virtual

- Sirve cualquier hoja de cálculo.

NASA Glenn: Lift to drag ratio (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/ldrat.html) · NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html)

Vínculo con el planeta: La NASA dice que los winglets reducen la resistencia hasta un 7 % y hoy están en unos 10000 reactores, con un ahorro de más de 10 mil millones de galones de combustible. NASA Armstrong: On the winglets of innovation (2023) (https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/on-the-winglets-of-innovation-with-nasa-armstrong-2/)

- [ ] **Completé este laboratorio (real o virtual)**

Series de práctica para exámenes

Cronométrate: unos 10 minutos por problema. Luego compara con las soluciones completas.

Ejercicios de práctica para el parcial (unidades 1–5)

1. Halla la densidad del aire a 60 kPa y 250 K.
    1. ρ = 60,000/(287 × 250).

    Respuesta: 0.836 kg/m³.

2. Un tubo Pitot-estático marca 800 Pa donde ρ = 0.9 kg/m³. Halla la velocidad verdadera.
    1. V = √(2 × 800/0.9).

    Respuesta: 42.2 m/s.

3. Halla la potencia ideal en vuelo estacionario de un helicóptero de 500 kg con un rotor de 8 m al nivel del mar.
    1. T = 4905 N; A = 50.27 m².
    2. P = T^1.5/√(2ρA).

    Respuesta: 31.0 kW.

4. Halla C_p en θ = 45° en un cilindro sin sustentación.
    1. 1 − 4 × 0.5.

    Respuesta: −1.

5. Un cuerpo al nivel del mar en una corriente de 40 m/s tiene Γ = 15 m²/s. Halla L'.
    1. 1.225 × 40 × 15.

    Respuesta: 735 N/m.

Serie de práctica final (todas las unidades)

1. Halla c_l para un perfil delgado simétrico a 3°.

    1. 2π × 0.05236.

    Respuesta: 0.329.

2. Halla C_Di para C_L = 0.6, AR = 10, e = 0.85.

    1. 0.36/(π × 8.5).

    Respuesta: 0.0135.

3. Halla Re para una cuerda de 2 m a 50 m/s al nivel del mar.

    1. 1.225 × 50 × 2/1.789 × 10^{-5}.

    Respuesta: 6.85 × 10^{6}.

4. Halla M_2 y p_2/p_1 a través de un choque normal con $M_1 = 3$.

    1. $M_2 = \sqrt{(2.8/12.4)}$; $p_2/p_1 = 1 + (2.8/2.4) \times 8$.

    Respuesta: $M_2 = 0.475$, $p_2/p_1 = 10.33$.

5. Halla T_0/T y p_0/p con M = 0.8.

    1. 1 + 0.2 × 0.64 = 1.128; 1.128^3.5.

    Respuesta: 1.128 y 1.524.

6. Halla (L/D)max para C_D0 = 0.025, AR = 10, e = 0.85.

    1. K = 0.03745.

    Respuesta: 16.34.

Hoja de fórmulas

$$p = \rho R T,\ a = \sqrt{\gamma R T},\ M = V/a$$

$$p + \tfrac{1}{2}\rho V^2 = p_0,\ q = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

$$C_p = 1 - (V/V_\infty)^2$$

$$\dot{m} = \rho A V,\ \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$P_{ideal} = T^{3/2}/\sqrt{2\rho A}$$

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma,\ C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

$$L = qSC_L,\ D = qSC_D$$

$$c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0})$$

$$C_{D_i} = C_L^2/(\pi eAR),\ AR = b^2/S$$

$$Re = \rho V L/\mu,\ C_f = 1.328/\sqrt{Re}$$

$$T_0/T = 1 + \tfrac{\gamma-1}{2}M^2$$

$$p_2/p_1 = 1 + \tfrac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

$$(L/D)_{max} = 1/(2\sqrt{KC_{D0}}),\ R = \tfrac{V}{c}\tfrac{L}{D}\ln\tfrac{W_i}{W_f}$$

Constantes

Constante	Valor
Aire estándar al nivel del mar (valores de libro de texto)	p = 101,325 Pa, T = 288.15 K, ρ = 1.225 kg/m³, μ = 1.789 × 10⁻⁵ kg/(m·s), a = 340.3 m/s
Constante de los gases para el aire	R = 287 J/(kg·K); γ = 1.4
1 nudo	0.514444 m/s
1 pie	0.3048 m
1 milla por hora	0.44704 m/s
Gravedad en Marte (valor de libro de texto)	g = 3.71 m/s²

Fuente: NIST Guide to the SI, Appendix B.9: conversion factors (https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b9)

Textos y simulaciones gratuitos

Usa estas clases, páginas de la NASA y simulaciones gratuitas junto con el curso.

- MIT OpenCourseWare 16.100 Aerodynamics (Fall 2005) (https://ocw.mit.edu/courses/16-100-aerodynamics-fall-2005/): Apuntes y problemas gratuitos del MIT.
- MIT OpenCourseWare 16.01–16.04 Unified Engineering (2005–2006) (https://ocw.mit.edu/courses/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/): Apuntes gratuitos del MIT sobre fluidos y termodinámica.
- NASA Glenn: Beginner's Guide to Aeronautics (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/short.html): Cientos de páginas gratuitas de la NASA sobre sustentación, resistencia y flujo compresible.
- NASA Glenn: FoilSim interactive airfoil simulator (https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/FoilSim/index.html): Cambia la forma del perfil, la velocidad y la altitud y observa la sustentación y la resistencia.
- OpenStax University Physics Volume 1, 14.6 Bernoulli's equation (https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/14-6-bernoullis-equation): Sección de libro de texto gratuita.

- PhET: Fluid Pressure and Flow (https://phet.colorado.edu/en/simulations/fluid-pressure-and-flow): Presión, flujo y Bernoulli.

Glosario

Ángulo de ataque
Ángulo entre la cuerda y el flujo incidente.

Alargamiento
b^2/S, la envergadura al cuadrado entre la superficie alar.

Capa límite
Capa delgada junto a una superficie donde la viscosidad frena el flujo.

Curvatura
Curvatura de la línea media de un perfil.

Circulación
Integral de línea de la velocidad alrededor de una curva cerrada; ligada a la sustentación.

Número de Mach crítico
Mach de la corriente libre en el que el flujo local alcanza por primera vez $M = 1$.

Downwash
Flujo descendente inducido por los torbellinos de estela.

Polar de resistencia
C_D en función de C_L.

Presión dinámica
$q = \frac{1}{2}\rho V^2$.

Resistencia inducida
Resistencia debida a la inclinación de la sustentación por el downwash.

Condición de Kutta
El flujo abandona suavemente un borde de salida afilado.

Número de Mach
Velocidad del flujo dividida entre la velocidad del sonido.

Choque normal
Salto delgado que vuelve subsónico el flujo supersónico.

Número de Reynolds
$\rho VL/\mu$, inercia entre viscosidad.

Desprendimiento
Capa límite que se separa de la superficie.

Presión de remanso
Presión si el flujo se lleva al reposo de forma isentrópica.

Pérdida

Pérdida de sustentación cuando el flujo se desprende con un ángulo de ataque alto.

Perfil supercrítico
Perfil de extradós plano que debilita los choques cerca de M = 1.

Vorticidad
∇ × V, el doble de la velocidad de rotación local.

Winglet
Superficie casi vertical en la punta del ala que reduce la resistencia inducida.

Rúbrica de autoevaluación

No se otorga nota ni crédito. Úsala para valorar con honestidad dónde estás en cada unidad.

Nivel	Cómo se ve
4 · Dominio	Identifica el régimen de flujo, elige el modelo adecuado (Bernoulli, cantidad de movimiento, flujo potencial, línea sustentadora, capa límite, isentrópico, choque), comprueba unidades y límites, y realiza las prácticas con seguridad.
3 · Competente	Resuelve los ejercicios con algún error ocasional de unidades o de densidad.
2 · En desarrollo	Sigue los ejemplos resueltos pero confunde coeficientes 2D y 3D, o grados y radianes.
1 · Inicial	Sustituye números en fórmulas sin un esquema; necesita repasar la unidad.

Ponderación sugerida si quieres una nota

Parte	Peso
Problemas de práctica	20%
Prácticas	25%
Serie de práctica de mitad de curso	25%
Serie de práctica final	30%

Apunta al nivel 3 o superior en cada unidad antes de pasar al siguiente curso.

Cursos relacionados

- Circuitos ENGR 214 + ENGR 214L
- Termodinámica ENGR 320
- Mecánica de fluidos ENGR 330

- Todos los cursos